

Untersuchungen zur Erzeugung einer
Struktur-Nachweisprobe für die
Charakterisierung der Qualität
additiv gefertigter Bauteile
im Luftfahrzeug

Michael Mauersberger

Michael Mauersberger

Untersuchungen zur Erzeugung
einer Struktur-Nachweisprobe für die
Charakterisierung der Qualität additiv
gefertigter Bauteile im Luftfahrzeug

Logos Verlag Berlin



Diese Open Access Publikation wurde vom Open Access Publikationsfonds der Sächsischen Landesbibliothek, Staats- und Universitätsbibliothek (SLUB Dresden) finanziert.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Dieses Werk ist lizenziert unter der Creative Commons Lizenz CC BY-SA 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>).

Die Bedingungen der Creative-Commons-Lizenz gelten nur für Originalmaterial. Die Wiederverwendung von Material aus anderen Quellen (gekennzeichnet mit Quellenangabe) wie z. B. Schaubilder, Abbildungen, Fotos und Textauszüge erfordert ggf. weitere Nutzungsgenehmigungen durch den jeweiligen Rechteinhaber.



zugl. Diss. Fakultät Maschinenwesen, Technische Universität Dresden,
eingereicht am 27.11.2025, verteidigt am 19.03.2026

1. Gutachter: Prof. Dr. Johannes Markmiller, TU Dresden

2. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Andreas Bardenhagen, TU Berlin

Logos Verlag Berlin GmbH, 2026

ISBN 978-3-8325-6118-5

Logos Verlag Berlin GmbH
Georg-Knorr-Str. 4, Geb. 10,
D-12681 Berlin
Germany

Tel.: +49 (0)30 / 42 85 10 90

<http://www.logos-verlag.de>

Vorwort

Setze dir in jedem Werk ein Maß und lass nicht ab, bis du es vollendet hast.

— Unbekannt

Diese Arbeit wurde im Rahmen der Forschungsprojekte AMCOCS (FKZ: 01MT19002E) und CertiFlight (FKZ: 20D1925E) angefertigt, beide gefördert durch das Bundesministerium für Wirtschaft und Energie. Das Thema selbst basiert auf einer wichtigen, kreativen Idee zur stellvertretenden Qualitätsbewertung von additiv gefertigten Bauteilen. Diese Idee wurde an der Professur für Luftfahrzeugtechnik, Technische Universität Dresden, entwickelt und trotz schwierigen Starts auf den Weg gebracht. Herausforderungen ergaben sich insbesondere darin, das Thema so zu formulieren, dass es einfach genug und auch praktisch umsetzbar wurde. Daraufhin sind viele Ansatzpunkte untersucht worden – vor allem Optimierungsmethoden – und aufgezeigt, wie weit der Weg zu einer gewinnbringenden industriellen Anwendung wirklich wäre. Dieser Weg wurde gemeinsam mit den Projektpartnern EFW, IMA, Fraunhofer IVI, Software AG, AM Metals, Inquence GmbH und der BTU Cottbus in den Forschungsprojekten begonnen.

Für die thematisch weit gefassten Aspekte dieser Arbeit, ausgehend von Optimierungsrechnungen über detaillierte Simulationen hin zu Experimenten an realen, additiv gefertigten Proben, waren zahlreiche Ressourcen notwendig, für die der Professur sowie NHR-Zentrum der TU Dresden Dank gebühren. Letzteres wird gemeinsam durch das Bundesministerium für Forschung, Technologie und Raumfahrt und den am NHR beteiligten Landesregierungen¹ unterstützt.

Zudem wurde diese Open-Access-Publikation dankenswerterweise vom Open Access Publikationsfonds der Sächsischen Landesbibliothek, Staats- und Universitätsbibliothek (SLUB Dresden) finanziert.

Zuerst möchte ich mich bei Prof. Johannes Markmiller für die hilfreiche Betreuung und den unkomplizierten, vertrauensvollen Umgang bedanken, vor allem auch im Hinblick auf den Betreuer- und Themenwechsel während meiner Promotionsphase. Prof. Bardenhagen gilt mein Dank für die aufgeschlossene und interessierte Betreuung meines Themas in der letzten Phase. Dr. Falk Hähnel möchte ich herzlich danken für die Projektbetreuung und immerzu hilfreiche Ratschläge, sei es zum Fach oder auch zum Leben insgesamt. Ebenso gilt mein Dank Andreas Hauße als Ideengeber der ersten Stunde und – sicherlich nötige – hochfrequente fachliche Diskussionen trotz Heimarbeit. Ich bedanke mich bei Dr. Florian Dextl für sein stets offenes Ohr bei fachlichen und methodischen Fragen vor allem im Zusammenhang mit der Umsetzung der Optimierung – GEOPs², FiPPS² und der Großrechner können schnell kompliziert werden. Prof. Wolf möchte

¹www.nhr-verein.de/unsere-partner

ich danken für den anfänglichen positiven Zuspruch auf dem Weg zum ersten Promotionsthema (Titel: *Untersuchungen zur Auslegung von Bauteilen im Flugzeug-Interieur auf Grundlage von nutzerbedingten Lastfällen*). Vielen Dank möchte ich Dr. Chris Fischer zusprechen für die tolle Büroatmosphäre als Sitznachbar, die konstruktiven Gespräche über Elternzeit und die gemeinsame Überwindung der Aktivierungsenergie zur Anmeldung als Doktorand. Nicht zuletzt sorgten auch meine Projektkollegen Gregor Neumann, Wolfram Groh und Christin Rümmler für eine ausgezeichnete Bürokultur und tiefgründige fachliche Absprachen – danke dafür. Florian und Wolfram haben mir außerdem sehr geholfen, den geschriebenen Text zu verbessern. Dafür möchte ich mich bei ihnen bedanken. Ohne die hervorragende und schnelle Hilfe von Thomas Klotz und Michael Härtel, ehem. AM Metals, bei gewünschten Fertigungsaufträgen hätte diese Arbeit wohl nicht so abgerundet werden können. Dafür danke ich ihnen. Danken möchte ich auch Hannes Schwarz, IMA, für sein unermüdliches Schaffen zu den Torsionsversuchen.

Auch wenn ich nicht auf fachlicher Ebene mit ihr zusammengearbeitet habe, gilt mein großer, herzlicher Dank meiner Ehefrau Katharina für ihr geistiges Mittragen, ihre übervolle Geduld, ihre beständige Offenheit gegenüber Problemen und ihre unübertroffenen Fähigkeiten bei der Organisation des Familienalltags. Auch möchte ich meine Kinder Jona, Aaron und Eva dankend erwähnen, die mir durch die Elternzeit und auch gemeinsames Eisessen und Fliegerabwerfen im Büro eine Pause zum Abschalten, Sammeln, Weitermachen gewährt haben. Meinen Eltern möchte ich danken für ihr Mitfiebern und ihren unerschütterlichen Glauben in mein Schaffen. Und schließlich will ich dem Einen danken für Nachgiebigkeit, Geduld, grüne Ampeln und die Vollendung.

Michael Mauersberger
November 2025, Dresden

Kurzfassung

Untersuchungen zur Erzeugung einer Struktur-Nachweisprobe für die Charakterisierung der Qualität additiv gefertigter Bauteile im Luftfahrzeug

Durch ein zukünftig deutlich höheres Passagieraufkommen im weltweiten Flugverkehr steigt der Bedarf von Flugbetreibern, Luftfahrzeuge wirtschaftlicher zu machen. Hier verspricht die additive Fertigung die Herstellung besser lastangepasster, leichter Strukturen und damit einen effizienteren, kostengünstigeren Flug. Jedoch stehen diesen Vorteilen der additiven Fertigung Herausforderungen in der sicheren Vorhersage von Struktureigenschaften aufgrund prozessbedingter Imperfektionen wie rauen Oberflächen, Eigenspannungen und Anisotropie gegenüber. Oft müssen zur Bewertung und Sicherung der gewünschten Bauteilqualität kostenaufwendige Nachbehandlungen durchgeführt werden.

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Entwicklung einer Methodik zur Erzeugung einer Struktur-Nachweisprobe, welche die Qualität eines additiv gefertigten Bauteils anhand versagenskritischer Spannungszustände charakterisiert. Einen zentralen Bestandteil bildet die Suche einer geeigneten Probengeometrie mittels Topologieoptimierung (TO). Zum einen konnten anhand von evolutionären Algorithmen zulässige, zweidimensionale Topologien erzeugt werden. Erhöhter Rechenbedarf hinderte hier die weitere Skalierung des TO-Problems. Andererseits ermöglichten gradientenbasierte TO-Verfahren eine wesentlich effizientere Erzeugung von hochaufgelösten, dreidimensionalen Strukturen. Jedoch wurden dabei nicht alle Anforderungen des TO-Problems hinreichend erfüllt. TO-Lösungen bildeten daraufhin die Grundlage dafür, passende Probengeometrien abzuleiten. Diese wurden additiv gefertigt sowie experimentell und numerisch validiert. Verschiedene Materialzustände dienten zur Untersuchung des Einflusses prozessbedingter Imperfektionen.

Herausforderungen bestanden im Hinblick auf die vollständige Formulierung des TO-Problems zur Erzeugung von Strukturlösungen mit klaren Konturen, hohen Auflösungen und mehreren und mehrachsigen versagenskritischen Zielbereichen sowie einer sicheren, wiederholbar effektiven Geometrieableitung. Die Validierung von Struktur-Nachweisproben offenbarte Unzulänglichkeiten bei der korrekten Abbildung der Prüfrandbedingungen angesichts asymmetrischer Proben sowie der präzisen Modellierung auftretender Materialimperfektionen. Zielführend erscheint zukünftig vor allem die Verringerung von Unsicherheiten in jedem Schritt der Probenerzeugung, etwa durch fortgeschrittenere Automatisierung.

Während aufgrund des Pioniercharakters dieser Arbeit zwar noch Einschränkungen bestehen, bieten die vorgestellten Ansätze perspektivisch wirtschaftliche Vorteile in Form frühzeitiger Qualitätsbewertung und des Potentials, Nachbehandlungen mithilfe einer imperfektionstoleranten Auslegung vollständig zu ersetzen. Abseits von additiver Fertigung kann die vorgestellte Methodik auch für Faser-Kunststoff-Verbunde oder allgemein für die Entwicklung von Versuchsständen zur Untersuchung komplexer Beanspruchungszustände eingesetzt werden.

Summary

Investigations on the Generation of a Structural Witness Specimen for Characterising the Quality of Additively Manufactured Components in Aircraft

Future substantial increase in global air traffic will lead to a higher need of aircraft operators to improve the economic efficiency of aircraft. In this context, additive manufacturing promises the production of better load-adapted, lighter structures, hence enabling a more efficient and competitive flight. However, these advantages of additive manufacturing are confronted with challenges in reliably predicting structural properties due to process-induced imperfections such as surface roughness, residual stresses, and anisotropy. Expensive post-processing is often necessary to assess and control the desired part quality.

This work deals with developing a methodology for generating a structural witness specimen which characterizes the quality of an additively manufactured part based on failure-critical stress states. A vital aspect is the search for a suitable specimen geometry via topology optimization (TO). On the one hand, admissible, two-dimensional topologies could be generated using evolutionary algorithms, although increased computational effort prevented the TO problem from further scaling. On the other hand, gradient-based TO methods enabled substantially more efficient generation of high-resolution, three-dimensional structures. Nevertheless, not all of the TO problem constraints were sufficiently met. TO solutions then served as a basis for deriving suitable specimen geometries, which were additively manufactured afterwards and validated experimentally as well as numerically. Different material states were used for investigating the influence of process-induced imperfections.

There were challenges regarding the complete formulation of the TO problem for generating structural solutions with clear contours, high resolution, and multiple as well as multiaxial failure-critical target areas, as well as the reliable, repeatably effective derivation of geometries. The validation of structural witness specimens revealed shortcomings in the accurate representation of test boundary conditions in view of asymmetric specimens and in the precise modelling of material imperfections. In the future, reducing the uncertainties of each step of specimen generation appears to be the most promising advances, e.g. by means of broader automation.

Although deficiencies still remain due to the pioneer nature of this work, the approaches presented here perspective offer economic benefits in the form of early quality assessment and the potential to replace post-processing entirely by means of imperfection-tolerant design. Besides additive manufacturing, the proposed methodology may also be applied to fibre-reinforced composites or, in general, to the development of testing devices for analysing complex stress states.

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis	V
1 Einleitung	1
2 Qualitätssicherung bei additiv gefertigten Luftfahrzeugstrukturen	3
2.1 Additive Fertigung als disruptive Technologie	3
2.2 Qualitätssicherung von additiv gefertigten Luftfahrzeugbauteilen	6
2.2.1 Minimierung von Imperfektionen	6
2.2.2 Prüfverfahren und Qualifikation	10
2.3 Benchmark- und Nachweisproben zur Prozess- und Bauteilcharakterisierung .	11
2.4 Simulation von additiv gefertigten Materialien	13
3 Ansätze zur Erzeugung einer integralen Struktur-Nachweisprobe	17
3.1 Anforderungen an die Nachweisprobe und allgemeine Problemformulierung .	17
3.1.1 Theoretische Beschreibung der Nachweisfähigkeit	18
3.1.2 Ableitung einer Formulierung für das Optimierungsproblem	19
3.1.3 Vorgehen zur Erzeugung einer Struktur-Nachweisprobe	22
3.2 Klassische Ansätze zur Topologieoptimierung	23
3.2.1 SIMP-Verfahren und Sensitivitätsanalyse	25
3.2.2 Weitere Verfahren zur Topologieoptimierung	28
3.3 Bausteine für die Topologieoptimierung mit vorgegebenen Zielspannungszuständen	30
3.3.1 Topologieoptimierung unter Berücksichtigung von Spannungen	30
3.3.2 Topologieoptimierung nachgiebiger Strukturen	32
3.4 Auswahl geeigneter Ansätze und Hypothesen	33
4 Optimierung der Struktur-Nachweisprobe basierend auf evolutionären Algorithmen	35
4.1 Analyse des Optimierungsproblems	35
4.2 Basisbeispiel	41
4.2.1 Ergebnisse der anfänglichen Problemformulierung	42
4.2.2 Modifizierte Problemformulierung	43
4.3 Erweiterte Zielspannungsvorgaben	49

4.4	Verbesserte Strukturrepräsentation für anwendungsnahe Ergebnisse	53
4.4.1	Angepasste Problemformulierung und -analyse	55
4.4.2	Weitere Modifikationen zur Generierung klarer Strukturen	58
4.4.3	Vorgabe mehrerer Zielbereiche und Problemskalierung	65
4.5	Parametereinflüsse	71
4.5.1	Problemparameter	71
4.5.2	Optimierungsparameter	73
5	Gradientenbasierte Optimierung der Struktur-Nachweisprobe	83
5.1	Formulierung des modularen Frameworks zur gradientenbasierten Topologieoptimierung	83
5.1.1	Verwendete Optimierungsalgorithmen	86
5.1.2	Sensitivitätsanalyse klassischer Topologieoptimierungsprobleme	86
5.1.3	Direkte und indirekte Formulierung des Optimierungsproblems für die Struktur-Nachweisprobe	88
5.1.4	Umsetzung des Optimierungsproblems für die Struktur-Nachweisprobe	91
5.2	Optimierungsergebnisse und Parametereinflüsse	93
5.3	Skalierung auf dreidimensionale Lösungen	98
6	Übertragung der Optimierungsergebnisse auf reale Nachweisproben	107
6.1	Geometrieerzeugung	107
6.1.1	Übertragung der Topologielösungen auf höhere Elementauflösungen .	108
6.1.2	Formableitung unter Einhaltung der Nebenbedingungen	112
6.2	Validierung der Probengeometrien mittels experimenteller und numerischer Untersuchungen	114
6.2.1	Validierungskonzept	114
6.2.2	Prüfung von additiv gefertigten Materialproben	116
6.2.3	Simulation von Materialproben zur Kalibrierung des Materialmodells .	120
6.2.4	Prüfung der additiv gefertigten Struktur-Nachweisproben	123
6.2.5	Ermittlung der Spannungszustände aus den experimentellen Untersuchungen	130
6.2.6	Simulation der Struktur-Nachweisproben	134
6.3	Erzeugung von Struktur-Nachweisproben anhand eines Praxisbeispiels	146
6.3.1	Ableitung eines realen Referenzbauteils: Türverriegelungswelle	146
6.3.2	Schritt 1: Identifikation versagenskritischer Spannungszustände	147

6.3.3	Schritt 2: Erzeugung der Struktur-Nachweisprobe	149
6.3.4	Validierung der Probengeometrie mittels Simulation	151
7	Diskussion der Ergebnisse und Verbesserungsmöglichkeiten	153
7.1	Untersuchte Aspekte zur Erzeugung einer Struktur-Nachweisprobe und Unsicherheiten	154
7.1.1	Schritt 2.1: Leistungsfähigkeit des Optimierungsansatzes	154
7.1.2	Schritte 2.2 und 2.3: Herausforderungen bei der Übertragung auf eine reale Probe	157
7.2	Maßnahmen für eine zuverlässige Anwendung der Struktur-Nachweisprobe .	158
7.2.1	Schritte V und 1: Bauteildefinition und Identifikation versagenskritischer Spannungszustände	158
7.2.2	Schritt N1: Fertigung	160
7.2.3	Schritte N2 und N3: Experimentelle Prüfung und indirekte Qualitätsbewertung	161
7.3	Steigerung der Effizienz der Methodik zur Erzeugung von Struktur-Nachweisproben	162
7.4	Bedeutung im industriellen Umfeld und Ansatzpunkte für zukünftige Entwicklungen	165
8	Zusammenfassung und Ausblick	169
	Literaturverzeichnis	173
	Abbildungsverzeichnis	189
	Tabellenverzeichnis	199

Symbolverzeichnis

Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
2D/3D	zwei-/dreidimensional
AF	additive Fertigung
B/ESO	<i>Bidirectional/Evolutionary Structural Optimization</i> (Optimierungsalgorithmus)
CAD	<i>Computer Aided Design</i>
DE	differentielle Evolution
D_x	Zielspannungszustand mit Druck in <i>x</i> -Richtung
D_y	Zielspannungszustand mit Druck in <i>y</i> -Richtung
DZS	direkte Formulierung mit Zielspannungen (Topologieoptimierung)
EA	evolutionäre Algorithmen
ES	evolutionäre Strategien
FE	finite Elemente
GA	genetische Algorithmen
GC/MMA	<i>Globally Convergent/Method of Moving Asymptotes</i> (Optimierungsalgorithmus)
GD	Generationenabstand, <i>Generational Distance</i>
GV	Gradientenverfahren
HVI	Hypervolumenindikator
IP	Innere-Punkte-Verfahren (Optimierungsalgorithmus)
IZS	indirekte Formulierung mit Zielspannungen (Topologieoptimierung)
ME	mittleres Element (Zielbereich der Struktur-Nachweisprobe)
MN	minimale Nachgiebigkeit
MPC	Mehrpunkt-Nebenbedingung, <i>Multi-Point Constraint</i>
MS	minimale Spannung
NE	Nachbarelemente (vom Zielbereich der Struktur-Nachweisprobe)
NM	nachgiebige Mechanismen
PBF	pulverbettbasiertes Schmelzen, <i>Powder Bed Fusion</i>
S	Zielspannungszustand mit Schub in <i>xy</i> -Richtung

Abkürzungen (Fortsetzung)

Abkürzung	Bedeutung
SDF	vorzeichenbehaftete Abstandsfunktion, <i>Signed Distance Function</i>
SIMP	<i>Solid Isotropic Material with Penalization</i> (Ansatz zur Topologieoptimierung)
SQP	<i>Sequential Quadratic Programming</i> (Optimierungsalgorithmus)
TO	Topologieoptimierung
ZFW	Zielfunktionswert
Z_x	Zielspannungszustand mit Zug in <i>x</i> -Richtung

Lateinische Symbole

Symbol	Bedeutung	Einheit
A_m	Gesamtbruchdehnung, -gleitung	%
a, b	Maße des topologischen Bauraums in <i>x</i> -, <i>y</i> -Richtung	mm
a_1, a_2, a_3	Maße des topologischen Bauraums in <i>x</i> -, <i>y</i> -, <i>z</i> -Richtung	mm
B	Dehnungsoperator	mm ⁻¹
$c, \mathbf{c}$	Entwurfsvariablen	–
C_0	Materialsteifigkeitsmatrix	N mm ⁻²
c_ρ	Skalierungsfaktor für Elementdichten	–
c_L	Skalierungsfaktor für Dichtelandkarte	–
d	Probendicke	mm
E	Elastizitätsmodul	GPa
$f, \mathbf{f}$	Zielfunktionen	var.
f_E	gewichtete Zielfunktion für Einzielloptimierung	var.
$F_{\text{ein}}, F_{\text{aus}}$	Ein-, Ausgabekraft	kN
F_{ext}	externe Kraft (Prüfkraft)	kN
G	Schubmodul	GPa
$g, \mathbf{g}$	Nebenbedingungen	var.
I	Imperfektionen	–
K	Steifigkeitsmatrix	z. B. N mm ⁻¹

Lateinische Symbole (Fortsetzung)

Symbol	Bedeutung	Einheit
$\mathbf{l}$	Knotenkraftvektor	z. B. N
$L_{\rho,S}$	Dichte-Landkartenfunktion	–
M	Qualitätszielgröße	var.
n_e	Anzahl an Elementen	–
n_I	Anzahl an Iterationen	–
P	Umfangsparameter	mm
p	SIMP-Exponent	–
Q	Topologiequalität	–
q	Exponent für Spannungsoptimierung	–
r_c	Filterradius	mm
R_m	Festigkeit	MPa
$R_{p0,2}$	Dehngrenze (0,2 %)	MPa
S	Reservefaktor gegenüber Versagenskriterium	–
s	Exponent für knickfreies Maximum-/Minimum	–
$\mathbf{T}$	Transformationsmatrix	–
t_I	Iterationszeit	s
$\mathbf{u}$	Vektor der Knotenfreiheitsgrade	z. B. mm
V	Gesamtvolumen der Topologie	mm ³
V_e	Elementvolumen	mm ³
W	Formänderungsarbeit	N mm
w	Faktor für Spannungsskalierung	–
W_w	wechselseitige Formänderungsarbeit	N mm
X, Y, Z	Bauraumkoordinaten	mm
x, y, z	Probenkoordinaten	mm
$\mathbf{x} = (x, y, z)^T$	Positionsvektor in Probenkoordinaten	mm
$\mathbf{x}_S$	Koordinaten der Stützstelle	mm
$\mathbf{x}_Z$	Positionsvektor des Zielbereichs	mm

Griechische Symbole

Symbol	Bedeutung	Einheit
β	Bestrafungsfaktor	–
δ	globale Strukturverschiebung	mm
δ_K	Verschiebung des Probenkopfes	mm
ϵ	Dehnungsvektor	–, %
ϵ, γ	Normaldehnungen, Gleitungen	–, %
η_K	Übertragungsfunktion der Steifigkeit	–
η_σ	Übertragungsfunktion der Spannung	–
λ	Pendellänge im Versuchsstand	mm
μ	Toleranz für versagenskritische Spannung	–
ν	Poisson-Zahl	–
ρ, ρ	normierte Dichte	–
$\rho_{\text{lim}, Z}$	minimale Elementdichte im Zielbereich	–
σ	Spannungsvektor	MPa
σ, τ	Normal-, Schubspannung	MPa
σ_0	Zielspannungsvektor	MPa
σ_v	Vergleichsspannung	MPa
$\Delta\sigma$	absolute (kumulative) Spannungsabweichung	MPa
$\Delta\tilde{\sigma}$	relative mittlere Spannungsabweichung	%
Ω	Probenbereich	mm ² , mm ³

Indizes

Symbol	Bedeutung
aus	Ausgabe
ein	Eingabe
<i>i</i>	Laufvariable (z. B. Elemente)
<i>j</i>	Laufvariable (z. B. Knoten)
<i>k</i>	Laufvariable (z. B. Zielfunktionen, Elemente, Zielbereiche)

Indizes (Fortsetzung)

Symbol	Bedeutung
$\lim$	maximal/minimal zulässig
$\max$	Maximalwert
$\min$	Minimalwert
mod	Teil einer Modifikation
ref	Referenzwert
S	Stützstelle
xx, yy, zz	Normaleigenschaften
xy, yz, xz	Tangentialeigenschaften
Z	Zielbereich

1 Einleitung

Der Flugverkehr nimmt immerzu eine größere Rolle im globalen Geschehen ein. Das zeigen aufstrebende Zahlen an beförderten Passagieren und geflogenen Meilen: Waren es 2018 noch rund 4,3 Mrd. Flugpassagiere weltweit, werden für 2050 mit 10,0 Mrd. schon mehr als doppelt so viele prognostiziert (s. Abbildung 1.1). Diese Entwicklung unterstreicht zum einen die wichtiger werdende Rolle von Luft-Reise- und Handelswegen. Zum anderen ergibt sich daraus ein zunehmender Druck auf die Luftfahrzeugbetreiber, ihre Betriebskosten effizienter zu gestalten. Im besonderen Maße werden diese durch eine geringere Luftfahrzeugmasse, d. h. effiziente, lastangepasste Strukturen verringert [1].

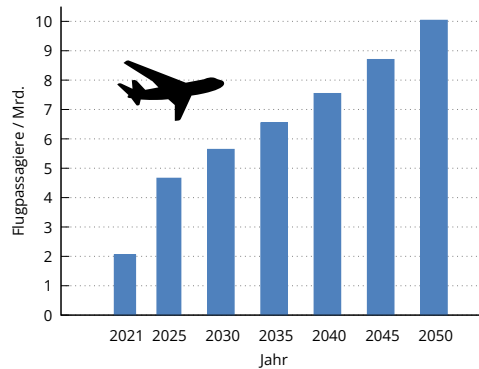


Abbildung 1.1: Entwicklung und Prognose des weltweiten Aufkommens an Flugpassagieren [2]

Die Auslegung von Luftfahrzeugstrukturen erhielt in den letzten Jahren durch intensive Forschung und Entwicklung im Bereich additive Fertigung (AF) eine noch nie dagewesene Freiheit. Additiv gefertigte Bauteile können durch ihren schichtweisen Aufbau deutlich komplexere Formen annehmen, die durch konventionelle subtraktive (z. B. Fräsen, Bohren) oder umformende Verfahren (z. B. Biegen) nicht ohne Weiteres realisierbar sind [3, Kap. 1]. Im Zusammenspiel mit Strukturoptimierung führen organisch geformte Integralbauteile schnell zu einer geringeren Strukturmasse und in zahlreichen Fällen auch zu verringerten Kosten in der Konstruktion und Herstellung [4]. Zudem wird dadurch die notwendige Antriebsenergie und folglich der Treibhausgasausstoß gesenkt.

Allerdings stehen der gesteigerten Effizienz additiv gefertigter Bauteile auch Herausforderungen im Bereich der Materialeigenschaften und daraus resultierenden eingeschränkten Bauteilzuverlässigkeit gegenüber. AF-Verfahren gehen prozessbedingt mit Imperfektionen im Bauteil wie z. B.

Poren, rauen Oberflächen oder Eigenspannungen einher, welche die Strukturqualität beeinträchtigen [5, Kap. 2.9]. Damit solche Bauteile den hohen Qualitätsanforderungen der Luftfahrtindustrie gerecht werden, sind zahlreiche Schritte zur Nachbehandlung und Qualitätsprüfung notwendig, welche wiederum die Herstellungskosten potenzieren.

Ein vielversprechender Ansatz zur Kostenreduktion bei der Herstellung von AF-Bauteilen sind Nachweisproben. Diese erfüllen den Zweck, die Qualität eines Fertigungsprozesses oder des herzustellenden Materials schon während des Fertigungsschritts abzubilden. Da die Proben gleichzeitig mit einem Referenzbauteil produziert werden und somit dasselbe erfahren, treten sie gewissermaßen als Zeugen für Ereignisse auf, welche die Qualität beeinträchtigen. Daher werden sie auch *witness specimens*, Zeugenproben, genannt [6]. Deren Qualität soll die eines Referenzbauteils oder -prozesses hinreichend genau repräsentieren, wodurch Ist-Aussagen unmittelbar nach der Fertigung möglich sind. Entscheidungen über notwendige Nachbehandlungsschritte finden damit schon früh im Herstellungsprozess statt und können Kostenzuweisungen effizienter gestalten.

Diese Arbeit hat zum Ziel, eine Methodik zur Erzeugung einer Nachweisprobe vorzuschlagen, welche die strukturelle Qualität eines additiv gefertigten Referenzbauteils stellvertretend abbildet. Diese Art von Probe wird hier mit *Struktur-Nachweisprobe* bezeichnet, da sie strukturelle Merkmale direkt in ihre Funktion integriert. Im Gegensatz zu bekannten Ansätzen soll der Fokus der Struktur-Nachweisprobe in diesen Untersuchungen auf der Repräsentation kritischer Positionen in einem Referenzbauteil liegen. Aufgrund der *a priori* unbekannten Geometrie kommen Verfahren der Topologieoptimierung (TO) zum Einsatz. Dazu wird in Kapitel 2 ausgeführt, welche AF-Verfahren für diese Arbeit grundsätzlich relevant sind und wie sich die Struktur-Nachweisprobe in die Qualitätssicherung der produzierten Bauteile einordnet. Kapitel 3 beleuchtet das grundlegende Vorgehen zur Erzeugung von Struktur-Nachweisproben und bietet als Schwerpunkt generelle Ansätze zur TO der Nachweisprobe. Diese werden weiter konkretisiert und im Kapitel 4 mittels evolutionärer Algorithmen (EA) umgesetzt. Das darauffolgende Kapitel 5 ordnet das Optimierungsproblem in bekannte, gradientenbasierte Optimierungsverfahren ein und bewertet die Möglichkeit zur Problemskalierung. Die erzeugten Optimierungslösungen werden im Kapitel 6 in reale Geometrien übertragen und sowohl mittels experimenteller und numerischer Untersuchungen validiert. Daran knüpft die Demonstration der Methodik anhand eines Praxisbeispiels in Form einer Türverriegelungswelle des Airbus A350XWB an. Im Anschluss folgt eine Diskussion über die Grenzen der vorgestellten Ansätze sowie die Verwendbarkeit der Ergebnisse für den industriellen Einsatz (Kapitel 7). Zuletzt werden die Ausführungen zusammengefasst.

Mithilfe einer Nachweisprobe zur Bewertung der strukturellen Qualität soll das Grundkonzept der Nachweisproben weniger allgemein für den AF-Prozess gelten, sondern stärker an Referenzbauteile angepasst sein. Es wird sich dadurch erhofft, ein alternatives, taugliches Mittel für eine kosteneffiziente Qualitätsbewertung und -sicherung bereitzustellen.

2 Qualitätssicherung bei additiv gefertigten Luftfahrzeugstrukturen

2.1 Additive Fertigung als disruptive Technologie

Seit Entwicklung der ersten AF-Verfahren in den 1980er Jahren hat sich die damit erreichte Bauteilqualität stetig verbessert. Wurde die Technologie zuvor im Allgemeinen noch mit *Rapid Prototyping* verbunden [7], also der schnellen Produktion von nicht voll-funktionalen Prototypen und Modellen, wandelten insbesondere Verfahren zur Verarbeitung von Metallen die Ansprüche hin zum *Rapid Manufacturing*, d. h. der direkten, einsatzfähigen Fertigung von strukturellen Bauteilen [8, 9]. Gleichzeitig hat sich die Freiheit im Strukturdesign durch AF deutlich erweitert, sodass wesentlich komplexere Strukturen fertigbar sind [3, Kap. 1]. Dadurch können schlanke, lastangepasste Strukturbauteile realisiert werden mit dem Ziel, die Luftfahrzeugmasse deutlich zu senken [1]. Abbildung 2.1 zeigt im Fokus ein komplex geformtes additiv gefertigtes Bauteil, bei dem konventionelle Fertigungsverfahren wie z. B. Fräsen an die Realisierungsgrenzen stoßen. Durch den schichtweisen Aufbau gestaltet sich die AF problemlos bei deutlich effizienterem Einsatz des Rohmaterials.



Abbildung 2.1: Additiv gefertigte Metall-Bauteile mit komplexer Geometrie

AF ermöglicht nicht allein komplexere Geometrien, sondern u.a. damit einhergehend auch wirtschaftlichere Herstellungsprozesse. Die Bedeutung von AF-Verfahren hat für die Industrie somit deutlich zugenommen und besitzt als Technologie disruptives Potential: Attaran [4] beschreibt verschiedene Vorteile der AF von dezentralisierter, an Kundenwünsche angepasster Produktion über eine höhere Prozesseffizienz und Bauteilqualität bis hin zu Ansätzen zur nachhaltigen

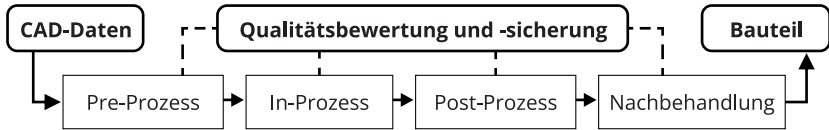


Abbildung 2.2: Darstellung des Entstehungsprozesses von additiv gefertigten Bauteilen [9]

Produktion aufgrund des geringen Verschnitts. Gerade der entstehende Materialabfall ist bei der Komponentenfertigung im Luftfahrtbereich ein wichtiger Kostenfaktor in Form des *Buy-to-fly*-Verhältnisses aus Rohmaterialmenge zum verwendeten Material im finalen Luftfahrzeug-Bauteil. Während Godec u.a. [10, Kap. 6.4.1] es bei konventionellen Verfahren wie z. B. Fräsen auf 1:12 bis 1:25 beziffern, kann es mittels AF-Verfahren auf 1:3 bis 1:12 reduziert, die Wirtschaftlichkeit folglich wesentlich gesteigert werden. Die grundlegende Bedeutung dezentraler Fertigung liegt in der Verkürzung von Lieferketten und -zeiten, indem z. B. Hersteller nötige Ersatzteile direkt vor Ort an der Stelle des Bedarfs produzieren können.

AF-Verfahren haben überdies die Hürde zwischen der digitalen Repräsentation des Bauteils als Daten im *Computer Aided Design* (CAD)¹ und der Umsetzung in der Fertigung wesentlich gesenkt [9, 11]. Oft können Fertigungsschritte schon direkt auf Grundlage der CAD-Daten geplant und ausgeführt werden. Die VDI-Richtlinie 3405 [9] definiert hier einen ganzheitlichen AF-Prozess beginnend bei der digitalen Bauteilrepräsentation in Form von CAD-Daten. Nach dem Pre-Prozess zur Vorbereitung der Daten und Fertigungsmaschine erfolgt der In-Prozess, die eigentliche Fertigung. Danach steht der Post-Prozess mit Maßnahmen zur Bauteilentformung und -säuberung vor den Nachbehandlungsschritten zur Erfüllung der Bauteilanforderungen wie z. B. der mechanischen Eigenschaften oder der Oberflächenqualität. Während des gesamten Entstehungsprozesses werden Methoden der Qualitätsbewertung und -sicherung angewandt. Dazu zählen Schritte nach der Fertigung (In-Prozess) wie etwa computertomografische Untersuchungen, 3D-Scans, Sicht- und Farbeindringprüfungen oder auch Schritte während der Fertigung, z. B. die optische Pulverbett- und Schmelzbadüberwachung. Abbildung 2.2 skizziert diesen Prozess in seinen Einzelschritten. Da in allen Schritten des AF-Prozesses umfangreiche Parameter- und Messdaten verarbeitet werden, handelt es sich bei einem vollständig datengestützten und -gesteuerten Prozess um ein wichtiges Ziel für höhere Bauteilqualität, bessere Effizienz und Wirtschaftlichkeit [12].

Die genannten Vorteile bestimmen nach wie vor die bedeutende, disruptive Rolle der AF-Technologie in wichtigen Branchen wie der Luftfahrtindustrie und den Bedarf für weitere Forschung und Entwicklung.

¹ CAD-Daten werden üblicherweise mithilfe von geometrischen Formen, z. B. Linien oder Kreissegmenten, beschrieben. Geschlossene Konturen ergeben Flächen, geschlossene Flächen das Bauteilvolumen.

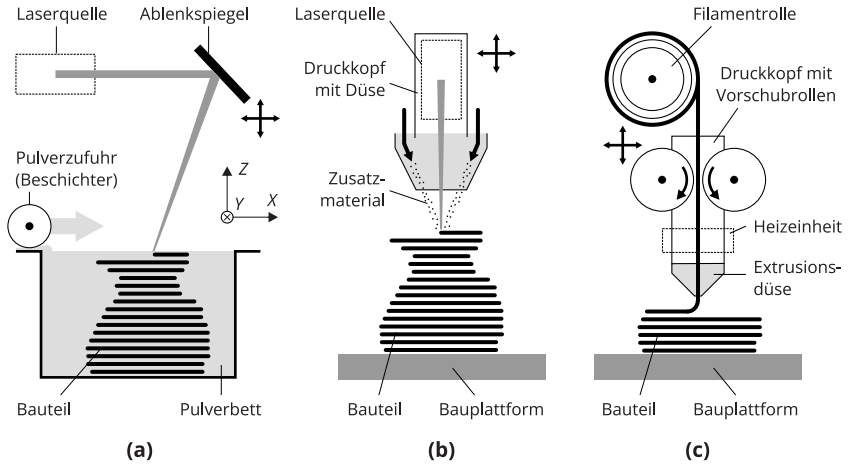


Abbildung 2.3: Prinzipdarstellung des (a) pulverbettbasierten Schmelzens (nach [19]), (b) Materialauftrag mit gerichteter Energieaufbringung (mit Pulver als Zusatzmaterial nach [5]) und (c) der Materialextrusion (nach [20])

Nicht alle verfügbaren AF-Verfahren sind für die Luftfahrtindustrie gleich relevant. Laut DIN-Norm 8580 [13] wird die AF zu den Urformverfahren, seit 2020 als eigene Gruppe 1.10 gezählt. Dabei wird zwischen den wesentlichen Verfahrensprinzipien unterschieden:

- Freistrah-Bindemittelauftrag (BJT, *binder jetting*),
- Materialauftrag mit gerichteter Energieaufbringung (DED, *directed energy deposition*),
- Materialextrusion (MEX, *material extrusion*),
- Freistrah-Materialauftrag (MJT, *material jetting*),
- Pulverbettbasiertes Schmelzen (PBF, *powder bed fusion*),
- badbasierte Photopolymerisation (VPP, *vat photopolymerisation*).

Industriell werden für metallische Werkstoffe PBF- und DED-Verfahren aufgrund passender struktureller Eigenschaften und hoher Produktivität eingesetzt [14]. Hier bieten vor allem laserbasierte PBF-Prozesse die Möglichkeit, eine hohe Strukturqualität zu erzeugen [15]. Aufgrund geringerer Dichte werden für Strukturbauteile in Luftfahrzeugen vorrangig Aluminium- und Titanlegierungen, u.a. in typischen Zusammensetzungen wie AlSi10Mg und Ti6Al4V, bevorzugt [14]. MEX-Verfahren in der Luftfahrtindustrie gehen überwiegend mit thermoplastischen Materialien wie z. B. dem PEI-Werkstoff Ultem einher [16] und stehen daher stark mit Sekundär- und Interieurstrukturen im Zusammenhang [17, 18]. Abbildung 2.3 zeigt für die drei wichtigen Verfahrenstypen eine Prinzipdarstellung.

2.2 Qualitätssicherung von additiv gefertigten Luftfahrzeugbauteilen

Entscheidenden Vorteilen der AF hinsichtlich Bauteilauslegung und Wirtschaftlichkeit stehen Herausforderungen gegenüber, die hohen Ansprüche an die Luftfahrtzulassung zu erfüllen. Im Zertifizierungsprozess mit konventionellen Fertigungsverfahren wie z. B. Fräsen oder Biegen konnten noch Material und Herstellungsprozess weitgehend getrennt voneinander behandelt werden. Das bedeutet, dass Materialien und Maschinen einzeln qualifiziert wurden². Bei AF-Verfahren entstehen dagegen die relevanten Materialeigenschaften während des Prozesses. Beispielsweise wird beim PBF das finale Material aus einem pulverförmigen Rohmaterial durch schnelles Aufschmelzen und Erstarren erzeugt. Erst dadurch wird das mikroskopische Gefüge ausgebildet, welches die makroskopischen, für die Auslegung relevanten Struktureigenschaften bestimmt [3, Kap. 2.1.2]. Mithin ist die erreichbare Bauteilqualität bei AF stark abhängig von einstellbaren Parametern bezüglich des Rohmaterials, des Fertigungsprozesses oder der Nachbearbeitung [21, 22].

2.2.1 Minimierung von Imperfektionen

Oft sollen bei additiv zu fertigenden Strukturen auftretende Imperfektionen durch geeignete Wahl der Prozessschritte und -parameter minimiert werden. Für PBF-Verfahren bedeutsame Imperfektionen umfassen Poren, Einschlüsse, Eigenspannungen, Formabweichungen, Anisotropie und eine raue Oberfläche (vgl. Abbildung 2.4).

Poren und Einschlüsse schwächen das Material durch Verringerung der Dichte und Steifigkeit und wirken – besonders in Oberflächennähe – als potentielle Rissansatzpunkte bei dynamischer Beanspruchung [23–28]. Hier besteht ein Zusammenhang zur Oberflächenrauigkeit, da sie vor diesem Hintergrund als oberflächliche Porenstruktur betrachtet werden kann [27]. Sie schwächt ebenfalls die statischen und dynamischen Bauteileigenschaften [22, 29, 30]. Eigenspannungen entstehen durch prozessinduziertes Erwärmen und Abkühlen des Materials und sind schwer vorhersehbar im gefertigten Bauteil verteilt [5, 31]. Die Materialfestigkeit liegt damit im Zweifel unter der nominell bestimmten. Eigenspannungen bedingen zudem Formabweichungen und führen so indirekt zu abweichendem Strukturverhalten aufgrund dadurch veränderter Lastflüsse. Insbesondere bei optimierten, lastangepassten Bauteilen, können folglich theoretisch erreichte Ziele in der Praxis verfehlt werden [32]. Aufgrund der schichtweisen Fertigung erzeugen AF-Verfahren in der Regel anisotrope Gefügeeigenschaften [33, 34]. Diese bewirken ein schwerer vorhersagbares Strukturverhalten hinsichtlich Festigkeit und Rissausbreitung [35, 36]. Tabelle 2.1 stellt die

²Die Analyse des Luftfahrt-Zulassungsprozesses mit konventionellen Fertigungsverfahren fand im Rahmen des Projekts AMCOCS (Förderung durch das BMWK, Nr. 01MT19002E) auf Basis von Expertenwissen statt.

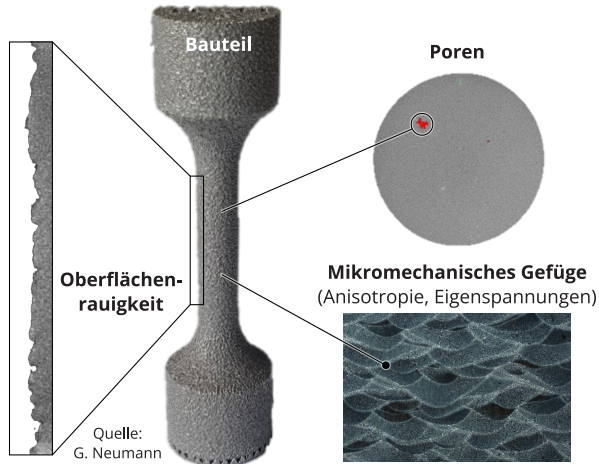


Abbildung 2.4: Überblick über wichtige Imperfektionen bei pulverbettbasierten Schmelzverfahren

genannten Imperfektionen und ihre wichtigsten Auswirkungen auf die Struktureigenschaften gegenüber.

Im Allgemeinen kann qualitativ ermittelt werden, welchen Einfluss Parameter im Entstehungsprozess von additiv gefertigten Bauteilen (s. Abbildung 2.2) auf die Ausbildung von Imperfektionen haben. Für den Fall von PBF-Verfahren zeigt Abbildung 2.5 relevante Parametergruppen, gegliedert nach ihren Quellen.

Größte direkte Auswirkungen auf die Entstehung von Imperfektionen besitzen die Parameter des Fertigungsprozesses – des Schrittes, bei dem der stoffliche Zusammenhalt geschaffen und damit die Grundform des Gefüges bestimmt wird. Am Beispiel von PBF-Verfahren entscheiden neben der Laserleistung die Scangeschwindigkeit, Schichtdicke und der Spurbstand die lokale Wärme- einwirkung im Pulverbett. Daher werden alle vier Parameter in die gemeinsame Volumenenergie zusammengefasst [8, 37]. Diese korreliert mit der Entstehung von Poren und Schmelzfehlern sowie einer besonders rauen Oberfläche [38]. Vor allem die Scangeschwindigkeit beeinflusst das entstehende Eigenspannungsfeld im Materialgefüge [39]. Hohe Pulverschichtdicken wiederum bewirken höhere Formabweichungen aufgrund geringerer Konturauflösung [40]. Wird der Spurbstand ungünstig gewählt, treten vermehrt Poren auf [41].

Nur indirekt beeinflussbar aber mit wesentlichen Auswirkungen auf die Gefügeentstehung sind die auftretenden Temperaturverhältnisse. Bei hohen Abkühlraten im Material wird das lokale Kornwachstum behindert, wodurch ein feingranulares Gefüge mit hohen Festigkeiten und Zähig-

Tabelle 2.1: Übersicht der wichtigsten Imperfektionen bei pulverbettbasierten Schmelzverfahren und ihre Auswirkungen auf die Struktureigenschaften

Imperfektion	Beeinflusste mechanische Eigenschaften
Poren, Einschlüsse	geringere Dichte geringere Steifigkeit geringere Ermüdungsfestigkeit
raue Oberfläche	deutlich geringere Ermüdungsfestigkeit
Eigenspannungen	mechanische Eigenschaften schwer vorhersagbar
Formabweichung	geringere Maßhaltigkeit <i>lastoptimierte Strukturen</i> : geringere Steifigkeit und Festigkeit
Anisotropie	geringere Steifigkeiten bzw. Festigkeiten in die schwächere Richtung

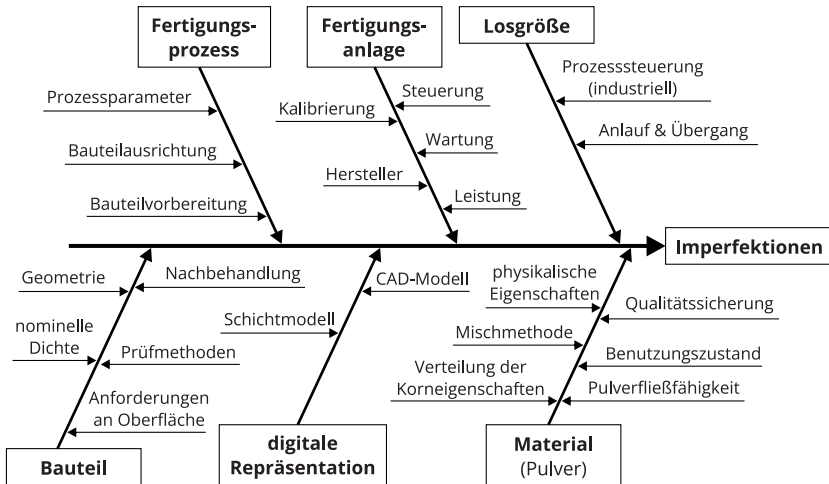


Abbildung 2.5: Einflussparameter für die Entstehung von Imperfektionen bei pulverbettbasierten Schmelzverfahren [23]

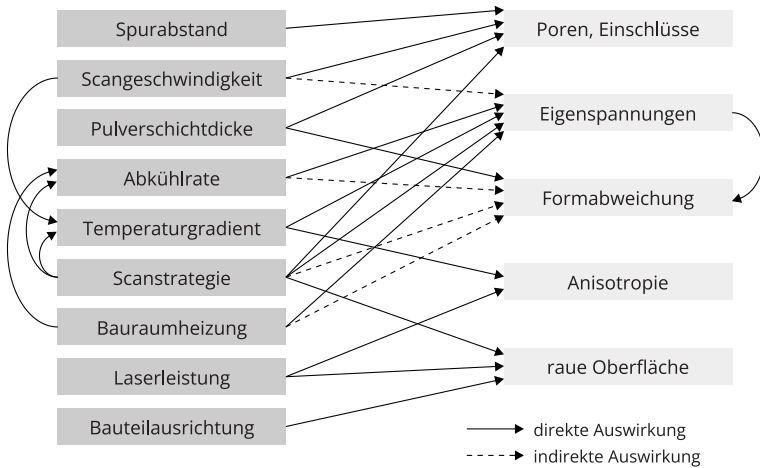


Abbildung 2.6: Wichtige Einflüsse von Prozessparametern bei pulverbettbasierten Schmelzverfahren auf die Entstehung von Imperfektionen

keiten entsteht [42]. Allerdings ist hierbei auch mit deutlicherem Verzug durch Eigenspannungen zu rechnen [43]. Negativen Auswirkungen hoher Abkühlraten kann durch eine Beheizung der Bauplattform oder des gesamten Bauraums begegnet werden [44]. Durch den schichtweisen Materialauftrag bleibt ein beständiger räumlicher Temperaturgradient in Aufbauichtung erhalten, sodass im Gefüge längliche Körner über Schichtgrenzen hinweg wachsen können. Dadurch kommt es zu anisotropem Materialverhalten [45, 46].

Zur Kompensation dieser temperaturbedingten Effekte werden unterschiedliche Scanstrategien und Bauteilausrichtungen im Bauraum vorgeschlagen. Ein lagenweiser Wechsel des Scanpfades erzielt ein regelmäßigeres Gefüge [45, 46] und damit weniger anisotrope Eigenschaften sowie insgesamt eine glattere Oberfläche [47]. Ansätze für bestimmte Füllmuster je Schicht umfassen kreuzförmige Schlängelmuster, Schachbrettmuster und Eigenspannungen reduzierende Scanpfade [45, 48].

Die Zusammenhänge zwischen Prozessparametern und Imperfektionen sind vielschichtig. Zum einen können direkte Effekte nachgewiesen werden, zum anderen bedingen sich Prozessparameter auch gegenseitig, wodurch Auswirkungen verkettet werden. Abbildung 2.6 versucht, diesen Umstand zu verdeutlichen.

In den Prozessschritten Post-Prozess und Nachbehandlung (vgl. Abbildung 2.2) müssen trotz optimaler Fertigungsparameter verbleibende Imperfektionen weiter minimiert werden. Dies geschieht bereits beim Entformen beispielsweise durch Sandstrahlen, um Pulverrückstände zu

entfernen und die Oberfläche leicht zu glätten. Deren Rauigkeit wird durch Überfräsen, Polieren oder Vibrationsgleitschleifen weiter verringert [29, 49, 50]. Besonders für Funktionsflächen mit hohen Anforderungen an Form- und Maßhaltigkeit spielen Fräsen und Polieren als subtraktive Fertigungsverfahren in der Nachbehandlung eine übergeordnete Rolle. Das heißisostatische Pressen prägt unter Wärmeeinwirkung einen hohen Druck auf das additiv gefertigte Bauteil auf, wodurch der Porenvolumengehalt sinkt [51]. Allerdings verändert sich aufgrund hoher Temperaturen das Material, sodass sich die Festigkeit verringert. Methoden der Wärmebehandlung wie z. B. Spannungsarmglühen können hingegen gezielt dazu eingesetzt werden, Imperfektionen wie Eigenspannungen und anisotropes Materialverhalten durch Anpassung des Gefüges weiter zu reduzieren [49, 51].

2.2.2 Prüfverfahren und Qualifikation

Verfahren zur Material- und Bauteilprüfung sind für die Qualitätssicherung unerlässlich. Es wird dabei in zerstörende und zerstörungsfreie Prüfverfahren unterschieden. Bei der klassischen Qualitätsprüfung von Hochleistungsmaterialien ermöglichen vorwiegend zerstörende Verfahren, eine sichere Aussage über die vorliegenden Materialeigenschaften zu treffen [52, 53]. Für die AF können während des gesamten Prozesses Daten über die aktuelle Bauteilqualität mithilfe von zerstörenden und zerstörungsfreien Prüfverfahren aufgenommen werden (vgl. Abbildung 2.2, Qualitätsbewertung und -sicherung). Tabelle 2.2 listet mögliche Gruppen von für die AF relevanten Prüfverfahren auf.

Für die Qualifikation von Werkstoffsystemen zum Einsatz in der Luftfahrt sind Materialeigenschaften mit ausreichender Sicherheit zu bestimmen. Aufgrund von Abweichungen im Material unterliegen Eigenschaftswerte immer einer Streuung, der durch statistische Absicherung begegnet wird. Von Bedeutung für die allgemeine Qualifikation sind Werte der A- und B-Basis, welche eine Untergrenze für 99 % bzw. 90 % aller ermittelten Werte mit 95 %-Konfidenz bilden [53, 54]. Für prozessintensive Materialien werden Werte mit zusätzlichem Bestimmungsaufwand in der C- und D-Basis ermittelt. Diese entsprechen der A- und B-Basis, enthalten jedoch zusätzliche Maßnahmen zur Qualifikation von Fertigungsmaschinen und -prozess [55]. Ursache dafür sind höhere Unsicherheiten der finalen Materialeigenschaften aufgrund der hohen Anzahl an Einflussfaktoren und damit einer schwierigeren Sicherstellung eines reproduzierbaren Prozesses. Diese Kategorisierung in eine C- und D-Basis trifft auf die AF zu. Der gesamte Prüfaufwand bei AF zur Materialqualifikation für den Einsatz in der Luftfahrt steigt somit im Vergleich zu konventionellen Fertigungsverfahren erheblich. Herausforderungen in diesem Zusammenhang umfassen [10]:

- eine ausreichende Qualität des Rohmaterials,
- eine hohe Prozesskomplexität,
- die entscheidende Rolle von Nachbehandlungsschritten,

Tabelle 2.2: Übersicht relevanter Prüfverfahren zur Qualitätsbewertung und -sicherung für die additive Fertigung

Prüfprinzip	Zerstörende Prüfverfahren	Zerstörungsfreie Prüfverfahren
mechanisch	statische Festigkeitsprüfung Schwingfestigkeitsprüfung Kerbschlagbiegeversuch Abriebprüfung Zeitstandversuch	statische Steifigkeitsprüfung Härteprüfung
akustisch		Ultraschalluntersuchung
radiologisch		Computertomographie Rasterelektronenmikroskopie Röntgenrückstreuung
optisch		geometrische Vermessung (3D-Scan) Rauigkeitsmessung Lichtmikroskopie Sichtprüfung
materiell	Feuchtebestimmung Dichtebestimmung	Massebestimmung

- den noch andauernden Pionierstatus der AF und somit eine unvollständige Erfahrungsbasis.

In jedem Fall dienen Hilfestellungen zur Qualifikation von additiv gefertigten Materialien momentan nicht als Garantie für eine Zulassung, zumal noch kein Standardprozedere dafür existiert (Stand: 2024) [55].

