

## Inhaltsverzeichnis

<b>Inhaltsverzeichnis .....</b>	<b>1</b>
<b>VORWORT .....</b>	<b>5</b>
<b>Einleitung.....</b>	<b>7</b>
<b>TEIL I .....</b>	<b>13</b>
<b>PROTOGEOMETRIE .....</b>	<b>13</b>
<b>1. Ein philosophischer Blick auf die Grundlagen der Geometrie .....</b>	<b>15</b>
1.1 Verständnisdefizite.....	15
1.2 Vom Sinn eines geometrischen Grundbegriffs .....	19
1.3 Grundphänomene und Grundbegriffe der Geometrie .....	20
<b>2. Körperliche Figuren .....</b>	<b>24</b>
2.1 Das Problem einer Bestimmung der Grundfiguren.....	24
2.2 Elementarer technischer Umgang mit Körpern .....	25
2.3 Inzidenz .....	27
2.4 Berührung.....	34
2.5 Bewegung – Berührbarkeit - Passung.....	37
<b>3. Räumliche Figuren.....</b>	<b>44</b>
3.1 Schnitte.....	44
3.2 Raumelemente.....	57
3.3 Rückblick .....	60
<b>4. Gestalt und Kongruenz .....</b>	<b>62</b>
4.1 Gestalt und Gestaltkonstanz von Figuren .....	62
4.2 Gestaltprinzip und Kongruenz .....	69
<b>5. Grundformen.....</b>	<b>73</b>
5.1 Gerade Linien.....	73
5.2 Ebene Gebiete .....	81
5.3 Zur Homogenität und Gestalteindeutigkeit von Ebene und Gerade .....	89
<b>6. Zur Realisierung von Grundformen.....</b>	<b>94</b>
6.1 Unterscheidung von Herstellung und Verwendung .....	94
6.2 Zu den Herstellungsverfahren von Grundformen .....	95
6.3 Zum Verhältnis von Herstellung und Verwendung .....	97
<b>7. Protogeometrie und Geometrie .....</b>	<b>100</b>
7.1 Protogeometrie – ein Rückblick.....	100

7.2 Geometrische Axiomatik und Protogeometrie.....	103
7.3 Von der Protogeometrie zur Geometrie .....	105
7.4 Axiomatik der Ebene.....	106
7.5 Kongruenz und Kongruenzprinzip.....	115
7.6 Perfekte Homogenität von Gerade und Ebene.....	117
7.7 Ausblick auf den Aufbau der Protogeometrie der euklidischen Geometrie .....	120
<b>TEIL II.....</b>	<b>123</b>
<b>HISTORIE.....</b>	<b>123</b>
<b>8. Zur Problematik der Grundbegriffe in der antiken Geometrie.....</b>	<b>125</b>
8.1 Einleitung .....	125
8.2 Das Problem der elementaren Terminologie in den Elementen Euklids .....	129
8.3 Aristoteles Phänomenologie und Euklids Definitionen .....	133
8.3.1 Das Problem der geometrischen Figuren als „Schnitte“ .....	133
8.3.2 Das Problem der Bestimmung der Grundfiguren.....	140
8.3.3 Euklids Definitionen der Grundfiguren auf dem Hintergrund der aristotelischen Phänomenologie.....	142
8.4 Zur Bestimmung von Ebene und Gerade in der antiken Tradition.....	143
8.5 Euklids Figurentheorie und die Protogeometrie .....	145
<b>9. Neuere Ansätze zur Begründung der Geometrie als Figurentheorie .....</b>	<b>147</b>
9.1 Lobatschewskis Anfangsgründe der Geometrie als Figurentheorie .....	147
9.1.1. Kritik an Euklid .....	147
9.1.2 Lobatschewskis Ansatz einer Figurentheorie.....	148
9.1.3 Grundlegende Einsichten.....	150
9.1.4 Zur Bestimmung der Grundfiguren mit Hilfe räumlicher Verhältnisse.....	152
9.1.5 Würdigung und Kritik .....	157
9.1.6 Schlussbemerkungen .....	161
9.2 Cliffords Phänomenologie räumlicher Grundverhältnisse.....	162
<b>10. Grundlagen der Geometrie und moderne Axiomatik .....</b>	<b>166</b>
10.1 Einleitung .....	166
10.2 Paschs Axiomatisierung der Geometrie .....	168
10.3 Zur Konstitution einer Figurentheorie aus der Sicht der Axiomatik .....	172
10.4 Versuch einer Vermittlung.....	177
10.5 Rückblick .....	178

