

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
2	Analysis	11
2.1	Eine schöne Ungleichung	11
2.2	Ergänzung zur Regel von DE L'HOSPITAL	14
2.3	... sowie zur Fakultät und Gammafunktion	16
2.4	Eine unerwartete Herleitung der EULERSchen Formel	28
2.5	Zum Flächeninhalt des Kreises sowie	32
2.6	... des Hypervolumens der 4D-Kugel	33
2.7	Eine kurze Bemerkung zur integralen Potenzregel	33
2.8	Ein interessanter Integrationstrick: FEYNMAN-Parameter	34
2.9	Durchschnittliche Entfernung der Erde zur Sonne	38
2.10	Mit Iteration zum $\ln(-1)$	40
2.11	Bescheidene Beiträge zur CASAS-ALVERO-Vermutung	44
2.11.1	Ein Spezialfall zum Aufwärmen	44
2.11.2	Beweis für Polynomfunktionen dritten Grades	45
2.11.3	Beweis für Polynomfunktionen vierten Grades	46
2.12	Algebr. Geometrie - didaktisch/methodisch motiviert	47
2.13	Optimierung ohne Differentialrechnung	53
2.13.1	Die billigste Dose	53
2.13.2	Kostengünstigste Stromleitung	54
2.13.3	Maximaler Sehgenusswinkel	56
2.13.4	Volumsgrößte Pyramide mit Netz aus einem Quadrat	58
2.13.5	Flächeninhaltsgrößtes Poster auf Rechteck mit vorgegebenem Rand	59
2.13.6	Winkel zwischen Gerade und Ebene	60
2.14	MÖBIUS-Transformationen diskret, kontinuierlich und geometrisch	61
3	Algebra	65
3.1	Ergänzungen zu den binomischen Formeln	65
3.2	Ergänzung zu den GRASSMANNschen Entwicklungssätzen	66
3.3	Geometrische Reihen & Quadrate	69
3.4	Zum Zentrum in $\mathbb{R}^{(2,2)}$	71
3.5	Links- und Rechtssysteme – Orientierte Volumina	72
3.6	Ein geometrischer Weg zur CRAMERSchen Regel: Ansatz	77
3.7	Zur Auflösung quartischer Gleichungen	84
3.8	Hineinschnuppern in ausgewählte Beweismethoden	87
3.8.1	Vollständige Induktion	87
3.8.2	Rekursive und konstruktive Beweisverfahren (exemplarisch)	91
3.8.3	Vermischte Übungsaufgaben	95
3.9	Ein 28. Weg zur kleinen Lösungsformel	97
4	Geometrie	100
4.1	Fraktale Geometrie und	100
4.1.1	... lineare Differenzgleichungen	101
4.1.2	FIBONACCI-Zahlen	111
4.2	Dreiecksgeometrie	118

4.2.1	Ergänzungen zum Inkreis	118
4.2.2	GERGONNEScher Punkt und GERGONNESche Gerade	120
4.2.3	NAGELSche Punkte sowie eine GERGONNESche Ergänzung	124
4.2.4	Ergänzung zu den GERGONNESchen Punkten	127
4.2.5	Ein später Nachfolger von MENELAOS und CEVA	130
4.2.6	Höhenfußpunktdreieck, Cosinus-Summensatz und Ungleichungen	131
4.2.7	Vier Punkte in kollinear Lage	134
4.2.8	Σ - ein neuer merkwürdiger Dreieckspunkt	135
4.2.9	Erste Ergänzung zu Σ	136
4.2.10	Zweite Ergänzung zu Σ	138
4.2.11	Ein hübscher Satz aus der Dreiecksgeometrie	139
4.2.12	Der FERMAT-Punkt	141
4.3	BÉZIER-Kurven	144
4.3.1	Genese	144
4.3.2	Aufgaben zu BÉZIER-Kurven	151
4.4	Ergänzungen zur höherdimensionalen Geometrie	170
4.4.1	Einstimmung auf die höherdimensionale Geometrie: Kugelvolumen	170
4.4.2	Hypervolumen der vierdimensionalen Sphäre via Kugelkoordinaten	174
4.4.3	Sphären: Höhere Dimensionen	175
4.5	Neue Beweise des pythagoreischen Lehrsatzes	181
4.5.1	Beweis (1)1	181
4.5.2	Beweis (1)2	183
4.5.3	Eine aus dem (1)2. Beweis generierte Kubik mit Focus auf ihre Schleife	184
4.5.4	Beweis (1)3	189
4.5.5	Beweis (1)4	190
4.5.6	Weitere Beweise des Lehrsatzes von PYTHAGORAS	192
4.5.7	Unendliche geometrische Reihen und der Lehrsatz des PYTHAGORAS	206
4.5.8	Geometrische Reihen, der Satz des PYTHAGORAS und die Kardioide	207
4.5.9	33. PLS-Beweis	211
4.5.10	Weitere Kurven aus einer PYTHAGORAS-Figur	216
4.6	SODDY-Kreise	224
4.6.1	Problemstellung und Gleichung von DESCARTES	224
4.6.2	Von den Krümmungen zu den Radien	229
4.7	Kegelschnitte	232
4.7.1	Schnitt zweier Kegelschnitte in allgemeiner Lage	236
4.7.2	Die Parabel als Kegelschnitt	242
4.8	Augensterne der Geometrie	246
4.8.1	Partielle Dreieckspartition	246
4.8.2	Aus zwei mach drei (Dreiecke)	248
4.8.3	Aus allgemein mach speziell	250
4.8.4	Peripheriewinkel und Umkreis	252
4.8.5	Parallele Sehnen berührender Kreise	254
4.8.6	Kopunktale Geraden aus zwei Kreisen	256
4.8.7	Rechtecksgenerierte Höhenschnittpunkte	258
4.8.8	Die Trinität der Beweisführung	260
4.8.9	Über Höhen, Schwerlinien und Winkelsymmetralen	262
4.8.10	Über Höhen, Parallelen und Umkreispunkte	263

4.8.11	Aus zwei mach drei (Kreise)	265
4.8.12	Sehnenlängensummen	267
4.8.13	Ein besonderes Paar kongruenter Strecken	269
4.9	Pyramidenhalbierung und eine Überraschung	271
4.10	Die Scherenkurve	273
4.11	Tetraederinkugeln	275
4.12	Würfel durch Würfel	277
4.13	Das einschalige Rotationshyperboloid	280
4.14	Ergänzungen zur Traktrix und zur Pseudosphäre	288
4.15	Trapeze mit Inkreis	297
5	Zahlentheorie	299
5.1	Motivation zur Rekursion bzw. Iteration	299
5.2	Ein Muster auf verschiedenen Niveaustufen	300