2.3 Benchmark- und Nachweisproben zur Prozess- und Bauteilcharakterisierung

Prüfverfahren für additiv gefertigte Bauteile dienen dazu, im Rahmen der Qualitätssicherung gewählte Qualitätszielgrößen zu bestimmen. Dazu gehören bei strukturellen Bauteilen vorrangig mechanische Eigenschaften wie z. B. Festigkeit oder Steifigkeit. Diese können am Zielbauteil entweder relativ spät im AF-Prozess mithilfe zerstörender Verfahren wie z. B. Belastungsversuchen ermittelt werden. Prüfverfahren heißen *direkt*, wenn sich die Qualitätszielgrößen unmittelbar aus den Prüfergebnissen bestimmen lassen. Zerstörungsfreie Prüfverfahren wie z. B. computertomo-

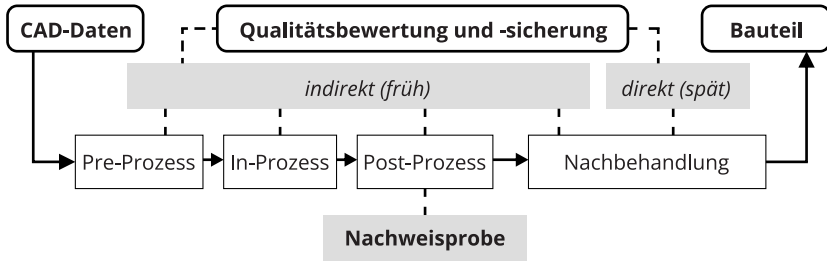


Abbildung 2.7: Einbindung direkter und indirekter Verfahren in den additiven Fertigungsprozess zur Bewertung der Bauteilqualität: Prüfung einer Nachweisprobe erfolgt im Post-Prozess

grafische Untersuchungen oder 3D-Scans haben nicht direkt mechanische Bauteileigenschaften als Qualitätszielgrößen zum Ergebnis. Dennoch kann auf die Qualität mittelbar geschlossen werden, da mechanische Kennwerte stark mit dem Auftreten von Imperfektionen wie z. B. einer rauen Oberfläche oder Poren im Material korrelieren. Diese Prüfverfahren werden folglich *indirekt* genannt. Abbildung 2.7 ordnet die Anwendung direkter und indirekter Verfahren zur Qualitätsbewertung in den allgemeinen AF-Prozess ein. Während direkte Verfahren genauere Aussagen zu Qualitätszielgrößen erlauben, können indirekte Verfahren schon früher im Prozess eingesetzt werden. Im letzten Fall sind Aussagen zur Bauteilqualität schon möglich, bevor weitere Ressourcen zugewiesen werden. So könnte beispielsweise eine Entscheidung über notwendige Nachbehandlungsschritte schon beim Pre- und In-Prozess erfolgen, wodurch die anfallenden Kosten im Post-Prozess und in der Nachbehandlung reduziert werden.

Ein wichtiges Konzept für die indirekte Qualitätsbewertung in AF-Prozessen stellen prozessbegleitende Nachweisproben (*witness specimens*) dar. Sie ermöglichen bereits zu Beginn des Post-Prozesses (vgl. Abbildung 2.7), die erzielte Qualität der gefertigten Struktur einzuschätzen.

In den 2000er Jahren stellten Kruth u.a. [56, 57] erstmals eine Nachweisprobe vor, welche helfen sollte, die Leistung eines pulverbasierten AF-Prozesses mit metallischem Ausgangsmaterial hinsichtlich verschiedener geometrischer Merkmale einzuschätzen (s. Abbildung 2.8). Den Anspruch dieser sogenannten Benchmark-Proben oder Benchmark-Artefakte als Untergruppe der Nachweisproben beschreibt Mahesh [58] mit dem Ziel, die Stärken und Schwächen des jeweiligen Fertigungsverfahrens aufzuzeigen. Probenkörper zur Einschätzung der geometrischen und formbezogenen Leistungsfähigkeit von AF-Systemen werden in der Norm DIN EN ISO 52902 [59], bei Rebaioli & Fassi [57] oder bei Giganto u.a. [60] aufgeführt. Abbildbare Qualitätszielgrößen umfassen z. B. die Genauigkeit von Merkmalspositionen, die Auflösung von Löchern, Stiften und Wandungen, die Oberflächenbeschaffenheit, sowie die Leserlichkeit von Beschriftungen.

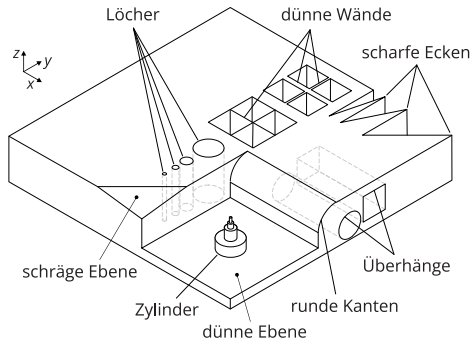


Abbildung 2.8: Beispiel einer Benchmark-Probe für pulverbasierte Schmelzverfahren: Abbildung der geometrischen Prozessleistung nach Kruth u.a. [56]

Zur Einschätzung der mechanischen Eigenschaften des additiv gefertigten Materials werden prozessbegleitend gefertigte Normprüfkörper vorgeschlagen [61]. Taylor u.a. [6] beschreiben eine integrale Benchmark-Probe für metallische PBF-Prozesse, die neben geometrischen Merkmalen und solchen zur Analyse des Materialgefüges, der chemischen Zusammensetzung und der Eigenspannungen auch Miniatur-Prüfkörper zur Bestimmung der mechanischen Materialeigenschaften enthält. Insgesamt ergeben sich durch eine wachsende Anzahl an AF-Technologien und Materialien immer neue Vorschläge für Benchmark-Proben, die spezifisch an die Prozessanforderungen angepasst sind [57].

Gerade bei AF-Prozessen ist allerdings fraglich, inwiefern die Ergebnisse von Benchmark-Proben zur Bewertung der Prozessleistung und damit der strukturmechanischen Qualität auf konkrete Bauteile mit spezifischer Geometrie übertragbar sind. Starke und vielfältige Zusammenhänge zwischen Einflussparametern und resultierender Qualitätszielgrößen sollten dazu anleiten, Nachweisproben besser an die jeweiligen Anforderungen für Materialien und mechanische Eigenschaften anzupassen [21, Kap. 4.4]. In dieser Hinsicht bestehen momentan kaum Ansätze, anhand von Nachweisproben die strukturelle Qualität von konkreten, additiv gefertigten Bauteilen einzuschätzen. Es ergäbe sich die Möglichkeit einer stellvertretenden, d. h. quasi zerstörungsfreien Prüfung von mechanischen Qualitätszielgrößen mit höherer Aussagekraft in Bezug auf das zu fertigende Referenzbauteil [62, 63].

2.4 Simulation von additiv gefertigten Materialien

Das Ziel von Struktursimulationen besteht darin, zum einen den Prozess der Bauteilauslegung zu unterstützen und zum anderen finale Strukturbauteile hinsichtlich ihrer Qualität und Leistungs-

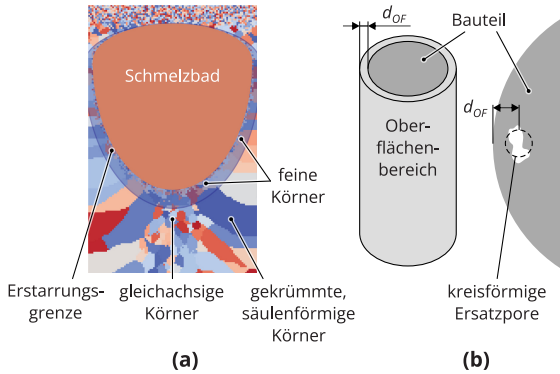


Abbildung 2.9: Simulationsmethoden zur Vorhersage der Eigenschaften und des Verhaltens mittels pulverbettbasierter Schmelzverfahren erzeugter Bauteile: (a) Simulationsmodell zur Gefügeausbildung im Schmelzbadbereich [68], (b) Homogenisierung von Oberflächen (Dicke d_{OF}) bezüglich Poren und Rauigkeit zur Einschätzung der Ermüdungseigenschaften [69]

fähigkeit zu bewerten. In letztem Fall sind realitätsnahe Materialmodelle vonnöten, um bei der Strukturanalyse mittels Simulation eine ausreichende Vorhersagekraft zu liefern. Bei additiv gefertigten Strukturbauteilen besteht die Herausforderung von Simulationsmodellen, alle relevanten durch den AF-Prozess induzierten Imperfektionen in ihrer Konstitution im Material hinreichend genau abzubilden. Neben rechenzeiteffizienten, weniger genauen semi-analytischen Simulationsmethoden nehmen solche mit finiten Elementen (FE) aufgrund ihrer höheren Genauigkeit und größeren Vielseitigkeit einen übergeordneten Platz ein.

In der Literatur vorgeschlagene Simulationsansätze legen den Fokus auf die Abbildung auftretender Imperfektionen und setzen in verschiedenen Phasen der Materialerzeugung im AF-Prozess an. Gerade Eigenspannungen sind schwer zu messen, wodurch Fertigungssimulationen eine essentielle Rolle bei der Vorhersage einnehmen [39, 64–67]. Dabei wird für den PBF-Prozess sowohl die Schmelzbaddynamik als auch der Laserscanpfad modelliert [39], sodass Vorhersagen über resultierende Eigenspannungen und Formabweichungen, z. B. beim Entformen, getroffen werden können. De Baere u.a. [66] ermittelten darauf aufbauend geeignete Parameter für eine anschließende Wärmebehandlung. Dadurch können Ressourcen im Qualitätssicherungsprozess auf Grundlage von Simulationsergebnissen effizienter zugeteilt werden.

Zur präzisen Vorhersage des Strukturverhaltens müssen ebenso Effekte abgebildet werden, die mit einer anisotropen Gefügestruktur von additiv gefertigtem Material einhergehen. Hauptursache von Anisotropie ist gerichtetes Kornwachstum aufgrund des schichtweisen Materialaufbaus (vgl. Abschnitt 2.2.1). Dazu legen mikromechanische Simulationen zur Gefügeausbildung im

Zusammenspiel mit der auftretenden Schmelzbaddynamik beim PBF-Prozess eine wichtige Grundlage, wie beispielhaft in Abbildung 2.9a gezeigt [68, 70–75]. Zinovieva u.a. [75] spannen für die ganzheitliche Simulation des PBF-Prozesses den Bogen von einer thermodynamischen Fertigungssimulation über eine Modellierung der Gefügeausbildung bis hin zur Analyse lokaler mechanischer Eigenschaften wie z. B. des Elastizitätsmoduls oder der Dehngrenze. Dieses Vorgehen in Kombination mit geeigneten Homogenisierungsmethoden [73] erlaubt die Überbrückung von Betrachtungsskalen und folglich präzise, hochauflösende Vorhersagen zu den makroskopischen Struktureigenschaften additiv gefertigten Materials auf Basis mikromechanischer Effekte.

Das Auftreten von Poren kann durch Parameterzusammenhänge qualitativ beschrieben werden (s. Abschnitt 2.2.1). Allerdings liegt die Skala der Porenabmessungen einige Größenordnungen unter der des Bauteils, sodass zur effizienten Vorhersage des Auftretens von Poren und resultierenden Materialverhaltens mittels FE-Simulation Homogenisierungsverfahren notwendig sind. Bei dieser Art von Imperfektion werden besonders die Ermüdungseigenschaften negativ beeinflusst, sodass entsprechende Simulationsmethoden in den Vordergrund treten [27, 69, 76]. Im Zuge der Materialhomogenisierung werden sogenannte repräsentative Volumenelemente in geeigneter Größe definiert und in ein Materialmodell für größere Skalen überführt [77, 78]. Ein ähnliches Vorgehen eignet sich zur Simulation rauer Oberflächen, sofern sie als oberflächliche Porenstrukturen angesehen werden [27, 69]. Abbildung 2.9b zeigt eine mögliche Untergliederung eines FE-Simulationsmodells auf Basis der Homogenisierung von Oberflächeneigenschaften. Alternative Simulationsansätze zielen auf eine direkte, nicht-homogenisierte Abbildung der imperfekten Beschaffenheit additiv gefertigter Bauteile [40, 79]. Um die Homogenisierung zu umgehen, bieten sich Simulationsverfahren mit impliziter Oberflächenrepräsentation an [80, 81]. Sowohl Modellbildung als auch präzise Berechnung dieser Form der Repräsentation gestalten sich für eine leistungsfähige Simulation komplexer als bei der klassischen FE-Methode mit Homogenisierungsansätzen.

Ein eher phänomenologischer Ansatz zur Simulation des Verhaltens additiv gefertigter Bauteile bezieht sich auf die Abbildung makromechanischer, direkt z. B. mittels zerstörender Prüfverfahren messbarer mechanischer Kennwerte. Nach deren Bestimmung im Experiment [33, 34, 82] versuchen geeignete Simulationsmodelle, die auftretenden Effekte im Materialverhalten auf makroskopischer Ebene so genau wie möglich abzubilden [83, 84]. Im Hinblick auf metallische Materialien für die AF müssen sowohl anisotrope elastische als auch plastische Eigenschaften für eine vollständige Materialsimulation abgebildet werden. Mit MAT_213 für die kommerzielle FE-Software LS-Dyna (Ansys, Inc.) tritt ein umfangreiches Materialmodell hervor, das richtungsabhängig elastisch-plastische Eigenschaften aus Experimentalergebnissen direkt als Eingabe verwenden kann [85–87]. Unter den geläufigen FE-Simulationstools stellt es damit eines der detailliertesten Modelle dar, um das makromechanische Verhalten anisotroper Materialien, z. B. aus AF, hinsichtlich elastisch-plastischer Verformung und Schädigung zu simulieren. Ursprünglich

2 Qualitätssicherung bei additiv gefertigten Luftfahrzeugstrukturen

für Faserverbundwerkstoffe entwickelt, kann es aufgrund seiner allgemeingültigen Formulierung direkt auf anisotrope, additiv gefertigte Metallmaterialien übertragen werden.

3 Ansätze zur Erzeugung einer integralen Struktur-Nachweisprobe

3.1 Anforderungen an die Nachweisprobe und allgemeine Problemformulierung

In der vorliegenden Arbeit sollen die Vorteile einer Nachweisprobe für den AF-Prozess (s. Abschnitt 2.3) als Ausgangspunkt gelten, eine neuartige, auf ein Referenzbauteil bezogene und integrale Struktur-Nachweisprobe vorzuschlagen. Diese Art von Nachweisprobe wurde bislang lediglich auf Prozessebene erzeugt [6], d. h. ohne Verknüpfung zu einem konkreten Bauteil. Damit sind zwar Aussagen zur strukturellen Qualität des additiv gefertigten Materials möglich. Ein direkter Bezug zum betreffenden Bauteil erscheint allerdings nur mit größerem Aufwand ermittelbar, zumal die strukturellen Eigenschaften von AF-Materialien stark von Ausrichtung und Belastungsart abhängen (vgl. Abschnitt 2.2.1 sowie Sert u.a. [33, 34]). Folgende Anforderungen können an eine neuartige Struktur-Nachweisprobe gestellt werden, die sich auf ein konkretes Bauteil bezieht:

1. Die Nachweisprobe soll die strukturelle Qualität eines additiv gefertigten Referenzbauteils bestmöglich repräsentieren. Hier kommt als Qualitätszielgröße das Ergebnis einer mechanischen Prüfung zum Tragen. Da die Strukturqualität effektiv durch auftretende Imperfektionen wie z. B. Poren und Anisotropie bestimmt wird, muss die Qualitätszielgröße der Nachweisprobe somit mindestens ähnlich sensitiv auf diese Imperfektionen reagieren wie die des Referenzbauteils. Qualitätszielgrößen stellen gemeinhin z. B. erreichbare Festigkeiten gegenüber Fließen oder Bruch dar.
2. Das Probenvolumen soll möglichst klein sein, um Fertigungszeit und Materialkosten zu minimieren.
3. Die Nachweisprobe soll mit geringstmöglichem Aufwand geprüft werden. Dazu gehört, dass Qualitätszielgrößen in möglichst wenigen Prüfdurchläufen, z. B. nur einem, ermittelt werden. Als Prüflast sollte ferner eine einfache einachsige Zug- oder Druckbelastung gewählt werden.

Die Geometrie einer solchen integralen Struktur-Nachweisprobe ist folglich abhängig von Anforderungen und Form des jeweiligen, zunächst beliebigen Referenzbauteils und damit *a priori* unbekannt. Zum effizienten Finden geeigneter Geometrien bieten sich Optimierungsverfahren an. Dazu werden im weiteren Verlauf dieses Kapitels Implikationen aus den oben genannten Anforderungen an die Nachweisprobe für die Formulierung eines konkreten Optimierungsproblems

abgeleitet. Im Einzelnen folgen die nächsten Abschnitte den Ausführungen von Mauersberger u.a. [62].

3.1.1 Theoretische Beschreibung der Nachweisfähigkeit

Gemäß den Anforderungen hängen die Nachweisprobe, in diesem Kapitel indiziert mit $\mathcal{P}$, und das Referenzbauteil $\mathcal{B}$, für das die Qualität ermittelt werden soll, miteinander zusammen. Sei M eine Qualitätszielgröße, die von Imperfektionen $\mathbf{I}$ abhängt, d. h. $M(\mathbf{I})$. Dann besitzen $\mathcal{P}$ und $\mathcal{B}$ grundsätzlich Imperfektionen in verschiedenartigen Ausprägungen, $\mathbf{I}_{\mathcal{P}}$ und $\mathbf{I}_{\mathcal{B}}$, die beispielsweise durch abweichende Geometrien oder Bauraumpositionen bedingt werden. Eine durch $\mathcal{P}$ beschriebene Qualitätszielgröße $M_{\mathcal{P}}$ muss einer Qualitätszielgröße $M_{\mathcal{B}}$ in $\mathcal{B}$ entsprechen, d. h. sie repräsentieren. Dies geschieht durch die Sensitivität $\partial M / \partial \mathbf{I}$, welche für $\mathcal{P}$ betragsmäßig mindestens so groß wie in $\mathcal{B}$ sein soll:

$$\left| \frac{\partial M_{\mathcal{P}}}{\partial \mathbf{I}_{\mathcal{P}}} \right| \geq \left| \frac{\partial M_{\mathcal{B}}}{\partial \mathbf{I}_{\mathcal{B}}} \right|. \quad (3.1)$$

Um beide Sensitivitäten vergleichbar zu machen, muss der Zusammenhang zwischen den Imperfektionen $\mathbf{I}_{\mathcal{P}}(\mathbf{I}_{\mathcal{B}})$, bekannt sein. Dies gilt insbesondere für geometrisch bedingte Imperfektionen, für welche ein beschreibbarer Zusammenhang mittels ähnlicher geometrischer Merkmale in $\mathcal{P}$ und $\mathcal{B}$ hergestellt werden kann.

Da $\mathbf{I}_{\mathcal{P}}(\mathbf{I}_{\mathcal{B}})$ im Allgemeinen unbekannt ist, sollen die Anforderungen in dieser Arbeit auf eine praktikablere Formulierung vereinfacht werden. Zumeist bestimmt die Tragfähigkeit des Bauteils die strukturellen Qualitätszielgrößen. Insofern soll $M_{\mathcal{B}}$ dem Versagenszustand für $\mathcal{B}$ entsprechen. Werden nun bestimmte, versagenskritische Positionen in $\mathcal{B}$ identifiziert, bestimmt dieser lokale Spannungszustand $\sigma_{V,\mathcal{B}}$ das Materialverhalten und damit das gesamte Strukturversagen, d. h. es gilt etwa

$$\sigma_{V,\mathcal{B}} \approx \frac{\partial M_{\mathcal{B}}}{\partial \mathbf{I}_{\mathcal{B}}}. \quad (3.2)$$

Im ersten Ansatz sollen der Einfachheit halber zudem Imperfektionen betrachtet werden, die sowohl für $\mathcal{P}$ als auch $\mathcal{B}$ gleichermaßen gelten, d. h. $\mathbf{I}_{\mathcal{P}}(\mathbf{I}_{\mathcal{B}}) = \mathbf{I}_{\mathcal{B}}$ und Gleichung (3.2) analog für $\mathcal{P}$. Die Vektor-Ungleichung (3.1) gilt dann für alle Komponenten, wenn zusätzlich eine Proportionalität angenommen wird, d. h.

$$w |\sigma_{V,\mathcal{P}}| = |\sigma_{V,\mathcal{B}}| \quad (3.3)$$

mit $w \leq 1$. Die Repräsentativität der Nachweisprobe $\mathcal{P}$ wird darüber bestimmt, dass ein im Bauteil $\mathcal{B}$ identifizierter, versagenskritischer Spannungszustand $\sigma_{V,\mathcal{B}}$ auch in $\mathcal{P}$ bei der vorgegebenen Prüflast vorhanden ist ($\sigma_{V,\mathcal{P}}$) und zum strukturellen Versagen führt. In einem Optimierungs-

problem lässt sich die Proportionalität in Gleichung (3.3) in schwächerer Form als Abweichung zwischen den beiden Vektoren $\sigma_{V,P}$ und $\sigma_{V,B}$ darstellen:

$$\Delta\sigma = \|w\sigma_{V,P} - \sigma_{V,B}\| \rightarrow 0 \quad (3.4)$$

mit der euklidischen Vektornorm $\|\cdot\|$. Zugleich beschreibt eine wesentliche Nebenbedingung den Versagenszustand insoweit, dass $\sigma_{V,P}$ innerhalb von $\mathcal{P}$ die geringste Versagensreserve $S(\sigma_{V,P})$ besitzt, d. h. zum Versagen der Nachweisprobe führt.

Sowohl die ursprüngliche allgemeine Formulierung als auch die vereinfachte Darstellung werden in Abbildung 3.1 schematisch eingeordnet: Die Materialprobe als einfachste Form der Struktur-Nachweisprobe bildet die erste Nachweisstufe ohne direkten Bezug zu einem bestimmten Bauteil. Danach folgt die vereinfachte, aber schon an die Geometrie und Bauraumausrichtung eines Referenzbauteils angepasste Nachweisstufe mit dem Vergleich der auftretenden versagenskritischen Spannungszuständen (s. Gleichung (3.3)). Die allgemeinste dritte Nachweisstufe berücksichtigt Imperfektionen im Bauteil explizit und deren Einfluss auf eine Qualitätszielgröße (s. Gleichung (3.1)).

Während die Nachweisfähigkeit einer Materialprobe in der ersten Nachweisstufe eher allgemeiner Natur und daher stark begrenzt ist, ermöglicht eine Struktur-Nachweisprobe der dritten Nachweisstufe einen theoretisch genau angepassten, zuverlässigen Nachweis der Bauteilqualität angesichts von Imperfektionen. Jedoch steigt hierbei die nötige Modellkomplexität deutlich, um alle Zusammenhänge ausreichend abzubilden. Der Vergleich versagenskritischer Spannungszustände bildet hier eine Zwischenstufe im Abwägen zwischen guter Nachweisfähigkeit und einfachen Modellen. Darüber hinaus gelingt damit eine bessere Trennung zweier Schritte: zuerst die Identifikation kritischer Spannungszustände, danach die separate Suche nach geeigneten Probentopologien. In dieser Arbeit werden Struktur-Nachweisproben der zweiten Nachweisstufe betrachtet.

3.1.2 Ableitung einer Formulierung für das Optimierungsproblem

Die allgemeine Geometrie der Struktur-Nachweisprobe $\mathcal{P}$ ist in Abbildung 3.2a am Beispiel von zwei Dimensionen (2D) dargestellt. Der materielle Bereich Ω wird an seinem Rand $\partial\Omega$ mit geometrischen Randbedingungen in Form einer Einspannung beaufschlagt. Eine externe globale Last F_{ext} repräsentiert die Prüfkraft bei der entsprechenden Qualitätsbewertung. Ein Teil $\Omega_Z \in \Omega$ des materiellen Bereichs, der sogenannte Zielbereich, lokalisiert den versagenskritischen Spannungszustand des Referenzbauteils $\mathcal{B}$. Da es sich aus Sicht der Nachweisprobe $\mathcal{P}$ um einen

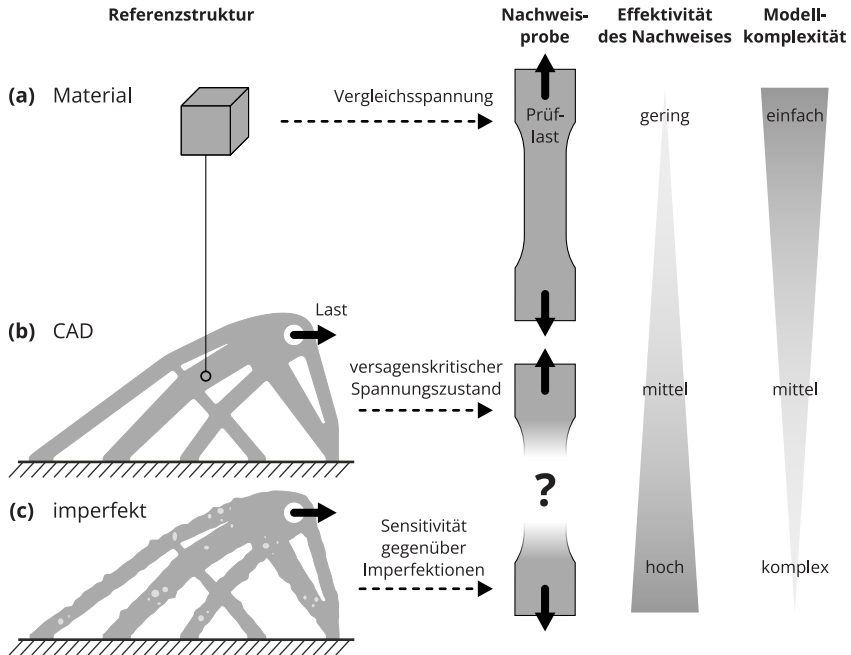


Abbildung 3.1: Nachweisstufen zur Bewertung der Strukturqualität: (a) Die Qualität wird in der 1. Nachweisstufe anhand von allgemeinen strukturellen Materialeigenschaften mittels Standardprüfverfahren abgeleitet. Eine integrale Struktur-Nachweisprobe repräsentiert die Qualität eines Referenzbauteils mittels (b) versagenskritischer Spannungszustände (2. Nachweisstufe) oder (c) Sensitivitäten von Qualitätszielgrößen gegenüber Imperfektionen wie z. B. Poren oder Oberflächenrauigkeit (3. Nachweisstufe). Die Topologie der Probe ist unbekannt [63].

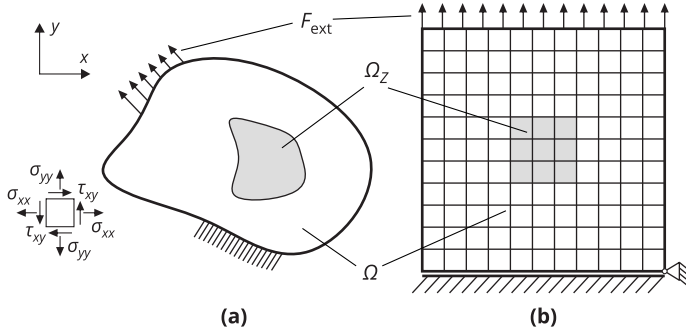


Abbildung 3.2: Darstellung einer Struktur-Nachweisprobe mit versagenskritischen Spannungszuständen in (a) allgemeiner und (b) gitterbasierter Form, Definition der Spannungen in 2D [62]

vorgegebenen Spannungsvektor handelt, wird er Zielspannungsvektor genannt und mit

$$\sigma_0 = \sigma_{V,B} \quad (3.5)$$

bezeichnet. In Ω_Z soll die vorhandene Zielspannung σ_0 wiedergegeben werden. Dadurch ergibt sich die erste Zielfunktion auf Basis von Gleichung (3.3):

$$\Delta\sigma = \max_{\mathbf{x} \in \Omega_Z} \|w\sigma(\mathbf{x}) - \sigma_0\| \rightarrow \min, \quad (3.6)$$

wobei $\mathbf{x} = (x, y)^T$ den Koordinatenvektor bezeichnet. Die Größe w steht für einen Proportionalitätsfaktor aus der ursprünglichen Formulierung. In der Praxis kann w beispielsweise über eine skalierte globale Belastung F_{ext} oder bei 2D-Probengeometrien über die Materialdicke eingestellt werden.

Gemäß der zweiten Anforderung an die Nachweisprobe gilt überdies

$$V = \int_{\Omega} d\mathbf{x} \rightarrow \min. \quad (3.7)$$

Aus der letzten Anforderung ergibt sich keine genaue mathematisch abgeleitete Zielfunktion, sondern ein qualitativer Anspruch. Die externe Last F_{ext} wird demgemäß als globale einachsige Zuglast für den Probenbereich Ω festgelegt. Für eine höhere Nachweiseffizienz sollten mehrere oder mehrachsige Zielbereiche betrachtet werden. Aus Gründen der Einfachheit wird sich zunächst auf einen einzelnen, einachsigen beschränkt.

Infolgedessen kann folgendes Optimierungsproblem formuliert werden:

$$\text{Minimiere } \mathbf{f}(\mathbf{c}) \quad \text{unter der Bedingung} \quad \mathbf{g}(\mathbf{c}) \leq 0. \quad (3.8)$$

Hierbei sind

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V \\ \Delta\sigma \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

die Menge der Zielfunktionen, $\mathbf{g}$ die Nebenbedingungen und $\mathbf{c}$ der Entwurfsvariablenvektor. Momentan wird nur die folgende Nebenbedingung zur Einhaltung der versagenskritischen Spannungszustände formuliert:

$$\mathbf{g} = (g_s) \quad \text{mit} \quad g_s = \max_{\mathbf{x} \in \Omega_Z} S(\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x})) - \min_{\mathbf{x} \in \Omega \setminus \Omega_Z} S(\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x})). \quad (3.10)$$

Die Größe S stellt hier einen Reservefaktor gegenüber einem Versagenskriterium dar. Werte $S > 1$ bedeuten, dass das Material noch nicht versagt. Größere Werte stehen für höhere Versagensreserven.

3.1.3 Vorgehen zur Erzeugung einer Struktur-Nachweisprobe

Mit der separaten Vorgabe eines Zielspannungszustandes $\boldsymbol{\sigma}_0$ umfasst die Erzeugung einer Struktur-Nachweisprobe auf Grundlage von TO zwei wesentliche, voneinander getrennte Schritte:

1. Zunächst werden vom additiv gefertigten Referenzbauteil versagenskritische Positionen bezüglich der relevanten Qualitätszielgrößen identifiziert, z. B. dem Versagen gegenüber Fließen oder Bruch. Dabei wird der dort auftretende Spannungszustand $\boldsymbol{\sigma}_0$ etwa durch experimentelle Messungen oder numerische Simulationen ermittelt.
2. Der versagenskritische Spannungszustand dient als Vorgabe für die TO der Struktur-Nachweisprobe. Die zugehörige Definition des Optimierungsproblems einschließlich Strukturparametrisierung und Wahl geeigneter Optimierungsmethoden geschieht weitgehend unabhängig vom ersten Schritt. Aus der Optimierungslösung muss anschließend eine Geometrie für die Nachweisprobe abgeleitet werden. Für die Einhaltung aller geltenden Nebenbedingungen bieten sich hier Methoden der Formoptimierung an [88, Kap. 1.4].

In dieser Arbeit liegt der Fokus auf den zweiten Schritt, da effektive TO-Methoden und die Ableitung einer Probengeometrie essentiell für die Untersuchung einer Struktur-Nachweisprobe mit den gegebenen Anforderungen sind. In Abbildung 3.3 ist das beschriebene Vorgehen zur Probenerzeugung schematisch dargestellt.

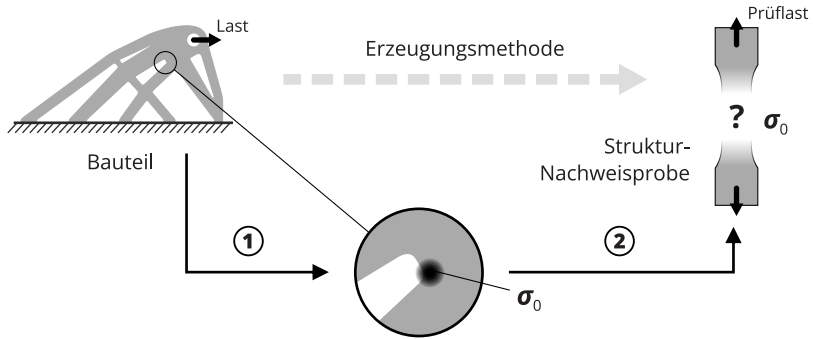


Abbildung 3.3: Zweischrittiges Vorgehen zur Erzeugung einer Struktur-Nachweisprobe: Schritt (1) Identifikation versagenskritischer Spannungszustände σ_0 im Referenzbauteil, Schritt (2) Vorgabe dieser versagenskritischen Zielspannungszustände σ_0 für die Optimierung einer Nachweisprobe mit unbekannter Topologie

3.2 Klassische Ansätze zur Topologieoptimierung

Um eine unbekannte Strukturgeometrie hinsichtlich bestimmter Anforderungen und Nebenbedingungen zu finden, bietet das Feld der TO effiziente und automatische Methoden. Dabei existieren in Abgrenzung zur Formoptimierung oder zum einfachen automatischen Dimensionieren zu Beginn keinerlei topologische Vorgaben an die Geometrie (vgl. Abbildung 3.4). Lediglich der grundsätzlich einheitliche Entwurfsraum zur Generierung möglicher Topologien wird auf geeignete Weise mit einer Menge an Entwurfsvariablen $\mathbf{c} = (\mathbf{c}_k)$ mit $k = 1, \dots, n_c$ und n_c der Variablenanzahl parametrisiert.

Ein geeigneter Optimierungsalgorithmus versucht im Bereich $\mathbf{c}_{\text{unten}} \leq \mathbf{c} \leq \mathbf{c}_{\text{oben}}$ passende Werte für die Entwurfsvariablen zu finden, sodass $\mathbf{f}$ minimal wird und alle Nebenbedingungen $\mathbf{g}$ erfüllt sind. Dazu geht er generell schrittweise voran. Martins & Ning [89, Kap. 1.4] unterteilen Optimierungsalgorithmen u.a. hinsichtlich des Algorithmentyps, der Zufälligkeit des Voranschreitens sowie der Ordnung und Reichweite der Suche. Während mathematische Algorithmen strikten, beweisbaren Vorschriften folgen und eine gefundene Optimalität genau bestimmen können, verwenden heuristische Algorithmen Erfahrungswerte und Plausibilitäten zum einen für die Methodik, zum anderen für das Erreichen der Lösung. Damit entbehren diese Verfahren einer mathematischen Herleitung und können ihre Effektivität nur durch Probieren unter Beweis stellen. Neben deterministischen Optimierungsverfahren, die für gleiche Eingaben gleiche Ergebnisse liefern, verwenden stochastische Verfahren Zufallsprinzipien sowohl bei der Erstellung von Anfangswerten als auch im Optimierungsprozess. Zuverlässige Aussagen lassen sich hier dann treffen, wenn dasselbe Optimierungsproblem mehrmals auf analoge Weise ausgeführt

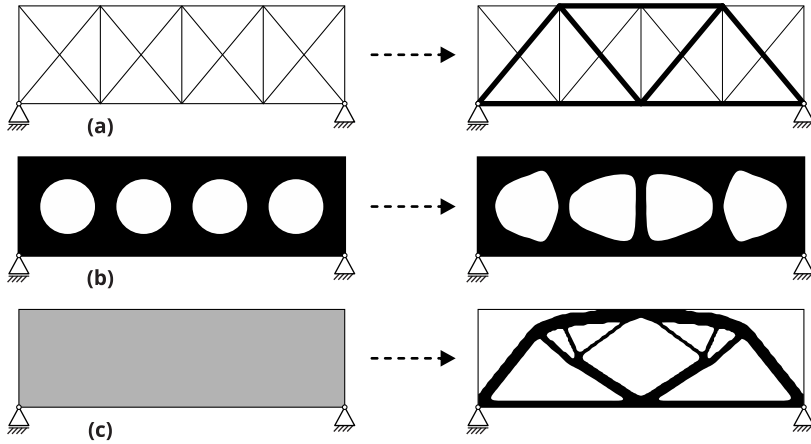


Abbildung 3.4: Abgrenzung verschiedener Arten von Methoden zur Geometrieoptimierung [88, Kap. 1.1]: (a) automatische Dimensionierung zur geringfügigen Anpassung der Maße, (b) Formoptimierung zur Anpassung der Ränder einer festen Topologie, (c) Topologieoptimierung mit zuvor unbekannter Geometrie

wurde und damit eine statistische Datenbasis vorhanden ist. Zahlreiche Verfahren verwenden zur effizienteren Lösungsfindung die Ableitung, d. h. den Gradienten der Zielfunktion. Damit unterscheiden sie sich von gradientenfreien Methoden, welche nur die Zielfunktionswerte (ZFW) als solche für die Optimierung verwenden. Ferner suchen globale Optimierungsverfahren mit mehreren Startpunkten den gesamten Entwurfsraum ab, um den global-optimalen Punkt zu finden. Dagegen berücksichtigen lokale Optimierungsverfahren nur einzelne Startwerte im Entwurfsraum und ermangeln einer Abschätzung, ob der gefundene Punkt ein globales oder nur ein lokales Optimum darstellt. Alle vorgestellten Verfahrensgruppen stellen nichtlineare Optimierungsmethoden dar, die allgemeine, nicht analytisch berechenbare Probleme behandeln können [90].

Für die TO nehmen mathematische, deterministische, gradientenbasierte Optimierungsverfahren eine übergeordnete Rolle ein. Die Gründe hierfür liegen vor allem in Optimierungsproblemen mit typischerweise gitterbasierten Entwurfsräumen und folglich einer großen Anzahl an Entwurfsvariablen. Im Vergleich zu gradientenfreien Verfahren sind für diesen Fall deutlich weniger Zielfunktionsauswertungen notwendig, sodass sich die Lösungssuche wesentlich effizienter gestaltet [89, Kap. 1.4]. Nachteile sind, dass für gewöhnlich die Verwendung nur einer Zielfunktion $f(\mathbf{c})$ möglich ist und nur bestimmte, zumeist konvexe Optimierungsprobleme mit gradientenbasierten Verfahren hinreichend lösbar sind.

3.2.1 SIMP-Verfahren und Sensitivitätsanalyse

Mittlerweile existieren zahlreiche verschiedene Ansätze zur TO einer Struktur. Als ursprüngliches TO-Problem in den späten 1980er und frühen 1990er Jahren diente die Minimierung der Strukturnachgiebigkeit (*minimum compliance*, MN) zur Erzeugung effizienter, lastangepasster Strukturen. Besonders durch den Vorschlag einer kontinuierlichen Materialformulierung konnten Gradientenverfahren (GV) etabliert und die zugehörige Forschung vorangebracht werden [91]. Dadurch entstand die bekannteste Formulierung von TO-Problemen namens *Solid Isotropic Material with Penalization* (SIMP) [88, 91]. Hier wird der Entwurfsraum als gleichförmiges FE-Gitter dargestellt. Die normierte Dichte $\rho_i \in (0,1]$ jedes Elements steht für eine Entwurfsvariable, d. h. $\mathbf{c} = \boldsymbol{\rho} = (\rho_i)$, und beeinflusst lediglich Elementsteifigkeit $\mathbf{K}_i$ und -volumen V_i mit $i = 1, \dots, n_e$ und n_e als Elementanzahl. Dynamische Eigenschaften werden dabei nicht betrachtet. Im Gegensatz zu einer diskreten Materialverteilung, d. h. $\rho_i \in \{0, 1\}$, lässt sich das Optimierungsproblem mit kontinuierlicher Dichte schneller und sicher lösen, z. B. durch die direkte Anwendung von Gradientenverfahren oder die Umgehung singulärer Bereiche in der Zielfunktion [91, 92]. Eine gitterbasierte Darstellung der Struktur-Nachweisprobe wird in Abbildung 3.2b gezeigt. Zur Gewährleistung von optimierten Strukturdesigns mit einer klaren Materialverteilung und Elementdichten nahe 0 oder 1 – einem 0-1-Design – enthält der SIMP-Ansatz als essentiellen Bestandteil eine Übertragungsfunktion η_K zwischen ρ_i und $\mathbf{K}_i$ mit Bestrafung (*penalization*):

$$\mathbf{K}_i(\rho_i) = \eta_K(\rho_i) \mathbf{K}_{0,i} \quad \text{mit} \quad \eta_K(\rho_i) = \rho_i^p, \quad (3.11)$$

wobei $\mathbf{K}_0$ die Elementsteifigkeit bei Vollmaterial bezeichnet. Der Exponent p sollte $p \geq 3$ sein, um Zwischendichten ausreichend unterdrücken zu können. Der SIMP-Ansatz steht eng im Zusammenhang mit deterministischen, gradientenbasierten Optimierungsverfahren zur Lösung des TO-Problems. Dabei kommen klassischerweise einfache abgewandelte Newton-Verfahren mit heuristischem Aktualisierungsschema wie das *Optimality Criteria*-Verfahren [93], konservative konvexe Näherungsverfahren wie die *Method of Moving Asymptotes* (MMA) [94] oder effizient formulierte Methoden der sequentiellen quadratischen Programmierung (SQP) zum Einsatz [95].

Die Verwendung von Gradienten für die TO erzielt nur dann einen Vorteil im Vergleich zu gradientenfreien Optimierungsverfahren, wenn die Gradienten analytisch berechnet werden können. Daher ist ein wichtiger Teil der Formulierung des TO-Problems die Erzeugung der Gradienten $\partial f / \partial \boldsymbol{\rho}$ und $\partial g_m / \partial \boldsymbol{\rho}$ mit $m = 1, \dots, n_g$ und n_g als die Anzahl an Nebenbedingungen in Form einer Sensitivitätsanalyse. Wird die Struktur mithilfe einer linear-statischen FE-Methode ausgewertet, dann gilt für die Elementknoten der Zusammenhang

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{l} \quad (3.12)$$

mit $\mathbf{K}$, $\mathbf{u}$ und $\mathbf{l}$ als Gesamtsteifigkeitsmatrix, Knotenverschiebungen beziehungsweise Knotenkräfte. Die symmetrische Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K}$ setzt sich zusammen aus den Anteilen der Elementsteifigkeiten, am Beispiel des SIMP-Ansatzes mittels Gleichung (3.11) zu

$$\mathbf{K} = \sum_{i=1}^{n_e} \mathbf{K}_i(\rho_i) = \sum_{i=1}^{n_e} \rho_i^p \mathbf{K}_{0,i} . \quad (3.13)$$

Folglich ergibt sich als Zielfunktion die Strukturnachgiebigkeit zu

$$f_{\text{MN}}(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{l}^\top \mathbf{u} = \mathbf{u}^\top \mathbf{K} \mathbf{u} \rightarrow \min . \quad (3.14)$$

Die Berechnung Zielfunktion setzt somit voraus, dass der Verschiebungsvektor $\mathbf{u}$ aus einer vorangegangenen FE-Analyse gemäß Gleichung (3.12) bekannt ist. Weiterhin wird typischerweise das Strukturvolumen

$$V = \sum_{i=1}^{n_e} V_{e,i} \rho_i \quad (3.15)$$

mit dem Elementvolumen $V_{e,i}$ des Vollelements nach oben hin durch V_{lim} begrenzt, wodurch die Nebenbedingung

$$g_v(\boldsymbol{\rho}) = V(\boldsymbol{\rho}) - V_{\text{lim}} \leq 0 \quad (3.16)$$

formuliert werden kann. Zumeist nehmen Volumina hier normierte Größen an, beispielsweise in der Form

$$\tilde{V} = \frac{V}{\int_{\Omega} d\mathbf{x}} = \frac{V}{\sum_i V_{e,i}} . \quad (3.17)$$

Um die Ergebnisse von der Elementauflösung zu entkoppeln und somit z. B. Schachbrettmuster zu vermeiden [88, Kap. 1.3.2], wurden Filter für die Gradienten in der Art einer mathematischen Regularisierung vorgeschlagen [96, 97]. Dafür werden die Gradienten der Zielfunktionen oder Nebenbedingungen in der Form θ mit einer Faltung durch einen Abstandskern $H_i = \max(r_c - \text{dist}(\mathbf{k}, \mathbf{i}), 0)$ verrechnet. Hier bezeichnet r_c einen maximalen Unschärferadius und $\text{dist}(\mathbf{k}, \mathbf{i})$ den Mittelpunktabstand der Elemente mit Index $\mathbf{k}$ und $\mathbf{i}$. Für die regularisierten Gradienten folgt [96, 97]

$$\frac{\widetilde{\partial \theta}}{\partial \rho_k} = \frac{\sum_i \rho_i H_i \frac{\partial \theta}{\partial \rho_i}}{\rho_k \sum_i H_i} . \quad (3.18)$$

In Abbildung 3.5 werden Lösungen des MN-Problems für ein einfaches Referenz-Beispiel anhand unterschiedlicher Gitterauflösungen und Filterradien r_c gezeigt. Die Gitterabhängigkeit der Lösungen lässt sich durch einen geeigneten Wert für r_c weitestgehend kompensieren.

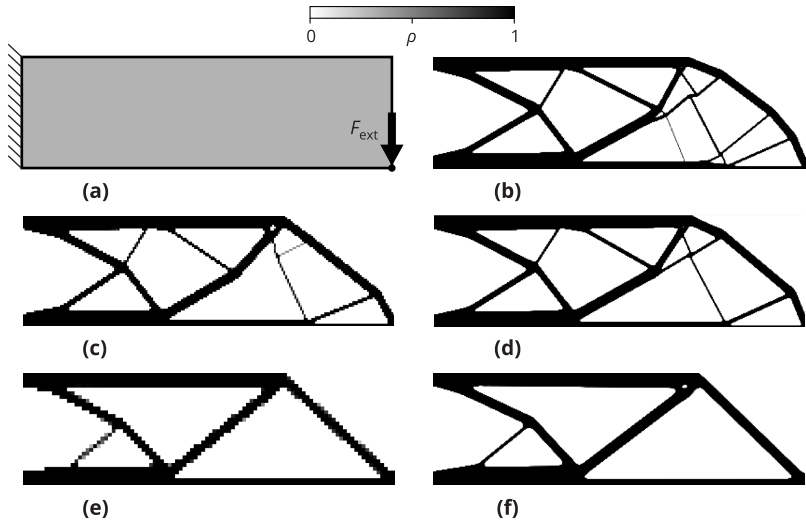


Abbildung 3.5: Vergleich der Topologielösungen für ein einfaches Nachgiebigkeitsproblem mit unterschiedlichen Gitterauflösungen und Filterradien r_c ($V_{lim} = 0,3$; $p = 3$; MMA-Algorithmus nach Svanberg [94]): (a) Definition des Problems und Anfangswerte; (b) Auflösung 400×120 , $r_c = 2,5$; (c) Auflösung 200×60 , $r_c = 2,5$; (d) Auflösung 400×120 , $r_c = 3,5$; (e) Auflösung 100×30 , $r_c = 2,5$; (f) Auflösung 400×120 , $r_c = 7,5$

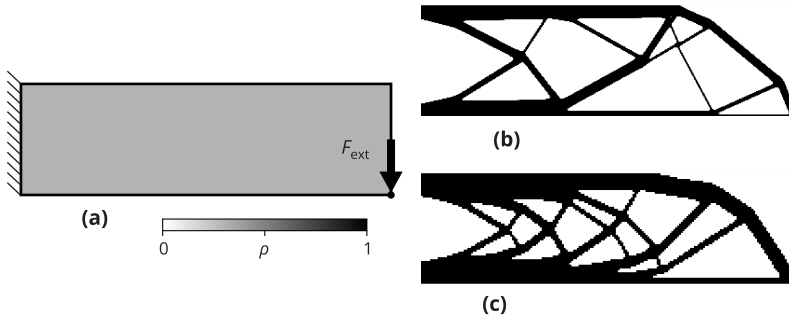


Abbildung 3.6: Topologielösungen für ein einfaches Nachgiebigkeitsproblem, definiert in (a), mittels (b) SIMP-Ansatz bei einer Auflösung von 400×120 Elementen, (c) BESO (erzeugt mit dem Matlab-Code `BES02D` von Huang & Xie [104]) bei einer Auflösung von 200×60 Elementen

3.2.2 Weitere Verfahren zur Topologieoptimierung

Neben dem SIMP-Ansatz zusammen mit mathematischen, deterministischen, gradientenbasierten Optimierungsverfahren existieren noch weitere Ansätze zur TO. Mit derselben Form der gitterförmigen Strukturparametrisierung bauen Verfahren der *Evolutionary Structural Optimization* (ESO) auf heuristische Regeln zum Abschalten einzelner Elemente ausgehend von einem vollgefüllten Entwurfsraum [98]. Im Vergleich mit SIMP werden für einfache MN-Probleme gleichwertige Ergebnisse erzielt (s. Abbildung 3.6, Teile b und c). Eine bidirektionale Form (BESO) gestattet zusätzlich das Wiederanschalten von Elementen [99]. Damit besitzt ein B/ESO-Design ausschließlich diskrete Dichten $\rho_i \in \{0, 1\}$. Die entsprechende Entscheidungsgrundlage für das Element-Umschalten folgt heuristischen Regeln und verwendet sogenannte Elementindizes, die wiederum von den Gradienten aus Gleichung (5.1) abhängen. Im Gegensatz zum SIMP-Ansatz laufen B/ESO-Algorithmen in ihrer Ursprungsform in singuläre Zustände – Sackgassen im Optimierungsprozess. Es besteht Kritik am dem heuristischen Verfahren innewohnenden unzureichenden Optimalitätsbegriff und demnach mangelnder Effizienz [100]. Einige Schwächen konnten durch neuere Verbesserungen z. B. von Huang & Xie [101] behoben werden, sodass BESO-Verfahren Gegenstand aktueller Forschung geblieben sind [102]. Trotz der Bezeichnung „evolutionär“ können B/ESO-Verfahren nicht zur Klasse der evolutionären Algorithmen (EA) gezählt werden, da evolutionäre Konzepte wie Population, Selektion und Mutation nicht enthalten sind [62, 103].

EA verwenden Populationen von sogenannten Individuen, d. h. Mengen von Entwurfsvariablen $\{\mathbf{c}_j\}_n$, die in jedem Optimierungsschritt durch evolutionäre Vorgänge wie z. B. Paarung (Rekombination) und Mutation verändert werden [105, Kap. 2]. Eine verbesserte Population $\{\mathbf{c}_j\}_{n+1}$

berücksichtigt dann durch Selektion nur die besten der erzeugten Individuen, sodass sich die Werte der zugehörigen Menge an Zielfunktionen $\{f_j\}$ stetig verbessern. Dieser Verbesserungsprozess umfasst Zufallsprinzipien und ist daher stochastisch. Ferner werden normalerweise keine Gradienten der Zielfunktionen berücksichtigt, sondern diese direkt ausgewertet. EA besitzen das Potential, im Gegensatz zu mathematischen, deterministischen GV das globale Optimum eines Problems zu finden. Allerdings kann dieses Optimum aufgrund der heuristischen Natur von EA nicht nachgewiesen werden [89, Kap. 1.4]. Im Zusammenhang mit TO erzielen EA verwertbare Ergebnisse auch bei komplexen Ingenieursproblemen, wo eine analytische Sensitivitätsanalyse nicht möglich ist [106, 107] und mehrere Ziele zugleich verfolgt werden [103, 108, 109]. Gerade eine Optimierung mit mehreren Zielen ergibt eine finale Menge von gleichwertig-optimalen, d. h. Pareto-optimalen Lösungen [90], welche eine ganze Bandbreite an möglichen Designs aufzeigen und eine Abwägung ermöglichen. Damit können sie für eine sichere Herangehensweise bei TO im Allgemeinen angewandt werden.

Eine alternative Formulierung der Strukturparametrisierung bei TO bieten Level-Set-Verfahren [110]. Dabei wird der Strukturbereich Ω über eine implizite Ersatzfunktion (*signed distance function*, SDF) $\Phi(\mathbf{c}, \mathbf{x})$ abgebildet. Die Ränder $\partial\Omega$ der Struktur werden durch $\Phi(\mathbf{c}) = 0$ bestimmt. Material liegt dann vor, wenn die SDF positiv wird, d. h. $\Phi(\mathbf{c}, \mathbf{x}) > 0 \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega$. Vorteilhaft erscheint bei Level-Set-Verfahren im Vergleich zu einer gitterbasierten Strukturparametrisierung wie beim SIMP-Ansatz, dass eine glatte Kontur und damit eine eindeutige Strukturbegrenzung bereits mit einer geringen Entwurfsvariablenanzahl erzeugt wird [111]. Demgegenüber steht ein deutlich komplexerer Zusammenhang zwischen den Entwurfsvariablen $\mathbf{c}$ und der erzeugten Struktur. Dadurch werden Sensitivitätsanalyse und Lösungsfindung bei der Optimierung erschwert [110].

Sigmund & Maute [112] fassen weitere Ansätze für TO zusammen, unter anderem in der Vorstellung von veränderlichen Teilstrukturen (*Moving Morphable Components* [113]), als Flussproblem oder eines rückwärtsgerichteten zeitlichen Prozesses. Darüber hinaus wurden hybride Zellautomaten [114, 115] oder Variationsformulierungen erfolgreich für TO angewandt [116].

Abhängig von der Art der Strukturparametrisierung gestaltet sich der Spielraum einer nachgelagerten Interpretation der Struktur. In jedem Fall stellen die unmittelbaren Ergebnisse der TO lediglich einen Vorschlag dar, der im Anschluss in eine reale Geometrie übertragen werden muss. Dabei kann es z. B. aufgrund undeutlicher Strukturbegrenzungen in der TO-Lösung zu Unsicherheiten in der finalen Geometrie kommen, welche das Strukturverhalten im Vergleich zur ursprünglichen Lösung womöglich verschlechtern. Insofern spielt eine nachträgliche Formoptimierung mit denselben Zielfunktionen eine tragende Rolle für die Erzeugung real nutzbarer Strukturen mittels TO [88, Kap. 1.4].

3.3 Bausteine für die Topologieoptimierung mit vorgegebenen Zielspannungszuständen

Im nächsten Schritt soll sich dem im Abschnitt 3.1 gestellten Optimierungsproblem für eine integrale Struktur-Nachweisprobe mithilfe existierender weiterführender TO-Ansätze genähert werden. Ein vergleichbares TO-Problem wurde vor Madersberger u.a. [62] in der Literatur noch nicht gestellt, sodass zielführende Ansätze, vor allem im Bereich gradientenbasierter Optimierungsverfahren noch ausstehen. Dazu sollen im Folgenden Bausteine analysiert werden, die zur Lösung des formulierten TO-Problems für die Nachweisprobe eine Rolle spielen.

3.3.1 Topologieoptimierung unter Berücksichtigung von Spannungen

Zur Optimierung der Struktur-Nachweisprobe ist die Berechnung der auftretenden Spannungen von Bedeutung. Dies spiegelt sich nicht nur in der Zielfunktion in Gleichung (3.9) wider, sondern ist auch Teil der Berechnung der Reservefaktoren S in der Nebenbedingung zu versagenskritischen Spannungen in Gleichung (3.10). Somit sollen Ansätze zur TO unter Berücksichtigung von Spannungen näher beleuchtet werden.

Beim klassischen MN-Problem werden noch keine materiellen Grenzen berücksichtigt, sondern nur die globale Strukturnachgiebigkeit. Daher wurde darüber hinaus ein TO-Problem beschrieben, das die Materialfestigkeit berücksichtigt [117] und demnach die maximalen Spannungen minimal werden lässt (*minimum stress*, MS). Abbildung 3.7a illustriert eine spannungsoptimale Topologielösung für ein einfaches Referenzproblem.