<b>11. Von der protophysikalischen Geometriebegründung zur Proto geometrie... 179</b>	
11.1 Vorbemerkungen.....	179
11.2 Zur Entwicklung der protophysikalischen Geometriebegründung.....	179
11.3 Ansätze zur Grundlegung der Geometrie als Figurentheorie.....	183
11.3.1 Dinglers Grundlegungsversuch der Geometrie als Theorie räumlicher Verhältnisse.....	183
11.3.2 Zum produktiv-operativen Ansatz von P. Janich.....	186
11.3.3 Zur Proto geometrie im Entwurf der Formengeometrie.....	188
11.4 Problematische Orientierungen.....	189
11.5 Neuorientierung der Proto geometrie.....	191
11.5.1 Proto geometrische Grundaufgaben.....	191
11.5.2 Funktional – Operativer Rekonstruktionsansatz.....	193
11.6 Nachbemerkungen.....	194
<b>TEIL III.....</b>	<b>195</b>
<b>DIDAKTIK.....</b>	<b>195</b>
<b>Einleitung.....</b>	<b>197</b>
<b>12. Geometrische Grundbegriffe im Unterricht und Lehrerbildung.....</b>	<b>200</b>
12.1. Geometrische Grundbegriffe in der Orientierungsstufe.....	200
12.2 Geometrische Grundbegriffe in der Lehrerbildung.....	207
12.3 Ein Blick auf die Tradition.....	216
12.4 Zusammenfassung.....	219
<b>13. Operative Geometriebegründung und Geometrie-Didaktik.....</b>	<b>220</b>
13.1 Zum Hintergrund.....	220
13.2 Das didaktische Prinzip der operativen Begriffsbildung (POB).....	223
13.3 Das POB und die operative Geometriebegründung.....	225
13.4 Das POB im Zusammenhang verwandter didaktischer Prinzipien.....	231
13.5 Anwendung des POB im Unterricht.....	234
13.6 Kritische Betrachtung des Ansatzes - Perspektiven.....	239
<b>14. Operative Entwürfe zur Behandlung geometrischer Grundbegriffe.....</b>	<b>243</b>
14.1 Zur Didaktik der Proto geometrie.....	243
14.2 Operative Gewinnung von Intuitionen nach K. Krainer.....	249
14.2.1 Zum Unterrichtskonzept auf dem Hintergrund der operativen Geometriedidaktik.....	249
14.2.2 Zur Behandlung der Geraden und Ebene im Unterricht der 5. Klasse.....	251

14.2.3 Kritische Diskussion des Entwurfs.....	258
14.2.4 Würdigung und Ausblick .....	262
14.3 Geometrie aus dem Bauhandwerk – Unterrichtsreihen von D. Volk .....	263
14.3.1 Zum Hintergrund .....	263
14.3.2 Die Unterrichtsreihen .....	263
14.3.3 Geometrie aus dem Bauhandwerk und Protogeometrie .....	277
14.3.4 Didaktische Diskussion des Unterrichtsvorschlags.....	279
14.3.5 Zusammenfassung .....	282
<b>15. Zur operativen Behandlung geometrischer Grundbegriffe im Unterricht... 284</b>	
15.1 Hinführung - Grundgedanken .....	284
15.2 Unterrichtsvorschläge .....	286
15.2.1 Thema: Grundfiguren erkunden .....	286
15.2.2 Thema: Figuren gleicher Form erkennen und herstellen .....	286
15.2.3 Thema: Universelle eindeutige Formen .....	290
15.3 Themenkreise .....	296
15.4 Curriculare Betrachtungen .....	298
15.5 Kursvorschläge.....	300
15.6 Nachbemerkungen.....	303
<b>16. Philosophie und Didaktik der Geometrie .....</b>	<b>304</b>
16.1 Das Problem der Vermittlung geometrischen Wissens.....	304
16.2 Methodischer Aufbau der Geometrie - Elimination der Fachdidaktik?.....	308
16.3 Operative und didaktische Phänomenologie.....	311
16.4 Integrative Philosophie von Geometrie und Geometriedidaktik .....	314
<b>LITERATURVERZEICHNIS.....</b>	<b>317</b>
<b>Index.....</b>	<b>329</b>