Da Spannungen im Gegensatz zur Strukturnachgiebigkeit lokale Größen sind, führten Yang & Chen [117] eine glatte Maximum-Funktion für die Von-Mises-Vergleichsspannung σ_v über alle Elemente ein, um das TO-Problem auf globaler Strukturebene behandeln zu können, etwa in Form einer p-Norm. Die Vergleichsspannung besitzt im Dreidimensionalen (3D) die Form

$$\sigma_v(\boldsymbol{\sigma}) = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_{yy} - \sigma_{xx})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2) + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)} \quad (3.19)$$

mit dem Spannungsvektor $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz})^T$ und bezeichnet den Beginn des Materialfließens. Darüber hinaus gilt diese Form nur unter der Annahme eines isotropen Materials. Als Zielfunktion dient die maximale Vergleichsspannung über alle Elemente:

$$f_{MS}(\boldsymbol{\rho}) = \max_{i \in \Omega} \sigma_{v,i}(\boldsymbol{\rho}) \approx \left(\sum_{i=1}^{n_e} \sigma_{v,i}(\boldsymbol{\rho})^s \right)^{\frac{1}{s}} \rightarrow \min . \quad (3.20)$$

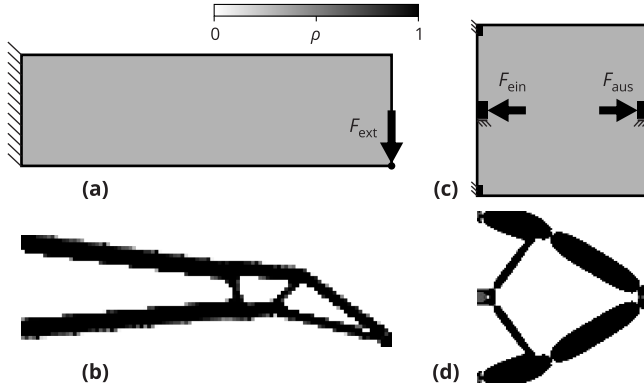


Abbildung 3.7: Spannungsoptimale Topologieoptimierung für ein einfaches Referenzproblem: (a) Problemdefinition, (b) Optimierungsergebnis; Topologieoptimierung für einen Kraftinverter erzeugt durch die Optimierung nachgiebiger Mechanismen: (c) Problemdefinition, (d) Optimierungsergebnis

Hier stellt s den Grad der p -Norm dar, d. h. den Parameter „ p “. Weiterhin bringt das MS-Problem die Herausforderung mit sich, dass zwischen den Elementdichten ρ_i und den zugehörigen Spannungen hochgradig nichtlineare Zusammenhänge auftreten können, die mit GV nur bedingt lösbar sind. Duysinx & Bendsøe [92] identifizierten ein Singularitätsproblem bei Elementdichten, die gegen Null verlaufen. Daher schlugen sie eine Methode vor (*continuation method*), bei der eine minimale Dichte ρ_{lim} schrittweise verringert wird. Dadurch kann die Optimierung singuläre Bereiche im Zielfunktionsraum umgehen und sich zulässigen Topologien annähern. Die Autoren führten ähnlich wie beim SIMP-Ansatz eine Übertragungsfunktion η_σ ein, um Spannungen in Elementen mit höheren Dichten zu begünstigen. Dieser Ansatz wurde als Spannungsrelaxation bezeichnet. Le u.a. [118] geben eine umfassende Übersicht über Formulierungen von TO-Problemen unter Berücksichtigung von Spannungen. Unter anderem wurde dort die Spannungs-Übertragungsfunktion verallgemeinert und die Form

$$\eta_\sigma(\rho_i) = \rho_i^q \quad (3.21)$$

mit $q < 1$ als Relaxationsexponent vorgeschlagen. Alle Spannungen zur Auswertung der Zielfunktion nehmen die Form

$$\hat{\sigma}_i = \eta_\sigma(\rho_i) \sigma_i = \rho_i^q \sigma_i \quad (3.22)$$

an und führen zu $\sigma_{v,i} = \sigma_{v,i}(\hat{\sigma}_i)$. Ein Exponent $q = 0,5$ wurde von Holmberg u.a. [119] erfolgreich zur Optimierung eingesetzt. Weitere Anpassungen des MS-Problems umfassen regionalisierte Spannungsrechnungen zur Verbesserung der Konvergenz [118, 119] sowie einer

Neunormierung der optimierten Spannungen, da die sich ergebenden Werte aus Gleichung (3.20) die realen Maxima stets überschätzen [118, 120]. Neben einer auf dem SIMP-Ansatz basierenden TO konnte das MS-Problem bereits auf Strukturen mit impliziter Level-Set-Darstellung übertragen werden [121, 122].

3.3.2 Topologieoptimierung nachgiebiger Strukturen

Zum Erreichen bestimmter vorgegebener Zielspannungszustände sind funktionale Topologien notwendig. Dadurch rückt die TO nachgiebiger Mechanismen (NM) in den Fokus, d. h. die Erzeugung von Strukturen weniger zum Standhalten einer Last (MN- und MS-Problem), sondern vielmehr zur Erfüllung einer bestimmten Funktion (vgl. Abbildung 3.7b).

Die grundsätzliche Idee eines NM-Optimierungsproblems besteht darin, die Wirkung einer Eingabe auf eine bestimmte Ausgabe zu maximieren. Ein- und Ausgaben können dabei Kräfte oder Verschiebungen sein [123]. Die Grundidee der Erzeugung von NM mittels TO ist eine optimale Formänderungsarbeit hinsichtlich der zuvor beschriebenen Ziele. Bei Howell [124] wird die Beziehung zwischen Ein- und Ausgaben über die sogenannte wechselseitige Formänderungsarbeit (*mutual strain energy*) mittels

$$W_w = \mathbf{l}_{\text{aus}}^T \mathbf{u}_{\text{ein}} = \mathbf{u}_{\text{aus}}^T \mathbf{K} \mathbf{u}_{\text{ein}} \quad (3.23)$$

formuliert. Die Indizes $()_{\text{ein}}$ und $()_{\text{aus}}$ bezeichnen zu den Ein- respektive Ausgaben gehörige Größen. Daraus ergibt sich eine Zielfunktion für NM, welche die wechselseitige Formänderungsarbeit W_w maximiert, während die Formänderungsarbeit allein durch die Ausgabe, W_{aus} , minimiert, d. h. die Funktion der Struktur so effizient wie möglich gestaltet wird [124, 125]:

$$f_{\text{NM}}(\boldsymbol{\rho}) = -\frac{W_w(\boldsymbol{\rho})}{W_{\text{aus}}(\boldsymbol{\rho})} = -\frac{\mathbf{u}_{\text{aus}}^T \mathbf{K} \mathbf{u}_{\text{ein}}}{\mathbf{u}_{\text{aus}}^T \mathbf{K} \mathbf{u}_{\text{aus}}} \quad (3.24)$$

Analog zum MN-Problem setzt die Berechnung der Zielfunktion voraus, dass die Verschiebungsvektoren $\mathbf{u}_{\text{ein}}$ und $\mathbf{u}_{\text{aus}}$ bereits aus zwei vorangegangenen FE-Analysen nach Gleichung (3.12) bekannt sind. Dabei wird jeweils nur die Last $\mathbf{l}_{\text{ein}}$ bzw. $\mathbf{l}_{\text{aus}}$ auf die Struktur aufgeprägt.

Da bei NM die notwendige Struktursteifigkeit mit einer funktionellen Nachgiebigkeit konkurriert, ergibt sich eine zusätzliche Nebenbedingung, welche die Eingabeverchiebung $\mathbf{u}_{\text{ein}}$ in der Form δ_{ein} gemäß Sigmund [125] begrenzt [63]:

$$g\delta(\boldsymbol{\rho}) = \delta_{\text{ein}} - \delta_{\text{lim}} = \frac{1}{F_{\text{ein}}} \left(W_{\text{ein}} - \frac{W_w^2}{W_{\text{aus}}} \right) \leq 0 \quad (3.25)$$

Die Größe W_{ein} bezeichnet analog zu W_{aus} die Formänderungsarbeit bezüglich der Eingabe, δ_{lim} eine Grenzverschiebung und F_{ein} die Größe der Eingabekraft, definiert durch den Vektor $\mathbf{l}_{\text{ein}}$ der Eingabeknotenkräfte.

Herausforderungen bei der Interpretation erzeugter TO-Lösungen für ein NM-Problem bestehen vor allem darin, die identifizierte Funktionalität getreu auf eine reale Strukturgeometrie zu übertragen. Probleme bereiten hier besonders Quasi-Gelenke unter Ausnutzung einzelner Knoten oder konzentrierter Elementregionen im FE-Modell, die eine Gelenkfunktion annähern [123]. Die dadurch entstehenden Spannungskonzentrationen schränken die Verwendbarkeit von aus der TO-Lösung abgeleiteten realen Strukturen ein. Vorteilhaft erscheinen hier demnach Lösungen, welche Quasi-Gelenke umgehen [123, 126].

3.4 Auswahl geeigneter Ansätze und Hypothesen

Aus den oben beschriebenen Optimierungsansätzen zu MN-, MS- und NM-Problemen lassen sich nicht sicher zielführende Formulierungen für die TO einer Struktur-Nachweisprobe ableiten, zumal diese Form des TO-Problems noch keine Referenz in der Literatur hat.

Während der klassische SIMP-Ansatz eine mathematisch stringente Problemformulierung ermöglicht, benötigen die damit verbundenen Optimierungsverfahren im Regelfall eine aufwendige Sensitivitätsanalyse zur Berechnung der Gradienten von Zielfunktionen und Nebenbedingungen. Zudem tauchen in der Problemformulierung zur Nachweisprobe (s. Gleichungen (3.9) und (3.10)) Maximum- und Minimumfunktionen auf, die in der Art des MS-Problems (s. Gleichung (3.20)) mit einer angenäherten, glatten Form behandelt werden müssten. Ferner sorgen die Übertragungsfunktionen für Steifigkeit (η_K) und Spannungen (η_σ) während des Optimierungsprozesses bei Elementen mit Zwischendichten für eine problemspezifische Verfälschung der Ergebnisse aus der FE-Analyse, wodurch eine einflusslose Überlagerung verschiedener Zielfunktionen und Nebenbedingungen erschwert wird. Zuletzt erfolgt die Optimierung beim SIMP-Ansatz mit mathematischen, deterministischen, gradientenbasierten Verfahren nur lokal, sodass die Lösungssuche möglicherweise unzureichend erfolgt.

Im Hinblick auf eine implizite Strukturrepräsentation mittels SDF und Level-Set-Verfahren ergeben sich Herausforderungen bezüglich der Strukturanalyse. Die leicht anzuwendende FE-Methode verwendet prinzipiell eine explizite Gitterrepräsentation der Struktur, sodass ein entsprechender Arbeitsablauf durch Strukturkonvertierung *per se* weniger effizient wäre.

Die beiden nachstehenden Kapitel beschreiben die TO der Struktur-Nachweisprobe unter Berücksichtigung der genannten Herausforderungen. Prinzipiell soll die Nachweisprobe gitterbasiert auf Grundlage von kontinuierlichen Elementdichten optimiert werden, da diese Darstellung den einfachsten Zusammenhang zwischen den Entwurfsvariablen $\mathbf{c}$ und der Strukturtopologie ρ

herstellt und zu leicht behandelbaren, nicht-singulären Strukturlösungen führt. Zu Beginn der Problemanalyse in Kapitel 4 soll ein globales, gradientenfreies Optimierungsverfahren sicherstellen, dass Zielfunktionen sowie Nebenbedingungen frei und direkt formuliert und kombiniert werden können und auf dieser Grundlage zu Topologielösungen führen. Für die Optimierung kommen dabei EA als heuristische, stochastische, gradientenfreie Verfahren zum Einsatz. In aufbauenden Untersuchungen im Kapitel 5 wird das Optimierungsproblem zur Nachweisprobe an klassische TO-Probleme angelehnt. Eine nun auch für gradientenbasierte Optimierungsverfahren geeignete Formulierung soll effizientere Optimierungsabläufe und dadurch größerskalige Lösungen gestatten.

Für die weiteren Untersuchungen soll folgende **Grundhypothese** gelten:

Das obige Optimierungsproblem zur Struktur-Nachweisprobe lässt sich in dieser Formulierung ohne Gradienten mit globalen Verfahren lösen. Dabei entstehen klare Strukturen, die strukturelle Funktionen so erfüllen, dass der vorgegebene Zielspannungszustand exakt erreicht wird.

Darüber hinaus werden zwei **Nebenhypothesen** aufgestellt, die sich auf zwei weitere Aspekte in der Probenerzeugung beziehen:

1. Die Lösung des Problems der Struktur-Nachweisprobe ist mit gradientenbasierten Optimierungsverfahren nicht möglich.
2. Durch Topologieoptimierung gefundene Strukturlösungen lassen sich ohne Weiteres auf eine 3D-Probengeometrie übertragen.

4 Optimierung der Struktur-Nachweisprobe basierend auf evolutionären Algorithmen

Eine Optimierung mittels EA bietet eine globale Lösungssuche basierend auf Konzepten, die der biologischen Evolutionstheorie entlehnt sind [105, Kap. 2]. Es kommen heuristische, stochastische, gradientenfreie Methoden zum Einsatz. Da für eine integrale Struktur-Nachweisprobe in der Form von Gleichungen 3.9 und 3.10 kaum Referenzen aus der Literatur existieren, versprechen EA im Zusammenspiel mit einer dichte- und gitterbasierten Strukturrepräsentation einen vergleichsweise einfachen Weg, das TO-Problem genauer zu analysieren. Des Weiteren berücksichtigt die Optimierung alle Ziele gleichzeitig in einem Mehrziel-Ansatz, wodurch eine Bandbreite an möglichen Designs aufgezeigt und einem transparenten Auswahlprozess zugeführt wird. Insofern werden in diesem Kapitel alle Zielfunktionen und Nebenbedingungen direkt formuliert, d. h. nicht gewichtet zusammengerechnet, sowie Knicke und Sprünge im Zielfunktionsverlauf zugelassen.

Zum Einsatz kommt das auf EA basierende Optimierungsprogramm¹ GEOpS² [127, 128]. In vergangenen Arbeiten konnte es für Probleme zur Strukturoptimierung erfolgreich eingesetzt und dadurch umfassend validiert werden [62, 129–131]. Im Einzelnen folgt dieses Kapitel den Ausführungen von Mauersberger u.a. [62].

4.1 Analyse des Optimierungsproblems

Für den allgemeinen Fall der Strukturtopologie wurde in Kapitel 3.1 ein Vorschlag zur Formulierung des TO-Problems geliefert. Mit einer dichte- und gitterbasierten Strukturrepräsentation nehmen die Entwurfsvariablen die einfache Form $\mathbf{c} = \boldsymbol{\rho} = (\rho_i)$ an mit $\rho_i \in (0, 1] \approx [\rho_{\text{lim}}, 1]$, $i = 1, \dots, n_e$ und n_e der Anzahl an Elementen. Der Wert ρ_{lim} stellt eine endlich kleine Untergrenze für die Dichte dar. In Abbildung 3.2 wird der Übergang von der allgemeinen Struktur im Bildteil a zur konkreten, gitterbasierten Form im Bildteil b verdeutlicht. Für die konkrete Form ergeben sich die Zielfunktionen $\mathbf{f}$ zu

$$\mathbf{f}(\mathbf{c}) = \mathbf{f}(\boldsymbol{\rho}) = \begin{pmatrix} f_1(\boldsymbol{\rho}) \\ f_2(\boldsymbol{\rho}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V(\boldsymbol{\rho}) \\ \Delta\sigma(\boldsymbol{\rho}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{n_e} \sum_{i=1}^{n_e} \rho_i \\ \max_{i \in \Omega_Z} \|w\sigma_i(\boldsymbol{\rho}) - \sigma_0\| \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

¹entwickelt am Institut für Luft- und Raumfahrttechnik, TU Dresden

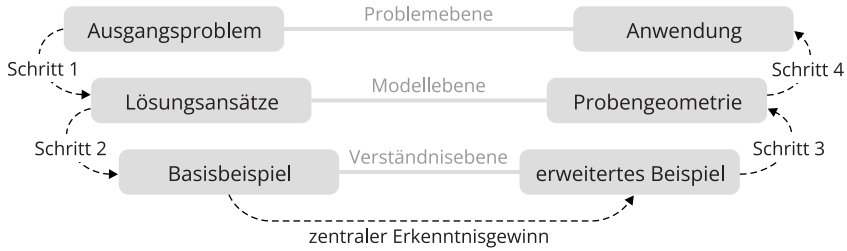


Abbildung 4.1: V-Diagramm zur Veranschaulichung der Vorgehensweise bei der Analyse des Optimierungsproblems mit evolutionären Algorithmen

und die Nebenbedingung g_s zu versagenskritischen Spannungen im Zielbereich gemäß Gleichung (3.10) zu

$$g_s(\boldsymbol{\rho}) = \max_{i \in \Omega_Z} S_i(\boldsymbol{\sigma}_i(\boldsymbol{\rho})) - \min_{i \in \Omega \setminus \Omega_Z} S_i(\boldsymbol{\sigma}_i(\boldsymbol{\rho})). \quad (4.2)$$

Für das weitere Vorgehen zur Problemanalyse wird vorgeschlagen, dem in Abbildung 4.1 gezeigten V-Diagramm zu folgen. Demnach wird das Problem auf drei verschiedenen Ebenen untersucht. Schrittweise wird das gestellte Ausgangsproblem vereinfacht – dargestellt auf der linken Seite des Diagramms –, bevor gewonnene Erkenntnisse auf der untersten Ebene wieder gezielt verallgemeinert werden – repräsentiert durch die rechte Diagrammseite. Alle drei Problemebenen unterscheiden sich wie folgt:

- Die **Problemebene** enthält die grundsätzliche Motivation des TO-Problems, insofern auch den Zweck zur Generierung einer Struktur-Nachweisprobe. Damit zusammen hängt das Ziel der Optimierung im Sinne der Erzeugung und Prüfung einer realen Nachweisprobe im letzten Schritt 4.
- Dafür umfasst die **Modellierungsebene** mögliche Ansätze zur TO und ermöglicht, die allgemeine Problemformulierung im Schritt 1 auf ein Simulationsmodell zu übertragen. Ziel dieser Ebene besteht später in der Erzeugung komplexer Lösungen, welche die Ableitung realer Geometrien für die Nachweisprobe im Schritt 3 ermöglichen.
- Auf der untersten Ebene, der **Verständnisebene**, steht der Erkenntnisgewinn im Mittelpunkt. Dabei helfen auf einfachste Weise formulierte Basisbeispiele (Schritt 2), welche das grundsätzliche Problemverhalten nachvollziehbar abbilden. Unzulänglichkeiten in der Optimierung oder der gewählten Parametrisierung können somit beobachtet und mittels Problemmodifikationen und -erweiterungen begegnet werden.

Während das Ausgangsproblem in Kapitel 3 allgemein beschrieben und im Abschnitt zuvor konkretisiert wurde, gehen die folgenden Ausführungen genauer auf das Optimierungsmodell

ein. Die TO mit GOpS² umfasst einen Grundzyklus [128]. Dieser beginnt in Generation k mit einer Population $\{\mathbf{c}_k\}$ aus n_I im Entwurfsraum $\mathbf{c}_u \leq \mathbf{c} \leq \mathbf{c}_o$ liegenden Strukturindividuen, den sogenannten Elternindividuen. Jedes Individuum $j = 1, \dots, n_I$ durchläuft eine Strukturanalyse mit einem bestimmten Satz an Entwurfsvariablen $\mathbf{c}_{k,j}$. Nach der Zielfunktionsauswertung prüft der Optimierer, ob Abbruchkriterien erfüllt sind. Andernfalls durchläuft die aktuelle Generation verschiedene Methoden von evolutionären Strategien (ES), genetischen Algorithmen (GA) und der differentiellen Evolution (DE). Neben Mutation gehört dazu eine Rekombination verschiedener Individuen und zuletzt die Selektion solcher mit kleinsten ZFW $\mathbf{f}$. Daraus entsteht in der Generation $k + 1$ eine neue Individuenpopulation aus sogenannten Kinderindividuen mit den Entwurfsvariablen $\{\mathbf{c}_{k+1}\}$ und der Zyklus beginnt von vorn.

Bei der Zielfunktionsauswertung werden Nebenbedingungen $\mathbf{g}$ anhand eines Ein-Schritt-Bestrafungsverfahrens berücksichtigt. Solange alle erfüllt sind, geht ein ZFW $f_i, i = 1, \dots, n_f$ in seiner ursprünglichen Form in den weiteren Bewertungsprozess ein. Andernfalls wird f_i durch einen bestraften Wert zunächst in der Form

$$\hat{f}_i(\mathbf{c}) = f_i(\mathbf{c}) \cdot \prod_{j=1}^{n_g} (1 + \beta \hat{g}_j^2(\mathbf{c})) \quad (4.3)$$

ersetzt. Die Größen n_f und n_g stehen für die Anzahl der Zielfunktionen beziehungsweise Nebenbedingungen. Es wird für jede TO eine hohe Zahl $\beta = 10^8$ als Bestrafungsfaktor verwendet. Der Bestrafungswert $\hat{g}_j$ leitet sich aus dem aktuellen Wert der Nebenbedingung g_j ab:

$$\hat{g}_j(\mathbf{c}) = \max(0, g_j(\mathbf{c})). \quad (4.4)$$

Die Strukturanalyse erfolgt mit dem FE-Löser² FiPPS² [132], der in Kombination mit GOpS² in zahlreichen Studien angewandt und dadurch validiert wurde. Der Vorteil einer Anwendung von FiPPS² besteht vorrangig in der effizienten Formulierung quadratischer 8-Knoten-Schalenelemente. Dadurch können bei der TO nicht nur höher aufgelöste Ergebnisse erzielt, sondern numerische Probleme wie das Schachbrettmuster vermieden werden [88, Kap. 1.3.2]. Im Vergleich zu kommerziellen Lösern bietet sich ferner der Vorteil, unabhängig von Lizenzen zu sein. Das in Abbildung 3.2b dargestellte 2D-Problem wird in diesem Kapitel mithilfe von Schalenelementen umgesetzt. Eine Referenzdicke d_{ref} stellt den Zusammenhang zwischen der Elementdicke ρ_i und der für das FE-Problem relevanten Elementdicke

$$d_i = \rho_i d_{\text{ref}} \quad (4.5)$$

²entwickelt am Institut für Luft- und Raumfahrttechnik, TU Dresden

her. Darüber ergibt sich *per se* die Abschwächung der Elementsteifigkeit aufgrund der Dichte gemäß Gleichung (3.11). Als Ergebnis der Strukturanalyse fließen vorrangig die einzelnen Elementspannungen σ_i sowie die daraus abgeleiteten Reservefaktoren jedes Elements mittels

$$S_i = \frac{R}{\sigma_{v,i}} \quad (4.6)$$

in die Berechnung der Zielfunktion $\Delta\sigma$ bzw. der Nebenbedingung g_s ein. Dabei bezeichnet R die Versagensgrenze des Materials sowie $\sigma_{v,i}$ die Von-Mises-Vergleichsspannung. Die genaue Bedeutung der Versagensgröße R , z. B. bezüglich Materialfließens oder -bruchs, spielt zunächst keine Rolle, da die abgeleitete Größe S_i stets vergleichend herangezogen wird. Es bietet sich im Rahmen des Optimierungsmodells an, im Fall $S_i = 1$ ganz allgemein von Materialversagen zu sprechen, gleich welcher Art.

Einen vollständigen Ablauf der Optimierung zeigt die Abbildung 4.2. Innerhalb des Optimierungsmodells erfolgt sowohl die Vorbereitung der Daten für die FE-Analyse mit FiPPS² als auch die Auswertung der daraus entstandenen Ergebnisse zur Berechnung der Zielfunktionen $\mathbf{f}$. Diese Schritte werden in Abbildung 4.3 genauer beleuchtet.

Aufgrund des Mehrziel-Ansatzes bilden die Optimierungsergebnisse eine Menge an Pareto-optimalen Lösungen, eine sogenannte Paretofront. Zur einheitlichen Quantifizierung können nicht nur die insgesamt minimalen ZFW $f_{i,\min}$ und deren Verläufe über die Generationen hinweg herangezogen werden. Fonseca u.a. [133] führten zusätzlich den Hypervolumenindikator (*hyper volume indicator*, HVI) ein, um den Grad der Ausbildung einer Paretofront $\{\mathbf{f}_j\}$ hinsichtlich eines Referenzpunkts $\mathbf{f}_0$ zu ermitteln. Der Grundgedanke des HVI entspricht der Vorstellung, dass sich jeder Punkt der Paretofront während der Optimierung vom Referenzpunkt entfernt und dadurch ein Hypervolumen aufspannt. Je größer dieses wird, desto besser optimiert erscheinen die Ergebnisse. In dieser Arbeit wird die Berechnungsvorschrift für zwei Zielfunktionen [109] in der normierten Form

$$\text{HVI}(\{\mathbf{f}_j\}) = \frac{1}{f_{1,0}f_{2,0}} \sum_{j=1}^{n_I} (f_{1,0} - f_{1,j}) (f_{2,j-1} - f_{2,j}) \quad (4.7)$$

mit der Individuenanzahl n_I verwendet [62]. Dieser Indikator dient vor allem zum Vergleichen verschiedener Lösungen zum selben Optimierungsproblem. Darauf aufbauend wird zusätzlich ein Mittelwert des HVI über alle Generationen gebildet und zum HVI am Ende der Optimierung in Bezug gesetzt:

$$\overline{\text{HVI}}(\{\mathbf{f}_j\}) = \frac{1}{n_G \text{HVI}(\{\mathbf{f}_j\}_{n_G})} \sum_{k=1}^{n_G} \text{HVI}(\{\mathbf{f}_j\}_k) , \quad (4.8)$$

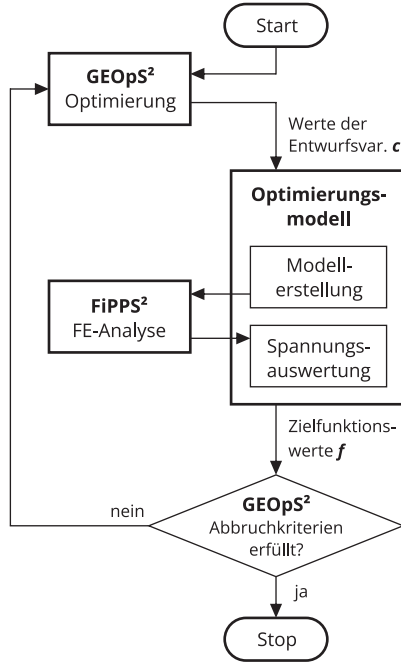


Abbildung 4.2: Ablauf des gesamten Optimierungszyklus mit GEOps² für die Optimierung mit evolutionären Algorithmen sowie mit FiPPS² für die Strukturanalyse mittels Finite-Elemente-Methode [62]

wobei n_G für die Anzahl an berechneten Generationen steht.

Existiert für ein bestimmtes Problem eine Referenzlösung, so kann mit dem Generationenabstand (*generational distance*, GD) der Abstand der aktuellen Paretofront von dieser Referenz berechnet werden [109]. Im Folgenden wird für die Ergebnisanalyse eine Vorschrift verwendet, die eine analytisch beschreibbare, kontinuierliche Referenzlösung in der Form $f_{2,\text{ref}}(f_1)$ voraussetzt. Damit ergibt sich ein Abstand vorrangig in f_2 -Richtung. Für Werte von f_1 außerhalb des Definitionsbereichs $[f_{1,\text{ref,min}}, f_{1,\text{ref,max}}]$ der Referenzlösung wird ein normierter euklidischer Abstand zum Rand berechnet. Es ergibt sich die Gleichung

$$\text{GD}(\{f_j\}) = \frac{1}{n_I} \sum_{j=1}^{n_I} \Delta f_{\min,j} \quad (4.9)$$

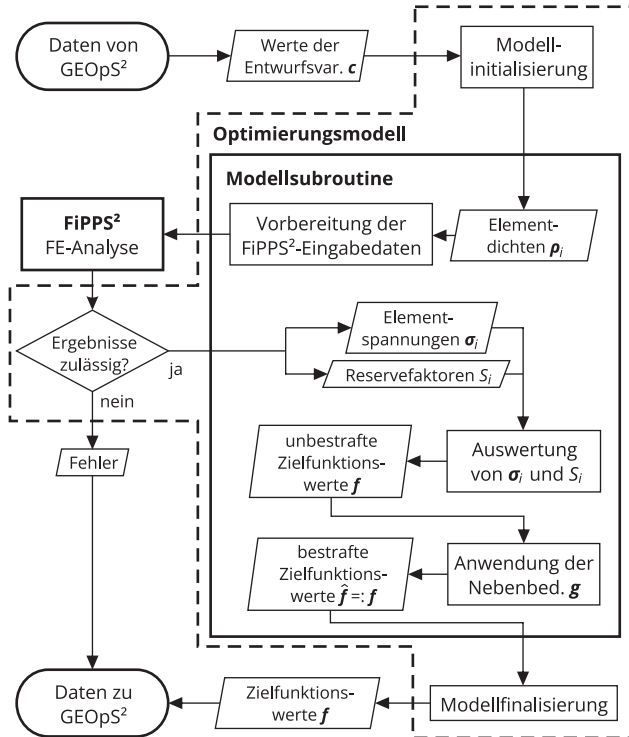


Abbildung 4.3: Ablauf der Datenvorbereitung für die Strukturanalyse mit FiPPS² und der Ergebnisverwendung für die Berechnung der Zielfunktionen f für ein Individuum [62]

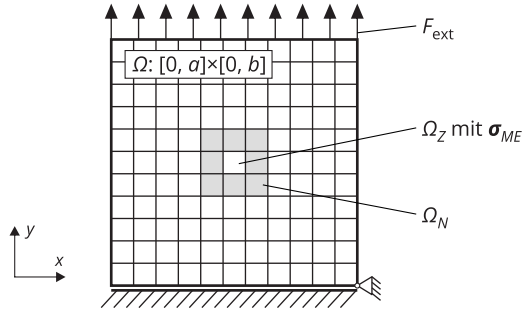


Abbildung 4.4: Diskretes Strukturmodell für die Topologieoptimierung mit evolutionären Algorithmen [62]

mit

$$\Delta f_{\min,j} = \begin{cases} \frac{f_{2,j} - f_{2,\text{ref}}(f_{1,j})}{f_{2,0}} & \text{für } f_{1,\text{ref},\min} \leq f_{1,j} \leq f_{1,\text{ref},\max} , \\ \sqrt{\left(\frac{f_{1,j} - f_{1,\text{ref},\min}}{f_{1,0}}\right)^2 + \left(\frac{f_{2,j}}{f_{2,0}}\right)^2} & \text{für } f_{1,j} < f_{1,\text{ref},\min} , \\ \sqrt{\left(\frac{f_{1,j} - f_{1,\text{ref},\max}}{f_{1,0}}\right)^2 + \left(\frac{f_{2,j}}{f_{2,0}}\right)^2} & \text{für } f_{1,j} > f_{1,\text{ref},\max} . \end{cases} \quad (4.10)$$

Bei dieser Form wird zusätzlich wie beim HVI ein Referenzpunkt $\mathbf{f}_0$ benötigt.

4.2 Basisbeispiel

Ob das zuvor beschriebene TO-Problem zu den erwarteten Strukturlösungen führt, soll ein Basisbeispiel zeigen, welches fortan mit A bezeichnet wird. Dazu wird gemäß Abbildung 3.2b der quadratische 2D-Entwurfsraum in 11×11 , d. h. $n_e = 121$ regelmäßige Schalelemente unterteilt. Als Kantenlängen in x - bzw. y -Richtung werden $a = b = 100 \text{ mm}$, als Referenzdicke $d_{\text{ref}} = 1 \text{ mm}$ festgelegt. Der Zielbereich Ω_Z liegt im mittleren Element (ME, s. Abbildung 4.4). Die untere Seite des Entwurfsraums wird in x -Richtung gleitend gelagert, wobei Starrkörperbewegungen ausgeschlossen sind. Sowohl für die externe Last F_{ext} als auch den vorgegebenen Zielspannungsvektor σ_0 im Zielbereich Ω_Z wird als triviales Beispiel ein Zugzustand in y -Richtung angenommen mit den Werten $F_{\text{ext}} = 1 \text{ kN}$ und $\sigma_0 = (\sigma_{0,xx}, \sigma_{0,yy}, \tau_{0,xy})^T = (0, 50, 0)^T \text{ MPa}$. Das Material wurde isotrop formuliert und mit einem Elastizitätsmodul $E = 70 \text{ GPa}$ und einer Poisson-Zahl $\nu = 0,3$ versehen, angelehnt an eine für AF typische Aluminiumlegierung.

Zusammen mit der Nebenbedingung g_s aus Gleichung (4.2) ergibt sich folgende Hypothese für das Basisbeispiel:

Alle Elementdichten nehmen einen einheitlichen Wert $\rho_i = \rho_{\text{ref}}$ an und bilden dadurch die optimale Referenzlösung.

Alle Elementdichten streben aufgrund der Zielfunktion f_1 den geringstmöglichen Wert ρ_{lim} an. Demnach erfüllt die Struktur $\rho_i = \rho_{\text{lim}}$ die Nebenbedingung und weist das geringstmögliche relative Volumen $f_1 = V$ auf. Die Abweichung $f_2 = \Delta\sigma$ vom vorgegebenen Spannungszustand im Element des Zielbereichs wird nur geringer, wenn die vorhandene Spannung aufgrund höherer Elementdichten sinkt. Wächst die Elementdichte nur im Element Ω_Z , wird sogleich die Nebenbedingung g_s verletzt, da die umliegenden Spannungen noch größer bleiben, also müssen diese in gleicher Weise sinken und sich dementsprechend alle anderen Elementdichten gleichfalls erhöhen. Steigen diese aber über die Dichte des Elements in Ω_Z , so steigt auch das relative Volumen V der Struktur übermäßig an. In diesem Fall wäre auch jede Strukturlösung mit allen $\rho_i = \rho_{\text{ref}}$ optimal. Folglich wird der Definitionsbereich für die definierte Referenzlösung $f_{2,\text{ref}}(f_1)$ durch die Minimaldichte $f_{1,\text{ref},\text{min}} = \rho_{\text{lim}}$ und $f_{2,\text{ref}}(f_{1,\text{ref},\text{max}}) = 0$ begrenzt. Zusammen mit den Gleichungen (4.1) und (4.5) folgt

$$f_{2,\text{ref}}(f_1) = \frac{F_{\text{ext}}}{f_1 d_{\text{ref}} a} - \sigma_{0,yy} \quad (4.11)$$

und

$$f_{1,\text{ref},\text{max}} = \frac{F_{\text{ext}}}{\sigma_{0,yy} d_{\text{ref}} a} = 0,2. \quad (4.12)$$

Für die TO des Basisbeispiels A wurde GEPoS² eingesetzt. In jeder Generation wurden 420 Elternindividuen mittels GA, ES und der Monte-Carlo-Methode generiert und daraus mithilfe des NSGA-II-Algorithmus [134] eine Population der 200 besten Kinderindividuen selektiert. Als Abbruchkriterium der Optimierung galt entweder das Erreichen von 50 000 Generationen oder einer ZFW-Änderung kleiner als 10^{-6} über 5000 Generationen hinweg. Für jede Problemformulierung wurden aufgrund der stochastischen Natur von EA fünf identische Optimierungsläufe zur statistischen Absicherung der Erkenntnisse berechnet.

Für alle TO mit Angaben zur Rechenzeit und Prozessanzahl wurde GEPoS² hochparallelisiert auf Prozessoren des Typs AMD Epyc CPU 7702 mit 2,0 GHz ausgeführt.

4.2.1 Ergebnisse der anfänglichen Problemformulierung

Die Paretofronten der TO mit GEPoS² für das Basisbeispiel A werden in Abbildung 4.5 gegenüber der Referenzlösung dargestellt. Ebenso abgebildet sind drei Strukturösungen mit kleinem, mittlerem und großem Volumen aus unterschiedlichen Optimierungsläufen. Offensichtlich können die erzielten Lösungen die Referenzlösung nicht erreichen, aufgrund dass die einzelnen Elementdichten ρ_i stochastische Werte mit einiger Streuung und unterschiedlichem Mittelwert

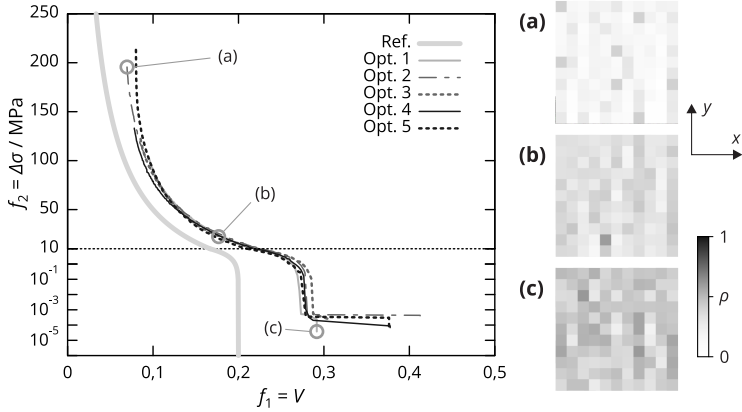


Abbildung 4.5: Gegenüberstellung der Paretofronten der Referenzlösung (Ref.) und der TO-Läufe (Opt.) für das Basisbeispiel A nach 50 000 Generationen, Darstellung ausgewählter Strukturindividuen (a) bis (c) (durch Kreis markiert) [62]

annehmen. Wie zu erwarten besitzt in jeder Lösung das Element in Ω_Z die geringste Dichte, um die Nebenbedingung g_s mit niedrigster Versagensreserve S_i sicherzustellen.

Zugleich zeigt Abbildung 4.6 genauer, dass die erzielten minimalen ZFW $\min \mathbf{f}$ eine im Generationenverlauf flachere Verläufe, d. h. schwächer werdende Konvergenz, aufweisen. Dadurch erscheint ein Erreichen der Referenzlösung für noch höhere Generationszahlen so gut wie ausgeschlossen. Ähnlich verhält sich der monoton steigende Verlauf des HVI, der Werte von maximal 0,921 und damit unterhalb desjenigen für die Referenzlösung von 0,968 annimmt. Dagegen unterliegt die Kurve des GD einigen Schwankungen, wodurch kein klares Konvergenzverhalten erkennbar ist. Insbesondere in Optimierungslauf 2 steigt der GD zwischen Generation ca. 25 000 und 30 000 deutlich an. Dies wird darauf zurückgeführt, dass sich die Ränder der entsprechenden Paretofront in diesem Abschnitt deutlich und relativ plötzlich ändern, sodass zunächst wieder höhere ZFW f_2 und damit ein höherer GD erzeugt werden [62].

4.2.2 Modifizierte Problemformulierung

In weiteren Untersuchungen wird der Ansatz eines Ersatzproblems verfolgt. Während die oben dargestellte, einfachste Form des Optimierungsproblems für die Struktur-Nachweisprobe nicht vermag, die theoretische Referenzlösung zu erreichen, sollen modifizierte Formulierungen als Ersatz zu einer effektiveren Lösungsfindung führen. Dabei werden entweder Nebenbedingungen

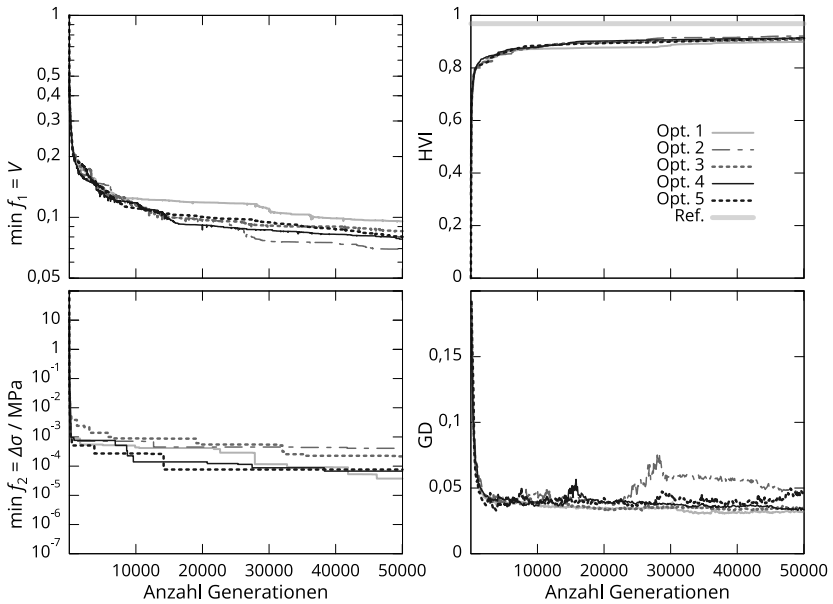


Abbildung 4.6: Verläufe von minimalen ZFW $\min \mathbf{f}$ sowie den Indizes GD und HVI des Basisbeispiels A über berechnete Generationen [62]

abgeschwächt, die Zielfunktion geglättet oder der Entwurfsraum erweitert, sodass der Optimierungsalgorithmus schneller zu plausiblen Ergebnissen gelangt.

Mithilfe eines Nachbarbereichs kann eine zusätzliche Nebenbedingung formuliert werden. Als Nachbarbarelemente (NE) zählen alle acht Elemente, die in unmittelbarer Nachbarschaft des ME liegen. Dieser Bereich wird als Ω_N bezeichnet und verändert die ursprüngliche Nebenbedingung aus Gleichung (4.2) zu

$$g_{s,\text{mod}}(\boldsymbol{\rho}) = \max_{i \in \Omega_Z \cup \Omega_N} S_i(\boldsymbol{\sigma}_i(\boldsymbol{\rho})) - \min_{i \in \Omega \setminus (\Omega_Z \cup \Omega_N)} S_i(\boldsymbol{\sigma}_i(\boldsymbol{\rho})). \quad (4.13)$$

Darüber hinaus kann eine Verstärkung von Bereichen mit geringen Dichteschwankungen helfen, die Referenzlösung besser anzunähern. Zusätzlich zur vorigen Nebenbedingung soll die Standardabweichung der vorhandenen Elementenspannungen im ME und den NE zur Spannung im ME einen Grenzwert $\sigma_{\varepsilon,\text{lim}}$ nicht überschreiten:

$$g_{\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}) = \sqrt{\frac{1}{n_{e,Z+N}} \sum_k (\sigma_k - \sigma_{\text{ME}})^2} - \sigma_{\varepsilon,\text{lim}} \quad (4.14)$$

mit $k \in \Omega_Z \cup \Omega_N$ und $n_{e,Z+N}$ der Anzahl der Elemente im Ziel- und Nachbarbereich. Für die nachfolgenden Optimierungen wird $\sigma_{\varepsilon,\text{lim}} = 5 \text{ MPa}$ gesetzt.

Für eine glattere, d. h. weniger lokale Ersatzformulierung der Zielfunktion hilft ebenso der Einbezug des Nachbarbereichs Ω_N . Es wird zur besseren Vergleichbarkeit nur die Zielfunktion f_2 verändert. Dabei wird die nicht-glatte **max**-Funktion in Gleichung (4.1) durch eine p2-Norm ersetzt und über die Elemente in Ω_Z und Ω_N gemittelt:

$$f_{2,\text{mod}}(\boldsymbol{\rho}) = \Delta\sigma_{\text{mod}} = \sqrt{\frac{1}{n_{e,Z+N}} \sum_k (\sigma_k - \sigma_0)^2}, \quad (4.15)$$

wobei $k \in \Omega_Z \cup \Omega_N$.

Zuletzt umfasst ein erweiterter Entwurfsraum einen zusätzlichen Faktor $c_{\rho} \in [10^{-2}, 10^2]$, der alle vorhandenen Elementdichten ρ_i gleichmäßig skaliert. Alle Dichten ρ_i , die dadurch den Definitionsbereich $[\rho_{\text{lim}}, 1]$ verletzen, werden auf die jeweilige Grenze zurückgeschrieben und führen zum „Heilen“ des Individuums. Es wird erwartet, dass folglich mehr Dichteverteilungen entstehen, die der Referenzlösung ähnlich sind und eine effektivere Lösungsfindung bewirken.

Tabelle 4.1 bietet eine Übersicht für alle Modifikationen und versieht jede mit einem Buchstaben A bis E.

Weder Modifikation B noch C können die Optimierungsergebnisse wesentlich verbessern. Zwar werden niedrigere minimale Spannungsabweichungen $f_2 = \Delta\sigma$ erzielt (s. Tabelle 4.2), jedoch

Tabelle 4.1: Modifikationen des Basisbeispiels zur effektiveren Lösungsfindung bei Topologieoptimierung mit evolutionären Algorithmen

	Modifikation	Problemteil
A	keine (Basisbeispiel)	—
B	durch Nachbarbereich abgeschwächte Nebenbedingung $g_{s, \text{mod}}$	Nebenbedingung
C	Standardabweichung der Spannungen in den NE bezüglich des ME darf Grenzwert $\sigma_{\varepsilon, \text{lim}}$ nicht überschreiten	Nebenbedingung
D	Zielfunktion $f_{2, \text{mod}} = \Delta \sigma_{\text{mod}}$ wird als Standardabweichung der Spannungsabweichungen in ME und NE beschrieben	Zielfunktion
E	zusätzlicher Skalierungsfaktor c_ρ für alle Elementdichten ρ_i	Entwurfsvariablen

Tabelle 4.2: Optimierungsergebnisse des Basisbeispiels A und aller Modifikationen mit trivialen Zielspannungszuständen

Mod.	$\min f_1$	$\min f_2$ / MPa	HVI	$\overline{\text{HVI}}$	GD
A	0,0695	$3,75 \times 10^{-5}$	$0,911 \pm 0,008$	$0,976 \pm 0,017$	$0,0384 \pm 0,0070$
B	0,208	$3,32 \times 10^{-8}$	$0,741 \pm 0,052$	$0,965 \pm 0,148$	$0,0697 \pm 0,0479$
C	0,218	$5,88 \times 10^{-7}$	$0,752 \pm 0,030$	$0,981 \pm 0,082$	$0,0562 \pm 0,0255$
D	0,0289	0,493	$0,943 \pm 0,010$	$0,969 \pm 0,027$	$(5,91 \pm 5,30) \times 10^{-3}$
E	$2,70 \times 10^{-3}$	$1,512 \times 10^{-4}$	$0,964 \pm 0,001$	$0,998 \pm 0,002$	$0,1361 \pm 0,0515$
C+E	$2,96 \times 10^{-3}$	$1,668 \times 10^{-4}$	$0,951 \pm 0,024$	$0,997 \pm 0,055$	$(2,06 \pm 0,51) \times 10^{-3}$
C+D+E	0,0223	0,253	$0,952 \pm 0,010$	$0,994 \pm 0,024$	$(0,955 \pm 1,703) \times 10^{-3}$

schränken die umformulierten und zusätzlichen Nebenbedingungen die Ausprägung einer breiten Paretofront ein. Abbildung 4.7 zeigt neben den Paretofronten ein Strukturindividuum je Modifikation mit der geringsten Spannungsabweichung im Zielbereich. Unterschiede zu den Strukturlösungen des Basisbeispiels A sind kaum ersichtlich (vgl. Abbildung 4.5).

Demgegenüber vermögen die Modifikationen D und E die Referenzlösung der Paretofront besser anzunähern. Die abgeschwächte Formulierung der Zielfunktion gemäß Gleichung (4.15) in Modifikation D bewirkt sogar Lösungen, welche über die Referenzlösung hinausgehen (s. Abbildung 4.8). Hier kommt ein Mechanismus zum Tragen, der dichtes Material im Nachbarbereich sammelt und dort Spannungen abmildert. Gleichzeitig bleibt die Spannung im ME hoch und kann weiterhin die Nebenbedingung g_s erfüllen. Aufgrund der Zusammenrechnung aller Spannungen im ME und den NE für die Zielfunktion $f_{2, \text{mod}}$ ergibt sich für ein konstantes Strukturvolumen eine geringere Spannung und damit Punkte jenseits der Paretofront der Referenzlösung. Dieser Effekt wird von Mauerberger u.a. [62, Appendix] noch detaillierter beschrieben. Eine Folge davon sind

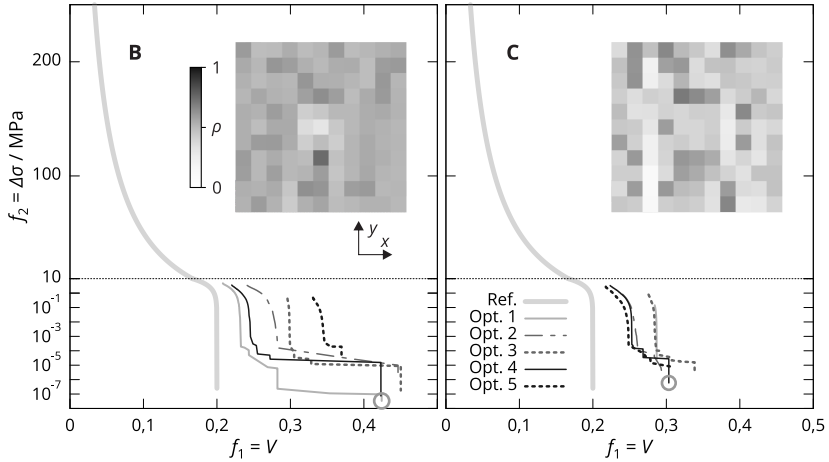


Abbildung 4.7: Gegenüberstellung der Paretofronten der Referenzlösung (Ref.) und der TO-Läufe (Opt.) für die Modifikationen B und C nach 50 000 Generationen, Darstellung ausgewählter Strukturindividuen (durch Kreis markiert) [62]

sehr niedrige Werte für den GD (vgl. Tabelle 4.2). Modifikation E geht einher mit einer guten Annäherung der Referenzlösung (s. Abbildung 4.8), jedoch unzureichender Konvergenz, gezeigt durch einen hohen GD (s. Tabelle 4.2).

Während die Strukturindividuen der Modifikationen D und E, wenn sie separat betrachtet werden, noch sichtbare stochastische Muster aufweisen, erzielen Kombinationen daraus die erwarteten Strukturösungen: Die Kombination C+E erreicht die Paretofront der Referenzlösung über einen breiten Bereich mit sehr geringen Abweichungen, wie in Abbildung 4.9 dargestellt. Wird die Modifikation D hinzugenommen, verringert sich zwar der Wertebereich der berechneten ZFW bei höheren Untergrenzen (vgl. Tabelle 4.2), allerdings sind in den entsprechenden Strukturindividuen keine stochastischen Muster der Elementdichten mehr zu erkennen.

Werte für $\overline{\text{HVI}}$ liegen gemäß Tabelle 4.2 nahe bei 1. Dieser Umstand lässt sich durch ein zeitiges, für alle Optimierungen ähnlich schnelles Erreichen der finalen Werte des $\overline{\text{HVI}}$ erklären. Allerdings erfährt $\overline{\text{HVI}}$ eine merkliche Steigerung bei Hinzunahme der Modifikation E. Offensichtlich begünstigt diese das Konvergenzverhalten im Optimierungsverlauf.

Damit konnte auf der Verständnisebene des Problems, dargestellt im V-Diagramm in Abbildung 4.1, eine Formulierung des Optimierungsproblems gefunden werden, welche die Referenzlösung mit hoher Genauigkeit nachstellt. Das nächste Kapitel beschreibt entsprechend dem skizzier-

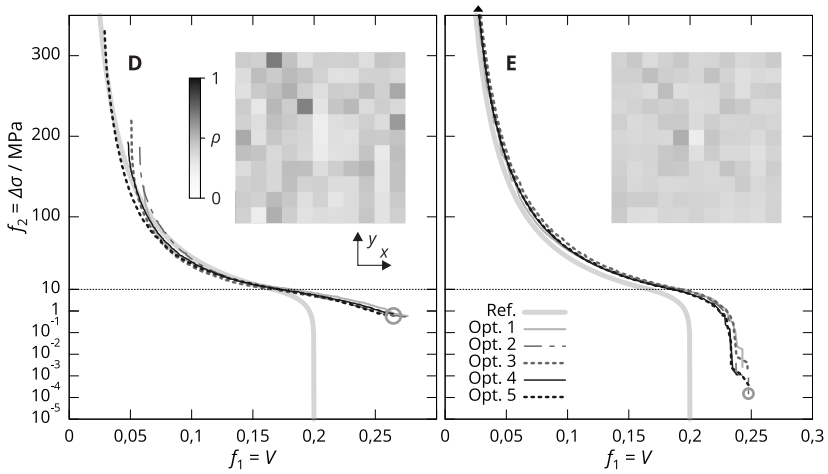


Abbildung 4.8: Gegenüberstellung der Paretofronten der Referenzlösung (Ref.) und der TO-Läufe (Opt.) für die Modifikationen D und E nach 50 000 Generationen, Darstellung ausgewählter Strukturindividuen (durch Kreis markiert)

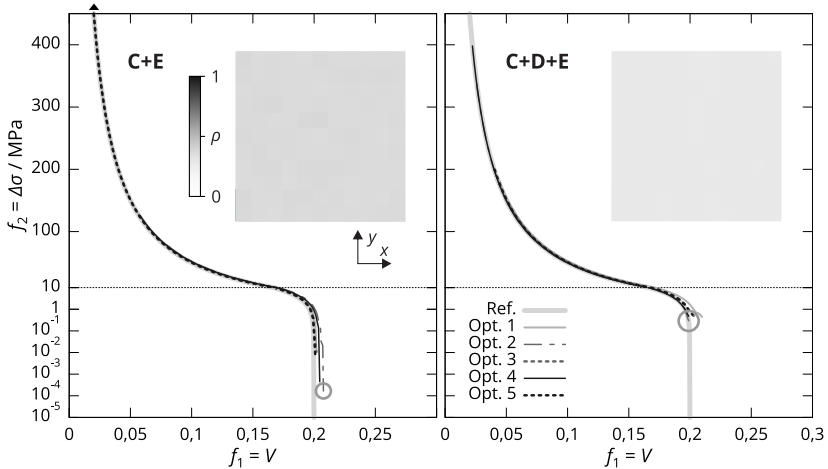


Abbildung 4.9: Gegenüberstellung der Paretofronten der Referenzlösung (Ref.) und der TO-Läufe (Opt.) für die kombinierten Modifikationen C+E und C+D+E nach 50 000 Generationen, Darstellung ausgewählter Strukturindividuen (durch Kreis markiert) [62]

ten Vorgehen anwendungsnähere Zielspannungen mit von der globalen Last abweichender Wirkrichtung.

4.3 Erweiterte Zielspannungsvorgaben

Die zuvor beschriebenen Möglichkeiten, wie durch die Gleichungen (4.1) und (4.2) das gestellte Optimierungsproblem zufriedenstellend gelöst werden kann, sollen im Folgenden bei der Lösungsfindung helfen.

Im Gegensatz zum zuvor verwendeten trivialen Zugzustand als Zielspannungsvektor σ_0 , besitzen von der globalen Last abweichende Zielspannungen keine eindeutige Referenzlösung mehr, anhand derer die Güte der Optimierungsergebnisse gemessen wird. Demnach verschwindet die Bedeutung des GD. Vielmehr dienen für die erweiterten Spannungsvorgaben Paretofronten, Strukturlösungen und Verläufe von minimalen ZFW eine Rolle bei der Ergebnisauswertung. Um die Lasteinleitung unabhängig von der voraussichtlich asymmetrischen Topologie zu gestalten, werden nun im FE-Modell alle Knotenverschiebungen der Lasteinleitung in y -Richtung gekoppelt, d. h. gleichgesetzt. Weiterhin entstehen voraussichtlich Materialübergänge von hohen Dichten zu niedrigeren, welche die Konturen der Strukturlösung herausarbeiten. Da niedrige Dichten nicht mit in die Spannungsauswertung einfließen und Singularitäten provozieren sollen [92, 118], wird die minimale Dichte auf $\rho_{\text{lim}} = 10^{-6}$ gesetzt, während Reservefaktoren S_i nur für Dichten $\rho_i \geq 10^{-2}$ in der Nebenbedingung g_s berücksichtigt werden.

Für die nachfolgenden Untersuchungen werden zwei beispielhafte Zielspannungsvektoren vorgegeben: ein Druckzustand Dx quer zur Belastungsrichtung, $\sigma_0 = (-50, 0, 0)^T$ MPa, und ein Schubzustand S , $\sigma_0 = (0, 0, 50)^T$ MPa. Mögliche erwartete Topologien sind in Abbildung 4.10 aufgezeigt. Deren Erscheinungsbild leitet sich weniger aus einer mathematischen Schlussfolgerung ab als eher aus einer Plausibilität heraus.

Abbildung 4.11 stellt die Ergebnisse der Basisformulierung den Modifikationen C+E und C+D+E gegenüber. Mindestens die Veränderung der Nebenbedingungen (C) und des Entwurfsraums (E) sind notwendig, damit die Optimierung Ansätze einer klaren, qualitativ plausiblen Topologie hervorbringt. Die abgeschwächte Formulierung der Zielfunktion in Modifikation D führt zu noch besser abgesetzten Strukturen, insbesondere bei der Zielspannung S . Diese sichtbare Verbesserung spiegelt sich auch in vergleichsweise geringen Spannungsabweichungen $\Delta\sigma$ wider. Die Werte für $\Delta\sigma$ bei den modifizierten Optimierungsproblemen, insbesondere für die Zielspannung Dx , liegen im Bereich von etwa der Größenordnung des vorgegebenen Spannungsbetrags von 50 MPa (vgl. Tabelle 4.3).

Obwohl die durch die Basisformulierung A generierten Topologielösungen nicht direkt nachvollziehbar erscheinen, werden die vorgegebenen Zielspannungen im ME bei der Basisformulierung

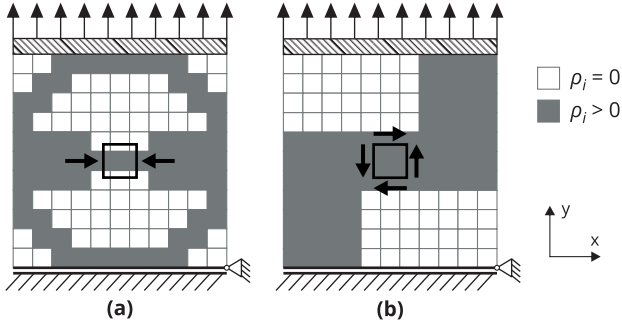


Abbildung 4.10: Erwartete plausible Topologien als Lösung der Optimierung mit erweiterten Zielspannungen

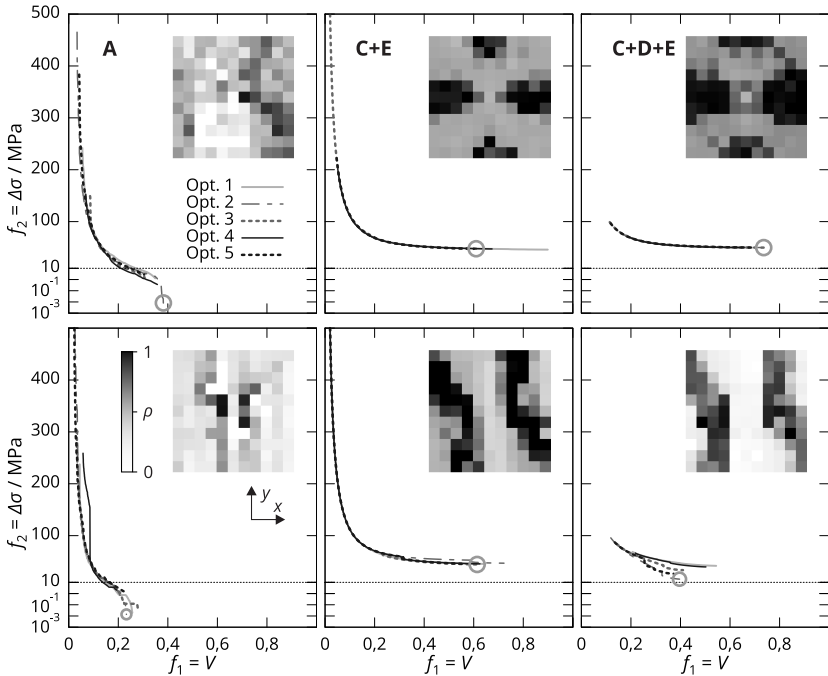


Abbildung 4.11: Gegenüberstellung der Paretofronten der TO-Läufe für die erweiterten Zielspannungsvorgaben nach 50 000 Generationen, Darstellung ausgewählter Strukturindividuen (durch Kreis markiert): $\mathbf{Dx}$ (oben), $\mathbf{S}$ (unten) [62]

Tabelle 4.3: Ergebnisse der Optimierung mit erweiterten Zielspannungen: Ist-Spannungen σ_{ME} für die ausgewählten, dargestellten Strukturindividuen

Mod.	Zielsp.	$\min f_1$	$\min f_2$ / MPa	σ_{ME} / MPa	$\Delta\tilde{\sigma}$
A	Dx	0,0335	$5,66 \times 10^{-3}$	$(-50,0; 0,0; 0,0)^T$	0,00%
C+E	Dx	0,014 76	45,9	$(-5,51; 11,49; -0,14)^T$	81,3 %
C+D+E	Dx	0,1145	49,8	$(-3,38; 17,80; 0,00)^T$	96,5 %
A	S	0,011 46	0,013 91	$(0,0; 0,0; 50,0)^T$	0,00%
C+E	S	0,010 05	44,4	$(-0,38; 16,97; 9,02)^T$	78,0 %
C+D+E	S	0,1187	16,10	$(-2,2; 14,1; 50,5)^T$	7,36%

A sehr gut erreicht. In dieser Hinsicht scheinen die Modifikationen des Optimierungsproblems einfachere, besser nachvollziehbare Topologien zu begünstigen zum Preis einer weniger exakten Wiedergabe der Zielspannungsvorgaben. Gleichzeitig erscheinen die Lösungen der Basisformulierung A stärker an das vorgegebene Elementgitter gebunden, sodass bei der Strukturanalyse im Optimierungsablauf womöglich verstärkt numerische statt geometrischer Effekte genutzt werden, um die Spannungsabweichung $\Delta\sigma$ zu minimieren.

Die Verläufe der minimalen ZFW bei der Modifikation C+D+E zeigen bei der Zielspannungsvorgabe **S** eine stetige Abnahme der Spannungsabweichung $\Delta\sigma$. Bei **Dx** erscheinen weitere Verbesserungen hingegen nicht möglich (s. Abbildung 4.12). Hier fallen beim Blick auf die Strukturlösungen in Abbildung 4.11 hohe Elementdichten in Bereichen auf, die gemäß erwarteter Lösung leer sein sollten. Insofern liegt nahe, dass die aktuelle Formulierung des Optimierungsproblems noch nicht ausreichend Elemente mit geringer Dichte bei der Nebenbedingung g_s ausschließt, singuläre Spannungen also noch besser berücksichtigt werden müssen.

Ein genauerer Blick auf die Mechanismen der erzielten Topologien zum Erreichen der Zielspannungen wird in Abbildung 4.13 gegeben. Es wirkt so, als ob nicht nur Masse- und Spannungsanforderungen, sondern auch eine gezielte strukturelle Nachgiebigkeit, d. h. eine Funktionalität der Topologie, zu den gewünschten Spannungen im Zielbereich führt. Offensichtlich wird dieser Zusammenhang z. B. bei der Betrachtung der **S**-Topologielösung in Abbildung 4.13b: Während die nahezu punktsymmetrisch angeordneten Schenkel grundsätzlich wie erwartet zum Schubzustand führen, bewirken kleine Aussparungen eine leichtere seitliche Verformung des Zielbereichs und somit auch in Querrichtung ein besseres Schubverhalten.

GEOP S^2 wurde für die gezeigten TO mit 105 Prozessen ausgeführt. Pro 24 Stunden Realzeit ergaben sich dadurch etwa 41 000 berechnete Generationen.

Die hier vorgestellte TO-Methode erscheint mit den modifizierten Formulierungen momentan nur für einige Zielspannungsvorgaben geeignet, vermutlich durch eine unzureichende Behand-

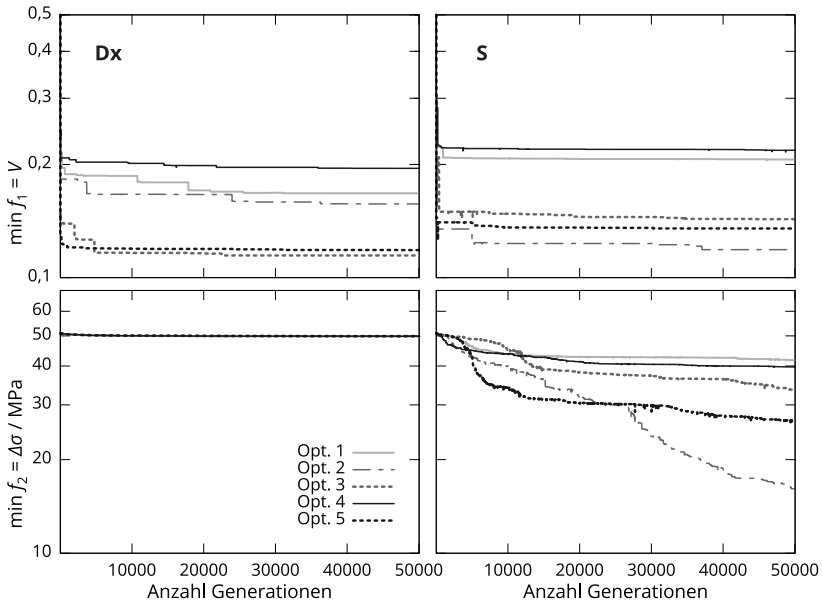


Abbildung 4.12: Verläufe von minimalen ZFW $\min \mathbf{f}$ der erweiterten Zielspannungen über berechnete Generationen für die kombinierte Modifikation C+D+E [62]

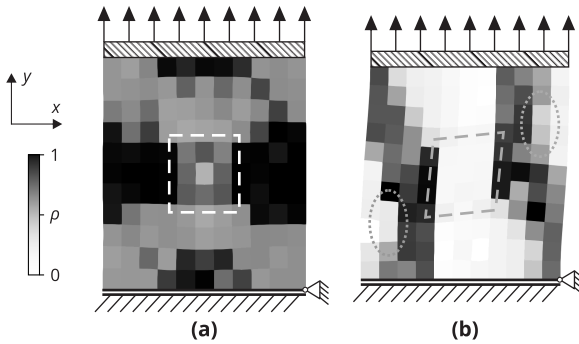


Abbildung 4.13: Unter Last verformte Topologielösungen mit erweiterten Spannungsvorgaben: Zielbereiche und funktionelle Merkmale jeweils mit Markierung [62]

lung singulärer Spannungen. Darüber hinaus können zwar in der Basisformulierung A die Zielspannungen gut wiedergegeben werden. Die zugehörigen Topologien sind aber weder direkt nachvollziehbar noch weisen sie klare Konturen auf. Vielmehr scheinen sie stärker an die Beschaffenheit des Elementgitters, d. h. an numerische Effekte, gebunden zu sein. Demzufolge sind für das Erreichen der Zielspannungsvorgaben sowie die Generierung einer besseren, gut nachvollziehbaren Topologie zwei wesentliche Anpassungen notwendig:

- eine ausreichende Berücksichtigung singulärer Spannungen,
- eine passende Strukturrepräsentation zur Begünstigung klarer, einfacher Topologien und Vermeidung von stark vom Elementgitter abhängigen Effekten.

4.4 Verbesserte Strukturrepräsentation für anwendungsnahe Ergebnisse

Um verbesserte TO-Lösungen zu erreichen, wird die Strukturrepräsentation so formuliert, dass die Dichteverteilung möglichst unabhängig vom Elementgitter erzeugt wird. Dazu können Konzepte von Level-Set-Methoden in Form von grundsätzlich frei im Bauraum verteilten n_S Stützstellen eingesetzt werden [106, 135]. Diese besitzen Dichtewerte $\rho_{S,j} \in [\rho_{\text{lim}}, 1]$, $j = 1, \dots, n_S$, an den jeweiligen Stützstellenpositionen $\mathbf{x}_{S,j}$, die nun als Entwurfsvariablenvektor $\mathbf{c} = (\rho_{S,j})$ in die TO einfließen. Sie spannen damit eine kontinuierliche Level-Set-Funktion $L_{\rho,S}(\mathbf{x}, \mathbf{c})$ auf – hier als Dichtelandkarte bezeichnet. Die Elementdichtewerte ρ_i werden auf Basis der Dichtelandkarte $L_{\rho,S}$ interpoliert und an den Koordinaten $\mathbf{x} = \mathbf{x}_{M,i}$ der Elementzentren ausgewertet. Ist die Anzahl n_S der Stützstellen kleiner als die der Elemente n_e , so hat die alternative Strukturrepräsentation zusätzlich den Vorteil einer geringeren Anzahl an Entwurfsvariablen. TO mit evolutionären Algorithmen besitzen demnach bessere Skalierungseigenschaften.

Für die Interpolation der Elementdichten ρ_i dienen die frei verfügbare Programmbibliothek Alglib [136] und Radialbasisfunktionen der Gauß-Form

$$\tilde{\rho}_{\text{RBF}}(r, r_0) = e^{-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2} \quad (4.16)$$

mit r als Abstand zur Stützstellenposition und r_0 einem Bezugsradius. In Abbildung 4.14 sind Stützstellenpositionen innerhalb des strukturellen Bauraums sowie die zugehörige kontinuierliche Funktion der Dichtelandkarte illustriert. Außerhalb des Dichteintervalls $[\rho_{\text{lim}}, 1]$ liegende Werte

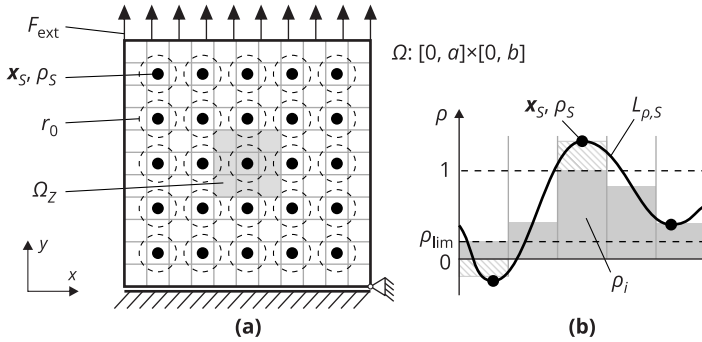


Abbildung 4.14: Darstellung der verbesserten, gitterunabhängigen Strukturrepräsentation auf Basis von Level-Set-Methoden: (a) Stützstellenpositionen im diskretisierten Bauraum mit Zielbereich Ω_Z , (b) Interpolation von Elementdichten ρ_i aus der kontinuierlichen Funktion der Dichtelandskarte $L_{\rho,S}$, schraffierte Dichtebereiche werden auf die Intervallgrenzen $[\rho_{lim}, 1]$ gesetzt

von $L_{\rho,S}$ werden für die Elementdichte ρ_i auf die Intervallgrenzen zurückgestellt, d. h.

$$\rho_i = \begin{cases} \rho_{lim} & \text{für } L_{\rho,S}(\mathbf{x}_{M,i}, \mathbf{c}) < \rho_{lim} , \\ L_{\rho,S}(\mathbf{x}_{M,i}, \mathbf{c}) & \text{für } L_{\rho,S}(\mathbf{x}_{M,i}, \mathbf{c}) \in [\rho_{lim}, 1] , \\ 1 & \text{für } L_{\rho,S}(\mathbf{x}_{M,i}, \mathbf{c}) > 1 . \end{cases} \quad (4.17)$$

Zunächst wird eine höhere Elementauflösung von 21×21 für den Bauraum verwendet. Die Stützstellen ordnen sich dabei für eine bessere Vergleichbarkeit mit der elementweisen Dichtevorgabe beim Basisbeispiel in einem regelmäßigen Rechteckgitter mit einer Auflösung von 11×11 an. Aufgrund der höheren Elementauflösung wird der Zielbereich Ω_Z auf 3×3 Elemente in der Mitte erweitert. Um realistischere Randbedingungen an der Lasteinleitung zu schaffen, wird jeweils die Hälfte der topologischen Bauraumhöhe b als Versteifung oben und unten in Form von Elementen mit der Dichte 1 angefügt. Die Seite unterhalb der unteren Versteifung ist wiederum fest eingespannt, die y -Koordinaten der Knoten am Rand über der oberen Versteifung gekoppelt.

Das TO-Problem besitzt nun einen Entwurfsraum $\mathbf{c}$, der sich grundsätzlich aus den Dichtevorgaben $\rho_{S,j}$ an den Stützstellen zusammensetzt. Mit der im Abschnitt 4.2 beschriebenen Modifikation E kommt noch der Skalierungsfaktor c_ρ für die interpolierten Elementdichten ρ_i hinzu.

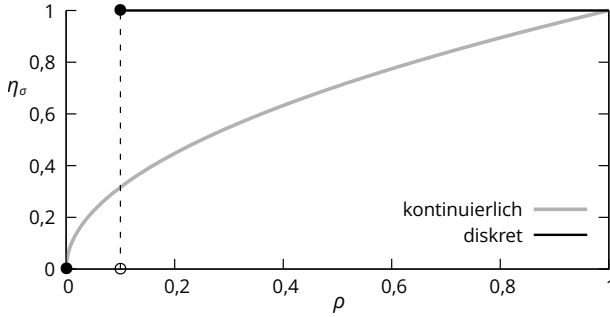


Abbildung 4.15: Vergleich der Spannungs-Übertragungsfunktionen für die stetige, glatte Formulierung aus der Literatur für $q = \frac{1}{2}$ und die für die Topologieoptimierung mit evolutionären Algorithmen verwendete diskrete Formulierung

4.4.1 Angepasste Problemformulierung und -analyse

Werden die im Abschnitt 4.3 gefundenen Modifikationen C, D und E direkt auf die stützstellenbasierte Strukturrepräsentation übertragen, ergeben sich Schwierigkeiten bei der Lösungsfindung. Zunächst schränkt die Nebenbedingung g_ϵ in Gleichung (4.14) die Menge der möglichen Lösungen aufgrund des größeren Zielbereichs zu stark ein, sodass keine sinnvollen Topologien erzeugt werden können. Weiterhin begünstigt die Skalierung aller Dichtewerte $\rho_{S,j}$ an den Stützstellen durch einen globalen Faktor c_ρ Lösungen mit geringer Dichtewaranz zu stark. Dadurch erscheinen Topologien mit sichtbar abgesetzten Merkmalen kaum möglich. Insofern wird im Folgenden versucht, die Modifikationen C und E durch besser geeignete zu ersetzen.

Um klarere Topologiemerkmale zu erlauben, besteht eine weitere Anpassung in der direkten Behandlung der Spannungsrelaxation. Im Zusammenhang mit der spannungsbasierten TO und GV kommt die in Gleichung (3.21) beschriebene stetige und glatte Form der Spannungsübertragung zum Einsatz [118]. Im vorliegenden TO-Problem wird auf eine kontinuierliche Formulierung verzichtet und ein Dichtegrenzwert $\rho_{\text{lim},\sigma}$ für die Berücksichtigung der Spannungen eingeführt. Daraus folgt die Spannungs-Übertragungsfunktion in diskreter Form zu

$$\eta_{\sigma,\text{diskret}}(\rho) = \begin{cases} 1 & \text{für } \rho \geq \rho_{\text{lim},\sigma} \\ 0 & \text{für } \rho < \rho_{\text{lim},\sigma} \end{cases} \quad (4.18)$$

Zugleich werden betreffende Elementdichten im Fall $\rho < \rho_{\text{lim},\sigma}$ direkt auf ρ_{lim} gesetzt. Abbildung 4.15 verdeutlicht den Unterschied zwischen den Formulierungen in Gleichungen (3.21) und (4.18) für $q = \frac{1}{2}$.

Da für die alternativ parametrisierten Topologien die Qualität verstärkt im Vordergrund steht, wird für die folgenden Analysen eine zahlenmäßige Größe $Q \in (0, 1]$ für die Einschätzung der Topologiequalität eingeführt. Große Werte stehen hier für eine hohe Qualität. Die Berechnung von Q orientiert sich konzeptionell an Yago u.a. [137] und im Detail an Mauersberger u.a. [63]. Die Qualität der TO-Lösung ist einerseits davon bestimmt, inwieweit eine binäre Dichtestruktur mit Werten für ρ_i von nahe 0 oder 1 erreicht wurde. Folglich kann der betreffende Anteil Q_1 die Form

$$Q_1(\rho) = \frac{1}{n_e} \sum_{i=1}^{n_e} (1 - 2\rho_i)^2 \quad (4.19)$$

besitzen. Als zweiter wichtiger Einfluss gilt Größe und Grad der Herausbildung von Topologiemerkmalen. Während zu viele und detaillierte Merkmale, möglicherweise in der Größenordnung der Elementauflösung die Interpretation der TO-Lösung erschweren, gestalten großflächige oder zu wenige Merkmale die Topologie zu unterkomplex. Dadurch werden für die Optimierung der Nachweisprobe womöglich wichtige topologische Funktionalitäten eingeschränkt. Als zentraler Parameter zur Abbildung der Merkmalsgröße gilt hier der Umfangsparameter P nach Beckers [63, 138] in der normierten 2D-Form

$$P(\rho) = \frac{1}{n_{e,x} + n_{e,y}} \sum_k \sum_i d_{ki} |\rho_k - \rho_i| \quad (4.20)$$

mit $k = 1 \dots n_e$, i einem Index, der die zu k benachbarten Elemente iteriert, und der Kontaktlinienlänge d_{ki} , d. h. der Seitenlänge eines Elements. Die Variablen $n_{e,x}$ und $n_{e,y}$ stehen für die Elementauflösung in x - bzw. y -Richtung. P fließt über den Anteil

$$Q_2(\rho) = \frac{P}{P_{\max}} e^{\left(1 - \frac{P}{P_{\max}}\right)} \quad (4.21)$$

in die Topologiequalität ein. Empirisch wurde ein Wert von $P_{\max} = 2 \text{ mm}$ ermittelt für eine qualitativ hochwertige Merkmalsgröße und -herausbildung. Gemeinsam bilden Q_1 und Q_2 die Topologiequalität in gewichteter Form, da die binäre Dichtestruktur als wichtiger für die Qualität der TO-Lösung angesehen wird:

$$Q = 0,8Q_1 + 0,2Q_2. \quad (4.22)$$

Der Proportionalitätsfaktor w aus Gleichung (3.3) geht in die Formulierung des ZFW $f_2 = \Delta\sigma$ ein, indem er die Ist-Spannung gegenüber der Spannungsvorgabe σ_0 skalieren kann:

$$f_2 = \Delta\sigma = \max_{i \in \Omega_Z} \|w\sigma_i(\rho) - \sigma_0\|. \quad (4.23)$$

Aufgrund der durchweg linearen Strukturanalyse innerhalb der TO erscheint dieser Ansatz in diesem Fall zulässig. Die Spannungsabweichung $\Delta\sigma$ beschreibt den kleinsten Abstand von der Spannungsvorgabe im Sinne einer p2-Norm, wenn ein optimaler Wert für w , d. h. $w = w_{\min}$ gefunden wird:

$$w_{\min} = \frac{\bar{\sigma}_Z \sigma_0}{\bar{\sigma}_Z^2}. \quad (4.24)$$

Die Größe $\bar{\sigma}_Z$ entspricht dabei des über die Elemente des Zielbereichs Ω_Z komponentenweise gemittelten Spannungsvektors. Eine kleinste relative Abweichung $\Delta\tilde{\sigma}$ berechnet sich folglich zu

$$\Delta\tilde{\sigma} = \frac{\|w_{\min}\bar{\sigma}_Z - \sigma_0\|}{\|\sigma_0\|}. \quad (4.25)$$

Im Unterschied zum zweiten ZFW $f_2 = \Delta\sigma$, der für die punktuell maximale Spannungsabweichung im Zielbereich steht, bezieht sich $\Delta\tilde{\sigma}$ auf die mittlere Spannungsverteilung im gesamten Bereich. Daher nimmt diese Größe tendenziell geringere Werte an.

In den gezeigten Topologielösungen für die finale Problemmodifikation wird der in Gleichung (4.3) dargestellte Bestrafungsansatz in eine Summenform umgewandelt:

$$\hat{f}_i(\mathbf{c}) = f_i(\mathbf{c}) + \sum_{j=1}^{n_g} \beta \hat{g}_j^2(\mathbf{c}). \quad (4.26)$$

Der Bestrafungsfaktor q nimmt für jede Optimierung denselben Wert an und beträgt wie zuvor $\beta = 10^8$. Die obige Form hat den Vorteil, dass die Zielfunktion f_i einfacher zu berechnen ist sowie eine vom Vorzeichen der Zielfunktion unabhängige Bestrafung bietet. Im Grunde entspricht der Summenansatz in Gleichung (4.26) dem in der Literatur üblichen einschrittigen Bestrafungsverfahren [89, Kap. 5.4].

Für die im Folgenden dargestellten Ergebnisse wurden zur statistischen Absicherung drei identische Optimierungsläufe ausgeführt und je 10 000 Generationen berechnet.

Die alternative Strukturrepräsentation ergibt zusammen mit der angepassten Formulierung des TO-Problems grundsätzlich ähnliche Ansätze von Topologien wie bei der elementweisen Dichtevorgabe des Basisbeispiels (s. Abbildung 4.16): deutliche horizontale Strukturen um den Zielbereich für die Spannungsvorgabe $\mathbf{Dx}$ und zwei punktsymmetrische Schenkel für die Spannungsvorgabe $\mathbf{S}$. Die Funktionalität der Topologie erscheint somit analog zu den vorigen Ergebnissen. Allerdings sind die Konturen aufgrund der Formulierung der Dichtelandkarte $L_{\rho,S}$ wesentlich unschärfer und folglich schwächer von der Umgebung abgesetzt. Die minimalen ZFW nehmen sogar höhere Werte an als zuvor (s. 4.4), die mittlere relative Spannungsabweichung $\Delta\tilde{\sigma}$ liegt in der Größenordnung der Zielspannung und der Wert für die Topologiequalität Q bestätigt

Tabelle 4.4: Optimierungsergebnisse für die angepasste Problemformulierung der alternativen Strukturrepräsentation: gemittelte Ist-Spannungen $\bar{\sigma}_Z$ für die ausgewählten, dargestellten Strukturindividuen

Mod.	Zielsp.	$\min f_1$	$\min f_2$ / MPa	$\bar{\sigma}_Z$ / MPa	$\Delta\bar{\sigma}$	Q
D	Dx	0,338	52,5	$(-3,2; 23,2; 0,4)^T$	99,1 %	0,1864
D	S	0,348	52,7	$(-0,1; 22,0; 2,3)^T$	99,5 %	0,247

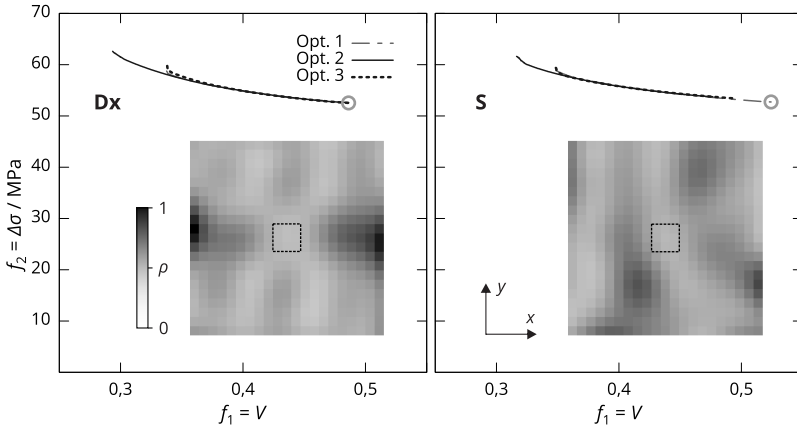


Abbildung 4.16: Darstellung der Paretofronten der TO-Läufe (Opt.) für die angepasste Problemformulierung mit alternativer Strukturrepräsentation in der Modifikation D nach 10 000 Generationen, Darstellung ausgewählter Strukturindividuen (Position in Paretofront durch Kreis markiert, Zielbereich gestrichelt markiert)

die qualitative Beobachtung der grafischen Darstellung. Mit Blick auf die Verläufe der minimalen FZW in Abbildung 4.17 offenbart sich ein mangelhaftes Konvergenzverhalten.

4.4.2 Weitere Modifikationen zur Generierung klarer Strukturen

Aufgrund der oben beschriebenen Unzulänglichkeiten bei der Lösungsfindung, wird im Folgenden dargestellt, welche Modifikationen der Problemformulierung notwendig sind, um bessere Ergebnisse zu erzielen

Zunächst wird in Modifikation F eine Variable $c_L \in [0, 1)$ eingeführt, welche die Dichtelandskarte $L_{\rho,S}$ nach oben und unten gleichermaßen skaliert. Damit sollen klarere Konturen begünstigt

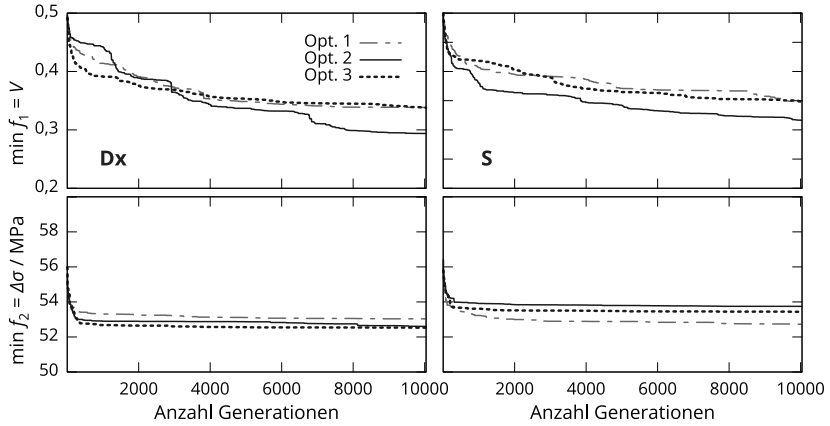


Abbildung 4.17: Verläufe von minimalen ZFW $\min \mathbf{f}$ mit alternativer Strukturrepräsentation in der Modifikation D über berechnete Generationen

werden. Die skalierte Dichtelandkarte nimmt die Form

$$\hat{L}_{\rho,S}(\mathbf{x}, \mathbf{c}) = \frac{L_{\rho,S}(\mathbf{x}, \mathbf{c}) - \frac{c_L}{2}}{1 - c_L} \quad (4.27)$$

an. Gleichung (4.17) wird für die skalierte Dichtelandkarte $\hat{L}_{\rho,S}$ analog angewandt. Die Formulierung in Gleichung (4.27) hat den Vorteil, dass $L_{\rho,S}$ um den Funktionswert 0,5, d. h. bezüglich des Intervalls $(0, 1]$ symmetrisch skaliert wird. Der Faktor c_L ergänzt den Entwurfsraum $\mathbf{c}$ der TO. Für die folgenden Ergebnisse wurde ein Skalierungsfaktor $c_L = 0,2$ festgelegt. Höhere Werte bergen die Gefahr, dass die TO unzureichend verläuft und nicht-funktionelle Topologien erzeugt.

Darüber hinaus legt Modifikation G den Skalierungsfaktor w in der Formulierung des ZFW $\Delta\sigma$ (s. Gleichung (4.1)) so fest, dass bereits während der TO eine minimale Spannungsabweichung erreicht wird. Dieses Vorgehen erfolgt analog zur Auswertung der relativen mittleren Spannungsabweichung $\Delta\bar{\sigma}$ gemäß Gleichungen (4.24) und (4.25). Es ist zulässig, sofern die Spannungen in der Struktur geometrisch und materiell linear berechnet werden. Dadurch gelten linear skalierte Lösungen in gleichem Maße wie das ursprüngliche Ergebnis.

Die Paretofronten der TO für beide Zielspannungen $\mathbf{Dx}$ und $\mathbf{S}$ sowie die Modifikationen D+F+G sind in Abbildung 4.18 zu sehen. Zugleich werden Strukturindividuen mit möglichst geringer Spannungsabweichung $f_2 = \Delta\sigma$ dargestellt. Tabelle 4.5 listet die Ergebnisse im Einzelnen auf. Auffällig ist eine leichte Verbesserung der ZFW im Vergleich zu Modifikation D. Höhere Werte für Q bestätigen den visuellen Eindruck, dass die Topologien klarere Merkmale herausbilden

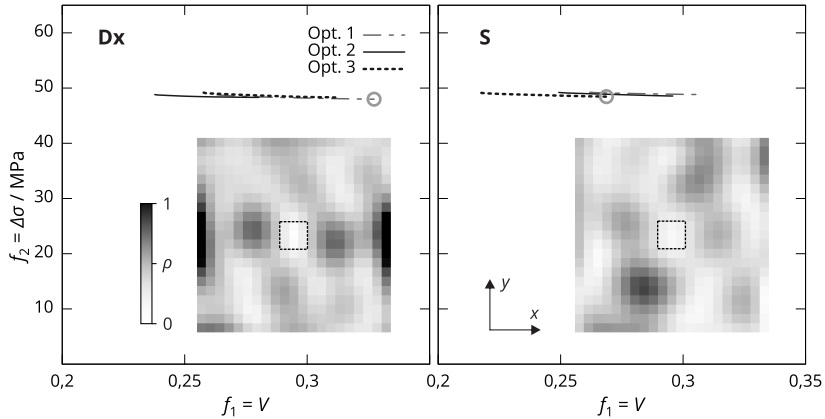


Abbildung 4.18: Darstellung der Paretofronten der TO-Läufe (Opt.) für die angepasste Problemformulierung mit alternativer Strukturrepräsentation in der Problemmodifikation D+F+G nach 10 000 Generationen, Darstellung ausgewählter Strukturindividuen (Position in Paretofront durch Kreis markiert, Zielbereich gestrichelt markiert)

konnten. Für die Zielspannung **S** ergeben sich bereits so deutliche Topologiefunktionalitäten, dass Analogien zu bestehenden Versuchsvorrichtungen für die Ermittlung von Schubeigenschaften³ gezogen werden können (s. Abbildung 4.19).

Obwohl es den Modifikationen F und G gelingt, die Topologielösungen leicht zu verbessern, können die Zielspannungen nicht erreicht werden. Der mittlere Ist-Spannungsvektor $\bar{\sigma}_Z$ zeigt zwar Tendenzen in Richtung Soll-Spannung, z. B. durch einen erhöhten Betrag der σ_{xx} -Spannungskomponente bei der Zielspannung **Dx**. Jedoch dominieren stets die Komponenten in die globale

³entwickelt an der Professur für Luftfahrzeugtechnik, Institut für Luft- und Raumfahrttechnik, Technische Universität Dresden

Tabelle 4.5: Optimierungsergebnisse für die angepasste Problemformulierung der alternativen Strukturrepräsentation für weitere Problemmodifikationen: gemittelte Ist-Spannungen $\bar{\sigma}_Z$ für die ausgewählten, dargestellten Strukturindividuen

Mod.	Zielsp.	min f_1	min f_2 / MPa	$\bar{\sigma}_Z$ / MPa	$\Delta\bar{\sigma}$	Q
D+F+G	Dx	0,238	48,0	$(-9,04; 19,21; 1,04)^T$	90,5 %	0,411
D+F+G+H+J	Dx	0,0337	19,64	$(-50,0; -0,9; -1,2)^T$	3,02%	0,739
D+F+G	S	0,218	48,4	$(-0,15; 14,03; 4,31)^T$	95,6 %	0,441
D+F+G+H+J	S	0,0408	29,9	$(-0,3; -0,5; 50,0)^T$	1,24%	0,884

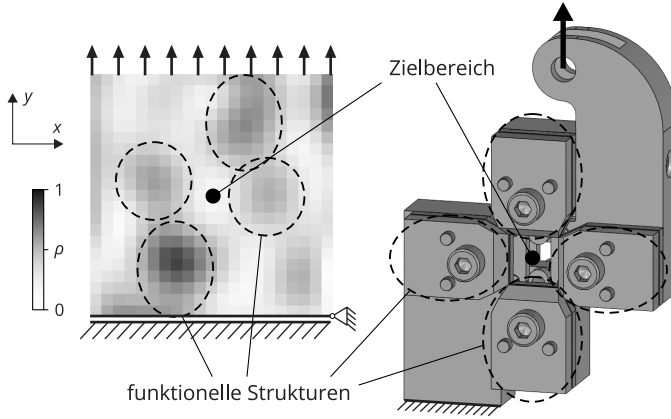


Abbildung 4.19: Vergleich einer Topologielösung mit der Zielspannung $\mathbf{S}$ und einer Konstruktion für eine Schubversuchsvorrichtung: Ähnlichkeiten in der Funktionalität markiert

Belastungsrichtung. Ein Grund dafür kann in der mangelnden Spannungsrelaxation und damit verbunden einem unzureichenden Ausschalten von Bereichen mit geringerer Elementdichte ρ_i liegen. Trotz der diskreten Aktivierung der Spannungsauswertung in den Elementen basierend auf ihrer Dichte (s. Gleichung (4.18)), fehlt offenbar noch ein Mechanismus zur effektiven Ausnutzung.

Im nächsten Schritt wurde in einer Modifikation H zusätzlich zum Faktor c_L für die Dichtelandskarte sowie dem angepassten Faktor w für die Spannungen ein separater Skalierungsfaktor $c_{\rho,Z}$ für die Dichtewerte im Zielbereich eingeführt. Dieser wirkt sich analog zu c_ρ aus Modifikation E auf alle Elementdichten in Ω_Z gleichermaßen aus und wird auf die Grenzen $[\rho_{\lim,Z}, 1]$ bei Überschreitung zurückgeschrieben. Unterschiede zu c_ρ bestehen darin, dass die Untergrenze $\rho_{\lim,Z}$ nicht wie $\rho_{\lim}$ für Materialabwesenheit, sondern einen hinreichend dünnen Strukturbereich steht. Mit $c_{\rho,Z}$ wurde der Entwurfsraum $\mathbf{c}$ der TO erweitert.

In Abbildung 4.20 sind für beide betrachtete Zielspannungen $\mathbf{Dx}$ und $\mathbf{S}$ Strukturindividuen für die Werte $\rho_{\lim,Z} = 0,25$ und $\rho_{\lim,Z} = 0,01$ gegenübergestellt. Wenngleich die Elementdichten auf einem sehr niedrigen Niveau liegen, werden aufgrund der angepassten Spannungs-Übertragungsfunktion $\eta_{\sigma,\text{diskret}}$ aus Gleichung (4.18) klare Konturen für die Dichtegrenze $\rho_{\lim,\sigma}$ erzeugt. Im weiteren Verlauf der Untersuchungen wurde die Untergrenze auf $\rho_{\lim,Z} = 0,1$ festgelegt.

Daraus folgt eine weitere Modifikation J, welche ein einseitiges Herabsetzen der Dichtewerte ρ_i auf $\rho_{\lim}$ auch für höhere Grenzwerte als $\rho_{\lim,\sigma}$ erlaubt. Die Dichtelandskarte wird für den Grenzwert

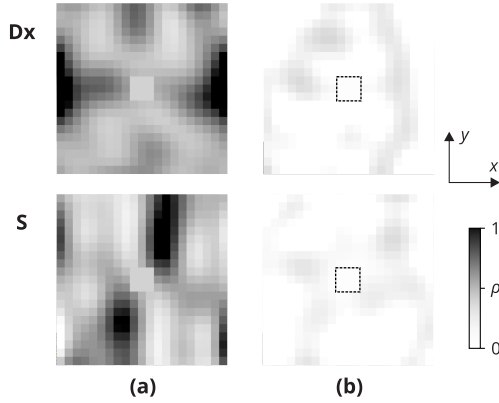


Abbildung 4.20: Gegenüberstellung von Strukturindividuen mit alternativer Strukturrepräsentation und zusätzlicher Skalierung der Elementdichten im Zielbereich Ω_Z (Mod. D+F+G+H), minimale Dichte: (a) 0,25, (b) 0,01 (Zielbereich markiert)

$\rho_{\text{lim},L} \in [\rho_{\text{lim},\sigma}, 1]$ einseitig abgeschnitten, um den oben beschriebenen Effekt auszunutzen und Strukturen mit höheren Dichtewerten und zugleich klaren Konturen zu erzeugen. Alle zusätzlichen Modifikationen für die alternative Strukturrepräsentation werden in Tabelle 4.6 aufgelistet. Die Grenzdichte $\rho_{\text{lim},L}$ für das einseitige Abschneiden der Dichtelandkarte $L_{\rho,S}$ zählt als zusätzliche Entwurfsvariable.

Tabelle 4.6: Modifikationen des Topologieoptimierungsproblems mit alternativer Strukturrepräsentation

	Modifikation	Problemteil
F	direkte Skalierung der Dichtelandkarte $L_{\rho,S}$ mittels Faktor c_L	Entwurfsvariablen
G	optimale Skalierung der Spannungsauswertung auf Basis linearer Strukturanalyse	Zielfunktion
H	Skalierung der Dichtewerte im Zielbereich Ω_Z mittels Faktor $c_{\rho,Z}$	Entwurfsvariablen
J	einseitiges Abschneiden aller Dichtewerte unterhalb des Grenzwerts $\rho_{\text{lim},L}$	Entwurfsvariablen

Dadurch generiert die TO für die Zielspannungen **Dx** und **S** Strukturindividuen mit wesentlich klareren Konturen und plausibler Funktionalität (s. Abbildung 4.21). Für die Topologielösung zu **S** wird zudem eine punktsymmetrische Form erreicht, obwohl mit EA ein stochastisches, d. h. zufällig agierendes Verfahren zum Einsatz kam. Der ZFW zur Spannungsabweichung $f_2 = \Delta\sigma$ nimmt wesentlich niedrigere Werte an als bei vorigen Problemformulierungen (s. Tabelle 4.5). Dies

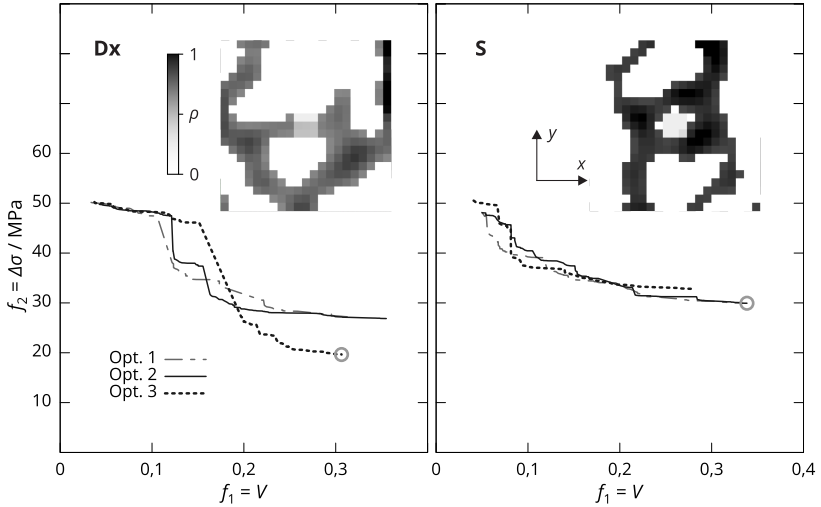


Abbildung 4.21: Darstellung der Paretofronten der TO-Läufe (Opt.) mit alternativer Strukturrepräsentation in der finalen Problemmodifikation D+F+G+H+J nach 10 000 Generationen, Darstellung ausgewählter Strukturindividuen (durch Kreis markiert)

spiegelt sich ebenso in einer deutlich reduzierten relativen Spannungsabweichung von 8,6 % und 1,2 % für die beiden Zielspannungen **Dx** bzw. **S** wider. Höhere Werte für die Topologiequalität Q werden aufgrund von klareren Konturen und annähernden binären Dichtestrukturen erzielt. Die Paretofronten zu den TO-Lösungen mit Modifikation D+F+G+H+J in Abbildung 4.21 erstrecken sich über einen größeren Bereich als bei vorigen Modifikationen. Dies spricht für eine größere Freiheit bei der TO, allerdings auch wegen der stochastischen Natur der Lösungsfindung für eine größere Variabilität der erzeugten Strukturindividuen (vgl. Abbildung 4.22). Die Verläufe der minimalen ZFW in Abbildung 4.23 legen ein zügiges, ausreichendes Konvergenzverhalten nahe.

Spontan lassen sich mit der finalen Modifikation D+F+G+H+J auch Topologien mit anderen Zielspannungszuständen erzeugen, die zugleich eine plausible Funktionalität aufweisen. In Abbildung 4.24 werden für die Zielspannungen **Dx** und **S** sowie für Druck in y -Richtung, $\sigma_0 = (0, -50, 0)^T$ MPa (**Dy**), und Zug in x -Richtung, $\sigma_0 = (50, 0, 0)^T$ MPa (**Zx**), optimierte Strukturösungen dargestellt. Die Verformungsansicht verdeutlicht Zangenmechanismen bei Druck, d. h. **Dx** und **Dy**, sowie einen Spreizermechanismus bei Zug, d. h. **Zx**, realisiert über dünne Strukturmerkmale und Festkörpergelenke.

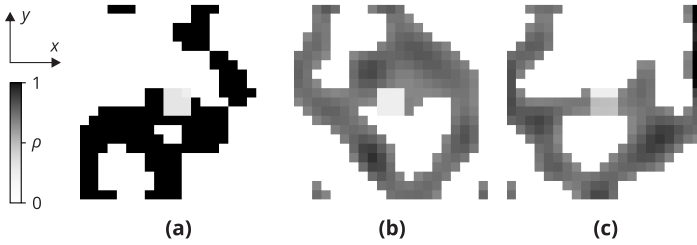


Abbildung 4.22: Strukturindividuen mit alternativer Strukturrepräsentation aus identischen Optimierungsläufen mit jeweils geringstem Zielfunktionswert $f_2 = \Delta\sigma$, Zielspannung Dx in der finalen Problemmodifikation D+F+G+H+J

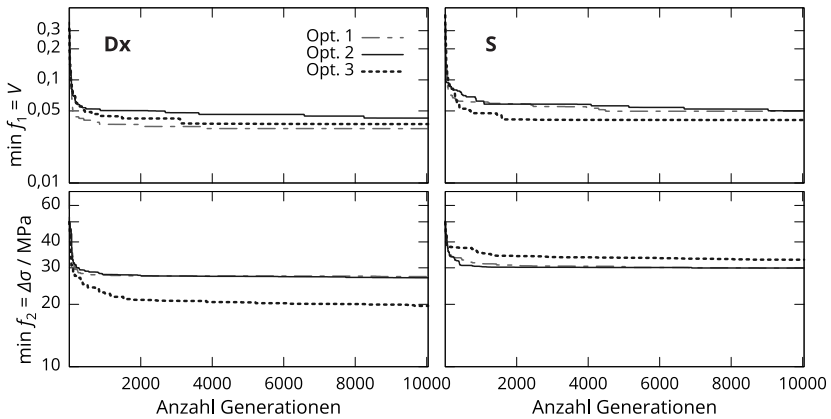


Abbildung 4.23: Verläufe von minimalen ZFW $\min f$ mit alternativer Strukturrepräsentation in der finalen Problemmodifikation D+F+G+H+J über berechnete Generationen

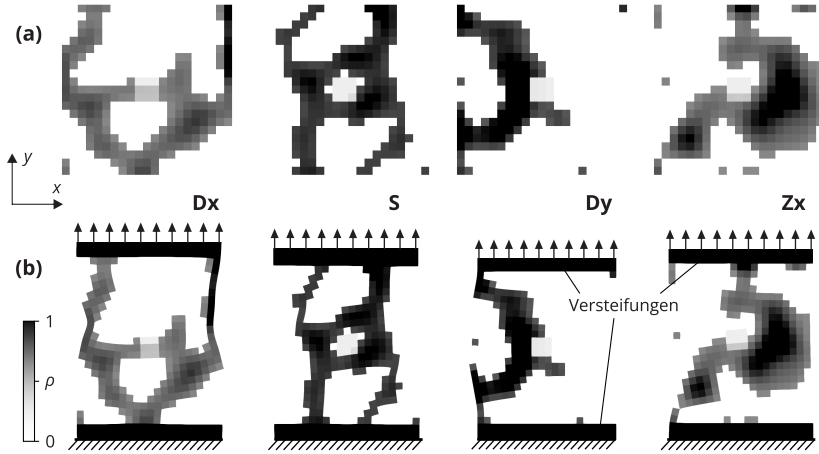


Abbildung 4.24: Strukturindividuen mit alternativer Strukturrepräsentation in der finalen Problemmodifikation D+F+G+H+J: (a) unverformte und (b) verformte Ansicht mit angedeuteten Versteifungen oben und unten, Skalierungsfaktoren bei **Dx** und **S** je 50 und bei **Dy** und **Zx** je 5

GEOpS² berechnete alle TO mit alternativer Strukturrepräsentation und einer Elementauflösung von 21×21 mit 105 Prozessen. Dadurch konnte eine Optimierungsgeschwindigkeit von etwa 7500 Generationen pro 24 Stunden Realzeit erzielt werden.

4.4.3 Vorgabe mehrerer Zielbereiche und Problemskalierung

Eine wesentliche Anforderung an die Struktur-Nachweisprobe bezieht sich darauf, experimentelle Untersuchungen gegenüber Standardproben effizienter zu gestalten. So bieten Nachweisproben mit mehreren Zielbereichen den Vorteil, unterschiedliche Versagenszustände unabhängig voneinander zu erzeugen und damit gleichzeitig mehrere Qualitätszielgrößen zu vereinen. Aus diesem Grund werden im nächsten Schritt bis zu drei Zielbereiche $\Omega_{Z,k}$, $k = 1, 2, 3$ mit den entsprechenden vorgegebenen, einachsigen Spannungszuständen $\sigma_{0,k}$ definiert. Um den topologischen Bauraum für die Funktionalität der zu generierenden Topologie effizient auszunutzen, erhält jeder Zielbereich eine freie Position $\mathbf{x}_{Z,k}$ des Bereichsmittelpunkts im Bauraum. Diese wird auf die Elementzentren $\mathbf{x}_{M,i}$ gerundet und nimmt somit diskrete Werte im Intervall $[0, a] \times [0, b]$ an. Der Entwurfsraum $\mathbf{c}$ vergrößert sich folglich um die Variablen $\mathbf{x}_{Z,k}$. Damit sich die einzelnen Zielbereiche mit variabler Position nicht überlappen, wird die zusätzliche Nebenbedingung

$$g_U(\mathbf{c}) = A_U \quad (4.28)$$

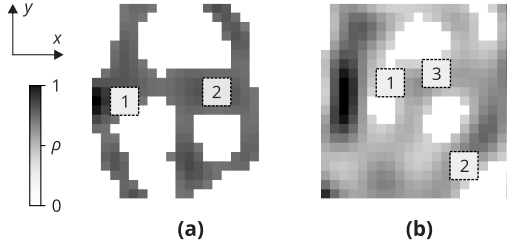


Abbildung 4.25: Strukturindividuen mit alternativer Strukturrepräsentation und jeweils geringstem Zielfunktionswert $f_2 = \Delta\sigma$ bei mehreren Zielbereichen mit variabler Position: (a) zwei Zielbereiche $\mathbf{Dx} + \mathbf{S}$, (b) drei Zielbereiche $\mathbf{Dx} + \mathbf{Dy} + \mathbf{S}$ (Zielbereiche nummeriert)

Tabelle 4.7: Optimierungsergebnisse mit alternativer Strukturrepräsentation und mehreren Zielbereichen für die ausgewählten, dargestellten Strukturindividuen

Vorgabe	Zielsp.	f_1	f_2 / MPa	$\bar{\sigma}_Z$ / MPa	$\Delta\bar{\sigma}$	Q
$\mathbf{Dx} + \mathbf{S}$	$\mathbf{Dx}$	0,1460	77,4	$(-57,2; 9,3; -9,3)^T$	30,0%	0,754
	$\mathbf{S}$			$(-3,6; 1,6; 30,1)^T$	40,6%	
$\mathbf{Dx} + \mathbf{Dy} + \mathbf{S}$	$\mathbf{Dx}$	0,0752	146,2	$(-11,31; 7,3; -9,3)^T$	80,9%	0,450
	$\mathbf{Dy}$			$(-6,67; 4,80; 8,15)^T$	111,6%	
	$\mathbf{S}$			$(4,48; 18,34; 11,14)^T$	86,4%	

formuliert, wobei A_U die Gesamtfläche aller Zielbereichsüberlappungen $\Omega_{Z,j} \cap \Omega_{Z,k}$ angibt. Ein einziger optimaler Faktor $w_{\min}$ wird analog zu Modifikation G (vgl. Gleichung (4.24)) für die gesamte Topologie mittels

$$w_{\min} = \frac{\sum_k \bar{\sigma}_{Z,k} \sigma_{0,k}}{\sum_k \bar{\sigma}_{Z,k}^2} \quad (4.29)$$

bestimmt, der folglich die Summe der quadratischen Abweichungen $\Delta\bar{\sigma}_k$ minimiert.

Für zwei beispielhafte Spannungsvorgaben sind die optimierten Topologien mit den jeweils geringsten Spannungsabweichungen $f_2 = \Delta\sigma$ in Abbildung 4.25 dargestellt. Zum einen werden die Zielspannungsvektoren $\sigma_{0,1} = (-50, 0, 0)^T$ MPa und $\sigma_{0,2} = (0, 0, 50)^T$ MPa mit $\mathbf{Dx} + \mathbf{S}$ sowie $\sigma_{0,1} = (-50, 0, 0)^T$ MPa, $\sigma_{0,2} = (0, -50, 0)^T$ MPa und $\sigma_{0,3} = (0, 0, 50)^T$ MPa mit $\mathbf{Dx} + \mathbf{Dy} + \mathbf{S}$ bezeichnet. Tabelle 4.7 listet ZFW, mittlere Spannungszustände und die Topologiequalität der dargestellten Topologien auf.

Im Gegensatz zu den Lösungen mit einzelnen Zielbereichen liegen die relativen mittleren Spannungsabweichungen $\Delta\bar{\sigma}$ bei mehreren Zielbereichen deutlich höher. Zwar tauchen aus vorigen Lösungen bekannte funktionelle Strukturmerkmale auf, z. B. gebogene Formen für die Erzeugung von Druck in x -Richtung (**Dx**) oder punktsymmetrische Schenkel für Schub (**S**). Allerdings scheinen begleitende Störkomponenten beim erzeugten Spannungsvektor zuzunehmen, vor allem für die generierte Zugspannung. Ein Grund dafür kann eine mangelhafte Elementauflösung sein, zumal die Merkmalsgröße der funktionellen Strukturen in den Bereich weniger Elementlängen kommt.

Daher wird im nächsten Schritt der Bauraum auf 40×40 Elemente und das Stützstellengitter auf 21×21 Stützstellen erweitert. Folgende Spannungsvorgaben fließen in die Untersuchungen ein:

- **Dx** mit Ω_Z für Vergleichszwecke über 6×6 Elemente,
- **S** mit Ω_Z für Vergleichszwecke über 6×6 Elemente,
- **Dx + S** mit $\Omega_{Z,k}$ über 3×3 Elemente,
- **Dx + Zx** mit $\Omega_{Z,k}$ über 3×3 Elemente,
- **Dx + Zx + S** mit $\Omega_{Z,k}$ über 3×3 Elemente,
- **Dx + Zx + Dy** mit $\Omega_{Z,k}$ über 3×3 Elemente.

Aufgrund des vergrößerten Entwurfsraums werden hier 500 Individuen und eine maximale Generationenanzahl von 25 000 vorgegeben.

Abbildung 4.26 illustriert die Paretofronten und Topologien ausgewählter Strukturindividuen für die genannten Spannungsvorgaben. Aufgrund von numerischen Problemen bei der Optimierung werden bei den Spannungsvorgaben **Dx + Zx + S** und **Dx + Zx** nur zwei statt drei identische TO-Läufe berücksichtigt. Die Ergebnisse im Einzelnen stehen in Tabelle 4.8. Am auffälligsten sind zunehmende Spannungsabweichungen $f_2 = \Delta\sigma$ und $\Delta\bar{\sigma}$ mit steigender Anzahl an Zielbereichen. Dies spricht dafür, dass der TO bei gleichbleibender Element- und Stützstellenauflösung immer weniger Freiheitsgrade zum Erreichen der Zielspannungen bleiben. Andererseits können auch bestimmte Spannungsvorgaben, z. B. **Dy** im Vergleich der Optimierungslösungen mit drei Zielbereichen, generell weniger gut erreicht werden als andere. Dadurch wirken sich begrenzte Möglichkeiten für die Topologiegenerierung hier besonders stark aus. Abgesehen von der Kombination **Dx + Zx + Dy** ohne brauchbare TO-Lösung bleibt die Topologiequalität Q auf einem hohen Level und ist vergleichbar mit den Ausgangslösungen der Problemmodifikation **D+F+G+H+J** (vgl. Tabelle 4.5). Bemerkenswert erscheint im Übrigen, dass die Topologielösung zur Spannungsvorgabe **Dx + Zx** einen Biegebalken mit gegenüberliegenden Zielbereichen herausbildet. Ansonsten finden sich die funktionellen Grundmerkmale für die Erzeugung von **Dx** und **S** auch in Topologien mit mehreren Zielbereichen wieder. Allein die Funktion der Topologie für den Zielbereich **Zx** bei der Spannungsvorgabe **Dx + Zx + S** bleibt nicht direkt ersichtlich. Es wird vermutet, dass hier bereits Effekte auf Elementebene und damit eine gitterabhängige Lösung eine Rolle spielen.

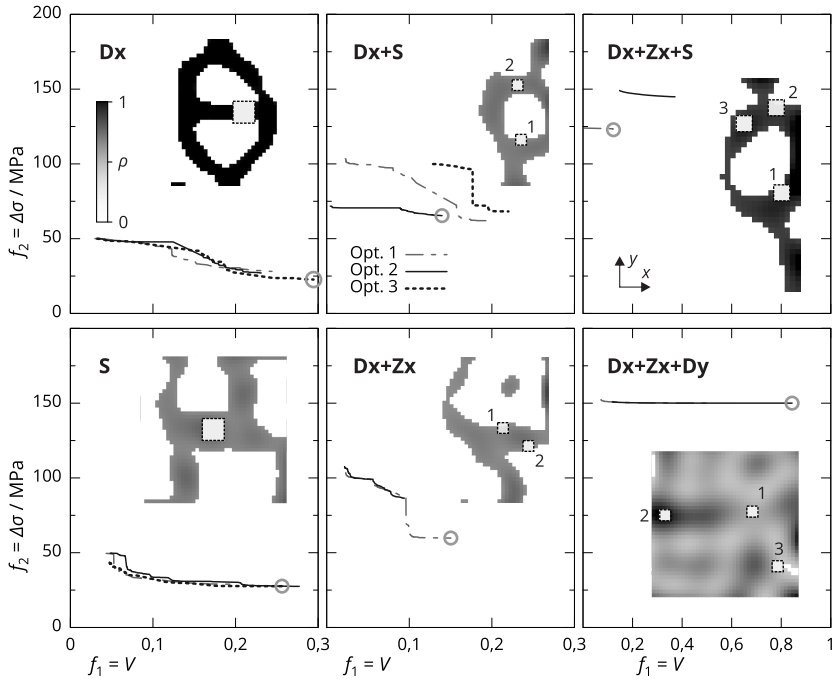


Abbildung 4.26: Darstellung der Paretofronten der TO-Läufe (Opt.) mit alternativer Strukturrepräsentation, höherer Elementauflösung und mehreren Zielbereichen nach 25 000 Generationen, Darstellung ausgewählter Strukturindividuen (Position in Paretofront durch Kreis markiert, Zielbereich gestrichelt markiert und nummeriert)

Tabelle 4.8: Optimierungsergebnisse mit alternativer Strukturrepräsentation, höherer Elementauflösung und mehreren Zielbereichen für die ausgewählten, dargestellten Strukturindividuen

Vorgabe	Zielsp.	$\min f_1$	$\min f_2$ / MPa	$\bar{\sigma}_Z$ / MPa	$\Delta\bar{\sigma}$	Q
Dx	Dx	0,0297	22,7	$(-50,0; 0,2; -1,5)^T$	2,95%	0,975
S	S	0,0433	27,5	$(1,1; 0,4; 50,0)^T$	2,32%	0,710
Dx + S	Dx	0,0226	65,4	$(-52,7; 1,8; -0,1)^T$	6,42%	0,843
	S			$(5,0; 8,0; 44,8)^T$	21,6 %	
Dx + Zx	Dx	0,0216	59,8	$(-44,6; -0,4; -5,9)^T$	16,01%	0,822
	Zx			$(47,9; 2,2; 17,4)^T$	35,2 %	
Dx + Zx + S	Dx	0,1205	121,8	$(-41,0; 0,1; -9,7)^T$	26,5 %	0,963
	Zx			$(43,4; 13,2; -26,6)^T$	60,8 %	
	S			$(-6,3; 15,2; 31,0)^T$	50,2 %	
Dx + Zx + Dy	Dx	0,0729	150,0	$(-0,341; 1,758; 0,056)^T$	99,4 %	0,267
	Zx			$(1,28; 3,34; 0,15)^T$	97,7 %	
	Dy			$(-0,101; 1,268; -0,007)^T$	102,5 %	

Die Lösungen der beiden Optimierungen mit Spannungsvorgaben **Dx** bzw. **S** eignen sich für einen Einblick in die genaue Spannungsverteilung im Zielbereich aufgrund der größeren Ausdehnung von 6×6 Elementen. Mit Blick auf Abbildung 4.27 erscheint die Verteilung der übergeordneten Spannungskomponente σ_{xx} bei **Dx** im Randbereich der Lasteinleitung rechts und links unregelmäßig. In der Mitte des Zielbereichs nimmt die Spannungsverteilung einen ebeneren Verlauf an. Bei der Vorgabe **S** liegt dagegen eine sehr gleichmäßige übergeordnete Spannungskomponente τ_{xy} vor. Die Werte der anderen Komponenten steigen oder fallen deutlich in den Bereichsecken. Aufgrund des insgesamt niedrigeren Niveaus der untergeordneten Spannungskomponenten bei **Dx** ergibt sich hier eine insgesamt geringere kumulative Spannungsabweichung $f_2 = \Delta\sigma$.

Um bei mehreren Zielbereichen gitterabhängige Effekte besser auszuschließen und Spannungsabweichungen zu verringern, wurde zuletzt versucht, das Optimierungsproblem höher zu skalieren auf 100×100 Elemente und 40×40 Stützstellen. Die Untersuchungen umfassten die Spannungsvorgaben **Dx + S**, **Dx + Zx** sowie **Dx + Zx + S**. Aufgrund des vergrößerten Entwurfsraums wurden 1000 Individuen je Generation und eine maximale Generationsanzahl von 50 000 berücksichtigt. Beispielhafte Topologien stellt Abbildung 4.28 dar.

Im Wesentlichen ermangeln die dargestellten TO-Lösungen wieder klarer Konturen und damit gut nachvollziehbarer funktioneller Strukturmerkmale zur Erzeugung der vorgegebenen Spannungszustände. Lediglich Dichtekonzentrationen geben Hinweise auf typische Merkmale wie etwa einer gebogenen, oder ringförmigen Struktur bei der Vorgabe **Dx** (vgl. Abbildung 4.28b) oder punktsymmetrischen Schenkeln bei **S** (vgl. Abbildung 4.28c).

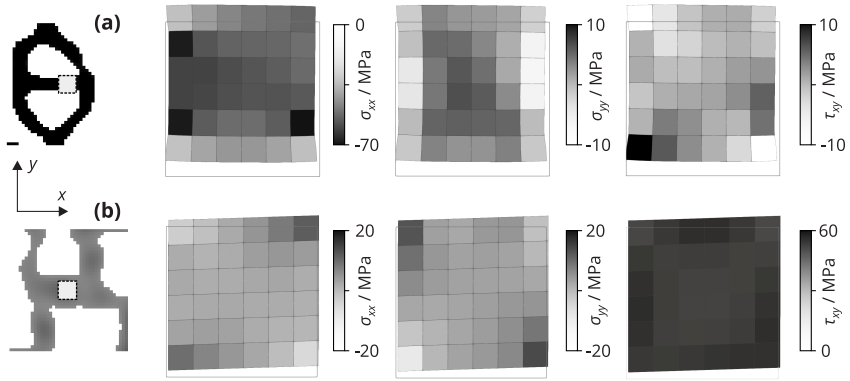


Abbildung 4.27: Spannungsverteilung im Zielbereich der Strukturindividuen mit alternativer Strukturrepräsentation und höherer Elementauflösung, Spannungsvorgaben (a) D_x und (b) S im verformten Zustand (Skalierungsfaktor 10)

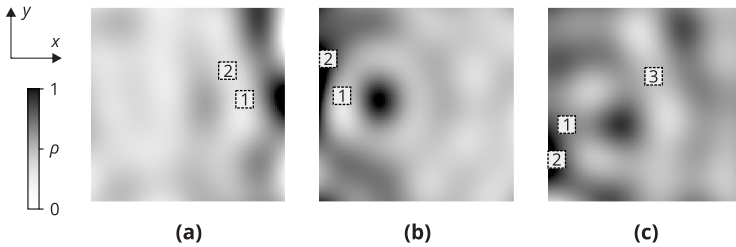


Abbildung 4.28: Strukturindividuen mit alternativer Strukturrepräsentation und höchster Elementauflösung: (a) zwei Zielbereiche $D_x + S$, (b) zwei Zielbereiche $D_x + Z_x$, (c) drei Zielbereiche $D_x + Z_x + S$ (Zielbereiche nummeriert)

Weiterhin spiegelt sich in den unzureichenden TO-Lösungen eine zu großskalige Problemformulierung für die Optimierung mit EA mit den vorhandenen Rechenressourcen wider. TO mit Elementauflösungen von 40×40 fanden jeweils auf 125 Prozessen statt. Dadurch wurden etwa 750 Generationen pro 24 Stunden Realzeit verarbeitet. Für die maximale Generationszahl von 25 000 dauerte eine TO daher zwischen 30 und 35 Tagen. Bei den höchsten Auflösungen von 100×100 Elementen wurden 250 parallele Prozesse angefordert und Optimierungsgeschwindigkeiten von etwa 100 Generationen pro 24 Stunden erzielt. Aus diesem Grund wurden TO mit der höchsten Auflösung aus Zeitgründen nach maximal 3500 Generationen abgebrochen.

Hier liegt ein klarer Hinweis vor, dass EA nur für stark eingeschränkte TO-Probleme überhaupt praktisch einsatzfähig sind [89]. Eine Grenze für diese Einschränkung wurde demonstriert und verweist zugleich auf die Notwendigkeit, bessere Skalierungsmöglichkeiten im Zusammenhang mit effizienteren TO-Methoden, insbesondere gradientenbasierten Verfahren zu untersuchen.

Die Grundhypothese lässt sich mit den gezeigten Ergebnissen teilweise bestätigen: Die Erzeugung von plausiblen, funktionalen Topologien der Struktur-Nachweisprobe erscheint mit dem verwendeten Optimierungsverfahren ohne Gradienten möglich. Allerdings werden die vorgegebenen Spannungszustände nicht exakt erreicht.

4.5 Parametereinflüsse

Bei der Erzeugung der finalen Ergebnisse mit der Problemmodifikation D+F+G+H+J aus Abschnitt 4.4.2 haben Parameter einen wichtigen Einfluss. Dabei soll im Folgenden zwischen Problem- und Optimierungsparametern unterschieden werden. Während erstere Parameter direkt der Formulierung des TO-Problems entspringen, beziehen sich letztere auf das Optimierungsverfahren mittels EA in GEOps². Bei allen Optimierungen wurde die Spannungsvorgabe $\mathbf{Dx}$ berücksichtigt. Die TO liefen bis zu einer maximalen Generationenanzahl von 10 000 bei 200 berücksichtigten Strukturindividuen je Generation. Jeweils drei identische Optimierungsläufe wurden berücksichtigt.

4.5.1 Problemparameter

Ohne die Erzeugung klar konturierter, funktioneller Topologien zu beeinträchtigen, bieten der Skalierungsfaktor c_L der Dichtelandkarte sowie die minimale Dichte $\rho_{\text{lim},Z}$ und eine variable Position $\mathbf{x}_Z$ des Zielbereichs Raum für Parameteruntersuchungen. Als Referenz dienen die Werte:

- $c_L = 0,3$,
- $\rho_{\text{lim},Z} = 0,1$,

Tabelle 4.9: Variantenmatrix für die Einflussanalyse von Problemparametern der Topologieoptimierung mit alternativer Strukturrepräsentation

Variante	c_L	$\rho_{\text{lim},Z}$	$\mathbf{x}_Z$
Referenz	0,3	0,1	konstant
1	0	0,1	konstant
2	0,1	0,1	konstant
3	0,2	0,1	konstant
4	0,4	0,1	konstant
5	0,3	0,01	konstant
6	0,3	0,02	konstant
7	0,3	0,05	konstant
8	0,3	0,2	konstant
9	0,3	0,5	konstant
10	0,3	0,1	variabel

- $\mathbf{x}_Z = \text{konst.}$,

wobei sich eine konstante Zielbereichsposition auf die Mitte $\mathbf{x}_Z = (a/2, b/2)^T$ des topologischen Bauraums bezieht. Davon ausgehend wurde die in Tabelle 4.9 dargestellte Variantenmatrix berechnet und ausgewertet.

Die folgenden Abbildungen 4.29 bis 4.31 zeigen die entsprechenden Topologielösungen. Große c_L und kleine $\rho_{\text{lim},Z}$ führen jeweils zu tendenziell schlankeren, kleine c_L und große $\rho_{\text{lim},Z}$ zu dichteren Lösungen mit dickeren Strukturmerkmalen. Besonders bei einer Mindestdichte $\rho_{\text{lim},Z} = 0,5$ entsteht eine ungünstige kreuzförmige Struktur mit $f_1 = V = 0,1144$. Damit einher gehen zusätzliche Zugspannungen im Zielbereich, sodass die Spannungsabweichung bis auf $f_2 = \Delta\sigma = 43,1 \text{ MPa}$ deutlich zunimmt. Es scheint für möglichst kleine ZFW optimale Werte von $c_L = 0,1$ und $\rho_{\text{lim},Z} = 0,05$ zu geben (vgl. Abbildung 4.32). Allerdings wirkt sich c_L insgesamt wenig auf die ZFW aus. Auch die Verbesserung durch $\rho_{\text{lim},Z}$ im Gegensatz zur Referenz fällt gering aus. Hier sollte eher Wert auf eine gute Interpretierbarkeit der Topologie durch hinreichend große Mindestdichten gelegt werden.

Ein sicherer Einfluss der beiden Parameter c_L und $\rho_{\text{lim},Z}$ auf die Topologiequalität Q lässt sich schwer feststellen. Allein hohe und niedrige $\rho_{\text{lim},Z}$ stehen mit größeren Werten für Q im Zusammenhang, vermutlich aufgrund hoher Elementdichten ρ_i in der Nähe von 1. Einen leicht positiven Effekt auf Q hat eine variable Zielbereichsposition $\mathbf{x}_Z$. Zusammen mit etwas höheren ZFW als die Referenz ergibt sich das Bild von dichter gepackten, d. h. effizienter positionierten, funktionellen Topologiemerkmalen bei gleichzeitig einer etwas schlechteren Optimierung. Das

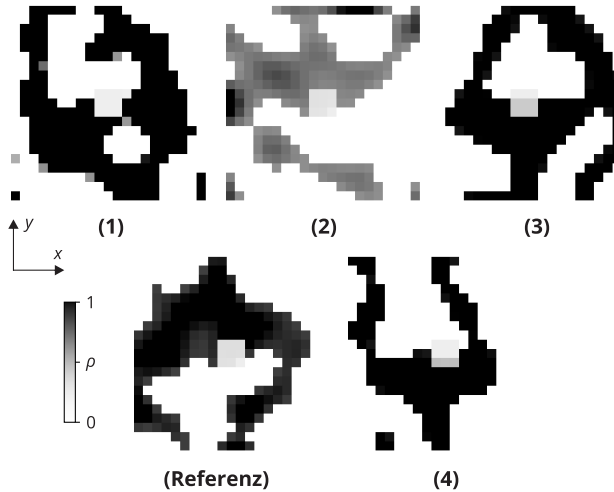


Abbildung 4.29: Strukturindividuen zur Untersuchung des Einflusses der Problemparameter, Werte für den Skalierungsfaktor c_L der Dichtelandskarte: Varianten (1) 0, (2) 0,1, (3) 0,2, (Referenz) 0,3, (4) 0,4

kann mit dem leicht größeren Entwurfsraum zusammenhängen, der die Konvergenz während der Optimierung verlangsamt.

4.5.2 Optimierungsparameter

Bei der Optimierung mit GEOP^{S2} sorgt eine Vielzahl von Parametern dafür, wie die evolutionären Algorithmen ausgeführt werden. Damit haben diese Optimierungsparameter auch einen Einfluss auf die Ergebnisse der TO. Um diesen zu untersuchen, wurden die in GEOP^{S2} verfügbaren Parameter leicht variiert, in der TO berechnet und die Ergebnisse mit dem Referenzfall verglichen. Ein besonderes Augenmerk lag darauf, ob auch die Konvergenz der TO verbessert werden könnte. Dazu wurde jeder Optimierungslauf am Ende nach 10 000 Generationen und einmal dazwischen nach 1000 Generationen hinsichtlich ZFW, Topologiequalität und $\overline{HVI}$ ausgewertet. Die Unterschiede der Auswertungsgrößen zwischen diesen beiden Auswertepunkten dienen im Folgenden als Maß für die Konvergenz und mögliche Parameterverbesserungen.

Die Optimierungsparameter lassen sich grob einteilen in [127, 128]:

- Individuenanzahl,
- zu GA zugehörig,

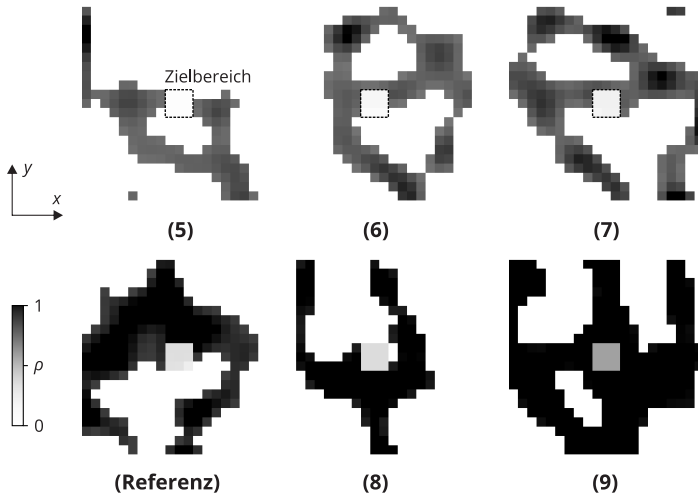


Abbildung 4.30: Strukturindividuen zur Untersuchung des Einflusses der Problemparameter, Werte für die minimale Dichte $\rho_{lim,Z}$ im Zielbereich: Varianten (5) 0,01, (6) 0,02, (7) 0,05, (Referenz) 0,1, (8) 0,2, (9) 0,5

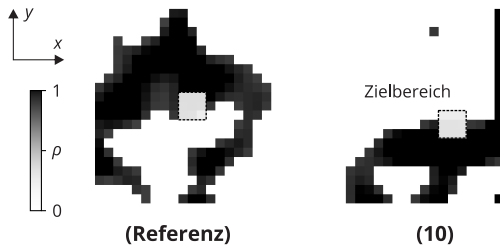


Abbildung 4.31: Strukturindividuen zur Untersuchung des Einflusses der Problemparameter, Position $\mathbf{x}_Z$ des Zielbereichs: Varianten (Referenz) konstant in der Mitte, (10) variabel

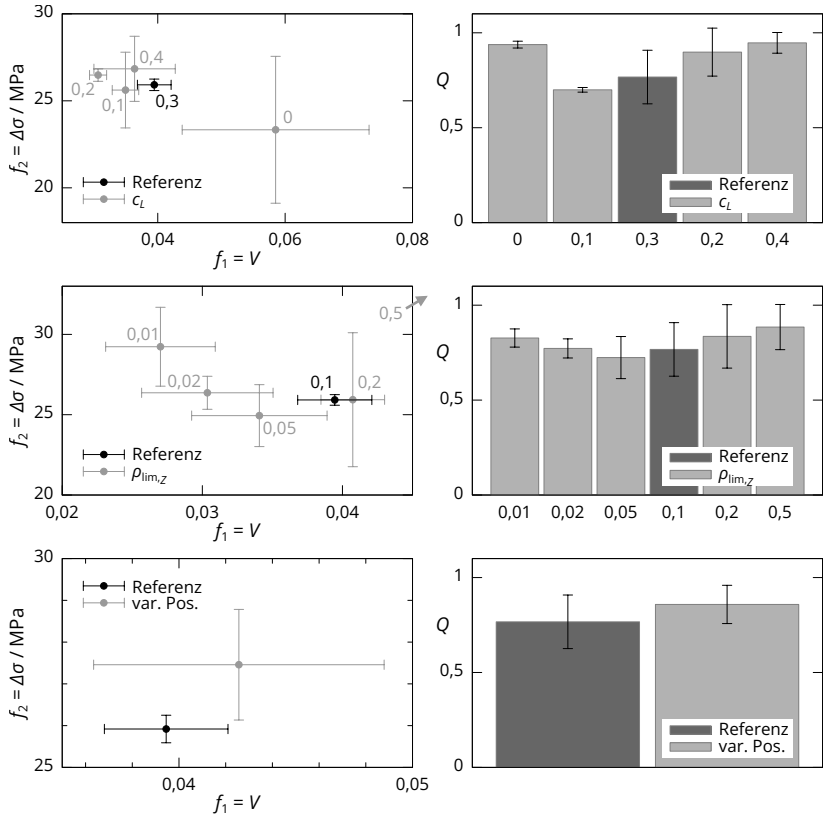


Abbildung 4.32: Einfluss der Problemparameter auf (a) Zielfunktionswerte als Mittelwerte (Kreis) mit Standardabweichung (Kreuz) und (b) Topologiequalität

- zu ES zugehörig,
- zur DE zugehörig,
- Generationsverhältnis zwischen ES+GA und DE.

Unter der Individuenzahl werden als Parameter die globale Anzahl an Elternindividuen (**INglob**), die globale Anzahl an Kinderindividuen (**KNglob**) und lokale Anzahlen von Kinderindividuen zusammengefasst. Zu letzterem zählen die Anzahlen an Individuen, die durch GA (**GAKN**), ES (**ESKN**) oder die Monte-Carlo-Methode (**MCKN**) erzeugt wurden. Zur GA gehören die Anzahl der Crossover-Punkte bei der Individuenpaarung (**GACP**) sowie die Mutationswahrscheinlichkeit **GApmut**. Die Parameter Mutationsstärke **ESsig** sowie die Anzahlen **ESerdisk**, **ESkrdisk**, **ESerintglob** und **ESerintlok** an bei der Paarung beteiligten Individuen steuern die Durchführung von ES. Die Paarungsmethoden schließen diskrete und intermediäre Rekombination ein. Die DE wird von der Mutationsstärke **DEmut** und der Crossover-Konstante **DECO** bestimmt. Zuletzt beschreibt der Parameter **GenV** das Verhältnis der Generationszahlen, wie lange jeweils Individuen mittels ES und GA oder mittels DE berechnet werden. So steht ein Verhältnis von z. B. 25/15 für 25 Generationen, die mit ES und GA berechnet werden und 15 Generationen mit DE. Nach 40 Generationen startet der Zyklus erneut. Tabelle 4.10 listet alle genannten Optimierungsparameter mit ihren Werten für die Referenz und den untersuchten Varianten auf. Es wurde in den einzelnen Varianten immer nur der betreffende Parameter geändert, während die anderen Referenzwerte annahmen.

Grundsätzlich schwanken die Topologieausprägungen auch zwischen Optimierungsläufen mit identischen Parameterwerten stark, sodass eine konkrete Struktur allein wenig Aussagekraft besitzt. Bei allen Individuen tauchen die aus der TO mit der Spannungsvorgabe **Dx** bekannten plausiblen gebogenen Strukturmerkmalen auf. Mit Blick auf die Topologiequalität **Q** (s. Abbildungen 4.33 und 4.34) ist ein positiver Effekt höherer Individuenzahlen zu bemerken. Ebenso erhöht die globale Individuenzahl den Indikator **HVI**, d. h. führt zu einer geringfügig schnelleren Konvergenz in der Optimierung. Beide positiven Effekte haben jedoch den Preis eines deutlich größeren Rechenaufwands.

Darüber hinaus bewirkt eine höhere Kinderindividuenanzahl **GAKN** bessere **Q**, manifestiert durch ein verstärktes binäres Dichteschema der resultierenden Topologien. Bei einer höheren Anzahl **GACP** an Crossover-Punkten wird zudem **HVI** erhöht und damit die Optimierungskonvergenz verbessert.

Von den zu ES zugehörigen Optimierungsparametern korrelieren niedrigere Werte von **ESsig** mit besseren und tendenziell weniger streuenden ZFW (vgl. Abbildung 4.35). Insgesamt haben Parameter zur Individuenpaarung im Zusammenhang mit ES einen geringen Einfluss auf die Auswertegrößen. Parameter der DE besitzen auch kaum Einfluss auf die Ergebnisse. Allenfalls kann eine geringere Mutationsstärke **DEmut** zu leicht schnellerer Konvergenz, d. h. hohem **HVI**,

Tabelle 4.10: Berücksichtigte Werte für die Einflussanalyse von Optimierungsparametern der Topologieoptimierung mit alternativer Strukturrepräsentation: Referenzwerte und je zwei Varianten

Parameter	Ref.	Var. 1	Var. 2
INglob	200	100	300
KNglob	420	280	560
GAKN	60	110	160
ESKN	60	75	90
MCKN	60	180	240
GACP	3	2	4
GApmut	0,005	0,002	0,008
ESsig	0,2	0,1	0,3
ESErdisk	2	3	4
ESKrdisk	2	3	4
ESErintglob	2	3	4
ESErintlok	2	3	4
DEmut	0,5	0,4	0,6
DECO	0,5	0,4	0,6
GenV	25/15	15/25	20/20

führen. Zuletzt deutet ein Generationsverhältnis **GenV** zugunsten der DE, d. h. mit mehr damit berechneten Generationen, etwas geringere ZFW an.

Insgesamt besitzen nur wenige Parameter überhaupt einen merklichen Effekt auf ZFW, Topologiequalität oder Optimierungskonvergenz. Um das Maß der möglichen Verbesserungen in der TO nachzuweisen, wurden die Parameter mit den größten Einflüssen gemeinsam variiert und für eine Folgeoptimierung gesetzt. Geänderte Werte betrafen

- **GAKN**: 85 statt 60 Kinderindividuen, andere Erzeugungsmethoden je 50,
- **GACP**: 4 statt 3 Crossover-Punkte,
- **ESsig**: 0,1 statt 0,2,
- **GenV**: 20/20 statt 25/15

Zur besseren statistischen Absicherung der Ergebnisse wurden sieben identische Optimierungsläufe für den optimierten Parametersatz berücksichtigt.

Tatsächlich untermauern die Ergebnisse vermutete positive Auswirkungen der geänderten Parameter bei gleichbleibendem Rechenaufwand. Nicht nur die ZFW waren im Mittel niedriger als die der Referenz. Auch der Indikator **HVI** konnte gesteigert, d. h. die Optimierung leicht beschleunigt werden (s. Abbildung 4.36). Allerdings spielen die gezeigten Verbesserungen im Zusammenhang

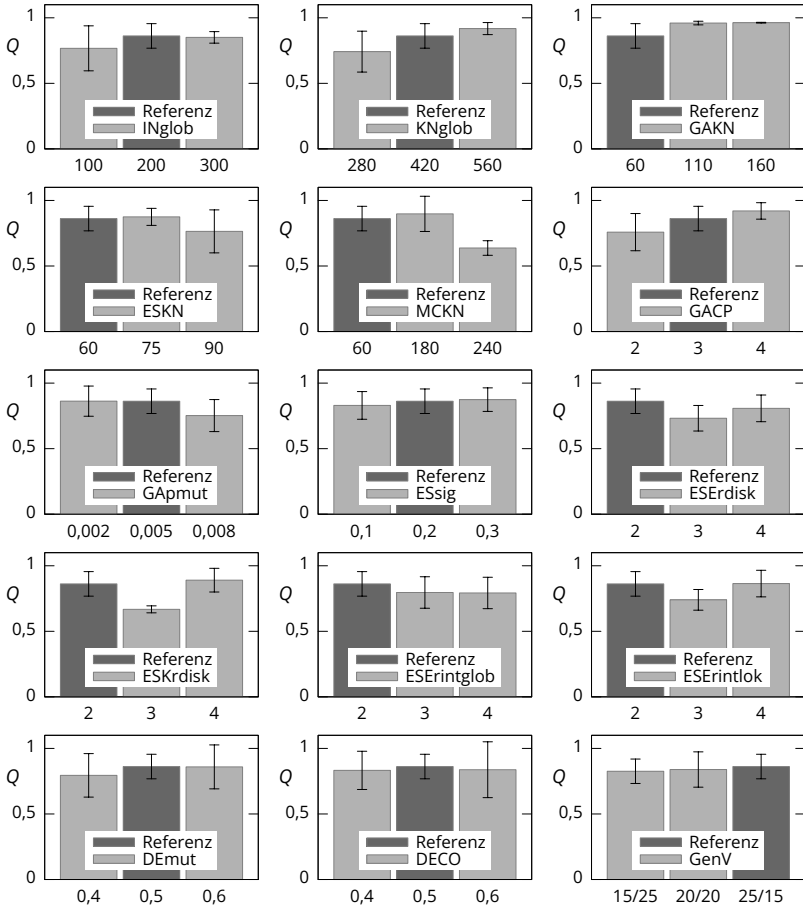


Abbildung 4.33: Einfluss der Optimierungsparameter auf die Topologiequalität Q nach 1000 Generationen

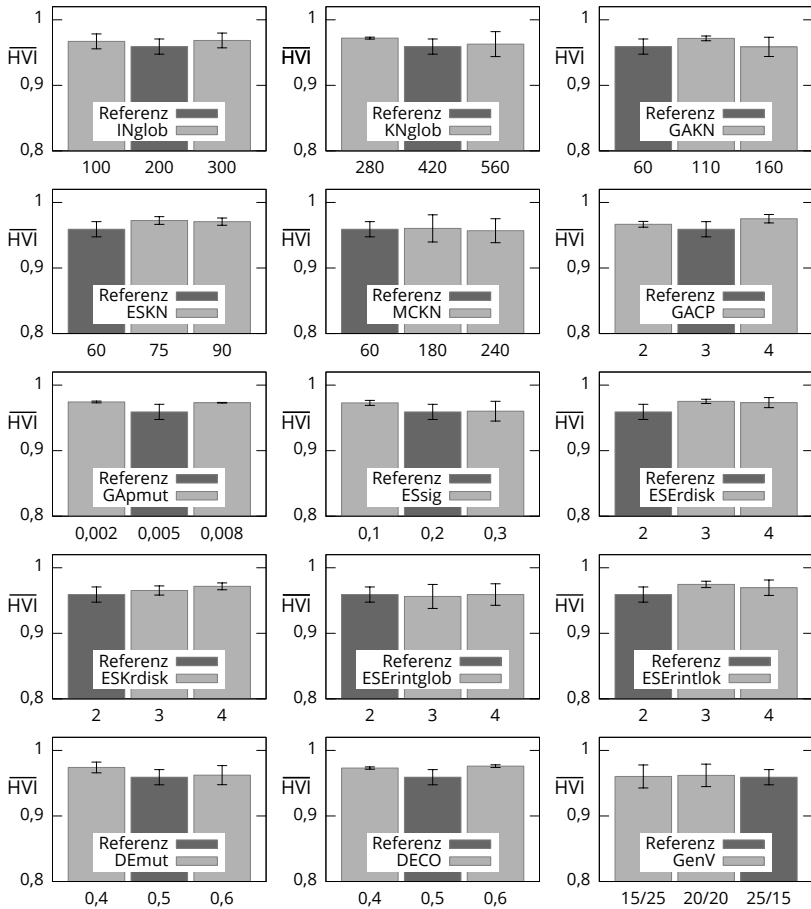


Abbildung 4.34: Einfluss der Optimierungsparameter auf den normierten, gemittelten Hypervolumenindikator $\overline{HVI}$ nach 1000 Generationen

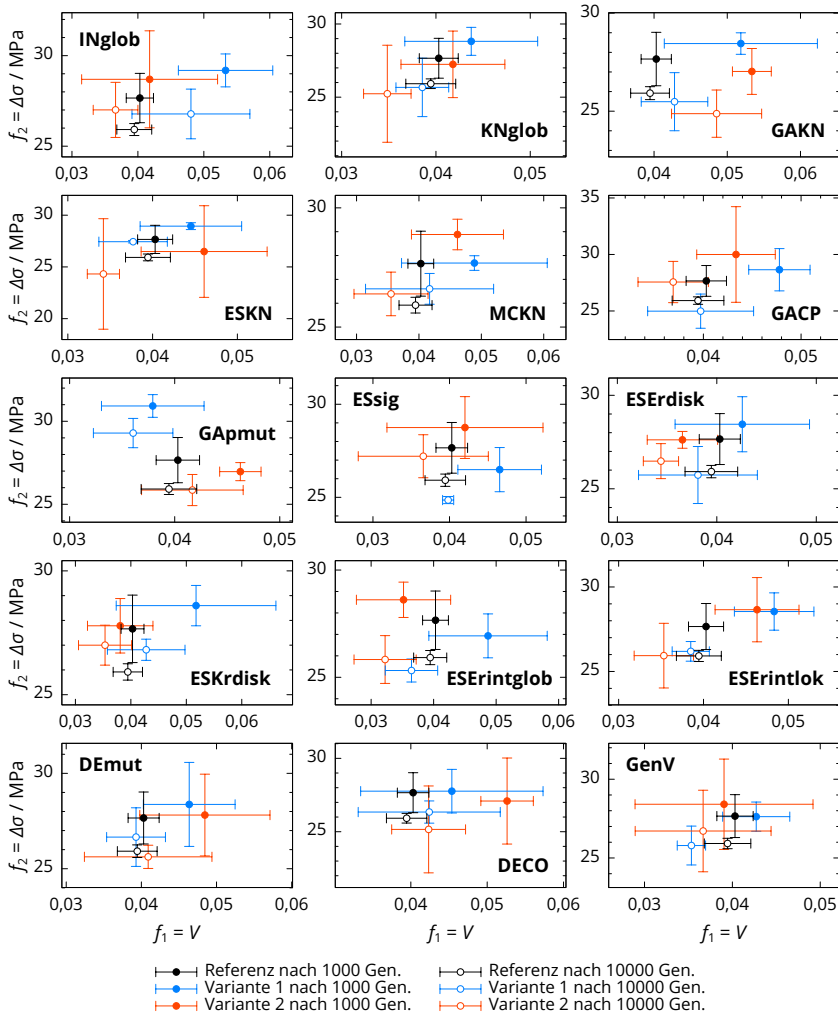


Abbildung 4.35: Einfluss der Optimierungsparameter auf die Zielfunktionswerte $f_1 = V$ und $f_2 = \Delta\sigma$, jeweils dargestellt als Mittelwert (Kreis) mit Standardabweichung (Kreuz)

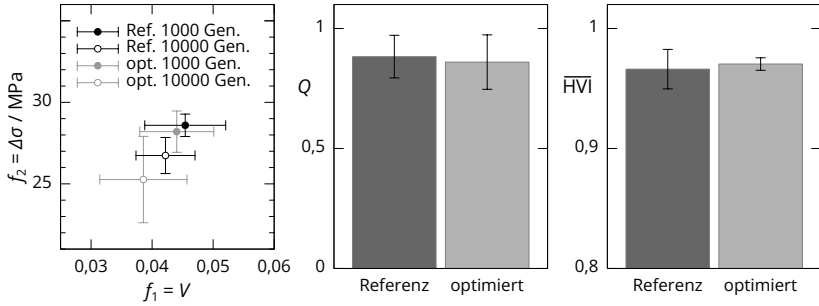


Abbildung 4.36: Einfluss der Optimierungsparameter in der Folgeoptimierung auf: (a) die Zielfunktionswerte $f_1 = V$ und $f_2 = \Delta\sigma$, dargestellt als Mittelwert (Kreis) und Standardabweichung (Kreuz); (b) die Topologiequalität Q und (c) den normierten, gemittelten Hypervolumenindikator $\overline{HVI}$

mit der Problemskalierung eine untergeordnete Rolle, da sie für nur einen geringen Einfluss auf die benötigten Rechenressourcen stehen.

5 Gradientenbasierte Optimierung der Struktur-Nachweisprobe

Sollen Strukturlösungen aus einer TO mit dichte-basiertem Ansatz einfach interpretierbar sein, ist grundsätzlich eine hohe Elementauflösung notwendig. Damit steigt die Größe des Optimierungsproblems aufgrund der zunehmenden Anzahl an Entwurfsvariablen für 2D-Strukturen quadratisch. Im vorangegangenen Kapitel wurde dargelegt, bis zu welcher Problemgröße EA mit GEOpS² in der Lage sind, dichte-basierte Strukturlösungen mit den verfügbaren Rechenressourcen zu erzeugen. Dabei kam eine Dichtelandskarte $L_{\rho,S}$ in der Art einer Level-Set-Funktion zum Einsatz, um auch höhere Elementauflösungen bei ähnlicher Entwurfsvariablenanzahl zu ermöglichen.

Im Folgenden wird ein dichte-basierter Ansatz vorgestellt, dessen Formulierung sich stärker an klassischen TO-Problemen mit gradientenbasierten Optimierungsverfahren orientiert. In Fortsetzung zu Abschnitt 4.4.3 soll die gradientenbasierte Formulierung Möglichkeiten bieten, das Problem weiter zu skalieren, um sowohl hochaufgelöste 2D- als auch 3D-Lösungen zu erzeugen. Aufgrund der zielgerichteten Verfahrensweise von gradientenbasierten Optimierungsalgorithmen können Rechenressourcen effizienter eingesetzt werden. Allerdings wird hier anders als bei EA nur ein einzelner ZFW $f = (f_E)$ berechnet und lokal, d. h. möglicherweise unzureichend optimiert. Darüber hinaus bedarf die gradientenbasierte Formulierung des TO-Problems einer zusätzlichen Sensitivitätsanalyse, d. h. Gradientenherleitung.

Neben der besseren Skalierbarkeit hat die nachfolgende Problemformulierung zum Ziel, das Optimierungsproblem der Struktur-Nachweisprobe in klassische TO-Ansätze wie etwa Probleme zu minimaler Nachgiebigkeit (MN), minimalen Spannungen (MS) oder nachgiebigen Mechanismen (NM) einzuordnen. Damit soll nicht nur die Sensitivitätsanalyse vereinfacht, sondern auch das grundlegende Verständnis für die TO der Nachweisprobe auf eine breitere Basis gestellt werden.

Im Wesentlichen folgt dieses Kapitel den Ausführungen von Mauerberger u.a. [63]. Die nachfolgenden Untersuchungen dienen dem Zweck, eine effizientere Lösung TO-Problems zu entwickeln und dabei die erste Nebenhypothese zu widerlegen (vgl. Abschnitt 3.4).

5.1 Formulierung des modularen Frameworks zur gradientenbasierten Topologieoptimierung

Zur TO mit gradientenbasierten Verfahren wurde ein modulares Framework eingerichtet, das auf frei verfügbaren, in Matlab von The Mathworks, Inc. implementierten Codes zur TO basiert. Damit

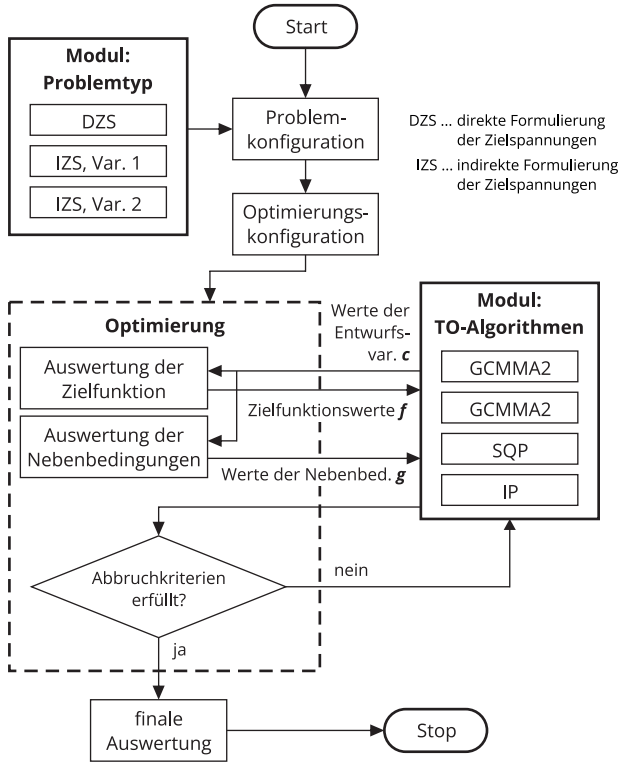


Abbildung 5.1: Modulares Framework zur gradientenbasierten Topologieoptimierung: austauschbare Module zum Optimierungsproblem und -algorithmus [63]

sollen nicht nur verschiedene Problemtypen implementiert, sondern auch mehrere Optimierungsalgorithmen zur Eignung des TO-Problems der Struktur-Nachweisprobe getestet werden. Sowohl Probleme als auch Algorithmen können mit dem Framework als Module, d. h. weitestgehend unabhängig von der spezifischen Implementierung angebunden werden [63]. Genauso wie beim Basisbeispiel im Kapitel 4 wird die Struktur in einem gleichmäßigen FE-Netz diskretisiert und für jedes Element ein Dichtewert ρ_i vorgegeben.

Abbildung 5.1 zeigt den Optimierungsablauf im vorgestellten Framework. Herausgehoben sind die Positionen, an denen Module für TO-Probleme sowie Optimierungsalgorithmen angekoppelt werden können.

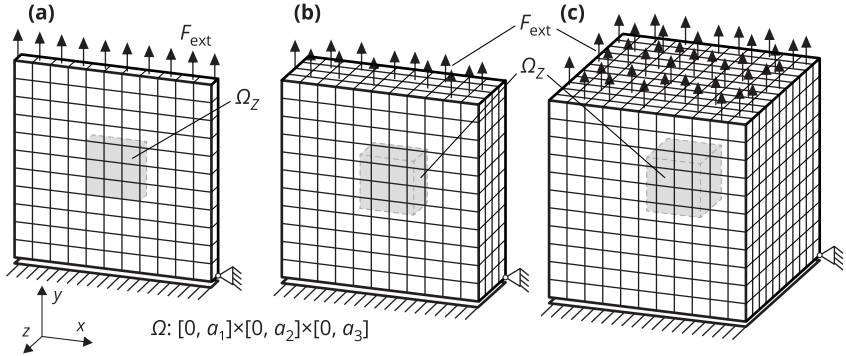


Abbildung 5.2: Diskrete Strukturmodelle für die Topologieoptimierung mit gradientenbasierten Verfahren, zentraler Zielbereich Ω_Z angedeutet: (a) 2D-Modell, (b) Quasi-2D-Modell, (c) 3D-Modell

Das Framework verwendet hauptsächlich Elemente sowohl des Codes Top3D von Liu & Tovar [97] als auch einer effizienten Formulierung des MS-Problems von Deng u.a. [139]. Im Gegensatz zur Strukturoptimierung mit GEPs² und FiPPS² wurde die FE-Methode im Framework direkt implementiert, da verschiedene Matrizen der FE-Berechnung Bestandteil der Sensitivitätsanalyse sind. Als Vorlage dient die Elementformulierung des Acht-Knoten-Volumenelements in 3D mit linearen Formfunktionen von Gao u.a. [140]. Damit werden mit der vorgestellten Methode grundsätzlich 3D-Topologien erzeugt mit dem quaderförmigen Bauraum $\Omega_Z : [0, a_1] \times [0, a_2] \times [0, a_3]$ in den Maßen a_1 , a_2 und a_3 in x -, y - bzw. z -Richtung. Um einen Vergleich mit vorangegangenen TO in Kapitel 4 zu ermöglichen, werden zunächst quadratische 2D-Lösungen mit $a_1 = a_2$ und einem Element in z -Richtung definiert. Darüber hinaus dienen Quasi-2D-Strukturen mit einer größeren Ausdehnung $a_3 < a_1 = a_2$ in z -Richtung zur Untersuchung, welchen Einfluss eine geringfügig größere und abstufbare Strukturdicke auf die TO-Lösungen im Vergleich zum 2D-Fall hat. Zuletzt werden 3D-Lösung mit würfelförmigem Bauraum $a_1 = a_2 = a_3$ für eine vollständig räumliche TO-Struktur definiert. Diese Unterscheidung dient der schrittweisen Skalierung der TO-Ergebnisse von 2D zu 3D. In jedem Fall wird die externe Last F_{ext} gleichmäßig flächig auf die obere Bauraumseite verteilt und die untere Bauraumseite in x - und z -Richtung gleitend gelagert. Eine grundlegende Darstellung der untersuchten Modellvarianten in 2D, quasi-2D und 3D zeigt Abbildung 5.2.

5.1.1 Verwendete Optimierungsalgorithmen

Als ein Modul für Optimierungsalgorithmen wird die häufig verwendete Matlab-Implementierung des global konvergenten MMA-Algorithmus (GCMMA) von Svanberg [94, 141] eingesetzt. Zudem kommt die von Koppen u.a. [142] um ein Innere-Punkte-Verfahren (IP) erweiterte GCMMA zum Einsatz. Beide Algorithmen werden im Folgenden entsprechend GCMMA1 und GCMMA2 genannt. Weitere betrachtete gradientenbasierte Optimierungsverfahren sind die Matlab-intrinsischen Versionen des SQP- und des IP-Verfahrens: Es wurde die allgemeine Optimierungsfunktion `fmincon` mit den Algorithmen `sqp` bzw. `interior-point` verwendet.

5.1.2 Sensitivitätsanalyse klassischer Topologieoptimierungsprobleme

Das TO-Problem der Struktur-Nachweisprobe in Modulform für das Framework soll von klassischen TO-Ansätzen hergeleitet werden. Aus diesem Grund legt der folgende Abschnitt die Sensitivitäten der im Abschnitt 3.2 vorgestellten Problemtypen dar.

Das SIMP-Problem beschreibt die Minimierung der Strukturnachgiebigkeit gemäß einer externen Belastung. Ausgehend von der Zielfunktion f_{MN} (s. Gleichung (3.14)) ergibt sich die Ableitung nach den Entwurfsvariablen $\mathbf{c} = \boldsymbol{\rho} = (\rho_i)$ mittels Produktregel zu

$$\frac{\partial f_{MN}}{\partial \rho_i} = \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho_i} \right)^T \mathbf{K} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho_i} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho_i}. \quad (5.1)$$

Mithilfe der Adjunktenmethode kann der Gradient zu

$$\frac{\partial f_{MN}}{\partial \rho_i} = -\mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}_i}{\partial \rho_i} \mathbf{u} = -p \rho_i^{p-1} \mathbf{u}^T \mathbf{K}_0 \mathbf{u} \quad (5.2)$$

vereinfacht werden [88, Kap. 1.2.3]. Die entsprechenden Gradienten zur Nebenbedingung g_v (s. Gleichung (3.16)) ergeben sich zu

$$\frac{\partial g_v}{\partial \rho_i} = V_e. \quad (5.3)$$

Beim MS-Problem wird ein maximaler Spannungswert minimiert. Um Gradienten bilden zu können, wird die Maximum-Funktion mittels p-Norm näherungsweise glatt formuliert (s. Gleichung (3.20)). Dabei hängt die Zielfunktion indirekt über die Vergleichsspannung σ_v und den Spannungsvektoren $\boldsymbol{\sigma}$ von den Entwurfsvariablen ab. Als Vergleichsspannung wird die Von-Mises-Spannung laut Gleichung (3.19) und für den allgemeinen Spannungsvektor die 3D-Form

$$\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz})^T$$

verwendet. Gemäß der linear-statischen FE-Methode leiten sich die Spannungen im Element mit dem Index $i = 1, \dots, n_e$ aus den einzelnen Knotenverschiebungen über den Zusammenhang

$$\boldsymbol{\sigma}_i = \mathbf{C}_0 \boldsymbol{\varepsilon}_i = \mathbf{C}_0 \mathbf{B}_i \mathbf{L}_i \mathbf{u}(\boldsymbol{\rho}) \quad (5.4)$$

ab [139]. Dabei bezeichnet $\mathbf{C}_0$ die Materialsteifigkeitsmatrix

$$\mathbf{C}_0 = \frac{E}{1+\nu} \begin{pmatrix} \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ & \text{symm.} & & & \frac{1}{2} & 0 \\ & & & & & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

mit E und ν als Elastizitätsmodul und Poisson-Zahl des isotropen Materials, $\mathbf{B}_i$ den elementweisen Dehnungsoperator, $\mathbf{L}_i$ die Auswahlmatrix für die Element-Freiheitsgrade,

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i = (\varepsilon_{xx,i}, \varepsilon_{yy,i}, \varepsilon_{zz,i}, \gamma_{xy,i}, \gamma_{yz,i}, \gamma_{xz,i})^T$$

die Dehnungen im Element und $\mathbf{u}$ den Knotenverschiebungsvektor der gesamten FE-Struktur. Ersichtlich wird hieraus, dass die Spannungen in einem Element vom gesamten Verschiebungsvektor $\mathbf{u}$ und damit von allen Entwurfsvariablen abhängen. Darüber hinaus zählen für die Berechnung der Von-Mises-Spannung $\sigma_{v,i}$ in einem Element die relaxierten Spannungen $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_i$ gemäß Gleichung (3.22). Deng u.a. [139] ermittelten unter diesen Voraussetzungen die Sensitivitäten für die Zielfunktion f_{MS} nach konsequenter Anwendung der Kettenregel zu

$$\frac{f_{\text{MS}}}{\rho_i} = \sum_{k=1}^{n_e} \left(q \rho_i^{q-1} \frac{\partial f_{\text{MS}}}{\partial \sigma_{v,k}} \left(\frac{\partial \sigma_{v,k}}{\partial \hat{\boldsymbol{\sigma}}_k} \right)^T \boldsymbol{\sigma}_k \right) - p \rho_i^{p-1} \hat{\mathbf{u}}^T \mathbf{K}_i \mathbf{u}, \quad (5.6)$$

während $\hat{\mathbf{u}}$ die Lösung der globalen Gleichung

$$\mathbf{K} \hat{\mathbf{u}} = \sum_{k=1}^{n_e} \rho_k^q \frac{f_{\text{MS}}}{\sigma_{v,k}} (\mathbf{C}_0 \mathbf{B}_k \mathbf{L}_k)^T \frac{\partial \sigma_{v,k}}{\partial \hat{\boldsymbol{\sigma}}_k} \quad (5.7)$$

darstellt [63]. Weiterhin vervollständigt die übergeordnete Ableitung

$$\frac{\partial f_{\text{MS}}}{\partial \sigma_{v,k}} = \sigma_{v,k}^{s-1} \left(\sum_{j=1}^{n_e} \sigma_{v,j}^s \right)^{\frac{1}{s}-1} \quad (5.8)$$

die Berechnung.

Beim NM-Problem legt der Ansatz der wechselseitigen Formänderungsarbeit die Grundlage für die Zielfunktion f_{NM} [124, 125] (s. Abschnitt 3.3.2), wodurch die Sensitivitäten mithilfe jener des MN-Problems gemäß Bendsøe [88] berechnet werden können. Wird auf Gleichung (3.24) die Kettenregel angewandt, ergeben sich die Sensitivitäten

$$\frac{\partial f_{\text{NM}}}{\partial \rho_i} = - \frac{\frac{\partial W_w}{\partial \rho_i} W_{\text{aus}} - W_w \frac{\partial W_{\text{aus}}}{\partial \rho_i}}{W_{\text{aus}}^2} \quad (5.9)$$

mit

$$\begin{aligned} \frac{\partial W_w}{\partial \rho_i} &= -p \rho_i^{p-1} \mathbf{u}_{\text{aus}}^T \mathbf{K}_0 \mathbf{u}_{\text{ein}} \quad \text{und} \\ \frac{\partial W_{\text{aus}}}{\partial \rho_i} &= -p \rho_i^{p-1} \mathbf{u}_{\text{aus}}^T \mathbf{K}_0 \mathbf{u}_{\text{aus}}. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Für die im Abschnitt 3.3.2 zusätzlich beschriebene Nebenbedingung in Gleichung (3.25) gilt die Ableitung [63, 125]

$$\frac{\partial g_\delta}{\partial \rho_i} = \frac{1}{F_{\text{ein}}} \left(\frac{\partial W_{\text{ein}}}{\partial \rho_i} - 2 \frac{W_w}{W_{\text{aus}}} \frac{\partial W_w}{\partial \rho_i} + \left(\frac{W_w}{W_{\text{aus}}} \right)^2 \frac{\partial W_{\text{aus}}}{\partial \rho_i} \right). \quad (5.11)$$

5.1.3 Direkte und indirekte Formulierung des Optimierungsproblems für die Struktur-Nachweisprobe

Für das TO-Problem der Struktur-Nachweisprobe werden zwei verschiedene Formulierungen auf Basis klassischer Ansätze betrachtet [63]. Zum einen orientiert sich die direkte Formulierung mit Zielspannungen, bezeichnet mit **DZS**, an den grundlegenden Gleichungen (4.1) und (4.2) zur Bestimmung der Zielfunktion $f_E = f_{\text{DZS}} = \Delta \sigma$ bzw. der Nebenbedingung g_s zu versagenskritischen Spannungen in diskreter Form. Die ursprünglich weitere Zielfunktion V gilt hier als Nebenbedingung g_v (s. Gleichung (3.16)).

Entsprechend dem Einsatz einer glatten Maximumfunktion bei der Zielfunktion für MS-Probleme in Gleichung (3.20) wird $\Delta \sigma$ als p-Norm mit dem Exponenten s ausgedrückt:

$$f_{\text{DZS}} = \Delta \sigma = \left(\sum_{k \in \Omega_Z} \Delta \sigma_k^s \right)^{\frac{1}{s}}. \quad (5.12)$$

Hierbei zählt die Spannungsabweichung $\Delta \sigma_k$ für alle Elemente des Zielbereichs Ω_Z und hat die Form

$$\Delta \sigma_k = \|w \sigma_k - \sigma_0\|. \quad (5.13)$$

Während der Faktor w bei der TO mit EA im Kapitel 4 entweder festgesetzt oder direkt berechnet wurde, taucht er bei der gradientenbasierten Formulierung des TO-Problems als zusätzliche Entwurfsvariable mit dem Intervall $w \in [10^{-2}, 10^2]$ auf. Der Entwurfsraum $\mathbf{c}$ nimmt demzufolge die Gestalt

$$\mathbf{c} = \begin{pmatrix} \rho \\ w \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

an. Dementsprechend lauten die Sensitivitäten der Zielfunktion f_{DZS} analog zum MS-Problem (s. Gleichung (5.6)):

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\text{DZS}}}{\partial \rho_i} &= \frac{\partial \Delta \sigma}{\partial \rho_i} = \sum_{k \in \Omega_Z} \left(q \rho_i^{q-1} \frac{\partial f_{\text{DZS}}}{\partial \Delta \sigma_k} \left(\frac{\partial \Delta \sigma_k}{\partial \sigma_k} \right)^\top \sigma_k \right) - p \rho_i^{p-1} \hat{\mathbf{u}}^\top \mathbf{K}_i \mathbf{u}, \\ \frac{\partial f_{\text{DZS}}}{\partial w} &= \sum_{k \in \Omega_Z} \frac{\partial f_{\text{DZS}}}{\partial \Delta \sigma_k} \frac{1}{\Delta \sigma_k} (w \sigma_k - \sigma_0)^\top \sigma_k \end{aligned} \quad (5.15)$$

mit $\hat{\mathbf{u}}$ als die Lösung von

$$\mathbf{K} \hat{\mathbf{u}} = \sum_{k \in \Omega_Z} \rho_k^q \frac{\partial f_{\text{DZS}}}{\partial \Delta \sigma_k} (\mathbf{C}_0 \mathbf{B}_k \mathbf{L}_k)^\top \frac{\partial \Delta \sigma_k}{\partial \sigma_k} \quad (5.16)$$

analog zu Gleichung (5.7). Die verbleibenden Ableitungen werden durch

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\text{DZS}}}{\partial \Delta \sigma_k} &= \Delta \sigma^{s-1} \left(\sum_{j \in \Omega_Z} \Delta \sigma_j^s \right)^{\frac{1}{s}-1} \quad \text{und} \\ \frac{\partial \Delta \sigma_k}{\partial \sigma_k} &= \frac{w}{\Delta \sigma_k} (w \sigma_k - \sigma_0) \end{aligned} \quad (5.17)$$

beschrieben.

Zum anderen werden für eine indirekte Formulierung mit der Bezeichnung **IZS** Bausteine der TO mit NM verwendet. Diese soll einen Schwerpunkt auf die Funktionalität der Topologie zum Erreichen der Zielspannungen legen. Der vorgegebene Zielspannungszustand σ_0 bildet dabei lediglich den Ursprung der vorgegebenen Ausgabe-Knotenkräfte $\mathbf{l}_{\text{aus}}$. Mithilfe des Ansatzes der Spannungskräfte (*stress forces*) [143, Kap. 1.2.2] berechnet sich der Vektor $\mathbf{l}_{\text{aus}} = \sum_{i=1}^{n_e} \mathbf{l}_{\text{aus},i}$ zu

$$\mathbf{l}_{\text{aus},i} = V_e \mathbf{B}_i^\top \sigma_0. \quad (5.18)$$

Folglich fließt die Zielspannung σ_0 nicht direkt in die Zielfunktion $f_E = f_{\text{IZS}} = f_{\text{NM}}$ ein (s. Gleichung (3.24)) [63]. Diese Formulierung wird schwächer als **DZS** angesehen, da sie das Erreichen der Zielspannung nicht sicherstellt.

Wenn mittels f_{NM} die wechselseitige Formänderungsarbeit W_w maximiert werden soll, wird gemäß Madersberger u.a. [63] erwartet, dass der zugehörige Summenausdruck $W_w = \mathbf{u}_{\text{aus}}^T \mathbf{K} \mathbf{u}_{\text{ein}}$ $= \mathbf{l}_{\text{aus}}^T \mathbf{u}_{\text{ein}}$ im ungünstigen Fall eine ungleichmäßige Verteilung von $\mathbf{l}_{\text{aus}}$ über die Ausgabeknoten zulässt. Dies liegt darin begründet, dass es für die Optimierung der Zielfunktion keine Rolle spielt, welcher Summand genau von $\mathbf{l}_{\text{aus}}^T \mathbf{u}_{\text{ein}}$ maximiert wird. Besser erscheint eine Formulierung, in der nur die jeweils kleinsten Werte für die Knoten-Formänderungsarbeit maximiert werden:

$$f_{\text{IZS},2} = \frac{W_{w,\min}}{W_{\text{aus}}} = - \frac{\min_{\Omega_Z} \left(\mathbf{u}_{\text{aus}}^T \mathbf{K} \mathbf{u}_{\text{ein}} \right)}{\mathbf{u}_{\text{aus}}^T \mathbf{K} \mathbf{u}_{\text{aus}}}. \quad (5.19)$$

Für die gradientenbasierte Optimierung können hier dieselben Sensitivitäten $\frac{\partial f_{\text{IZS},2}}{\partial \rho_i} = \frac{\partial f_{\text{NM}}}{\partial \rho_i}$ wie beim NM-Problem verwendet werden [63].

Zusätzlich sowohl zur direkten als auch den indirekten Formulierungen des TO-Problems der Struktur-Nachweisprobe wird die Nebenbedingung für versagenskritische Spannungen im Zielbereich aufgestellt. Eine Abwandlung der diskreten Form gemäß Gleichung (4.2) bildet hier den Ausgangspunkt, indem Maximum- und Minimum-Funktion mithilfe einer p-Norm eine glatte Form annehmen. Statt der Reservefaktoren S ermöglicht die direkte Verwendung der Von-Mises-Spannungen einfachere Sensitivitäten. Darüber hinaus wird eine Toleranz $\mu > 0$ eingeführt, da die glatten Formulierungen zu einer Überschätzung des realen Maximums bzw. einer Unterschätzung des realen Minimums führen. Für die Nebenbedingung g_s gilt

$$\begin{aligned} g_s(\boldsymbol{\rho}) &= g_{s,\max}(\boldsymbol{\rho}) - g_{s,\min}(\boldsymbol{\rho}) \\ &= \max_{j \in \Omega \setminus \Omega_Z} \sigma_{v,j} - \frac{1}{1 - \mu} \min_{k \in \Omega_Z} \sigma_{v,k} \\ &= \left(\sum_{j \in \Omega \setminus \Omega_Z} \sigma_{v,j}^s \right)^{\frac{1}{s}} - \frac{1}{1 - \mu} \left(\sum_{k \in \Omega_Z} \sigma_{v,k}^{-s} \right)^{-\frac{1}{s}} < 0, \end{aligned} \quad (5.20)$$

für die Sensitivitäten bezüglich des Entwurfsraums

$$\frac{\partial g_s}{\partial \rho_i}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\partial g_{s,\max}}{\partial \rho_i} - \frac{1}{1 - \mu} \frac{\partial g_{s,\min}}{\partial \rho_i}. \quad (5.21)$$

Die Form der beiden Gradienten $\frac{\partial g_{s,\max}}{\partial \rho_i}$ und $\frac{\partial g_{s,\min}}{\partial \rho_i}$ entspricht grundlegend denen der Zielfunktion des MS-Problems in Gleichung (5.6). Lediglich der Exponent s ist positiv für $j \in \Omega \setminus \Omega_Z$ und negativ für $k \in \Omega_Z$ [63].

Bei der TO mit EA wurde im Abschnitt 4.4.2 für den Zielbereich eine Mindestdichte $\rho_{\text{lim},Z}$ festgelegt. Diese soll beim vorliegenden gradientenbasierten TO-Problem als zusätzliche Nebenbedingung an die sonst freien Elementdichten ρ_i gestellt werden [63]. Im Zielbereich Ω_Z gilt

folglich unter Berücksichtigung einer glatten Formulierung

$$g_{\rho,Z}(\boldsymbol{\rho}) = \rho_{\text{lim},Z} - \min_{k \in \Omega_Z} \rho_k = \rho_{\text{lim},Z} - \left(\sum_{k \in \Omega_Z} \rho_k^{-s} \right)^{-\frac{1}{s}} \leq 0 \quad (5.22)$$

mit einer Sensitivität gegenüber dem Entwurfsraum von

$$\frac{\partial g_{\rho,Z}}{\partial \rho_i} = \begin{cases} -\rho_i^{-s-1} \left(\sum_k \rho_k^{-s} \right)^{-\frac{1}{s}-1} & \text{für } k \in \Omega_Z, \\ 0 & \text{für } k \notin \Omega_Z. \end{cases} \quad (5.23)$$

Zur gleichberechtigten Behandlung asymmetrischer TO-Lösungen wird der obere Rand des Entwurfsraums analog zum Basisbeispiel der TO mit EA im Abschnitt 4.2 durch eine Kopplung aller Knotenverschiebungen in $\mathbf{y}$ -Richtung versteift. Die mathematische Formulierung dieser Kopplung leitet sich aus den Mehrpunkt-Zwangsbedingungen (MPC, *multi-point constraints*) gemäß Felippa [63, 144] her und wurde für die hier eingesetzte FE-Methode implementiert. Für ein FE-Problem mit MPC wird die Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K}$ mittels einer Transformationsmatrix $\mathbf{T}$ so reduziert, dass zuvor formulierte algebraische Zusammenhänge zwischen den Knoten-Freiheitsgraden direkt im Gleichungssystem aus Gleichung (3.12) eingebunden sind. Die Transformationsmatrix nimmt die Form $\mathbf{T} \in \{0, 1\}^{n_F \times \hat{n}_F}$ an. Die Variablen n_F und $\hat{n}_F$ bezeichnen die Anzahl der Knoten-Freiheitsgrade des ungekoppelten bzw. gekoppelten Systems. In jeder Spalte von $\mathbf{T}$, die für einen übergeordneten Knoten-Freiheitsgrad steht, befindet sich überall dort eine 1, wo sich der untergeordnete Knoten-Freiheitsgrad ebenso verhalten soll, d. h. an den übergeordneten gekoppelt ist. Zum Anwenden der MPC wird daraufhin ein Ersatz-Gleichungssystem

$$\hat{\mathbf{K}} \hat{\mathbf{u}} = \mathbf{T}^\top \mathbf{K} \mathbf{T} \mathbf{u} = \mathbf{T}^\top \mathbf{l} = \hat{\mathbf{l}} \quad (5.24)$$

anstelle von Gleichung (3.12) gelöst [63]. $\hat{\mathbf{K}}$, $\hat{\mathbf{u}}$ und $\hat{\mathbf{l}}$ stellen hier die analogen, durch MPC reduzierten Größen für Steifigkeit, Knotenverschiebungen und -kräfte dar.

5.1.4 Umsetzung des Optimierungsproblems für die Struktur-Nachweisprobe

Zunächst werden 2D-Probleme mit einer Auflösung von $100 \times 100 \times 1$ Elementen untersucht. Damit fließen 10 000 Entwurfsvariablen in die TO ein, d. h. über sechs mal so viele wie beim höchstauflösten TO-Problem, das mit EA behandelt wurde (s. Abschnitt 4.4.3). Es wird ein Zielbereich Ω_Z von $14 \times 14 \times 1$ Elementen in der Mitte der Struktur definiert. Höhere Dimensionen

Tabelle 5.1: Elementauflösungen für die gradientenbasierte Topologieoptimierung

Formulierung	Problemdimension	Auflösung	Zielbereich
DZS	2D	100×100×1	14×14×1
IZS , 1. Var.	2D	100×100×1	14×14×1
IZS , 2. Var.	2D	100×100×1	14×14×1
IZS , 2. Var.	quasi-2D	100×100×24	14×14×14
IZS , 2. Var.	3D	60×60×60	8×8×8

bei Quasi-2D- und 3D-Problemen dienen dazu, weitere Skalierbarkeit zu demonstrieren. Die Auflösung geht bis zu Werten von 100×100×24 bzw. 60×60×60 Elementen und Zielbereichen von 14×14×14 und entsprechend 8×8×8 Elementen, jeweils mittig im Bauraum positioniert (s. Tabelle 5.1).

Das Volumen eines einzelnen würfelförmigen Elements wird mit $V_e = 1 \text{ mm}^3$ definiert. Als Material dient dasselbe isotrope Modell wie im Kapitel 4 mit $E = 70 \text{ GPa}$ und $\nu = 0,3$. An der Oberseite des Strukturbereichs wirkt eine externe Kraft von $F_{\text{ext}} = F_{\text{ein}} = 1 \text{ kN}$. Die mindeste Elementdichte wird auf $\rho_{\text{lim}} = 0,001$, das Grenzvolumen auf $\tilde{V}_{\text{lim}} = 0,3$ und die minimale Elementdichte im Zielbereich auf $\rho_{\text{lim},Z} = 0,5$ gesetzt. Für die maximale Strukturverschiebung bei den indirekten Formulierungen **IZS** sind Werte von $\delta_{\text{lim}} = 2 \text{ mm}$ bei der ersten und $\delta_{\text{lim}} = 1 \text{ mm}$ bei der zweiten Variante zugelassen. Als Toleranz für versagenskritische Spannungen μ dient zunächst ein Wert $\mu = 0,1$. Alle Elementdichten durchlaufen einen Filter gemäß Gleichung (3.18) mit einem Radius von $r_c = 3,5 \text{ mm}$ zur Erzeugung möglichst gitterunabhängiger Topologielösungen. Verwendete Exponenten werden zu $p = 3$, $q = 0,5$ und $s = 20$ festgelegt. Alle genannten Parameter sind in Tabelle 5.2 zusammengefasst.

Die im Abschnitt 5.1.1 gelisteten Algorithmen werden für das gradientenbasierte TO-Problem der Struktur-Nachweisprobe angewandt. Als Startwert für die Topologien gilt stets eine gleichmäßige Dichteverteilung mit $\rho_i = \tilde{V}_{\text{lim}} = 0,3$ und ein Skalierungsfaktor $w = 1$. Da die hier verwendete gradientenbasierte Optimierung deterministisch ist, fand jeweils ein Optimierungslauf statt. Dieser endete, wenn eine der folgenden Bedingungen erfüllt war [63]:

- Die Entwurfsvariablen unterliegen einer Änderung $\|\mathbf{c}_{k+1} - \mathbf{c}_k\| < 5 \times 10^{-4}$ von Iteration k zu $k + 1$.
- Die Nebenbedingungen sind mit einer Toleranz von $g_m \leq 10^{-7}$, $m = 1, \dots, n_g$ erfüllt.
- Für GCMMA-Algorithmen ist die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingung mit einer Toleranz von $g_{\text{KKT}} \leq 5 \times 10^{-4}$ erreicht.
- Die TO hat 1000 Iterationen gerechnet.

Alle TO liefen in Matlab Version 2022a auf Prozessoren des Typs AMD Epyc CPU 7702 mit 2,0 GHz.

Tabelle 5.2: Werte der Parameter für die gradientenbasierte Topologieoptimierung

Parameter	Bedeutung	Wert
V_e	Elementvolumen (würfelförmig)	1 mm ³
E	Elastizitätsmodul	70 GPa
ν	Poisson-Zahl	0,3
F_{ext}	globale Strukturbelastung	1 kN
ρ_{lim}	minimale Elementdichte	0,001
$\tilde{V}_{\text{lim}}$	maximales relatives Strukturvolumen	0,3
$\rho_{\text{lim},Z}$	minimale Elementdichte im Zielbereich	0,5
δ_{lim}	maximale Strukturverschiebung	2 mm bzw. 1 mm
μ	Toleranz für versagenskritische Spannung	0,1
r_c	Filterradius	3,5 mm
p	SIMP-Exponent in η_K	3
q	Exponent für Spannungsrelaxation in η_σ	0,5
s	Exponent für p-Norm	20

5.2 Optimierungsergebnisse und Parametereinflüsse

Das beschriebene Beispielproblem dient zunächst als Ausgangspunkt für den grundsätzlichen Vergleich der betrachteten gradientenbasierten TO-Algorithmen. Eine direkte Gegenüberstellung stellt Abbildung 5.3 für die Zielspannungsvorgabe $\mathbf{D}\mathbf{x}$, d. h. $\boldsymbol{\sigma}_0 = (-50, 0, 0, 0, 0, 0)^T$ MPa, dar.

Ins Auge fällt, dass die direkte Formulierung **DZS** in keinem Fall Lösungen erzeugt. Beim indirekt ausgedrückten TO-Problem **IZS** in Variante 1 liefern beide GCMMA-Algorithmen Topologien mit deutlichen Konturen und plausibler Funktionalität. Zwar lässt sich auch nachvollziehbares Verhalten bei den Resultaten der Algorithmen SQP und IP interpretieren. Hier verschwimmen allerdings die Konturen bzw. binäre Strukturen werden nicht erreicht – obwohl durch die SIMP-Übertragungsfunktion η_K bezweckt. Tabelle 5.3 listet die Optimierungsergebnisse im Einzelnen und Abbildung 5.4 zeigt ergänzend Leistungsdaten zum Optimierungsprozess. Da die Zielfunktion je Iteration mindestens einmal aufgerufen wird, bezeichnet der Überhang an Aufrufen hier die Differenz zwischen den Anzahlen an Iterationen und Zielfunktionsaufrufen. Eine um mehrere Größenordnungen höhere Rechenzeit t_I pro Iteration beim Algorithmus SQP weist darauf hin, dass dieser vermutlich schlecht mit der Problemgröße skaliert und der gesamte Rechenaufwand stärker steigt als bei GCMMA oder IP.

Trotz der schwachen Formulierung **IZS** liegen die erreichten mittleren relativen Spannungsabweichungen bei wenigstens $\Delta\bar{\sigma} = 5,7\%$ für den GCMMA1-Algorithmus. Beide Versionen der

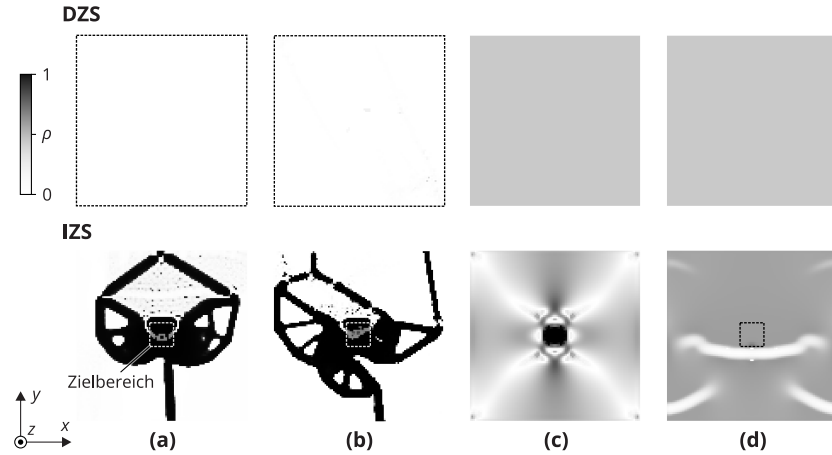


Abbildung 5.3: Vergleich der Topologielösungen für verschiedene gradientenbasierte Optimierungsalgorithmen, beispielhaft für die Zielspannungsvorgabe $\mathbf{Dx}$: (a) GCMMA1, (b) GCMMA2, (c) SQP, (d) IP [63]

Tabelle 5.3: Ergebnisse der Topologieoptimierung für verschiedene Problemformulierungen und mit verschiedenen gradientenbasierten Optimierungsalgorithmen, beispielhaft für die Zielspannungsvorgabe $\mathbf{Dx}$ [63]

Formulierung	Algorithmus	f_E	g_v	g_s	$\Delta\tilde{\sigma}$	Q
DZS	GCMMA1	Fehler	—	—	—	—
	GCMMA2	41 475 MPa	-0,3	20 437	93,7 %	0,812
	SQP	166,13 MPa	-8,9	0,098	100,0 %	0,128
	IP	166,13 MPa	-8,9	0,098	100,0 %	0,128
IZS, 1. Var.	GCMMA1	-7,208	-6,0	1,30	5,75 %	0,857
	GCMMA2	-6,545	-3,5	1,47	18,2 %	0,868
	SQP	-1,960	-0,026	1,74	67,8 %	0,474
	IP	-0,421	0,141	1,42	8,41 %	0,225

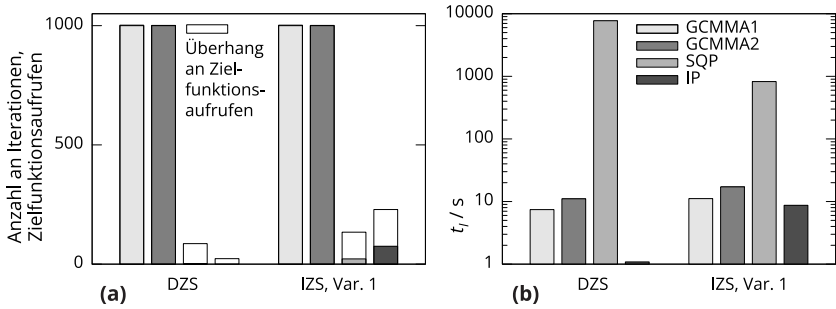


Abbildung 5.4: Anzahl an (a) Iterationen und Zielfunktionsauswertungen sowie (b) Dauer einer Iteration für verschiedene gradientenbasierte Optimierungsalgorithmen, beispielhaft für die Zielspannungsvorgabe $\mathbf{Dx}$ [63]

GCMMA weisen keine echte Konvergenz auf, sondern reizen das Iterationslimit aus. Weiterhin wird für keinen Algorithmus die Nebenbedingung g_s für versagenskritische Spannungen erreicht.

Zum einen wird der Eindruck erweckt, dass die direkte Formulierung **DZS** des TO-Problems in der angegebenen Form mit gängigen gradientenbasierten Optimierungsalgorithmen nicht lösbar ist. Diese Vermutung wird nicht nur durch die zugrundeliegende Arbeit von Mautersberger u.a. [63], sondern auch durch Erkenntnisse aus einer direkten Formulierung auf Basis des für EA formulierten TO-Problems der Nachweisprobe gestützt: GV mit numerischen Gradienten sind auch bei Mautersberger u.a. [62] nicht in der Lage, alle Nebenbedingungen gleichzeitig zu erfüllen. Mögliche Ursachen liegen hier in einer komplex geformten, nicht-konvexen Zielfunktion durch die **DZS**-Formulierung aufgrund einer nur lokalen Beschreibung im Zielbereich, sodass GV naheliegende lokale Minima für die Optimierungsrichtung bevorzugen, die dann aber zu keiner annehmbaren Gesamttopologie führen. Dagegen erscheint die indirekte Formulierung **IZS** das TO-Problem für gradientenbasierte Optimierungsalgorithmen günstiger auszudrücken. Das eigentliche Ziel, nämlich das Erreichen einer Zielspannung σ_0 , geht in einer strukturell globalen Zielfunktion auf und Gesamttopologien können entstehen. Eine ähnliche Argumentation trifft auf das Erfüllen der Nebenbedingung g_s zu: Aufgrund der Beschränkung auf einen lokalen Strukturbereich vermögen gradientenbasierte Verfahren anscheinend keine Gesamttopologien zu erzeugen, für welche g_s global gilt.

Mautersberger u.a. [63] führen weiter aus, dass die Nebenbedingung g_s auch nicht erreicht werden kann, wenn verschiedene Problemparameter variieren. Dazu zählen die Größe des Zielbereichs Ω_Z , die Toleranz μ für g_s oder die maximale Strukturverschiebung δ_{im} , alle jeweils für die Formulierung **IZS**.

Tabelle 5.4: Zielspannungsvektoren σ_0 für die gradientenbasierte Topologieoptimierung von 2D-Problemen

Problemdim.	Zielspannung	σ_0 / MPa
2D	Dx	$(-50, 0, 0, 0, 0, 0)^T$
2D	Sxy	$(0, 0, 0, 50, 0, 0)^T$
2D	Zx	$(50, 0, 0, 0, 0, 0)^T$
2D	Dy	$(0, -50, 0, 0, 0, 0)^T$

Insofern verspricht ein Vergleich zwischen TO mit und ohne aktive Nebenbedingung g_s tiefere Erkenntnisse. Für die Zielspannungsvorgaben **Dx**, **Sxy**, **Dy** und **Zx** gemäß Tabelle 5.4 führt Abbildung 5.5 Topologielösungen von beiden GCMMA-Algorithmen auf, einmal mit g_s , einmal ohne. Zahlenmäßige Ergebnisse der TO listet Tabelle 5.5 auf

Häufig liegt die mittlere relative Spannungsabweichung $\Delta\bar{\sigma}$ bei mit dem GCMMA2-Algorithmus berechneten Lösungen über denen, die mit GCMMA1 erzeugt wurden (s. Tabelle 5.5). Zudem rechnet GCMMA2 wesentlich langsamer. Hingegen tauchen keine wahrnehmbaren Unterschiede im Erreichen der Nebenbedingungen auf: Außer g_s liegen alle zumeist innerhalb der Toleranz. In jedem gezeigten Fall kann nicht von vollständiger Konvergenz gesprochen werden, da die TO bereits nach den maximalen 1000 Iterationen vorzeitig beendet wurde. Mit Blick auf die erzeugten Topologien fallen für eine aktivierte Nebenbedingung g_s in Bereichen ohne Struktur kleine Punkte und blasse Schlieren auf, die so kaum eine Auswirkung auf das Strukturverhalten haben. Überdies sind die Strukturbereiche deutlich unregelmäßiger angeordnet im Vergleich zur TO ohne g_s . Offenbar stört die aktivierte Nebenbedingung auch die Konvergenz der Zielfunktion. Dazu sind in Abbildung 5.6 die ZFW-Verläufe mit und ohne Nebenbedingung g_s beispielhaft für GCMMA1 und **Dy** gegenübergestellt. Für die Optimierung ohne g_s werden deutlich niedrigere ZFW und ein nahezu monotonen Iterationsverhalten erreicht. Wegen des tendenziell negativen Einflusses von g_s auf die TO-Resultate wurden im Folgenden lediglich Lösungen ohne aktivierte Nebenbedingung berücksichtigt.

Zuletzt soll der Einfluss der alternativen Variante 2 der **IZS**-Formulierung gezeigt werden. In Abbildung 5.7 sind die entsprechenden Topologielösungen für die zuvor betrachteten Zielspannungsvorgaben präsentiert. Im Vergleich zur Variante 1 wirken die Topologien gedrungener, der Zielbereich jeweils besser hervorgehoben durch eine abgesetzte Dichte. Mit Blick auf eine Detaildarstellung in Abbildung 5.8 sehen die Verschiebungen und Spannungsverteilungen im Zielbereich Ω_Z für die **IZS**-Variante 2 und die Zielspannungsvorgabe **Sxy** wie erwartet wesentlich gleichmäßiger aus. Gleichzeitig sinken für fast alle Zielspannungen die relativen mittleren Abweichungen $\Delta\bar{\sigma}$ (s. Tabelle 5.6). Aufgrund der klareren Strukturmerkmale der **IZS**-Variante 2 steigt zudem die Topologiequalität Q . Jedoch stellt Tabelle 5.7 heraus, dass nicht in jedem

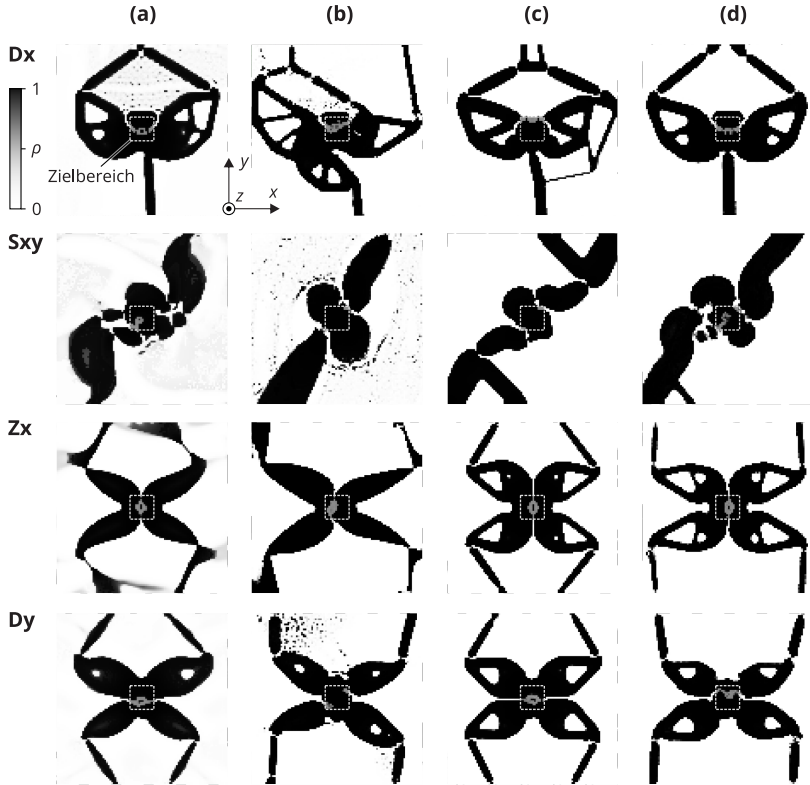


Abbildung 5.5: Topologielösungen für verschiedene Zielspannungsvorgaben der DZS- und IZS-Formulierung, Variante 1: (a) GCMMA1 mit Nebenbedingung g_s , (b) GCMMA2 mit Nebenbedingung g_s , (c) GCMMA1 ohne Nebenbedingung g_s , (d) GCMMA2 ohne Nebenbedingung g_s [63]

Tabelle 5.5: Ergebnisse der Topologieoptimierung für beide GCMMA-Algorithmen, an- und abgeschalteter Nebenbedingung g_s sowie verschiedene Zielspannungsvorgaben der IZS-Formulierung in Variante 1 [63]

Zielsp.	Algorithmus	f_E	g_v	g_s	$\Delta\tilde{\sigma}$	Q	t_I / s
Dx	GCMMA1	-7,208	$-6,0 \times 10^{-6}$	1,30	5,75%	0,857	11,14
Sxy		-3,566	$-2,0 \times 10^{-5}$	1,86	70,9 %	0,870	15,03
Zx		-7,869	$-2,2 \times 10^{-5}$	1,39	2,10%	0,900	8,05
Dy		-6,142	$-2,0 \times 10^{-2}$	1,02	19,3 %	0,895	11,09
Dx	GCMMA2	-6,545	$-3,5 \times 10^{-5}$	1,47	18,2 %	0,868	17,17
Sxy		-2,643	$-1,29 \times 10^{-4}$	4,6	80,2 %	0,838	14,01
Zx		-7,554	$-6,6 \times 10^{-5}$	2,1	16,2 %	0,870	16,04
Dy		-6,422	$-9,7 \times 10^{-3}$	1,47	27,9 %	0,949	13,46
Dx	GCMMA1	-6,883	$-2,8 \times 10^{-7}$	—	6,99%	0,892	4,55
Sxy		-3,545	$-2,7 \times 10^{-8}$	—	81,6 %	0,977	2,57
Zx		-8,248	$-5,8 \times 10^{-5}$	—	5,36%	0,907	2,31
Dy		-7,699	$-5,1 \times 10^{-8}$	—	9,86%	0,891	2,34
Dx	GCMMA2	-7,153	$-1,17 \times 10^{-5}$	—	10,1 %	0,923	22,0
Sxy		-3,055	$-1,72 \times 10^{-5}$	—	76,7 %	0,969	9,93
Zx		-7,917	$-3,7 \times 10^{-5}$	—	3,86%	0,915	12,23
Dy		-7,575	$-1,32 \times 10^{-6}$	—	24,6 %	0,881	11,35

Fall die vorgegebenen Toleranzen der Nebenbedingungen erreicht werden. Im Optimierungsverlauf treten zwar Iterationen auf, die alle Nebenbedingungen erfüllen. Allerdings scheint der Optimierungsalgorithmus GCMMA diese nicht streng einzuhalten, sodass sporadisch Ergebnisse mit leichter Überschreitung berechnet werden. Gleichzeitig sorgte in nahezu jedem Fall das Abbruchkriterium von maximal 1000 Iterationen für das Beenden der TO.

Vorteile der alternativen IZS in Variante 2 legen nahe, diese vorrangig für weitere Untersuchungen des TO-Problems mit gradientenbasierten Algorithmen zu verwenden.

5.3 Skalierung auf dreidimensionale Lösungen

Die zuvor involvierten gradientenbasierten TO-Verfahren ermöglichen im Vergleich zu EA eine deutlich größere Anzahl an Entwurfsvariablen. In den vorigen Strukturösungen besitzt der Bauraum 10 000 Elemente und damit ca. ebenso viele Entwurfsvariablen, wohingegen die höchstauflöste Struktur im Kapitel 4 lediglich 1600 Entwurfsvariablen einbezieht. Somit schließt die in dieser Arbeit vorgestellte TO-Methode mit EA hinreichend aufgelöste 3D-Lösungen aus.

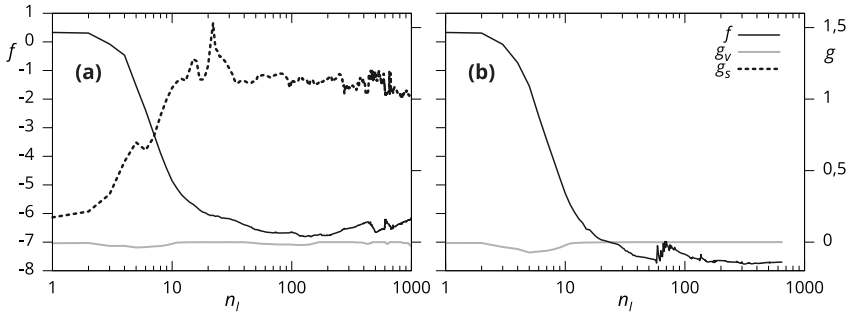


Abbildung 5.6: Verläufe der Zielfunktionswerte und der Nebenbedingungen g_v und g_s , beispielhaft für die Zielspannungsvorgabe **Dy**: (a) mit g_s , (b) ohne g_s [63]



Abbildung 5.7: Topologielösungen für verschiedene Zielspannungsvorgaben der IZS-Formulierung in Variante 2 nach 1000 Iterationen, ohne Nebenbedingung g_s für versagenskritische Spannungen [63]

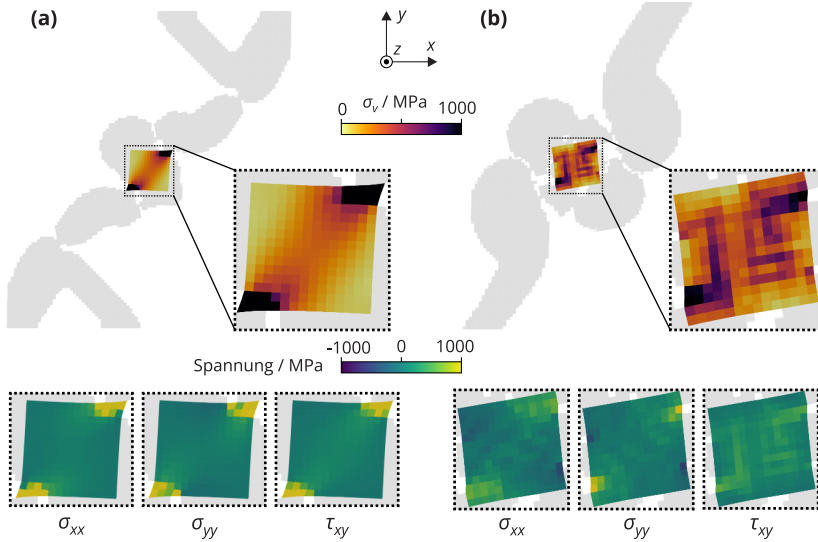


Abbildung 5.8: Verschiebung und Spannungsverteilungen beider **IZS**-Formulierungen nach 1000 Iterationen, beispielhaft für die Zielspannungsvorgabe **S_{xy}**: (a) **IZS** in Variante 1, (b) **IZS** in Variante 2 [63]

In diesem Kapitel sollen Lösungen vorgestellt werden, welche anhand eines 3D-Bauraums die Skalierungsfähigkeit des hier verwendeten Matlab-Frameworks für gradientenbasierte TO demonstrieren. Die folgenden Ausführungen orientieren sich stark an der Arbeit von Mauersberger u.a. [63].

Zwei verschiedene Stufen von 3D-Lösungen sollen den Übergang ausgehend von 2D-Strukturen zeigen: Zum einen wird für sogenannte Quasi-2D-Probleme der topologische Bauraum in z -Richtung flach erweitert, sodass der Optimierungsalgorithmus für 2D-Zielspannungen Dickenabstufungen ausnutzen kann. Ziel ist ein Vergleich zu den nahezu diskreten Lösungen in 2D. Zum anderen sollen 3D-Probleme mit einem würfelförmigen Bauraum zeigen, inwiefern allgemeine 3D-Zielspannungszustände erreicht werden können. Die Anzahl der Entwurfsvariablen wird für beide Problemdimensionen auf 240 000 bzw. 256 000 erhöht (vgl. Tabelle 5.1).

Für Quasi-2D-Probleme werden Zielspannungen in der x - y -Ebene vorgegeben, darunter **D_x** und **S_{xy}** [63]. Zusätzlich zu den einachsigen Beanspruchungen wird eine kombinierte, zweiachsige Zielvorgabe **Z_x + S_{xy}** untersucht. Tabelle 5.8 listet die zugehörigen Zielspannungsvektoren **σ₀**. Beim Vergleich der erzeugten Topologielösungen in Abbildung 5.9a fallen für die Zielspannungsvorgaben **D_x** und **S_{xy}** grundsätzliche Gemeinsamkeiten zu den 2D formulierten Problemen auf

Tabelle 5.6: Ergebnisse der Topologieoptimierung mit **IZS**-Formulierung in Variante 2 für verschiedene Zielspannungsvorgaben, mit Optimierungsalgorithmus GCMMA1 nach 1000 Iterationen, ohne Nebenbedingung g_s für versagenskritische Spannungen [63]

Zielsp.	f_E	g_v	g_s	$\Delta\tilde{\sigma}$	Q	t_I / s
Dx	0,162 52	$-1,31 \times 10^{-5}$	—	3,69%	0,927	2,82
Sxy	0,147 17	$-9,0 \times 10^{-7}$	—	55,0 %	0,958	2,35
Zx	0,163 54	$1,96 \times 10^{-7}$	—	19,8 %	0,930	2,41
Dy	0,761 2	$-8,5 \times 10^{-7}$	—	3,96%	0,933	2,85

Tabelle 5.7: Ergebnisse der Topologieoptimierung mit **IZS**-Formulierung für alle aktiven Nebenbedingungen, ohne g_s , mit Optimierungsalgorithmus GCMMA1 nach 1000 Iterationen: Überschreitungen der Toleranz schattiert [63]

Formulierung	Zielsp.	g_v	$g_{\rho,z}$	g_δ
IZS, 1. Var.	Dx	$-2,8 \times 10^{-7}$	$-3,9 \times 10^{-5}$	$-3,7 \times 10^{-4}$
	Sxy	$-2,7 \times 10^{-8}$	$-7,0 \times 10^{-7}$	$-1,01 \times 10^{-7}$
	Zx	$-5,8 \times 10^{-5}$	$-2,3 \times 10^{-3}$	$2,0 \times 10^{-2}$
	Dy	$-5,1 \times 10^{-8}$	$-1,94 \times 10^{-5}$	$-5,8 \times 10^{-8}$
IZS, 2. Var.	Dx	$-1,31 \times 10^{-5}$	$9,1 \times 10^{-4}$	$1,72 \times 10^{-4}$
	Sxy	$-9,0 \times 10^{-7}$	$2,5 \times 10^{-4}$	$1,24 \times 10^{-4}$
	Zx	$1,96 \times 10^{-7}$	$-1,20 \times 10^{-4}$	$8,9 \times 10^{-4}$
	Dy	$-8,5 \times 10^{-7}$	$2,0 \times 10^{-4}$	$-2,4 \times 10^{-4}$

(vgl. Abbildung 5.7). Allein durch die größere Freiheit in z -Richtung werden strukturelle Abstufungen gefunden. So entstehen beispielsweise Rundstäbe als Lasteinleitung oder unterschiedliche Strukturdicken in z -Richtung, wo im 2D-Fall eine Aussparung war (vgl. Abbildung 5.7, Zielspannung **Dx**). Wie bei den zuvor gezeigten Lösungen bleibt die Nebenbedingung g_s für versagenskritische Spannungen hier unberücksichtigt. Der Abbildungsteil 5.9b weist darauf hin, dass die höchsten Spannungen in der Struktur im Bereich der Quasi-Gelenke entstehen, dies folglich ein Grund dafür sein könnte, warum g_s mit der hier gezeigten TO-Methode nicht erfüllt wird. Die Topologielösung mit zweiachsiger Spannungsvorgabe **Zx** + **Sxy** enthält komplexere Merkmale, deren Funktion nicht unmittelbar ersichtlich wird, bleibt aber bei der relativen Abweichung $\Delta\tilde{\sigma}$ des mittleren Spannungszustandes nahe dem Bereich für die untersuchten Quasi-2D-Probleme zwischen 12 und 15 % (s. Tabelle 5.9). Im Vergleich zum 2D-Problem liefert die **Sxy**-Vorgabe hier deutlich bessere Ergebnisse.

Die abgebildeten Quasi-2D-Topologien verbergen aufgrund der dargestellten Dichteschwelle von $\rho_i \geq 0,5$ alle Elemente mit niedrigeren Dichtewerten. Fluktuationen und Abweichungen vom

Tabelle 5.8: Zielspannungsvektoren σ_0 für die gradientenbasierte Topologieoptimierung von Quasi-2D- und 3D-Problemen

Problemdim.	Zielspannung	σ_0 / MPa
quasi-2D	Dx	$(-50, 0, 0, 0, 0, 0)^T$
quasi-2D	Sxy	$(0, 0, 0, 50, 0, 0)^T$
quasi-2D	Zx + Sxy	$(50, 0, 0, 50, 0, 0)^T$
3D	Dx + Sxz	$(-50, 0, 0, 0, 0, 50)^T$
3D	Sxy + Syz + Sxz	$(0, 0, 0, 50, 50, 50)^T$

Tabelle 5.9: Ergebnisse der Topologieoptimierung mit **IZS**-Formulierung in Variante 2 für einen dreidimensionalen Bauraum und verschiedene Zielspannungsvorgaben: mit Optimierungsalgorithmus GCMMA1 nach 1000 Iterationen, ohne Nebenbedingung g_s für versagenskritische Spannungen [63]

Prob.	Zielspannung	f_E	g_v	g_s	$\Delta\tilde{\sigma}$	Q	t_I / s
quasi-2D	Dx	$2,603 \times 10^{-2}$	$-6,5 \times 10^{-6}$	—	11,9 %	0,770	210
quasi-2D	Sxy	$3,559 \times 10^{-3}$	$-5,3 \times 10^{-5}$	—	15,1 %	0,517	221
quasi-2D	Zx + Sxy	$2,377 \times 10^{-2}$	$-3,8 \times 10^{-5}$	—	12,5 %	0,560	214
3D	Dx + Sxz	$7,411 \times 10^{-4}$	$-7,1 \times 10^{-6}$	—	28,8 %	0,720	243
3D	Sxy + Syz + Sxz	$5,871 \times 10^{-3}$	$-7,5 \times 10^{-5}$	—	69,5 %	0,496	251

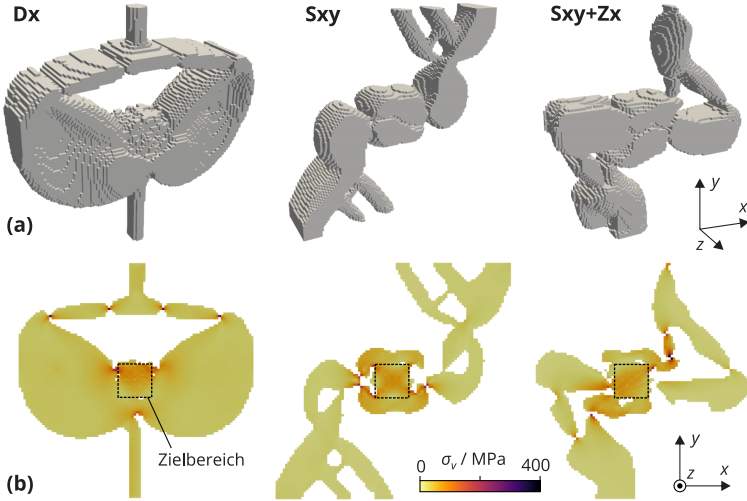


Abbildung 5.9: Topologielösungen der Quasi-2D-Probleme für verschiedene Zielspannungsvorgaben, IZS-Formulierung in Variante 2, GCMMA1 nach 1000 Iterationen, ohne Nebenbedingung g_s für versagenskritische Spannungen: (a) Elementdarstellung mit $\rho_i \geq 0,5$, (b) Von-Mises-Vergleichsspannung in der mittleren z -Ebene (Schnittdarstellung) [63]

0-1-Schema stellen eine mögliche Ursache für die im Vergleich zu den 2D-Problemen deutlich geringere Topologiequalität Q dar.

Strukturlösungen für die TO mit vollständigem 3D-, d. h. würfelförmigem, Bauraum sind in Abbildung 5.10 dargestellt. Es wurden mehrachsige Spannungsvorgaben gewählt, welche insbesondere die z -Koordinatenrichtungen umfassen: $Dx + Sxz$ und $Sxy + Syz + Sxz$ mit den Zielspannungsvektoren σ_0 aus Tabelle 5.8. Als wichtige Herausforderung wird ersichtlich, dass der Zielbereich Ω_Z von Material umgeben und damit nicht direkt zugänglich sein kann. Deshalb wird der Zielbereich zusätzlich transparent abgebildet und Verformung sowie Spannungsverteilung angedeutet. Wie im 2D- und Quasi-2D-Fall werden auch Topologien in 3D erzeugt, deren Funktionalität durch Quasi-Gelenke sichergestellt wird. Dadurch wirkt die Flügel-Schenkel-Struktur zur Zielvorgabe $Dx + Sxz$ plausibel, da sie eine gleichzeitige Kompression sowie Schubverformung quer zur globalen Belastung ermöglicht (vgl. Abbildung 5.10b). Allerdings trifft das ähnlich wie bei der 2D-Zielspannung Dx eher nur auf den oberen Teil des Zielbereichs zu und führt daher zu einer ungleichmäßigen Spannungsverteilung. Nichtsdestoweniger dominieren hier zumindest punktuell die Anteile σ_{xx} und τ_{xz} des erreichten Spannungsvektors. Ein ähnliches Bild gibt die Strukturlösung zur Zielspannungsvorgabe $Sxy + Syz + Sxz$ ab, indem der Zielbereich durch

die verformte Topologie nur teilweise beansprucht wird. Hier treten allerdings auch stärker Kollateralspannungen σ_{xx} , σ_{yy} und σ_{zz} auf, welche sich in einer deutlich höheren relativen mittleren Spannungsabweichung $\Delta\bar{\sigma}$ im Vergleich zum vorigen Fall widerspiegeln (s. Tabelle 5.9).

Ein direkter Vergleich zwischen dem benötigten Rechenaufwand bei EA und GV erscheint nicht eindeutig, da sich das Iterationsprinzip deutlich voneinander unterscheidet. Bei den EA schreitet die Optimierung mittels einer gesamten Population von n_I Individuen voran, während bei den klassischen gradientenbasierten Optimierungsverfahren lediglich eine einzelne Lösung stetig verbessert wird. Durch das Konzept von Population und Generationen bei EA entsteht so ein inhärent höherer Berechnungsaufwand. Weiterhin wurde in dieser Arbeit für die TO mit EA eine gitterunabhängige Strukturparametrisierung verwendet, während die TO mit GV jedem Element eine Entwurfsvariable zuordnet.

Es wird für einen Vergleich angenommen, dass die Problemgröße mit der Elementauflösung skaliert und das Optimierungsproblem mit EA ohne Weiteres mit 200 Prozessen parallelisiert werden kann. Eine Iteration bei EA wird hier als die vollständige Berechnung einer Generation an Individuen betrachtet. Dadurch ergeben sich die in Abbildung 5.11 dargestellten Skalierungskurven für EA und GV. In der Praxis ermöglichen GV bei der Behandlung des vorliegenden TO-Problems der Struktur-Nachweisprobe offensichtlich einen etwa drei Größenordnungen kleineren Rechenaufwand bezüglich der realen Rechenzeit.

Ganz klar bringt der Einsatz von GV bei elementbasierter Strukturparametrisierung wesentliche Vorteile bei der Lösungsfindung. Allerdings wird eine schnellere TO durch ungenaue Formulierungen von Zielfunktion und Nebenbedingungen sowie einer lokalen, d. h. stark vom Anfangswert abhängigen Lösung erkauft. Damit bleibt die Herausforderung, das TO-Problem für GV auf geschickte Weise zu formulieren, um geeignete Strukturösungen zu erhalten. Im Gegensatz zu EA scheinen insbesondere GV dazu geeignet, das TO-Problem hin zu 3D- oder hochaufgelösten 2D-Strukturen zu skalieren. Dennoch können die bisher erzielten Lösungen nicht für die Erzeugung realer Probengeometrien verwendet werden, da die wesentliche Nebenbedingung g_s für versagenskritische Spannungszustände in keinem Fall eingehalten werden konnte. Für weitere Untersuchungen bilden mittels EA erzeugte TO-Lösungen aus Kapitel 4 die Grundlage.

Durch die vorgestellten Untersuchungen konnte die 1. Nebenhypothese noch nicht widerlegt werden. Jedoch erscheint dies in Zukunft nicht abwegig, zumal Möglichkeiten aufgezeigt wurden, wie das TO-Problem der Struktur-Nachweisprobe gradientenbasiert gelöst werden könnte.

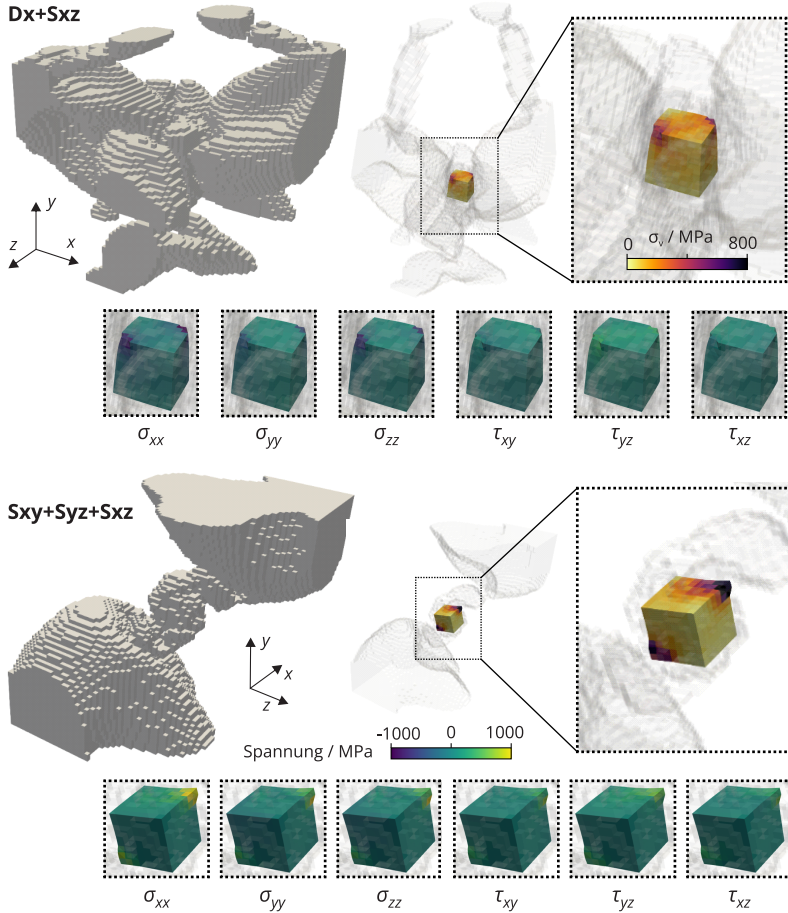


Abbildung 5.10: Topologielösungen der 3D-Probleme für verschiedene Zielspannungsvorgaben, IZS-Formulierung in Variante 2, GCMMA1 nach 1000 Iterationen, ohne Nebenbedingung g_s für versagenskritische Spannungen: Elementdarstellung mit $\rho_i \geq 0,5$ (links), Von-Mises-Vergleichsspannung σ_v und Komponenten des erreichten Spannungszustandes σ im verformten Zielbereich (rechts; Überhöhung der Knotenverschiebungen oben 30, unten 10) [63]

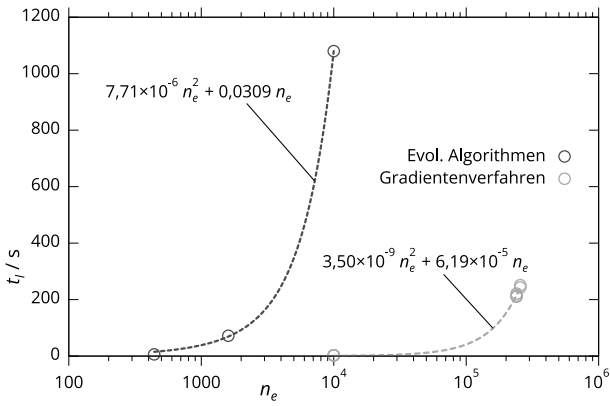


Abbildung 5.11: Vergleich der Rechenzeit für Topologieoptimierungsläufe der Struktur-Nachweisprobe (Kreise) mit evolutionären Algorithmen und Gradientenverfahren (Iteration für evolutionäre Algorithmen bedeutet eine Generation, normiert auf 200 parallele Prozesse)

6 Übertragung der Optimierungsergebnisse auf reale Nachweisproben

Nachdem in den vorangegangenen Kapiteln Topologien für eine Struktur-Nachweisprobe mit vorgegebenem versagenskritischen Spannungszustand erzeugt wurden, soll dieses Kapitel beleuchten, wie aus einer Optimierungslösung eine reale Nachweisprobe entsteht. Als „real“ wird dabei eine Probe bezeichnet, die eine festgelegte 3D-Geometrie und entsprechende Merkmale zum Testen mit einer Prüfmaschine besitzt.

Neben Struktur-Nachweisproben mit einem einzelnen, einachsigen Zielspannungszustand dienen solche mit mehreren oder mehrachsigen Zielbereichen und -spannungsvorgaben dem Nachweis, mehrere bzw. komplexere versagenskritische Positionen eines additiv gefertigten Referenzbauteils gleichzeitig zu reproduzieren. Auf diese Weise soll gezeigt werden, dass die experimentelle Prüfung integraler Struktur-Nachweisproben effizienter ablaufen kann als für einfache Materialproben, z. B. im Zugversuch. In der Praxis spielt voraussichtlich nur eine versagenskritische Position eine Rolle. Im Anwendungsfall am Beispiel einer Schließwelle für eine Flugzeugtür am Ende des Kapitels wird eine mehrachsige Spannungsvorgabe für die Nachweisprobe als Möglichkeit einer höheren Prüffizienz untersucht.

6.1 Geometrierzeugung

Die mittels EA oder GV erzeugten Topologielösungen für die Struktur-Nachweisprobe können nicht direkt als Geometrie für eine reale Probe verwendet werden. Dazu besitzen die dichte-basierten Strukturtopologien eine zu geringe Elementauflösung und folglich unregelmäßige, stufenförmige Strukturmerkmale. Diese gelten bei der Strukturanalyse während der TO lediglich als Annäherung im Rahmen des Optimierungsproblems und müssen für Geometrien im CAD-Format neu interpretiert und umgesetzt werden. Ihr Verhalten unter Belastung kann sich dadurch ändern und bedarf einer unabhängigen Strukturanalyse. Bekannt in der Literatur ist die nutzbringende Ergänzung von TO mit Formoptimierung [88, Kap. 1.4]. Dadurch können Konturen, d. h. die Form für die Zielstruktur, zunächst aus Vorschlägen für eine Topologie abgeleitet und mittels weiterführender Optimierungsmethoden auf das ursprüngliche Problem hin justiert werden. Dieses Vorgehen stellt sicher, dass auch unter leichten strukturellen Abweichungen durch den Schritt von Topologie auf Form dennoch alle Ziele und Nebenbedingungen aus dem ursprünglichen Optimierungsproblem für die zu erzeugende Struktur erreicht bzw. eingehalten werden.

Für die nachfolgenden Untersuchungen werden durchweg Lösungen aus der TO mit EA (s. Kapitel 4) verwendet, da sie alle Nebenbedingungen des Optimierungsproblems für die Struktur-Nachweisprobe einhalten konnten. Auf Strukturlösungen aus der TO mit GV (s. Kapitel 5) trifft das nicht zu, obwohl deren höhere Elementauflösung die Geometrieinterpretation vereinfachen und das ursprüngliche Verhalten der Strukturmerkmale besser bewahren würde. Vorbereitende Untersuchungen haben gezeigt, dass dünne Strukturmerkmale bei relativ geringer Elementauflösung, z. B. bei der Topologie zum Zielspannungszustand **S** in Abbildung 4.21 (rechts), bereits Probleme bei der zielführenden Interpretation der Strukturform, d. h. der Konturen, auftreten. Im konkreten Fall ist somit unklar, ob bei der genannten Topologie zu **S** die dünnen Schenkeln links oben und rechts unten für höhere Elementauflösungen bestehen können. Aus diesem Grund wird ein verfeinertes Vorgehen im zweiten Schritt der Erzeugung einer Struktur-Nachweisprobe (s. Abschnitt 3.1.3) verfolgt:

- 2.1 Am Beginn steht die Generierung von Topologielösungen mithilfe von TO-Methoden. Dieser Teilschritt wurde in den Kapiteln 4 und 5 beschrieben.
- 2.2 Die Strukturparametrisierung mit geringer Element- und Stützstellenauflösung wird für eine höhere Auflösung eingerichtet und nachfolgend mittels einfacher Suchverfahren optimiert. Dadurch sollen Lösungen entstehen, die zu dünne Strukturmerkmale vermeiden und die anschließende Interpretation der Strukturform, d. h. der Konturen, vereinfacht.
- 2.3 Eine 3D-Probengeometrie wird auf Grundlage der höher aufgelösten Topologielösungen erzeugt. Gleichzeitig stellt ein gezieltes Anpassen der Geometrieparameter sicher, dass alle Ziele und Nebenbedingungen erreicht bzw. eingehalten werden.

Die folgende Abschnitte beschreiben die beiden Teilschritte 2.2 und 2.3.

6.1.1 Übertragung der Topologielösungen auf höhere Elementauflösungen

Schritt 2.2 umfasst die Höhereskalierung einer ursprünglich niedrig aufgelösten Topologielösung. Hierbei kommt aufgrund der Betrachtung in 2D eine bilineare Interpolation zum Einsatz. Ausgehend von einer Topologielösung der Struktur-Nachweisprobe wie im Abschnitt 4.4 dargestellt, wird die Struktur durch Dichtewerte $\rho_{S,j}$ an bestimmten Stützstellen mit den Koordinaten $\mathbf{x}_{S,j} = (x_{S,j}, y_{S,j})^T$ beschrieben. Vorausgesetzt wird eine gleichmäßige Verteilung der Stützstellen in einem 2D-Gitter. Die Dichtewerte $\rho_{S,j,\text{niedrig}}$ des ursprünglichen Stützstellengitters werden zur Interpolation der Dichtewerte $\rho_{S,\hat{j},\text{hoch}}$ des höheraufgelösten Gitters verwendet. Der Index $\hat{j}$ läuft zwischen den Werten $1, \dots, \hat{n}_S$ mit $\hat{n}_S$ als die Anzahl der Stützstellen bei höherer Auflösung. Beschreiben $\rho_{S,00}$, $\rho_{S,01}$, $\rho_{S,10}$ und $\rho_{S,11}$ die umgebenden Dichtewerte aus dem niedrig aufgelösten Stützstellengitter mit den Begrenzungskordinaten $x_{S,0}$, $x_{S,1}$, $y_{S,0}$

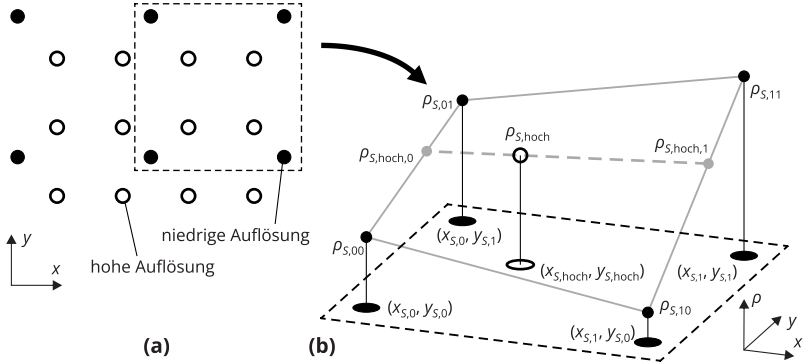


Abbildung 6.1: Bilineare Interpolation der Dichtewerte eines höher aufgelösten Stützstellengitters ($\rho_{S,hoch}$) auf Basis eines niedrig aufgelösten Stützstellengitters ($\rho_{S,0,0}$ bis $\rho_{S,1,1}$): (a) Gitterdarstellung, (b) Interpolation der Dichtewerte mit den Zwischenwerten $\rho_{S,hoch,0}$ und $\rho_{S,hoch,1}$

und $y_{S,1}$ (vgl. Abbildung 6.1), ergibt sich für einen Dichtewert $\rho_{S,hoch}$ des höher aufgelösten Stützstellengitters mit den Koordinaten $\mathbf{x}_{S,hoch} = (x_{S,hoch}, y_{S,hoch})^T$:

$$\begin{aligned} \rho_{S,hoch} = & \frac{1}{(x_{S,1} - x_{S,0})(y_{S,1} - y_{S,0})} \\ & \cdot \left(\rho_{S,0,0} (x_{S,1} - x_{S,hoch})(y_{S,1} - y_{S,hoch}) \right. \\ & + \rho_{S,1,0} (x_{S,hoch} - x_{S,0})(y_{S,1} - y_{S,hoch}) \\ & + \rho_{S,0,1} (x_{S,1} - x_{S,hoch})(y_{S,hoch} - y_{S,0}) \\ & \left. + \rho_{S,1,1} (x_{S,hoch} - x_{S,0})(y_{S,hoch} - y_{S,0}) \right). \end{aligned} \quad (6.1)$$

Im Allgemeinen bildet eine auf diese Weise erzeugte Topologie nicht alle zuvor erkennbaren Strukturmerkmale ab. Die so angenäherte Dichtelandkarte $L_{\rho,S,hoch}$ stellt folglich den Ausgangspunkt dar für die anschließende Suche nach geeigneten Topologien mit einer höheren Auflösung. Dazu wurde die Optimierungsbibliothek NLOpt [145] mit dem gradientenfreien, beschränkten Suchverfahren Cobyla [146] eingesetzt. Der Vorteil und wesentliche Unterschied dieses Verfahrens im Vergleich zur Optimierung mit EA besteht darin, dass ausgehend von konkreten Startwerten $\mathbf{c}_0$ der Entwurfsvariablen – hier die Lösung der TO – eine optimierte Strukturlösung gefunden werden kann. Aufgrund der gradientenfreien Formulierung von Cobyla gelingt die Optimierung derselben Problemformulierung wie bei EA im Abschnitt 4.4. Lediglich die Nebenbedingungen wurden abweichend zu Gleichung (4.26) mit einem mehrstufigen Bestrafungsverfahren und der

Ersatz-Zielfunktion

$$\hat{f}_{i,\text{Barr}}(\mathbf{c}) = \begin{cases} f_i(\mathbf{c}) - \sum_{j=1}^{n_g} \frac{1}{\beta} \ln(-g_j(\mathbf{c}) + \varepsilon_{\text{Barr}}) & \text{für } g_j \leq 0, \\ f_i(\mathbf{c}) + \sum_{j=1}^{n_g} \frac{1}{\beta} \left(\frac{g_j(\mathbf{c})}{\varepsilon_{\text{Barr}}} - \ln \varepsilon_{\text{Barr}} \right) & \text{für } g_j > 0 \end{cases} \quad (6.2)$$

eingebunden. Dabei handelt es sich um eine leicht abgewandelte, unechte Barriere-Funktion, die zusammen mit einem kleinen positiven Wert $\varepsilon_{\text{Barr}} > 0$ für $g_j(\mathbf{c}) > 0$, d. h. nicht erfüllte Nebenbedingungen, stetig und differenzierbar in eine lineare Funktion mit zunehmend steilem Anstieg übergeht. Folglich liefert die Ersatz-Zielfunktion für alle g_j berechenbare Werte und ist auch für beliebige Startwerte der Entwurfsvariablen $\mathbf{c}$ geeignet. Aus Gründen der Einfachheit wurde $\varepsilon_{\text{Barr}}$ auf $1/\beta^2$ festgelegt. Damit ergeben beliebig hohe Bestrafungen $q \rightarrow \infty$ für $\hat{f}_{i,\text{Barr}}$ näherungsweise eine knickbehaftete, echte Barrierefunktion. Eigene Untersuchungen zeigen, dass diese Form der Bestrafung einen effektiveren Optimierungsprozess ermöglichen als die mit EA verwendete Form in Gleichung (4.26).

Es werden insgesamt fünf Bestrafungsstufen nacheinander mit den Faktoren

$$\beta \in \{1, 10, 100, 10^4, 10^8\}$$

durchgeführt. Da das Suchverfahren Cobyla nur eine einzelne Zielfunktion f_E berücksichtigt, werden beide im TO-Verfahren mit EA verwendeten Zielfunktionen $f_1 = V$ und $f_2 = \Delta\sigma$ mit einer Wichtung zusammengerechnet:

$$f_E = 10f_1 + f_2. \quad (6.3)$$

Für f_2 gelten dabei Werte in MPa. Mit der angegebenen Wichtung liegen die Werte für f_1 und f_2 etwa in derselben Größenordnung. Die Suche mit Cobyla wurde beschränkt durch eine Änderung der Entwurfsvariablen $\|\mathbf{c}_{k+1} - \mathbf{c}_k\| < 10^{-7}$ von Iteration k zu $k + 1$ sowie eine maximale Iterationszahl von 20 000 je Bestrafungsstufe.

Für die Geometrierzeugung wurden insgesamt vier TO-Lösungen aus Abschnitt 4.4 ausgewählt (s. Abbildungen 4.21 und 4.26):

- $\mathbf{Dx}$, 21×21 Elemente, Ω_Z : 3×3 Elemente, 11×11 Stützstellen,
- $\mathbf{S}$, 21×21 Elemente, Ω_Z : 3×3 Elemente, 11×11 Stützstellen,
- $\mathbf{Dx} + \mathbf{S}$, 40×40 Elemente, $\Omega_{Z,k}$: 3×3 Elemente, 21×21 Stützstellen,
- $\mathbf{Dx} + \mathbf{Zx} + \mathbf{S}$, 40×40 Elemente, $\Omega_{Z,k}$: 3×3 Elemente, 21×21 Stützstellen.

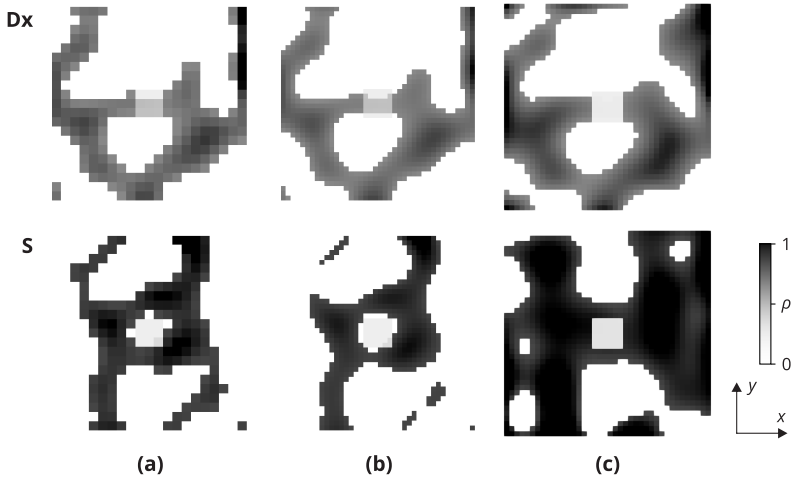


Abbildung 6.2: Topologien aus der Optimierung mittels evolutionärer Algorithmen mit verschiedenen Zielspannungsvorgaben: (a) ursprüngliche Topologielösung; (b) Topologie nach der Höherskalierung; (c) optimierte, höherskalierte Topologielösung

Eine Höherskalierung mithilfe der zuvor beschriebenen Methode kommt nur für die Topologien mit den Zielspannungszuständen **Dx** und **S** infrage, da bei den anderen beiden Lösungen eine ausreichend hohe Elementauflösung vorliegt. Die Ergebnisse der höherskalierten und optimierten Topologien zeigt Abbildung 6.2. Zahlenmäßige Veränderungen der Zielfunktionen sind in Tabelle 6.1 gelistet.

Für beide Topologielösungen konnten mit der beschriebenen Methode zulässige, höheraufgelöste Strukturlösungen gefunden werden. In beiden Fällen vergrößerte sich das relative Probenvolumen V , während die Spannungsabweichung $f_2 = \Delta\sigma$ auf ähnlichem Niveau blieb. Im Gegensatz dazu vergrößerte sich die mittlere Spannungsabweichung $\Delta\bar{\sigma}$ im Zielbereich für **Dx** ein wenig

Tabelle 6.1: Veränderung der Zielfunktionswerte nach Höherskalierung und nachträglicher Optimierung für mittels evolutionärer Algorithmen erzeugter Topologielösungen

Zielspannung		Elemente	Stützstellen	f_1	f_2 / MPa	$\Delta\bar{\sigma}$
Dx	vorher	21×21	11×11	0,306	19,6	3,02 %
	nachher	40×40	21×21	0,403	20,8	4,63 %
S	vorher	21×21	11×11	0,338	29,9	1,64 %
	nachher	40×40	21×21	0,635	28,1	27,6 %

und für **S** deutlich. Grundsätzlich ist der mittlere Wert $\Delta\tilde{\sigma}$ nicht mit dem Optimierungsziel $\Delta\sigma$, einer kumulativen Größe, gleichzusetzen und wird durch diese nach oben hin begrenzt (vgl. Abschnitt 4.4.1). Die Größe $\Delta\tilde{\sigma}$ beschreibt in erster Linie einen praktischen Wert für die erzielte Spannungsgenauigkeit und ist greifbarer, wenngleich hinsichtlich der TO weniger aussagekräftig als $\Delta\sigma$. Für die gefundene höheraufgelöste Topologie **S** handelt es sich um einen Extremfall $\Delta\tilde{\sigma} \approx \Delta\sigma$.

Darüber hinaus ergibt sich für die **Dx**-Topologie kaum eine Änderung in der Struktur: Wesentliche funktionelle Merkmale bleiben auch nach der Höherskalierung erhalten. Jedoch verschwindet an der Topologie mit Zielspannungszustand **S** das dünne Schenkelpaar oben links und unten rechts. Abbildung 6.2 deutet an, dass dieses in der Ausgangstopologie dünne Strukturmerkmal bei Übertragung auf eine höhere Auflösung von Stützstellen nicht unmittelbar bewahrt werden kann. Die Tatsache, dass in der nachfolgenden Suche kein solches Merkmal für die höheraufgelöste Struktur gefunden wird, legt eine Abhängigkeit von der Elementauflösung und damit einen numerischen Einfluss in der ursprünglichen Struktur nahe. Mit der Höherskalierung können folglich realitätsnähere Topologiemerkmale gefunden werden.

6.1.2 Formableitung unter Einhaltung der Nebenbedingungen

Zunächst dienen die finalen, zum Teil hochskalierten Topologielösungen als Ausgangspunkt für die Ableitung der Geometriekonturen (s. Abbildung 6.3). Im Falle der **Dx**- und **S**-Lösungen wurde aufgrund der Symmetrie lediglich eine Hälfte der Topologie verwendet. Aus den exakten Konturlinien der elementaufgelösten Struktur wurden im nächsten Schritt vereinfachte Konturen erzeugt, die aus geometrischen Grundformen wie z. B. Kreisabschnitten, geraden Linien und vereinzelt Splines bestehen (vgl. Abbildung 6.3b). Dieses Vorgehen soll die Variabilität der Lösungen aus der TO mit EA berücksichtigen und auf möglichst klare Formen beschränken.

Die anschließende Erzeugung der 3D-Geometrie muss die geometrische Stabilität der Nachweisprobe und gleichzeitig Randbedingungen der Prüfeinrichtung einbeziehen. Dadurch war eine möglichst große reale Referenzdicke d_{ref} anzustreben. Gemäß der Topologielösung besitzen die Zielbereiche eine deutlich geringere Dichte d_Z , um die Nebenbedingung g_s bezüglich versagenskritischer Spannungszustände zu erfüllen. Allerdings war aufgrund der Parameterwahl bei der späteren Fertigung mittels PBF-Verfahren die Mindestdicke eines Strukturmerkmals auf etwa 1,5 Millimeter beschränkt. Zugleich wurde die Größe des Bauraums in der x - y -Ebene skaliert. Das hat zum Ziel, einerseits die Nachweisproben so weit wie möglich zu verkleinern, andererseits für die im späteren Experiment zu messenden Zielbereiche eine für alle betrachteten Topologielösungen einheitliche Mindestseitenlänge von etwa 10 Millimetern sicherzustellen. Zuletzt waren Aufnahmen in der Probengeometrie zu ergänzen, um die Einleitung der Prüflast zu gewährleisten.

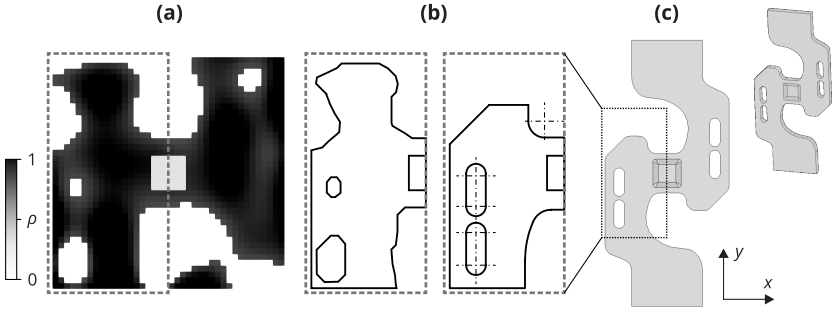


Abbildung 6.3: Ableitung einer vereinfachten Kontur und 3D-Geometrie aus den hochskalierten Topologielösungen: (a) Ausgangslösung, aus Symmetriegründen nur die Hälfte betrachtet; (b) direkte und geometrisch vereinfachte Kontur; (c) 3D-Geometrie

Tabelle 6.2: Kennwerte der skalierten 3D-Geometrie der realen Struktur-Nachweisprobe: ursprüngliche (ursp.) bei der Optimierung verwendete und realisierte (real.) Maße

Zielspannung	Bauraumgröße / mm ²		Zielbereichsgröße / mm ²		d_{ref} / mm	d_z / mm
	ursp.	real.	ursp.	real.		
Dx	100×100	70×70	14,3×14,3	10×10	6,0	1,5
S	100×100	70×70	14,3×14,3	10×10	6,0	1,5
Dx + S	100×100	140×140	7,5×7,5	10,5×10,5	6,0	1,5
Dx + Zx + S	100×100	140×140	7,5×7,5	10,5×10,5	6,0	1,5

Tabelle 6.2 listet die schließlich gewählten Kennwerte unter den beschriebenen Anforderungen und Beschränkungen.

Obwohl die Ausgangslösung der Probentopologie im Sinne des TO-Problems gültig ist, kann wegen der nachträglich geänderten Konturen nicht sichergestellt werden, dass sie die Nebenbedingung g_s zu versagenskritischen Spannungszuständen im Zielbereich erfüllt. Daher muss das Ergebnis des oben vorgestellten Vorgehens weiter an die Nebenbedingung g_s angepasst werden. Nach der Modellierung der 3D-Geometrie in der CAD-Software SolidWorks von Dassault Systèmes Deutschland GmbH dient die interne FE-Simulationsanwendung dazu, Aussagen über die voraussichtliche Von-Mises-Vergleichsspannung der aktuellen Geometrievariante und damit über die Kritikalität der Spannungen im Zielbereich zu treffen. Leichte Anpassungen an der Geometrie wurden manuell durchgeführt. Besonderes Augenmerk lag hierbei auf der Vermeidung von Kerbspannungen, die zu vorzeitigem Versagen außerhalb der Zielbereiche führen. Die finalen 3D-Geometrien erfüllen damit näherungsweise auch die Nebenbedingung g_s und nehmen die in Abbildung 6.4 dargestellten Formen an.

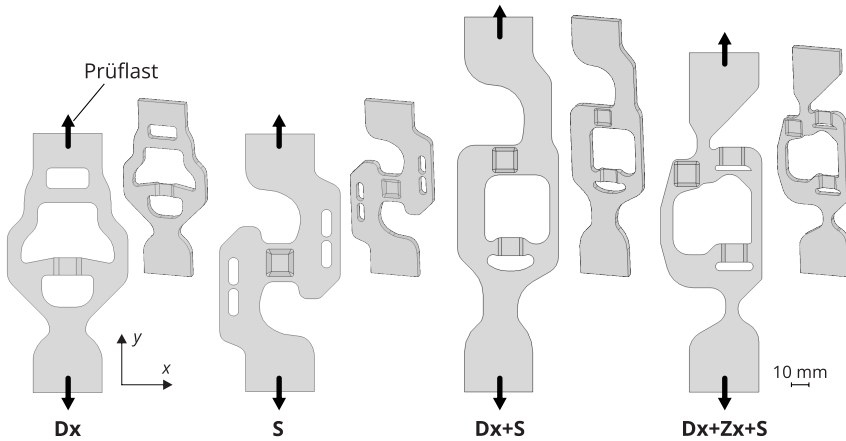


Abbildung 6.4: Finale 3D-Geometrien für die realen Struktur-Nachweisproben für verschiedene Zielspannungsvorgaben (maßstäblich)

6.2 Validierung der Probengeometrien mittels experimenteller und numerischer Untersuchungen

6.2.1 Validierungskonzept

Theoretisch perfekte Geometrien von Bauteilen und Proben unterliegen fertigungsbedingten Imperfektionen. Für PBF-Verfahren im Besonderen gelten dabei die im Abschnitt 2.2.1 beschriebenen. Demzufolge ist es die Aufgabe der hier vorgesehenen Validierung, die Eigenschaften der erzeugten 3D-Geometrien für verschiedene Struktur-Nachweisproben unter realen Bedingungen des Fertigungsprozesses und des späteren experimentellen Prüfverfahrens zu untersuchen.

Numerische Methoden für die Struktursimulation ermöglichen begleitend zu den experimentellen Untersuchungen eine umfassendere Validierung der vorgestellten Methodik zur Erzeugung einer integralen Struktur-Nachweisprobe. Einflüsse von Imperfektionen und Prüfrandbedingungen können so besser eingeschätzt und damit ein generelles Verständnis für das Probenverhalten geschaffen werden. Zu diesem Zweck sind zusätzlich detaillierte numerische Simulationen vorgesehen, um einerseits ein Materialmodell für die Abbildung additiv gefertigter Strukturen zu kalibrieren, andererseits das Gesamtverhalten der komplexen Probengeometrie unter Belastung genauer analysieren und verstehen zu können. In beiden Fällen dienen nichtlinear-dynamischen Simulationsmethoden in LS-Dyna von Ansys, Inc. (Version 13.1.0) dazu, die realen Experimente virtuell nachzustellen. Daraus ergibt sich eine maximale Vergleichbarkeit zwischen realem (Expe-

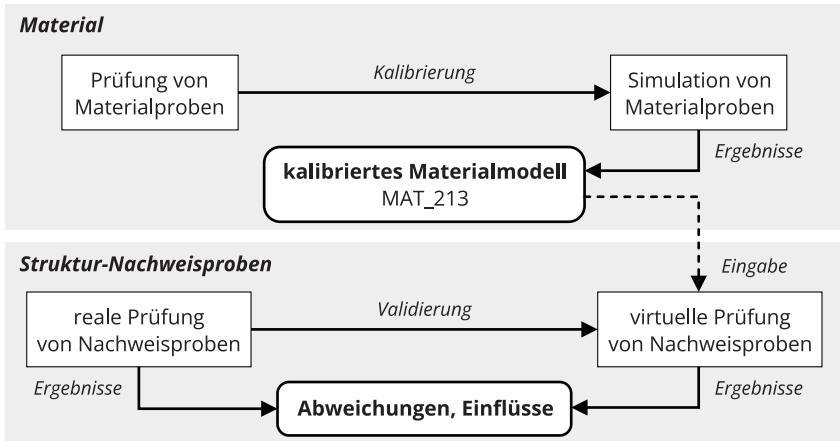


Abbildung 6.5: Konzept zur Validierung der Methodik zur Erzeugung von Struktur-Nachweisproben mittels realer, experimenteller und virtueller, numerischer Untersuchungen: Unterteilung in Materialkalibrierung und der eigentlichen Validierung von Struktur-Nachweisproben

riment) und virtuellem Versuch (Simulation). Für die Beschreibung der Simulationsmodelle wird im Folgenden auf sogenannte Keywords, d. h. Anweisungsschlüssel aus LS-Dyna, verwiesen.

Für die Validierung der Methodik zur Erzeugung von Struktur-Nachweisprobe sind fünf Schritte geplant:

1. Prüfung von Materialproben zur Schaffung eines numerischen Materialmodells,
2. Simulation von Materialproben zur Kalibrierung des Materialmodells,
3. Prüfung der additiv gefertigten Struktur-Nachweisproben,
4. Ermittlung der Spannungen im Experiment mithilfe des Materialmodells,
5. Simulation der Struktur-Nachweisproben.

Das Schaubild in Abbildung 6.5 setzt die Schritte zu einem Arbeitsablauf zusammen, den bereits Hähnel [147] in ähnlicher Form für die Validierung von Sandwich-Strukturmodellen verwendete. Gefundene Abweichungen zwischen Experiment und Simulation der Struktur-Nachweisproben am Ende des Validierungsprozesses bieten dann nicht nur einen tieferen Einblick in das reale Probenverhalten. Vielmehr können auch Ansatzpunkte für weitere Verbesserungen der vorgestellten Methodik zur Erzeugung, Prüfung und Simulation der Struktur-Nachweisproben erarbeitet werden. Alle fünf Schritte spiegeln sich in der nachfolgenden Gliederung in die Abschnitte 6.2.2 bis 6.2.6 wider.

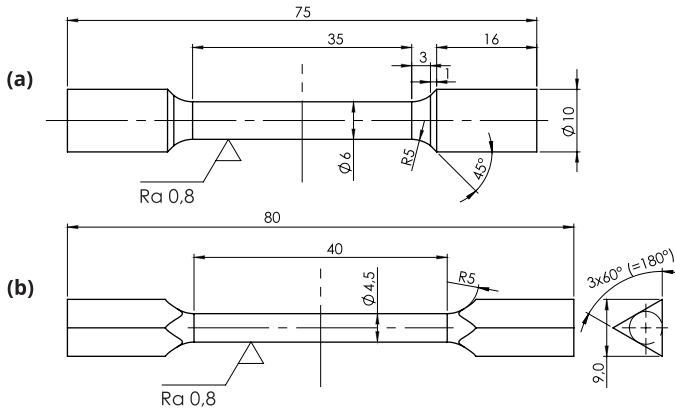


Abbildung 6.6: Geometriedefinition der geprüften Materialproben: (a) Zugprobe gemäß DIN EN ISO 6892-1 [148], (b) Torsionsprobe gemäß ASTM E143 [149]

6.2.2 Prüfung von additiv gefertigten Materialproben

Durchführung

Zur Schaffung eines Materialmodells für die numerische Simulation der Struktur-Nachweisproben wurden Zug- und Torsionsversuche an Proben aus der für die AF von Luftfahrzeugstrukturen geläufigen Aluminiumlegierung AlSi10Mg im Bauzustand (as-built) und im T6-wärmebehandelten Zustand durchgeführt. Aus den Messergebnissen sollten sich Daten für die Normal- und Schub Eigenschaften des Materials ergeben. Für eine bessere Fertigbarkeit fanden die Prüfungen an Rundproben mit einem Nenndurchmesser von 6,0 Millimeter für die Zugprüfung und 4,5 Millimeter für die Torsionsprüfung statt. Geometrien für beide Probentypen wurden den Normen DIN EN ISO 6892-1 [148] beziehungsweise ASTM E143 [149] entnommen (s. Abbildung 6.6).

Die Geometrien der Prüfkörper wurden mittels PBF-Verfahren auf einer Fertigungsmaschine EOS M 290 der EOS GmbH hergestellt. Der Fertigungsprozess erzeugte die Bauteile in einer Schichtdicke von 40 Mikrometer. Um den Einfluss der Oberflächenrauigkeit und damit der Probengeometrie auf die Prüfergebnisse zu beseitigen, wurden zylinderförmige Rohlinge mit Aufmaß gefertigt und anschließend mittels Drehen und Fräsen auf Endkontur gebracht. Im Anschluss dienten die mittleren realisierten Durchmesser im Prüfbereich der Probe zur Berechnung der Materialeigenschaften. Die Proben wurden parallel zu den globalen Koordinatenachsen X , Y und Z des Bauraums ausgerichtet, um die richtungsabhängigen Materialeigenschaften zu bestimmen. Z gilt als Aufbaurichtung, X als Richtung der Pulverzufuhr und Y steht senkrecht dazu.

Die quasi-statische Prüfung der Zugproben erfolgte auf der Universalprüfmaschine Inspekt Desk 50 von Hegewald & Peschke Mess- und Prüftechnik GmbH mit einer Maximalkraft von 50 Kilonewton. Die Probenenden wurden mittels Keilspannbacken der Shimadzu Deutschland GmbH fixiert. Gemäß DIN EN ISO 6892-1 [148] für Zugprüfungen metallischer Materialien betrug die weggesteuerte Prüfgeschwindigkeit 1 Millimeter pro Minute bis zum Bruch. Gleichzeitig übernahm das digitale Bildkorrelationssystem Aramis von Carl Zeiss GOM Metrology GmbH die Dehnungsmessung auf der Probe mit einer Auflösung von 3000×2000 Pixel. Dies entspricht einer aufgenommenen Fläche von ca. $100 \times 65 \text{ mm}^2$. Die Prüfkraft wurde mit einer Frequenz von 5 Hertz aufgenommen. Bei derselben Frequenz wurde die Dehnung für den elastischen Bereich, bei 2 Hertz für den plastischen Bereich und bei 20 Hertz für die Umgebung des Bruchs vermessen. Vorbereitend für die Messungen mit dem Aramis-System wurden die Proben mit einer weißen Grundierung lackiert und später mit einem feinen schwarzen, zufälligen Sprühmuster bedeckt. Aus Prüfkraft, realem Probendurchmesser sowie den mittleren Probendehnungen ergab sich das für weitere Auswertung verwendete Spannungs-Dehnungs-Diagramm jeder Zugprobe.

Von den Torsionsproben wurden ebenso die realisierten Probendurchmesser aufgenommen und anschließend mit einer Grundierung und einem zufälligen Sprühmuster versehen. Torsionsprüfungen fanden auf der Universalprüfmaschine 858 Mini Bionix von MTS Systems Corp. statt¹. Ein dreigliedriges Spannfutter sorgte für die Fixierung der Probenköpfe. Der Norm ASTM E143 folgend wurden die Proben verdrehungsgesteuert mit einer Prüfgeschwindigkeit von 6 Grad pro Sekunde bis zum Bruchversagen getestet. Über das digitale Bildkorrelationssystem Aramis wurde die Probengleitung und -verdrehung bei einer Auflösung von 2000×4000 Pixel gemessen. Diese Angabe steht für eine Prüffläche von ca. $70 \times 35 \text{ mm}^2$. Das Prüfmoment wurde mit einer Frequenz von 50 Hertz, die Gleitung und Verdrehung mit 10, 2 und 20 Hertz entsprechend für den elastischen, plastischen und Versagensbereich aufgenommen. Herausfordernd gestaltete sich die Messung großer Probenverdrehungen insbesondere bei den T6-wärmebehandelten Proben mit großen Bruchgleitungen. In diesem Fall wurden Hilfskonstruktionen für die Probenköpfe hergestellt, die mithilfe von Punktmarkern eine umfangreichere Messung des Scherwinkels ermöglichten. Aus Prüfmoment, Verdrehwinkel und Probengleitung wurden Schubspannungs-Gleitungs-Diagramme zu jeder Torsionsprobe erzeugt.

Ursprünglich erfolgten die Torsionsversuche gemäß ASTM F543 [150] ohne eine direkte Messung der Gleitung auf der Probe. Aus der durch die Prüfmaschine gemessenen Probenkopfverdrehung war so nur eine sehr ungenaue Berechnung der elastischen Schubeigenschaften des Materials möglich. Die oben beschriebene Prüfmethode mit optischer Dehnungsmessung mittels digitaler Bildkorrelation, d. h. der Norm ASTM E143 folgend, gelang auf exakte Weise an Referenzversuchen. Aus einer statistisch abgesicherten Maschinensteifigkeit, gestützt durch numerische

¹Die Ressourcen für die Torsionsprüfungen wurden zum großen Teil von IMA Materialforschung und Anwendungstechnik GmbH in Dresden im Rahmen des Forschungsprojekts CertiFlight, gefördert vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie (FKZ: 20D1925E), bereitgestellt.

Tabelle 6.3: Ergebnisse aus den Zug- und Torsionsprüfungen für die Materialeigenschaften des additiv gefertigten Materials AlSi10Mg

Last	Zustand	Ausr.	E, G / GPa	ν	$R_{p0,2}$ / MPa	R_m / MPa	A_m
Zug	as-built	X	$67,9 \pm 1,6$	$0,32 \pm 0,02$	304 ± 1	458 ± 4	$6,4 \pm 0,6 \%$
Zug	as-built	Y	$69,7 \pm 2,9$	$0,32 \pm 0,01$	299 ± 1	446 ± 6	$5,3 \pm 0,5 \%$
Zug	as-built	Z	$67,1 \pm 3,9$	$0,31$	275 ± 2	462 ± 5	$4,1 \pm 0,2 \%$
Zug	T6	X	$68,2 \pm 1,3$	$0,31 \pm 0,01$	253 ± 2	321 ± 1	$10,7 \pm 1,4 \%$
Zug	T6	Y	$67,7 \pm 3,0$	$0,32 \pm 0,01$	251 ± 1	320 ± 1	$10,0 \pm 1,0 \%$
Zug	T6	Z	$72,3 \pm 4,2$	$0,32 \pm 0,01$	243 ± 4	312 ± 5	$11,0 \pm 0,7 \%$
Torsion	as-built	XY	$24,4 \pm 1,8$	—	194 ± 3	262 ± 19	$5,2 \pm 1,5 \%$
Torsion	as-built	YZ	$23,9 \pm 1,2$	—	198 ± 2	284 ± 5	$6,9 \pm 0,4 \%$
Torsion	as-built	ZX	$22,6 \pm 1,2$	—	209 ± 3	293 ± 4	$5,9 \pm 0,4 \%$
Torsion	T6	XY	$22,3 \pm 1,7$	—	175 ± 4	222 ± 9	$28,5 \pm 5,1 \%$
Torsion	T6	YZ	$24,0 \pm 1,5$	—	179 ± 1	231 ± 10	$32,3 \pm 4,4 \%$
Torsion	T6	ZX	$26,0 \pm 2,7$	—	182 ± 3	227 ± 6	$25,5 \pm 3,0 \%$

Simulationsmethoden, ließ sich ein Faktor von 2 zwischen dem von der Prüfmaschine ausgegebenen und dem tatsächlichen Verdrehwinkel feststellen. Dadurch bewegen sich die Ergebnisse für die ermittelten elastischen Schubeigenschaften, so z. B. für den Schubmodul G , zwar in einem plausiblen Bereich, haben allerdings aufgrund des indirekten Ermittlungsverfahrens eine reduzierter Genauigkeit im Vergleich zur direkten Messung.

Auswertung

Grundsätzlich ermöglichen die Versuchsergebnisse an Proben im Bauzustand und mit T6-Wärmebehandlung, die Einflüsse von Anisotropie und Eigenspannungen indirekt zu beziffern. In Abbildung 6.7 sind die direkt gemessenen Spannungs-Dehnungs-Kurven aus den Experimenten dargestellt. Die beim Torsionsversuch ermittelten Eigenschaften in Zylinderkoordinaten wie z. B. $\gamma_{X\varphi}$ wurden näherungsweise mit den kartesischen Eigenschaften gleichgesetzt, d. h. $\gamma_{X\varphi} \approx \gamma_{XY}$. Die von den Kurven abgeleiteten Zahlenwerte enthält Tabelle 6.3. Die wichtigsten Eigenschaften sind

- Elastizitätsmodul E bzw. Schubmodul G ,
- Poissonzahl ν ,
- Dehngrenze $R_{p0,2}$,
- Festigkeit R_m sowie
- Gesamtbruchdehnung bzw. -gleitung A_m .

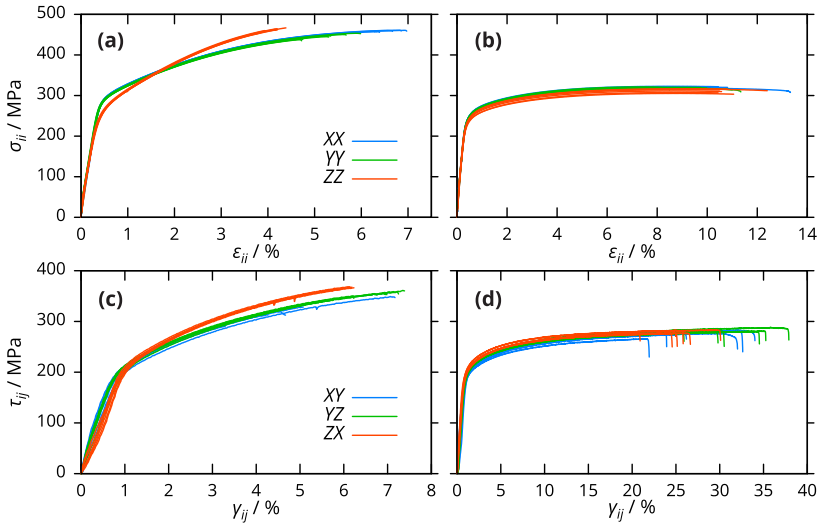


Abbildung 6.7: Spannungs-Dehnungs- und Spannungs-Gleitungs-Kurven aus den Zug- und Torsionsprüfungen am additiv gefertigten Material AlSi10Mg im Bauraum-Koordinatensystem X - Y - Z : (a) Zug, as-built; (b) Zug, T6-wärmebehandelt; (c) Torsion, as-built; (d) Torsion, T6-wärmebehandelt

Im Allgemeinen tendieren die Ergebnisse aus den Torsionsversuchen zu größeren Streuungen, weisen jedoch ähnliche Effekte auf wie die Ergebnisse der Zugversuche. Bemerkenswert ist die sehr große Bruchgleitung für den T6-wärmebehandelten Zustand von bis zu über 30 %.

Die Ergebnisse der Zugprüfungen beschreiben im Bauzustand (as-built) eine um etwa 8 % geringere Dehngrenze $R_{p0,2}$. Die geringste Gesamtbruchdehnung A_m wurde in Z -Richtung mit 4,1 % festgestellt. In X - und Y -Richtung beträgt sie 6,4 % beziehungsweise 5,3 % und nimmt damit leicht höhere Werte an. Analog dazu verhalten sich die Ergebnisse aus den Torsionsversuchen hinsichtlich der Gesamtbruchgleitung mit Werten aus dem Einzelversuch zwischen 6,2 % und 7,3 %. Die Zugfestigkeiten liegen je Konfiguration für alle Ausrichtungen nah beieinander.

Die im T6-wärmebehandelten Zustand verringerte Anisotropie und Eigenspannungen bewirken zusammen einen viel größeren Fließbereich als im Bauzustand: Unter Zugbelastung verdoppeln sich die Gesamtbruchdehnungen; bei Torsion erreichen die Gesamtbruchgleitungen Faktor 4 bis 5. Während die Festigkeit unter Zugbelastung um ca. 30 % und unter Torsionsbelastung um etwa 19 % abnimmt, verringert sich die Materialanisotropie, sodass sich die Spannungen für alle Ausrichtungen deutlich aneinander annähern. Diese Effekte sind vor allem auf das verwendete

Material AlSi10Mg zurückzuführen, welches im T6-Zustand die beobachteten Eigenschaften aufweist.

Aus Rümmler u.a. [22] lässt sich darüber hinaus der Einfluss der Oberflächenrauigkeit abschätzen. Bezogen auf den Nenndurchmesser bei quasistatisch belasteten Rundproben aus AlSi10Mg senkt eine raue Oberfläche mit einem Mittenrauwert von $R_a = 14,3 \mu\text{m}$ Steifigkeits- und Festigkeitswerte um ca. 9 %.

6.2.3 Simulation von Materialproben zur Kalibrierung des Materialmodells

Durchführung

Bei der Wahl des Materialmodells stellt sich **MAT_213** als besonders geeignet heraus (Keyword ***MAT_COMPOSITE_TABULATED_PLASTICITY_DAMAGE**, Version 1.3.5). Das liegt daran, dass richtungsunabhängige Eigenschaften im elastischen und plastischen Bereich direkt über tabellierte Kurven, und damit weitgehend unabhängig voneinander vorgegeben werden können. Speziell ist es so möglich, das unterschiedliche Fließverhalten der As-built-Zugproben in den drei Ausrichtungen im Bauraum hinreichend genau und einfach abzubilden. Als Eingabewerte verlangt **MAT_213** folgende Eingabedaten [86, 87]:

- Normalspannungs-Dehnungskurven aus Zugversuchen in X -, Y - und Z -Richtung,
- Normalspannungs-Dehnungskurven aus Druckversuchen in X -, Y - und Z -Richtung,
- Schubspannungs-Tensorgleitungskurven aus Schubversuchen in XY -, YZ - und ZX -Richtung,
- Normalspannungs-Dehnungskurven aus 45°-Zugversuchen in der XY -, YZ - und ZX -Ebene,
- elastische und plastische Poisson-Zahlen aus Zugversuchen in XY -, YZ - und ZX -Richtung,
- zu den Dehngrenzen zugehörige Dehnungs- und Gleitungswerte,
- Festigkeitswerte zu den jeweiligen Spannungs-Dehnungskurven,
- gemäß Benutzeranleitung [87] zu berechnende Koeffizienten H_{ij} mit $i, j = 1, \dots, 6$ für das Fließmodell.

Zur Vereinfachung dienten Daten aus Zugversuchen als Eingaben für Druckversuchsdaten. Spannungs-Dehnungskurven von 45°-Zugversuchen wurden zudem aus den entsprechenden Normal-Zugversuchen gemittelt. Als Versagenskriterium kam die Tsai-Wu-Form zum Einsatz gemäß Option **FTYPE=2**.

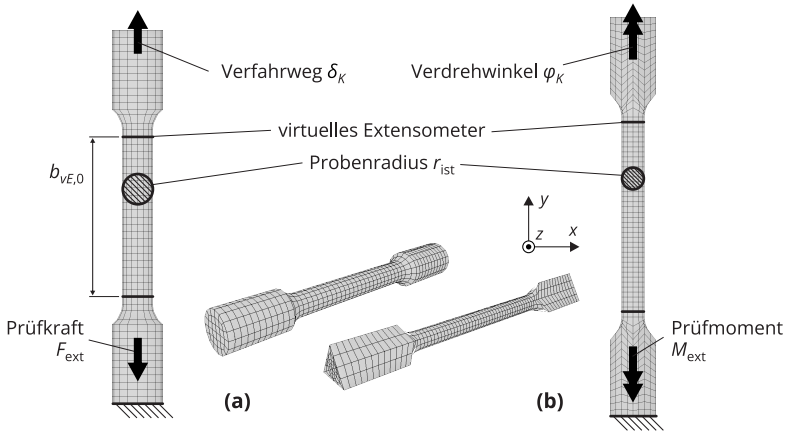


Abbildung 6.8: Simulationsmodelle für die virtuellen Materialproben: (a) Zugprobe, (b) Torsionsprobe

Für die virtuellen Versuche in LS-Dyna wurden die oben beschriebenen Probengeometrien nachmodelliert und mit linearen, 8-Knoten-Hexaeder-Volumenelementen in Abaqus CAE Version 2022 von Dassault Systèmes S.E. vernetzt (s. Abbildung 6.8). Die Elemente besaßen eine vorgegebene Kantenlänge von 1 Millimeter. Das Modell in LS-Dyna verwendete Volumenelemente des internen Typs `ELFORM=1` im Keyword `*SECTION_SOLID` mit einer effizienten, genauen Formulierung und einem Integrationspunkt. Bei beiden virtuellen Probentypen wurden die Knoten des gesamten unteren Probenkopfes mittels Keyword `*BOUNDARY_SPC_SET` fixiert und auf jene des gegenüberliegenden Probenkopfes eine konstante Verschiebungs- bzw. Verdrehungsgeschwindigkeit $\dot{\delta}_K$ bzw. $\dot{\varphi}_K$ aufgeprägt. Aus dieser Einspannung am Probenkopf ergeben sich Prüfkraft F_{ext} bzw. Prüfmoment M_{ext} . Aus Gründen der Rechenkapazität wurde der virtuelle Versuch um den Faktor 30 000 für Zug und um 6600 für Torsion schneller durchgeführt, während die zwangsläufigen, ungewollten Materialschwingungen mithilfe des Keywords `*DAMPING_GLOBAL` global gedämpft wurden. Die Prüfgeschwindigkeit im virtuellen Zugversuch betrug somit 0,5 Millimeter pro Millisekunde, im virtuellen Torsionsversuch 40 Grad pro Millisekunde. Dehnrateneffekte des Materials spielten hier keine Rolle.

Für die Dehnungs- und Spannungsberechnung wurden jeweils zwei virtuelle Extensometer verwendet, die im Prüfbereich der Probe eine Menge von Punkten in der x - z -Ebene darstellen, d. h. dieselbe y -Koordinate in Belastungsrichtung besitzen (vgl. Abbildung 6.8). Über die Anfangslänge $b_{vE,0}$ zwischen den Extensometern und die entsprechende y -Verschiebung δb_{vE} ergibt sich

folglich die Längsdehnung

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\delta b_{vE}}{b_{vE,0}} \quad (6.4)$$

für die Zugprobe. Bei der Torsionsprobe folgt aus der Verdrehung $\Delta\varphi_{vE}$ zwischen den Extensometern die Gleitung

$$\gamma_{y\varphi} = \frac{\Delta\varphi_{vE} r_{\text{ist}}}{b_{vE,0}} \quad (6.5)$$

im Zylinderkoordinatensystem mit r_{ist} als der gemessene Ist-Radius der Probe. Die kartesischen Gleitungen wurde annähernd mit den gemessenen gleichgesetzt, wie z. B. $\gamma_{X\varphi} \approx \gamma_{XY}$.

Die technischen Spannungen in Belastungsrichtung ergaben sich bei den virtuellen Zugversuchen zu

$$\sigma_{yy} = \frac{F_{\text{ext}}}{\pi r_{\text{ist}}^2} \quad (6.6)$$

und bei den virtuellen Torsionsversuchen zu

$$\tau_{y\varphi} = \frac{2M_{\text{ext}}}{\pi r_{\text{ist}}^3}, \quad (6.7)$$

wobei F_{ext} und M_{ext} die externe Zugkraft bzw. das externe Torsionsmoment bei der virtuellen Probenprüfung beschreiben. Das Materialmodell verlangt als Eingabedaten die wahren Spannungen. Bei den Zugproben berechnen sie sich mit angenommener Volumenkonstanz zu

$$\sigma_{yy,\text{wahr}} = \sigma_{yy} (1 + \varepsilon_{yy}). \quad (6.8)$$

Für die Torsionsproben wurde die wahre Schubspannung gemäß Nadái [151, 152] zu

$$\tau_{y\varphi,\text{wahr}} = \frac{1}{4} \left(\gamma_{y\varphi} \frac{\partial \tau_{y\varphi}}{\partial \gamma_{y\varphi}} + 3\tau_{y\varphi} \right) \quad (6.9)$$

formuliert. Wiederum wurden näherungsweise kartesische Koordinaten angenommen, d. h. $\tau_{X\varphi} \approx \tau_{XY}$ usw.

Auswertung

In Abbildung 6.9 sind Ergebnisse aus den experimentellen und den numerischen Untersuchungen gegenübergestellt. Die einzelnen lokalen Festigkeitswerte im Materialmodell **MAT_213** wurden um bis zu ca. 10 % im Vergleich zu den Experimentalergebnissen erhöht, um mit dem verwendeten Versagensmodell bessere Übereinstimmung mit den Versuchskurven zu erzielen.

Insgesamt wird das Materialverhalten im Sinne der Materialversuche durch Simulationen mit dem Materialmodell **MAT_213** gut wiedergegeben, speziell für Zugversuche besser als für Torsi-

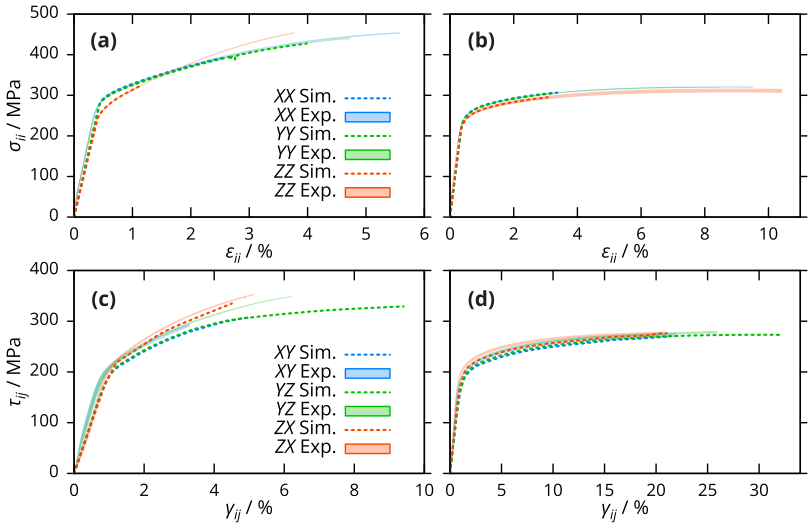


Abbildung 6.9: Vergleich der Spannungs-Dehnungs-Kurven aus realen (Exp.) und virtuellen Zug- und Torsionsprüfungen mittels Simulation (Sim.) in LS-Dyna: (a) Zug, as-built; (b) Zug, T6-wärmebehandelt; (c) Torsion, as-built; (d) Torsion, T6-wärmebehandelt (Experimentaldaten als Standardabweichung dargestellt)

onsversuche. Während in der Simulation der Zugversuche das richtungsabhängige Fließverhalten bezüglich Beginn und Verlauf im Wesentlichen dem der Experimentalergebnisse entspricht, wird die Bruchdehnung deutlich unterschätzt. Demgegenüber liefern numerische Ergebnisse bei den Torsionsversuchen mitunter wesentlich höhere Bruchleitungen als die experimentellen. Abweichungen vom realen Versuch sind hier etwas höher als bei den Zugversuchen. Die Simulationen spiegeln das reale Materialverhalten jedoch in alle Richtungen grundsätzlich wider.

6.2.4 Prüfung der additiv gefertigten Struktur-Nachweisproben

Durchführung

Zur Analyse der erzeugten Geometrien für Struktur-Nachweisproben mit verschiedenen Zielspannungsvorgaben wurden real gefertigte Proben im Experiment getestet. Im späteren Anwendungsfall der Struktur-Nachweisprobe ist vorgesehen, dass eine experimentelle Prüfung zur Messung bestimmter Qualitätszielgrößen führt. Diese stehen unter dem Einfluss von Imperfektionen, welche der AF-Prozess verursacht. Durch die Zielgrößenmessung können stellvertretend Aussagen über die Qualität des konkreten Referenzbauteils getroffen werden (s. Kapitel 3).

Als Qualitätszielgröße gilt gemäß der aktuellen Beschreibung einer Struktur-Nachweisprobe der Versagenszustand, d. h. im Fall eines Probestests die Versagenslast. Über den soeben beschriebenen Anwendungsfall hinaus wurde im Rahmen dieser Arbeit untersucht, welche Beanspruchungszustände sich in den Zielbereichen der jeweiligen Struktur-Nachweisprobe unter realen Bedingungen einstellen. Dazu waren optische Dehnungsmessungen mittels digitaler Bildkorrelation vorgesehen.

Für die Struktureigenschaften eines mittels PBF-Verfahren gefertigten Bauteils gelten folgende Imperfektionen als besonders relevant: Poren, Einschlüsse, raue Oberflächen, Eigenspannungen, Formabweichungen und anisotrope Materialeigenschaften (vgl. Abschnitt 2.2.1). Somit sollten die folgenden experimentellen Untersuchungen ansatzweise abbilden, wie genannte Imperfektionen die Eigenschaften der realen Struktur-Nachweisproben im Speziellen beeinflussen. Als Vergleichspunkt diente der Bauzustand *as-built* ohne weitere Nachbehandlungen, daher mit allen prozessbedingten Imperfektionen. Realisiert wurden

- überfräste Proben mit glatter Oberfläche zur Untersuchung der Oberflächenrauigkeit,
- T6-wärmebehandelte, spannungsarmgeglühte Proben mit näherungsweise isotropen Struktureigenschaften zur Untersuchung von Eigenspannungen und Materialanisotropie,
- verschiedene Ausrichtungen der Proben zur Untersuchung von Materialanisotropie.

Den Einfluss von Poren, Einschlüssen und Formabweichungen zu ermitteln bedarf einer wesentlich umfangreicheren Untersuchung mittels bildgebender Verfahren wie z. B. 3D-Scan oder Computertomographie sowie einer Methode, gezielt Poren oder Einschlüsse ins Material zu bringen. Diese Analysen wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht durchgeführt und die entsprechenden Einflüsse hier nicht weiter identifiziert.

Für die experimentellen Untersuchungen an additiv gefertigten Struktur-Nachweisproben diente die Versuchsmatrix in Tabelle 6.4 als Grundlage. Dabei gelten die globalen Bauraumkoordinaten X , Y und Z . Die Probenausrichtung wird als Orientierung der lokalen y -Achse, d. h. der Prüfrichtung, angesehen. Alle drei untersuchten Ausrichtungen der Proben im Bauraum – X , XZ 45° und Z – sind in Abbildung 6.10 veranschaulicht.

Die finalen Geometrien der Struktur-Nachweisproben wurden wie bei den Zug- und Torsionsproben auf einer EOS-M-290-Maschine gefertigt. Es wurde dieselbe Aluminiumlegierung AlSi10Mg ebenfalls mit einer Schichtdicke von 40 Mikrometer gewählt. Für minimale Stützstrukturen und einen besseren Wärmeabfluss waren die Proben im Bauraum der Fertigungsmaschine leicht geneigt (s. Abbildung 6.11a). Im Anschluss fand ein kurzes Sandstrahlen der Oberflächen statt, um Pulverreste zu entfernen.

Zur Kontrolle wurde an verschiedenen Stellen der additiv gefertigten Probe Maßabweichungen vom CAD-Modell aufgrund der rauen Oberfläche aufgenommen. Diese beliefen sich auf eine

Tabelle 6.4: Versuchsmatrix zur experimentellen Validierung von 3D-Geometrien für die Struktur-Nachweisprobe mit verschiedenen Zielspannungsvorgaben

Nr.	Zielspannung	glatte Oberfläche	wärmebehandelt	Ausrichtung	Anzahl
1	Dx	nein	nein	X	3
2	Dx	nein	nein	$XZ\ 45^\circ$	3
3	Dx	nein	nein	Z	3
4	Dx	nein	ja	Z	3
5	Dx	ja	nein	Z	3
6	S	nein	nein	X	3
7	S	nein	nein	$XZ\ 45^\circ$	3
8	S	nein	nein	Z	3
9	S	nein	ja	Z	3
10	S	ja	nein	Z	3
11	Dx + S	nein	nein	X	3
12	Dx + S	nein	nein	$XZ\ 45^\circ$	3
13	Dx + S	nein	nein	Z	3
14	Dx + S	nein	ja	Z	3
15	Dx + S	ja	nein	Z	3
16	Dx + Zx + S	nein	nein	X	3
17	Dx + Zx + S	nein	nein	$XZ\ 45^\circ$	3
18	Dx + Zx + S	nein	nein	Z	3
19	Dx + Zx + S	nein	ja	Z	3
20	Dx + Zx + S	ja	nein	Z	3

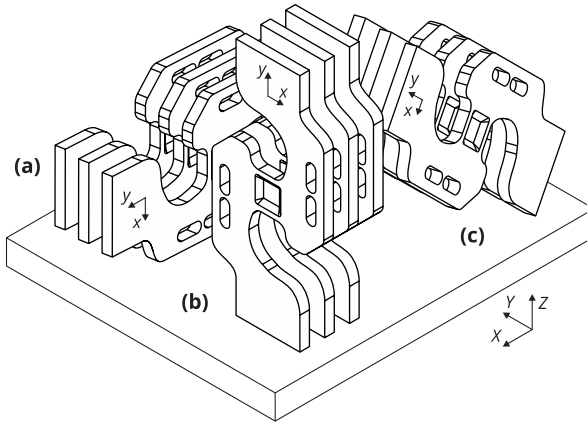
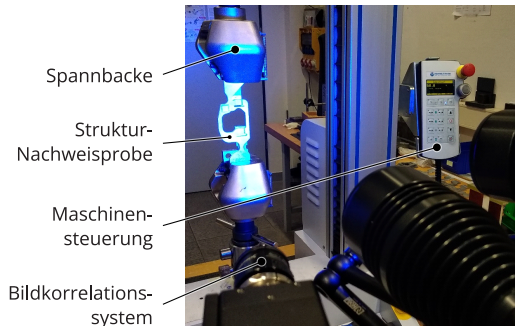


Abbildung 6.10: Ausrichtungen der Struktur-Nachweisproben im Bauraum bei der additiven Fertigung mit Unterscheidung der Koordinatensysteme X - Y - Z im Bauraum (global) und x - y - z in der Probe (lokal): (a) liegende X -Ausrichtung, (b) schräge XZ -45°-Ausrichtung, (c) aufrechte Z -Ausrichtung



(a)



(b)

Abbildung 6.11: (a) Ausrichtung der Struktur-Nachweisproben im Bauraum der Fertigungsma-
schine: grundsätzlich liegend (X , Nummern 4 bis 6), stehend (Z , Nummern 7 bis
14) und schräg (XZ 45°, Nummern 1 bis 3) mit zusätzlicher leichter Neigung für
verbesserte Fertigungsbedingungen; (b) Versuchsaufbau zur quasi-statischen
Prüfung der additiv gefertigten Struktur-Nachweisproben

Vergrößerung der Maße von ca. 0,1 Millimeter pro Flächennormale. Für das Maß der Probendicke ergaben sich beispielsweise $d_{\text{ref,rau}} = 6,2 \text{ mm}$ (vgl. auch Tabelle 6.2).

Alle Struktur-Nachweisproben erhielten für die Dehnungsmessung mittels digitaler Bildkorrelation eine Lackbeschichtung in Form einer weißen Grundierung ergänzt mit einem feinen schwarzen, zufälligen Sprühmuster.

Die Struktur-Nachweisproben wurden genauso wie die Zugproben im Abschnitt 6.2.2 geprüft. Die Dehnungsmessung umfasste Prüfflächen von ca. $120 \times 80 \text{ mm}^2$ für die Geometrien $\mathbf{Dx}$ und $\mathbf{S}$ sowie von etwa $180 \times 120 \text{ mm}^2$ für die Geometrien $\mathbf{Dx} + \mathbf{S}$ und $\mathbf{Dx} + \mathbf{Zx} + \mathbf{S}$. Kraftdaten und Dehnungen im elastischen Bereich wurden mit einer Aufnahme Frequenz von 4 Hertz eingelesen. Jene für Dehnungsdaten im plastischen Bereich lag bei 1 Hertz, in Umgebung des Bruchs bei 15 Hertz. Der Prüfaufbau ist in Abbildung 6.11b dargestellt.

Neben der momentanen Prüfkraft F_{ext} standen der nachfolgenden Auswertung die optisch gemessene Verschiebung δ_K des Probenkopfes sowie der mittlere 2D-Dehnungsvektor $\epsilon = (\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \gamma_{xy})^T$ für jeden Zielbereich zur Verfügung. Um aus der aufgenommenen Dehnung später Spannungsdaten zu berechnen, wurden überdies Punktkoordinaten für die Ecken der quadratischen Zielbereiche gemessen.

Auswertung

Zunächst wurde das globale Verhalten der Struktur-Nachweisproben unter einer Zuglast hinsichtlich Prüfkraftverlauf und Versagen analysiert. Dazu führt Abbildung 6.12 alle Prüfkraftverläufe unter dem Einfluss der oben genannten AF-prozessbedingten Imperfektionen auf. Deutlich treten die etwas höheren Prüfkraft für die glatten Proben hervor. Ein ähnlicher Zusammenhang wurde bereits von Rümmler u.a. [22] für Rundproben aufgedeckt und auf den Unterschied zwischen Nenn- und Wirkdurchmesser zurückgeführt.

Weiterhin knicken die Kraftkurven für T6-wärmebehandelte Proben früher ab und folgen damit dem grundsätzlichen Materialverhalten im T6-Zustand. Zudem tritt bei solchen Proben mit der Geometrie $\mathbf{Dx} + \mathbf{S}$ ein andersartiger Kraftverlauf auf: steiler als im Bauzustand zu Beginn, flacher nach dem Abknicken. Eine mögliche Ursache für den flacheren Kraftanstieg der As-built-Proben stellen womöglich höhere Eigenspannungen ohne Wärmebehandlung und dadurch verstärkt einsetzendes, frühes lokales Fließen dar. Folglich wird bereits zu Beginn der Prüfung die Kraft reduziert und der Effekt eines relativ plötzlichen globalen Fließens der Probe abgeschwächt.

Die Ausrichtung der Nachweisproben im Bauraum hat weniger Einfluss auf die Höhe und den Verlauf der Prüfkraft. Dennoch kann für die Geometrien $\mathbf{Dx}$ und $\mathbf{Dx} + \mathbf{S}$ und einer schrägen Ausrichtung im Bauraum, d. h. $\mathbf{XZ} 45^\circ$, ein leichter Abfall der maximalen Prüfkraft ausgemacht werden. Dieser hängt vermutlich mit der dominanten Zielspannung $\mathbf{Dx}$ zusammen, für die eine

Tabelle 6.5: Position des Erstversagens der realen Struktur-Nachweisproben hinsichtlich des Einflusses verschiedener Zustände: zulässiges Versagen im Sinne der Nachweisprobe nur im Zielbereich (ZB), unzulässiges Versagen schattiert

Zielsp.	glatte Oberfläche	wärme- behandelt	Ausrichtung im Bauraum		
			<i>Z</i>	<i>X</i>	<i>XY</i> 45°
Dx	ZB	ZB	ZB	ZB	ZB
S	ZB / Schenkel	ZB	ZB / Schenkel	ZB / Schenkel	Schenkel
Dx + S	ZB 2 / Schenkel	ZB 2	ZB 2	ZB 2	ZB 2
Dx + Zx + S	Taille	ZB 2	ZB 2 / Taille	ZB 2	ZB 2 / Taille

schräge Materialschichtung (in *Z*-Richtung) weniger Widerstand gegenüber Fließen bietet als eine parallele oder senkrechte.

Die Auswirkungen der untersuchten Zustände auf die Position des Erstversagens der Struktur-Nachweisproben listet Tabelle 6.5. In Abbildung 6.13 werden die jeweiligen Versagensformen anhand von Probenfotos genauer beschrieben. Aufgrund der niedrigeren Dehngrenze gerät das Material im T6-Zustand früher ins Fließen, wodurch die Nachweisproben hier nachgiebiger versagen, d. h. eher kleinere, zähere Brüche aufweisen. Gleichzeitig findet das Erstversagen zuverlässig im Zielbereich statt. Hier gibt es für Geometrien mit mehreren Zielspannungen dominante Zielbereiche, die zuerst versagen. Diese Reihenfolge unterscheidet sich zur TO-Lösung: Dort versagen die Zielbereiche immer in der Reihenfolge der Benennung, d. h. etwa bei **Dx + S** zuerst der Zielbereich mit der Spannungsvorgabe **Dx**. Schräge Probenausrichtungen im Bauraum begünstigen zudem ein vorzeitiges Bruchversagen im Bereich hochbelasteter Kerben, z. B. an Schenkeln bei der Geometrie **Dx + S** oder einer strukturellen Taille bei der Geometrie **Dx + Zx + S**. Die Art des Probenversagens wird von der Oberflächenrauigkeit kaum beeinflusst, könnte aber in der schichtweisen, inhomogenen Materialkonstitution der Probe begründet liegen. Es lässt sich folglich ein merklicher Einfluss der Anisotropie auf die Zuverlässigkeit des Erstversagens feststellen. Abweichungen zur idealen TO-Lösung hängen mutmaßlich damit zusammen, dass bei der TO ein isotropes Material zur Erzeugung der Geometrie verwendet wurde.

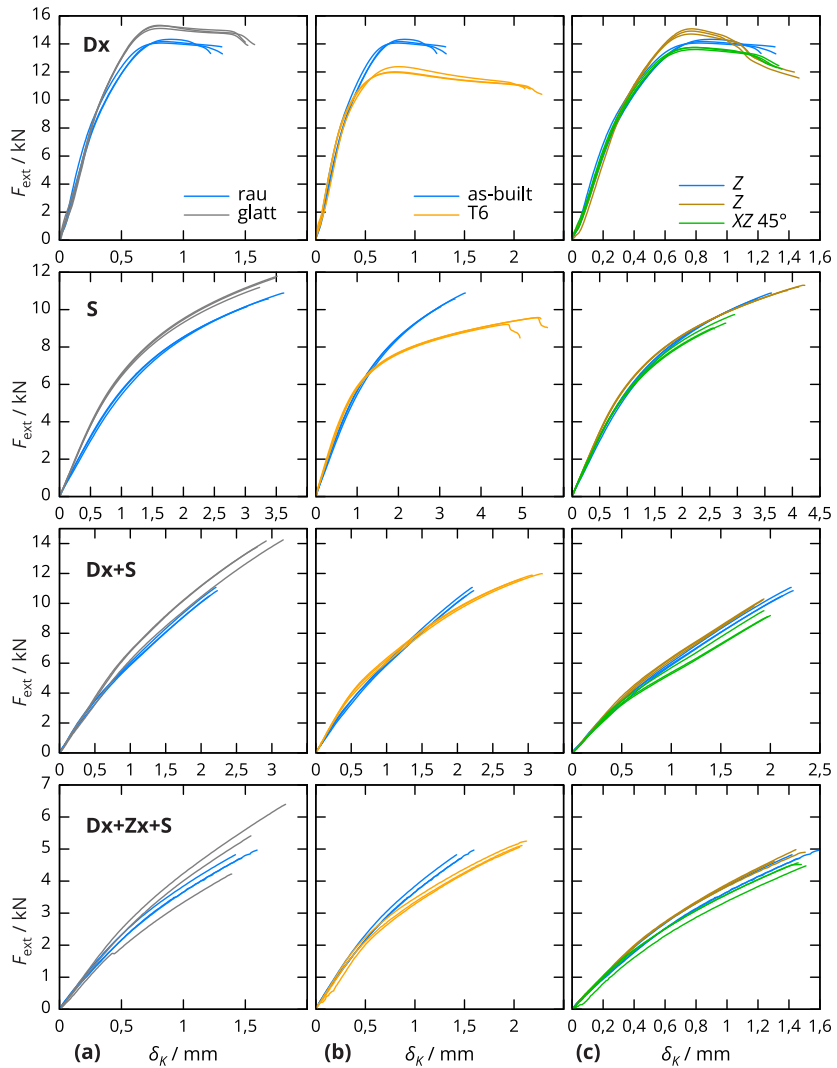


Abbildung 6.12: Prüfkraftverläufe bis zum Erstversagen für Struktur-Nachweisproben mit unterschiedlichen Geometrien bei Variation der (a) Oberflächenrauigkeit, (b) Wärmebehandlung und (c) Ausrichtung im Bauraum (Grundkonfiguration: raue Oberfläche, as-built, Z-Ausrichtung)

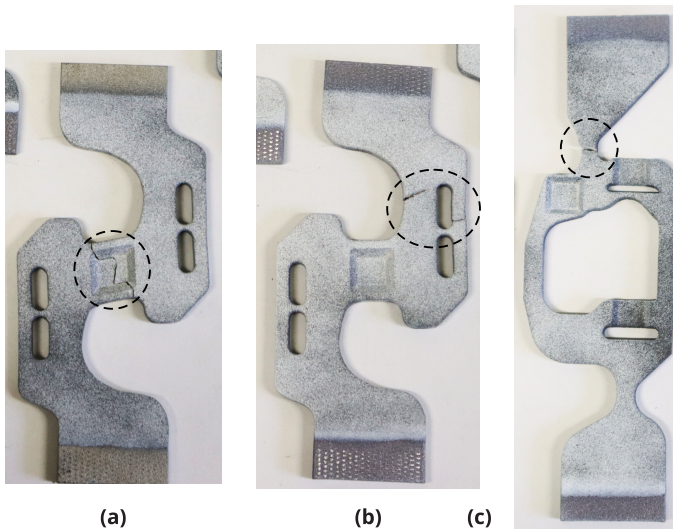


Abbildung 6.13: Arten des Erstversagens der Struktur-Nachweisprobe (markiert): (a) Bruch im Zielbereich (Geometrie S, raue Oberfläche, T6-wärmebehandelt, Z-Ausrichtung), (b) Bruch im Schenkel (Geometrie S, raue Oberfläche, as-built, XZ-45°-Ausrichtung), (c) Bruch in der Taille (Geometrie Dx + Zx + S, raue Oberfläche, as-built, XZ-45°-Ausrichtung)

6.2.5 Ermittlung der Spannungszustände aus den experimentellen Untersuchungen

Durchführung

Auch wenn aus den Experimenten an Struktur-Nachweisproben die Dehnungen auf der Probenoberfläche mittels digitaler Bildkorrelation direkt gemessen werden, sind die notwendigerweise zu ermittelnden Spannungszustände nicht direkt zugänglich und bedürfen weiterer Informationen über das Material. Um eine angemessene Vergleichbarkeit zu den simulierten virtuellen Versuchen zu schaffen, wurden die quadratischen Zielbereiche mithilfe der im Experiment gemessenen Eckpunkte anhand von Ersatzmodellen nachgestellt. Die x - y -Verschiebung der Punkte wurde in LS-Dyna auf die Eckpunkte eines einzelnen 8-Knoten-Hexaeder-Volumenmodells vom internen Typ **ELFORM=-2**, d. h. einer genauen, vollintegrierten Formulierung, geeignet für große Seitenverhältnisse, aufgeprägt. Das zuvor kalibrierte Materialmodell in **MAT_213** kam hier zum Einsatz. Die initiale Dicke des Volumenelements war durch die Nenngeometrie der Zielbereiche vorgegeben (vgl. Tabelle 6.2). Im Verlauf der Simulation wurde die Verformung der Dicke in

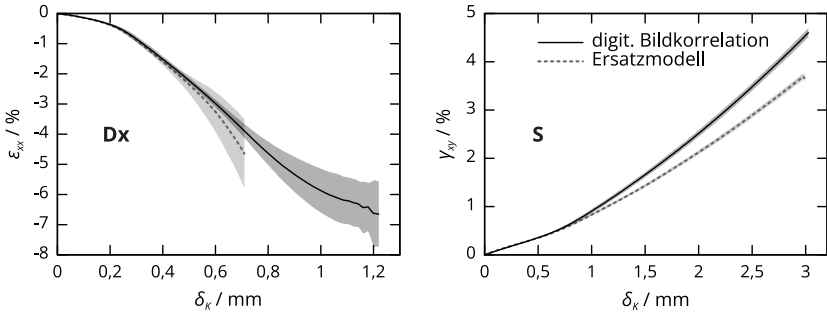


Abbildung 6.14: Dominante Dehnungskomponente des Zielbereichs beispielhafter Geometrien der Struktur-Nachweisprobe: Vergleich des realen Experiments mittels digitaler Bildkorrelation und der Nachmodellierung anhand eines einzelnen Volumenelements (Ersatzmodell)

z -Richtung nicht eingeschränkt, um einen ebenen Spannungszustand zu gewährleisten. Aus den simulierten Spannungen dieses einzelnen Elements werden im Folgenden Vergleiche zu den Zielspannungen der Struktur-Nachweisproben und den virtuellen Versuchen gezogen.

Zunächst können für einen direkten Vergleich die Dehnungen aus dem Experiment mit denen des Ersatzmodells gegenübergestellt werden. Der Vergleich anhand beispielhafter Zielbereiche ist in Abbildung 6.14 illustriert. Es zeigt sich, dass die Dehnungen aus dem Experiment auch vom Ersatzmodell für die ersten Bereiche ausreichend wiedergegeben werden. Für größere Probenkopfschiebungen δ_K gerät das Material ins Fließen. Dieser Übergang wird vom eingesetzten Materialmodell **MAT_213** zu Beginn noch genau, später im Verlauf dann abweichend eingeschätzt. Vermutlich liegt die Ursache hier in der unzureichenden Abbildung des lokalen Fließens im Experiment, da nur die vier Eckpunkte des Zielbereichs gemessen wurden. Darüber hinaus verkürzt die Simulation aufgrund einer unterschätzten Bruchdehnung der Normaleigenschaften den Dehnungsverlauf deutlich.

Die Ergebnisse der Zielbereichsauswertung bieten einen Einblick darin, inwiefern die erzeugten Geometrien der Nachweisproben die Spannungen in den jeweiligen Zielbereichen wiedergeben. Es kommt die mittlere Abweichungsgröße $\Delta\tilde{\sigma}$ zum Tragen, indem sie gemäß Gleichung (4.25) und einem optimalen Faktor $w_{\min}$ für jeden Zeitpunkt im realen und virtuellen Experiment einen skalaren Vergleich ermöglicht.

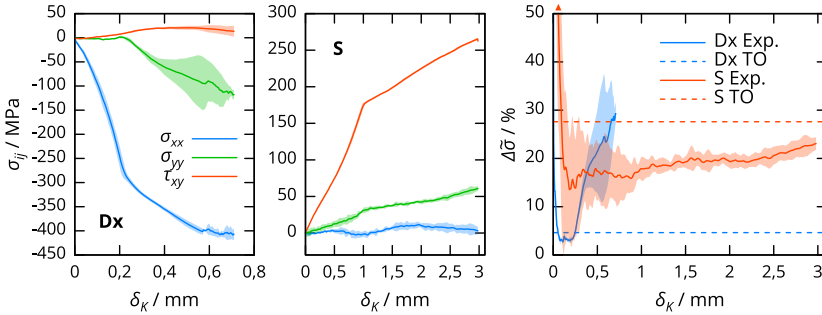


Abbildung 6.15: Mithilfe des Ersatzmodells berechnete Verläufe der Spannungscomponenten in den Zielbereichen bis zum Erstversagen im Experiment (Mittelwert und Standardabweichung; raue Oberfläche, as-built, Z-Ausrichtung), ergänzt durch die entsprechende mittlere Spannungsabweichung $\Delta\bar{\sigma}$ im Vergleich zur Topologieoptimierung (TO)

Auswertung

Die erzielten Spannungscomponenten σ_{xx} , σ_{yy} und τ_{xy} in den Zielbereichen der Geometrien **Dx** und **S** sind in Abbildung 6.15 neben den resultierenden mittleren Spannungsabweichungen $\Delta\bar{\sigma}$ dargestellt. Für die jeweilige Hauptcomponente ergeben sich deutlich abgesetzte Bereiche für vorwiegend elastisches und vorwiegend plastisches Verhalten: So dominiert für die Geometrie **Dx** wie erwartet die Spannungscomponente σ_{xx} nach einem kurzen Anfahrbereich bis zu einer Probenkopfverschiebung von $\delta_K \approx 0,2 \text{ mm}$. Die Spannungsabweichung nimmt hier recht genau den Wert aus der TO an. Danach tritt ein Knick im Spannungsverlauf auf. Offenbar findet Versagen aufgrund von Fließen und Instabilität des Zielbereichs statt. Mithin wird hier durch die Struktur-Nachweisprobe das Materialverhalten auf Druck plausibel abgebildet. Nichtlineare Effekte beim Materialversagen sind in der TO-Lösung nicht berücksichtigt, sodass die zugehörigen Spannungsabweichungen $\Delta\bar{\sigma}$ im Experiment stark ansteigen und streuen. Bei der Geometrie **S** treten Schub- und Zugspannungen τ_{xy} und σ_{yy} gemeinsam auf, sodass die Spannungsabweichungen – wie bereits in der TO-Lösung analysiert – generell höher sind. Nach dem Versagen verhalten sich hier beide Spannungscomponenten ähnlich, sodass die Spannungsabweichung $\Delta\bar{\sigma}$ nach dem ersten Fließen kaum wächst.

Bei den Geometrien **Dx + S** und **Dx + Zx + S** mit mehreren Zielbereichen nimmt analog zu den Ergebnissen der TO-Lösungen die Genauigkeit ab, mit der die Zielspannungszustände erzeugt werden (s. Abbildungen 6.16 und 6.17). Die dominierende Spannungscomponente wird in fast jedem Zielbereich mit geringer Streuung abgebildet. Knickpunkte in den Spannungsverläufen geben wie bei den Geometrien zuvor die Fließgrenzen des Materials wieder. Lediglich der Zielbereich

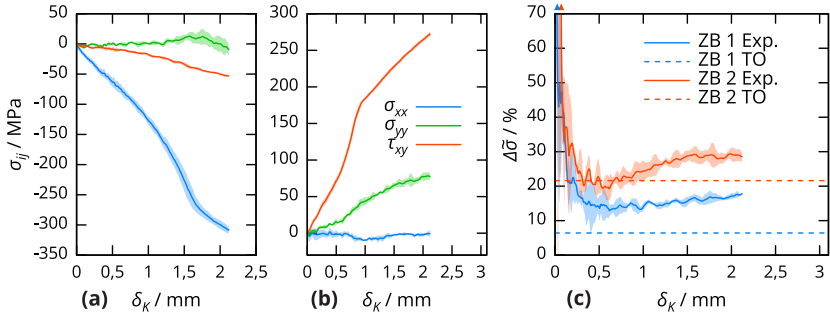


Abbildung 6.16: Mithilfe des Ersatzmodells berechnete Verläufe der Spannungskomponenten in den Zielbereichen (ZB) (a) 1 und (b) 2 bis zum Erstversagen im Experiment zur Geometrie $\mathbf{Dx} + \mathbf{S}$ (Mittelwert und Standardabweichung; raue Oberfläche, as-built, $\mathbf{Z}$ -Ausrichtung), ergänzt durch (c) die entsprechende mittlere Spannungsabweichung $\Delta\bar{\sigma}$ im Vergleich zur Topologieoptimierung (TO)

2 von Geometrie $\mathbf{Dx} + \mathbf{Zx} + \mathbf{S}$ mit zu erzeugendem Zug in x -Richtung hat einen übergroßen Schubanteil (vgl. Abbildung 6.17 oben rechts). Die Funktion der realen Probenstruktur weicht hier merklich von der Vorlage der TO-Lösung ab. Die zugehörigen mittleren Spannungsabweichungen $\Delta\bar{\sigma}$ nehmen hohe Werte um 70 bis 90% bei vergleichsweise geringer Streuung an. Im Vergleich zu den Spannungsabweichungen der TO-Lösung kann für beide Geometrien eine leichte Verschiebung der Genauigkeit hin zu anderen Zielbereichen wahrgenommen werden. So liegt die Abweichung $\Delta\bar{\sigma}$ des Zielbereichs 1 der Geometrie $\mathbf{Dx} + \mathbf{S}$ höher als in der TO, die des Zielbereichs 2 zum Teil niedriger.

Von den untersuchten Zuständen wirkt sich die Materialausrichtung in der Nachweisprobe, d. h. die Anisotropie, am meisten auf die Genauigkeit des erzielten Spannungszustandes im Zielbereich aus. Dies betrifft etwa eine schräge Ausrichtung der Zielbereiche mit zu erzielendem Druck in x -Richtung (vgl. Abbildung 6.18a). Glatte Struktur-Nachweisproben weisen eine tendenziell höhere Spannungsabweichung auf, vermutlich verursacht durch geometrische Abweichungen bei der Probenfertigung mittels Fräsen (s. Abbildung 6.18b). Eine Wärmebehandlung dagegen bewirkt keine eindeutigen Änderungen am Erreichen des Zielspannungszustandes (s. Abbildung 6.18c). Generell scheinen die untersuchten Imperfektionen, d. h. Oberflächenrauigkeit, Eigenspannungen und Anisotropie grundsätzlich einen geringen Einfluss auf die mittlere Spannungsabweichung $\Delta\bar{\sigma}$ zu haben. Vielmehr spielen hier die zugrundeliegende Probengeometrie, die Messgenauigkeit der Dehnungen sowie die Genauigkeit der Kalibrierung des Materialmodells eine tragende Rolle.

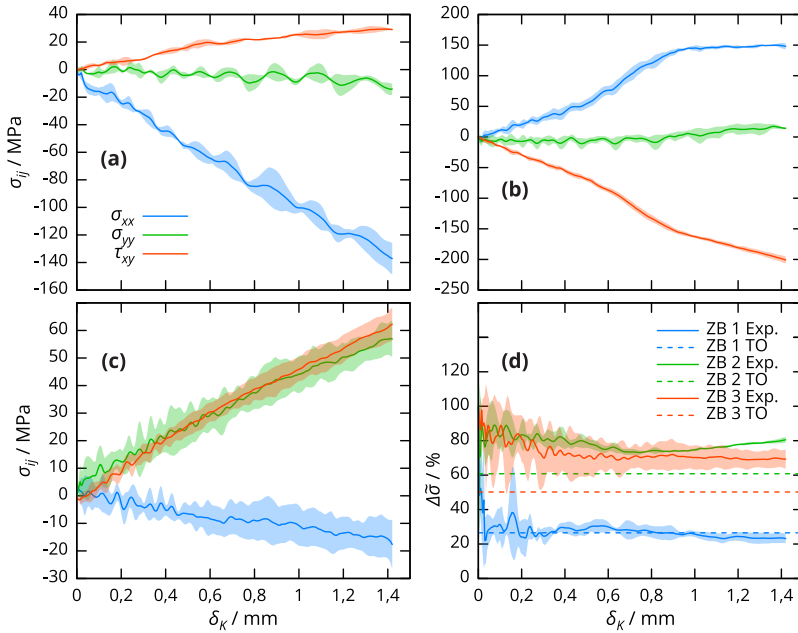


Abbildung 6.17: Mithilfe des Ersatzmodells berechnete Verläufe der Spannungskomponenten in den Zielbereichen (ZB) (a) 1, (b) 2 und (c) 3 bis zum Erstversagen im Experiment zur Geometrie $\mathbf{Dx} + \mathbf{Zx} + \mathbf{S}$ (Mittelwert und Standardabweichung; raue Oberfläche, as-built, $\mathbf{Z}$ -Ausrichtung), ergänzt durch (d) die entsprechende mittlere Spannungsabweichung $\Delta\bar{\sigma}$ im Vergleich zur Topologieoptimierung (TO)

6.2.6 Simulation der Struktur-Nachweisproben

Durchführung

Analog zu den virtuellen Zug- und Torsionsversuchen wurden für die detaillierte Simulation der Struktur-Nachweisproben die im Abschnitt 6.1.2 vorgestellten Geometrien in Simulationsmodelle umgewandelt. Für die Vernetzung anhand von 8-Knoten-Hexaeder-Volumenelementen kam Abaqus CAE Version 2022 zum Einsatz. Die mittlere Elementgröße betrug 1 Millimeter. Wiederum wurde für die Volumenelemente in LS-Dyna der interne Typ **ELFORM=1** mit effizienter, genauer Formulierung verwendet. Abbildung 6.19 zeigt die entsprechende Vernetzung der Simulationsmodelle.

Wie im realen Versuch wurde die Einspannung der Probe oben und unten durch Keilspannbanken realisiert. Jedes Paar Spannbanken besteht aus starr modellierten (Keyword ***MAT_RIGID**),

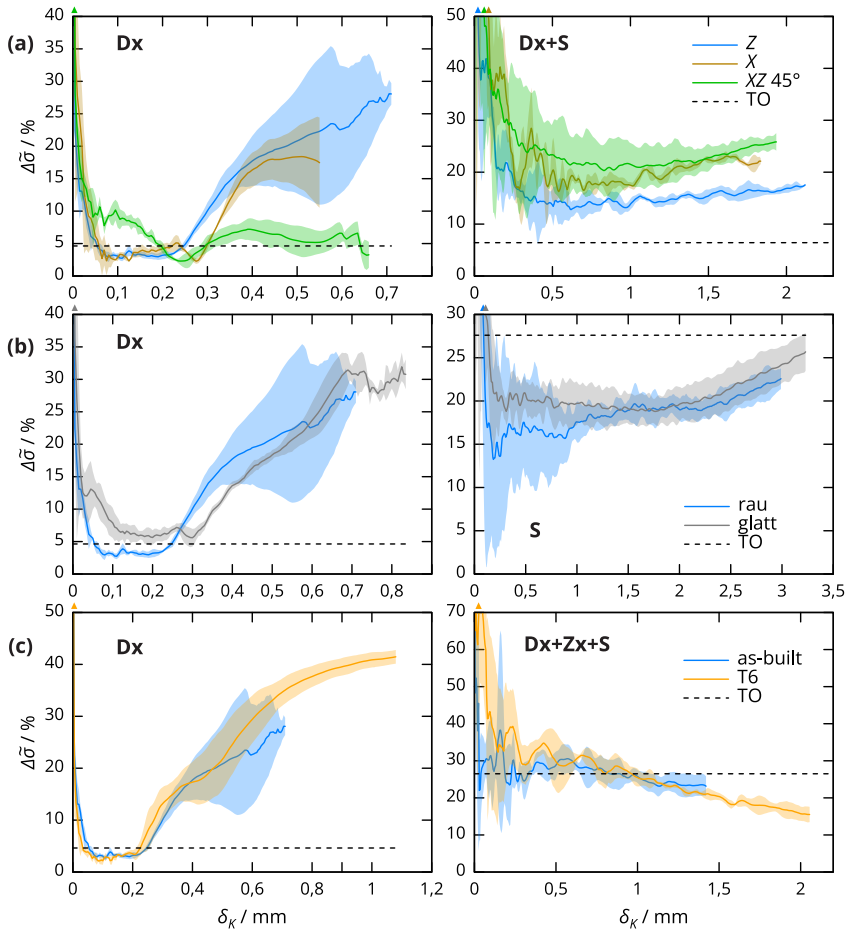


Abbildung 6.18: Mithilfe des Ersatzmodells erzeugte Verläufe der mittleren Spannungsabweichung $\Delta\tilde{\sigma}$ der Zielbereiche bis zum Erstversagen unter dem Einfluss von Imperfektionen (Mittelwert und Standardabweichung) im Vergleich zur Topologieoptimierung (TO): (a) Ausrichtung im Bauraum, (b) raue Oberfläche, (c) T6-Wärmebehandlung

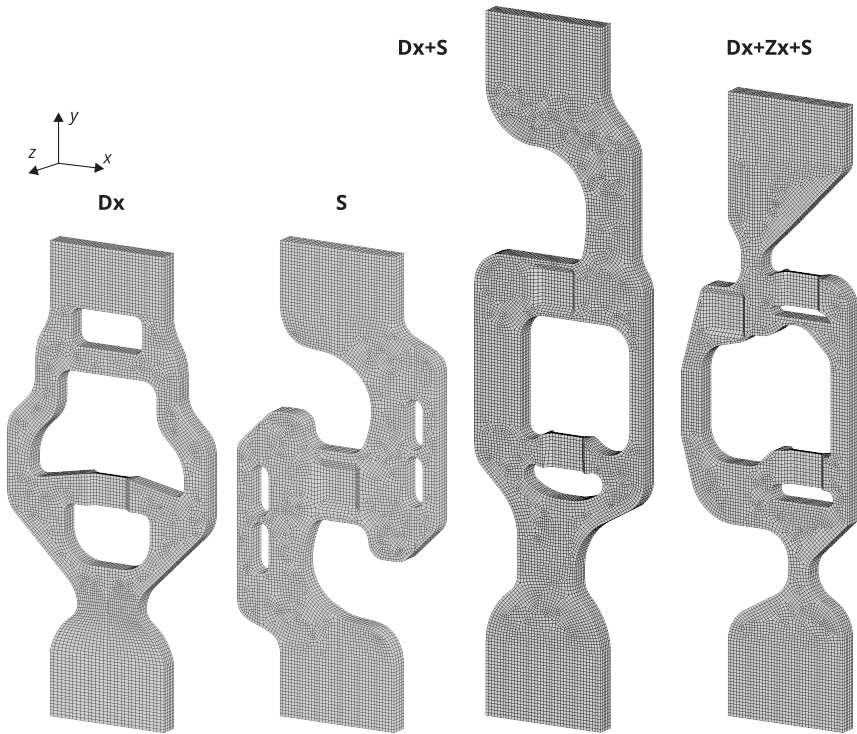


Abbildung 6.19: Vernetzung der Geometrien für die Struktur-Nachweisproben zur detaillierten Simulation

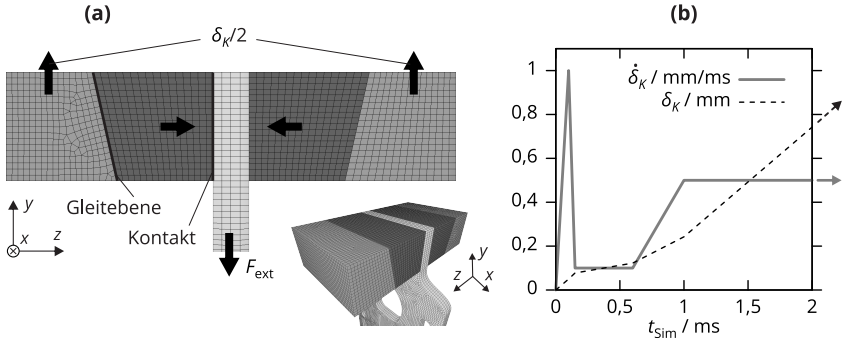


Abbildung 6.20: Modellierung der Spannbacken im virtuellen Versuch an den Struktur-Nachweisproben: (a) Finite-Elemente-Modell mit y - z -Gleitebene und Kontaktflächen, (b) zeitlich aufgeprägter Geschwindigkeitsverlauf $\dot{\delta}_K$ der äußeren Spannbackenführung mit resultierender Kopfverschiebung δ_K (gleichförmiger Verlauf für Simulationszeit $t_{sim} > 2$ ms)

trapezförmigen Prismen, die einen Gleitwinkel von ca. 13° zur y -Achse in der y - z -Ebene einschließen (vgl. Abbildung 6.20a, Keyword `*CONSTRAINED_JOINT_COOR_TRANSLATIONAL`). Hier wurde auf die äußeren Führungen eine tabellierte Geschwindigkeit $\dot{\delta}_K$ aufgeprägt (s. Abbildung 6.20b). Über den Winkel der Gleitebene bewegen sich dadurch die inneren Spannbacken auf die Probenköpfe zu und klemmen sie ein. Die Formulierung eines Reibkontakts mittels `*CONTACT_AUTOMATIC_SURFACE_TO_SURFACE_SMOOTH` sorgt mit einem ausreichend hohen Reibungsfaktor dafür, dass die Prüfkraft in die Probe eingeleitet wird. Anders als im realen Versuch bewegen sich bei der Simulation beide Spannbacken oben und unten mit derselben Geschwindigkeit auseinander. Für alle Teile der Spannbacken wurde zunächst eine Bewegung in x -Richtung gesperrt, d. h. in Probenebene quer zur Prüfkraft.

Für eine wirklichkeitstgetreue Materialausrichtung wurde das im X - Y - Z -Bauraum kalibrierte Materialmodell `MAT_213` mittels der Optionen `A1` bis `A3` sowie `D1` bis `D3` auf das lokale Probenkoordinatensystem x - y - z übertragen. Dazu wurden die Ausrichtungen der additiv gefertigten Nachweisproben im Bauraum verwendet.

Zum Vergleich mit dem realen Versuch wurden Verschiebung, Prüfkraft sowie Spannungen in den Zielbereichen ausgewertet. Für die Verschiebung δ_K der Probenköpfe waren Knoten an den inneren Spannbacken ausschlaggebend. Dadurch, dass am Kontakt zwischen Probe und Spannbacken kein Schlupf auftritt, stehen die entsprechenden Knotenkoordinaten auch für die Bewegung des Probenkopfes. Als Prüfkraft F_{ext} ergab sich die Gesamtkontaktkraft am oberen Probenkopf. Für die Zielbereichsspannungen σ_z wurden die Elementspannungen aus der geometrisch nichtlinearen Simulation verwendet.

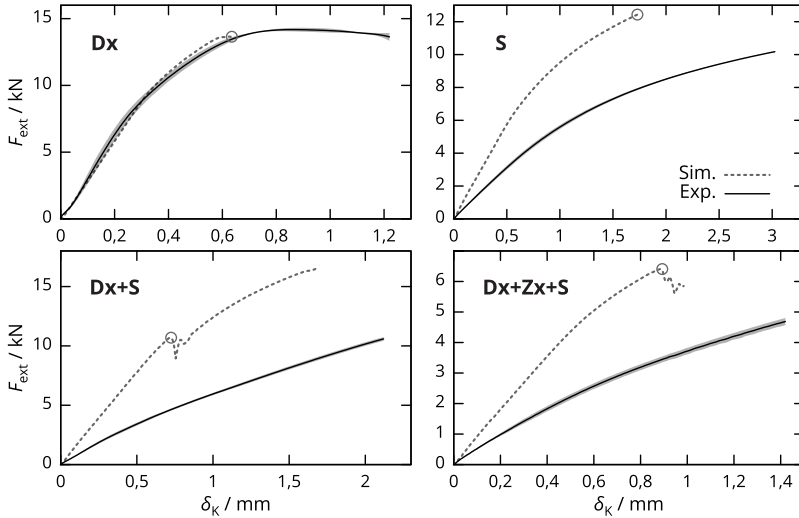


Abbildung 6.21: Kraft-Verschiebungs-Verläufe der untersuchten Strukturnachweisproben (as-built, Z-Ausrichtung, raue Oberfläche): Vergleich zwischen Experiment (Exp., Mittelwert und Standardabweichung) und der anfänglichen Modellierung der virtuellen Versuche (Sim.), Erstversagen in der Simulation markiert

Verfeinerung der Modelle

Zu Beginn wurde der Prüfkraftverlauf $F_{\text{ext}}(\delta_K)$ der Struktur-Nachweisproben zwischen Experiment und Simulation verglichen. Dabei traten bei den in der x - y -Ebene nicht axialsymmetrischen Proben, d. h. bei denen mit den Zielspannungsvorgaben **S**, **Dx + S** und **Dx + Zx + S**, erhebliche Abweichungen auf. Abbildung 6.21 stellt diesen Vergleich dar. Die globale Probensteifigkeit wurde durch die Simulation bei diesen Geometrien deutlich überschätzt.

Offensichtlich reagierten die im Experiment geprüften Nachweisproben nachgiebiger als in der Simulation. Unter der Voraussetzung eines hinreichend genau kalibrierten Materialmodells müssen die Ursachen entweder in einer unzureichenden Abbildung der Materialimperfectionen oder in Abweichungen der Randbedingungen zwischen Simulation und Experiment, resultierend in einer veränderten Probenkinematik, liegen.

Im Experiment wurde beobachtet, dass die verwendete Versuchsvorrichtung keine ausreichende Steifigkeit quer zur Prüfrichtung aufwies, sodass erhebliche Verschiebungen besonders in x -Richtung auftraten. Der säulenartige Aufbau zwischen Prüfmaschinen-Querhaupt und Spannbacken führte darüber hinaus zu einer leichten Verdrehung in der x - y -Ebene um einen gedachten

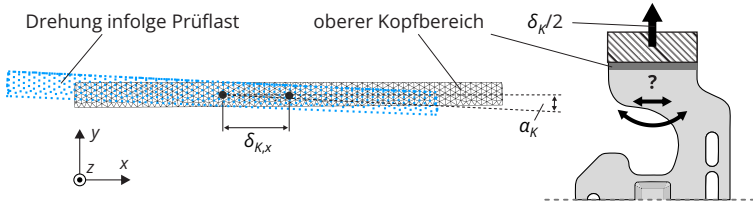


Abbildung 6.22: Beispieldarstellung zur Messung der relativen Probenkopfverschiebung $\delta_{K,x}$ und -verdrehung α_K im Verlauf eines Versuchs: unbelastete Ausgangsposition als Gitter, unter Belastung verdrehte Position als Punkte dargestellt

Gelenkpunkt. Aus den gemessenen Daten zur Probenverschiebung im Kopfbereich konnte ein Gitter der Probenoberfläche zu jedem Zeitpunkt mit der unbelasteten Referenz zu Beginn des Versuchs verglichen werden (s. Abbildung 6.22). Eine relative Kopfverschiebung in x -Richtung, $\delta_{K,x}$, sowie eine Kopfverdrehung α_K dienten als Größen für die genauere Untersuchung der Vorrichtungskinetik. Als stärksten und von der Probengeometrie am ehesten unabhängigen Zusammenhang ließ sich ein einfaches Pendel mit der Länge

$$\lambda \approx \frac{\delta_{K,x}}{\tan \alpha_K} \quad (6.10)$$

bestimmen. Die Pendellänge des oberen Teils der Versuchsvorrichtung berechnete sich zu $\lambda_{\text{oben}} = (225 \pm 40) \text{ mm}$, die der unteren zu $\lambda_{\text{unten}} = (136 \pm 40) \text{ mm}$.

Ferner kann auch die Oberflächenrauigkeit zu einer höheren Nachgiebigkeit der Probe führen, da das strukturell wirkende Maß mutmaßlich kleiner als das Nennmaß für die AF ist (vgl. Abschnitt 6.2.2).

Infolgedessen ergaben sich drei Modellkonfigurationen **M1** bis **M3**, welche die oben geschilderten Möglichkeiten berücksichtigen und das Modell für den virtuellen Versuch erweitern: Konfiguration **M1** umfasst lediglich einen zusätzlichen Freiheitsgrad der Spannbacken in x -Richtung. Damit können sie sich in der Probenebene quer zur Belastungsrichtung verschieben. Ähnlich bewegen können sich die Spannbacken in Konfiguration **M2**. Jedoch wird die Kinetik der oberen und unteren Einspannung jeweils durch ein Pendel bestimmt, dessen Drehpunkte über bzw. unter den Spannbacken mit den Abständen λ_{oben} bzw. λ_{unten} liegen (Keyword `*CONSTRAINED_JOINT_REVOLUTE`). Der Pendelradius wird als fest angenommen und im Modell über zusätzliche Knoten des starren Spannbacken-Körpers umgesetzt (Keyword `*CONSTRAINED_EXTRA_NODES_SET`). Aus den Experimentaldaten ergeben sich größere Streuungen in den x -Positionen dieser Drehpunkte, sodass im Modell dafür eine zusätzlicher x -FHG gewährt wird. Demgegenüber modelliert Konfiguration **M3** die virtuelle Nachweisprobe mit einem geringeren Nennmaß für die Dicke und berücksichtigt somit pauschal die Oberflächenrauigkeit. Dabei wird ein aus Rümmler u.a. [22] ermittelte

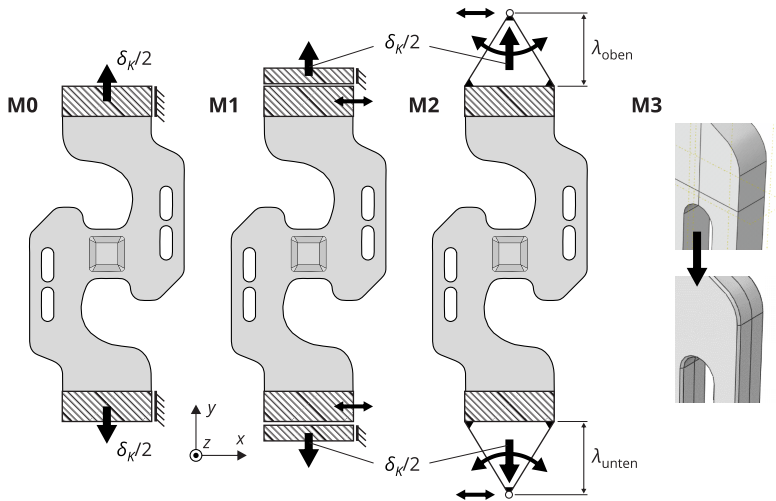


Abbildung 6.23: Konfigurationen zur erweiterten Modellierung des virtuellen Versuchs an Struktur-Nachweisproben: (**M0**) ohne zusätzlichen Freiheitsgrad, (**M1**) einfacher Freiheitsgrad in x -Richtung, (**M2**) Pendelvorrichtung mit Pendellängen λ_{oben} und λ_{unten} , (**M3**) Reduktion des Probennennmaßes und zusätzliche Fasen

Reduktion von 0,05 Millimeter pro Flächennormale verwendet und das wirksame Nennmaß für die Dicke von 6 auf 5,9 Millimeter verkleinert. Zusätzlich besitzen die Geometrien in **M3** Fasen und nähern damit die Rauigkeit an den Kanten der additiv gefertigten Struktur-Nachweisproben besser an. Abbildung 6.23 veranschaulicht die Konfigurationen **M1** bis **M3**. Als Referenz **M0** wird die initiale Modellierung des virtuellen Versuchs bezeichnet.

Auswertung

Die Kraft-Verschiebungs-Verläufe der Nachweisproben mit den Geometrien **Dx** und **S** sind für alle Modellkonfigurationen in Abbildung 6.24 dargestellt. Als Vergleich dienen die Proben mit rauer Oberfläche, im Bauzustand und in aufrechter Z -Ausrichtung im Bauraum. Aufgrund der Rauigkeit wird zusätzlich die Kombination der Konfigurationen **M2** + **M3** aufgeführt. Alle glatten Proben werden immer nur mit der Konfiguration **M2** verglichen. Während bei der Geometrie **Dx** die Modellkonfigurationen **M1** bis **M3** wie erwartet keinen nennenswerten Einfluss auf die Genauigkeit der Simulation haben, erzielt insbesondere die Pendelvorrichtung in Konfiguration **M2** bei der Geometrie **S** wesentlich bessere Ergebnisse. Für wärmebehandelte Proben und solche mit glatter Oberfläche sinken die Abweichungen in den Kraftverläufen weiter, bei der Probe **S** im plastischen Bereich bis auf unter 10 % (s. Abbildung 6.25). Im T6-Zustand versagen die virtuellen

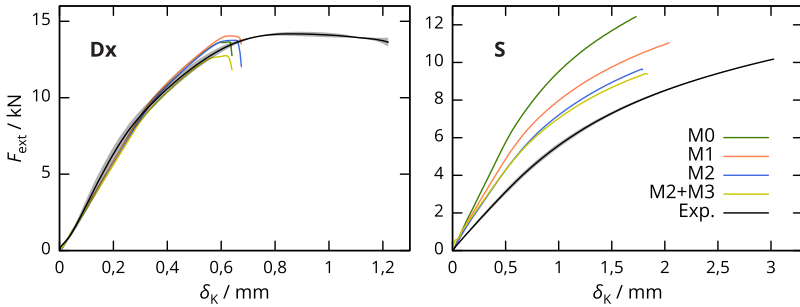


Abbildung 6.24: Vergleich der Kraft-Verschiebungs-Verläufe der realen (Exp., Mittelwert und Standardabweichung) und virtuellen Versuche (Sim.) an den Struktur-Nachweisproben mit den Zielspannungsvorgaben **Dx** und **S** (as-built, **Z**-Ausrichtung, raue Oberfläche) bis zum Erstversagen

Struktur-Nachweisproben bei wesentlich niedrigeren Dehnungen, da das Materialmodell **MAT_213** gemäß Abschnitt 6.2.3 nicht den gesamten plastischen Bereich abbilden kann und schon vorzeitig Bruchversagen anzeigt.

Für die komplexeren Probengeometrien **Dx + S** und **Dx + Zx + S** sind die Kraft-Verschiebungs-Verläufe im Vergleich zwischen realem und virtuellem Versuch in Abbildung 6.26 dargestellt. Hier fällt insbesondere bei den Proben mit Zielspannungsvorgabe **Dx + S** ein andersartiges globales Fließverhalten zu Beginn des virtuellen Versuchs sowohl im T6-Zustand als auch mit glatter Oberfläche auf. Erkennbar wird dies durch den zunächst steileren, danach flacheren Kraftanstieg in der Simulation im Vergleich zum Experiment. Dieses Verhalten wird offenbar weniger von der Art der wirkenden Imperfektionen als durch die Probengeometrie und das Material selbst bestimmt.

Erstversagen tritt bei den virtuellen Nachweisproben mit der Geometrie **Dx** besonders zuverlässig im Zielbereich auf (s. Tabelle 6.6). Damit entspricht das Versagen im virtuellen Versuch weitestgehend dem im realen (vgl. Tabelle 6.5). Hingegen weisen in der Simulation auch liegende (**X**) und schräge (**XZ 45°**) Probenausrichtungen ein valides Erstversagen in einem der Zielbereiche auf. Ähnlich wie im Experiment bildet das wärmebehandelte und damit nahezu isotrope, eigenspannungsarme Material das Probenversagen eher so ab wie in der TO-Lösung ursprünglich vorgesehen.

Ein abweichendes globales Fließverhalten im Zusammenspiel mit deutlich größerer Probenverformung lässt sich weder mit der Wirkung von Eigenspannungen – im T6-Zustand minimiert – noch mit auftretender Rauigkeit erklären. Vielmehr führt der im Experiment flachere Kraftanstieg vor und nach dem Fließen zu zwei Erklärungsansätzen:

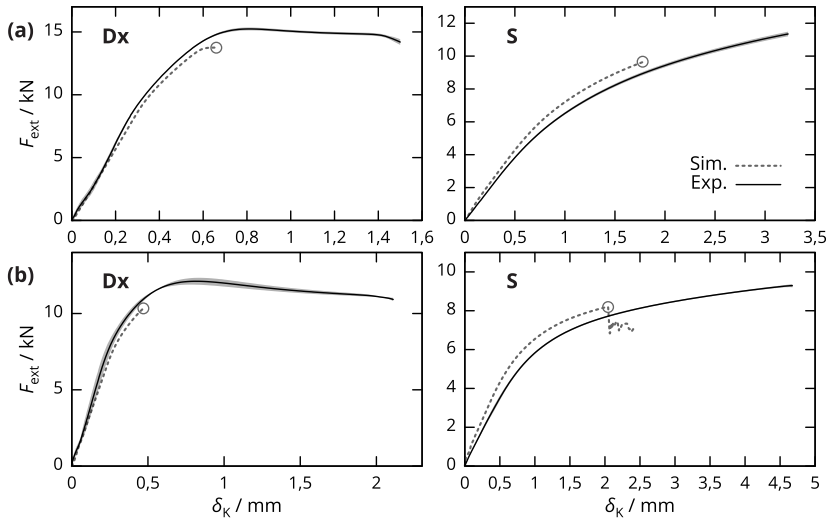


Abbildung 6.25: Vergleich der Kraft-Verschiebungs-Verläufe der realen (Exp., Mittelwert und Standardabweichung) und virtuellen Versuche (Sim.) an den Struktur-Nachweisproben mit den Zielspannungsvorgaben **Dx** und **S** für verschiedene Zustände (aufrechte *Z*-Ausrichtung im Bauraum): (a) glatte Oberfläche, as-built; (b) raue Oberfläche, T6-Wärmebehandelt; Erstversagen in der Simulation markiert

1. Unabhängig von lokal vorhandenen Eigenspannungen und äußeren geometrischen Kerben durch die Oberflächenrauigkeit kann die innere Materialkonstitution noch ausreichend inhomogen sein, um vorzeitiges lokales Fließen in der Probe zu begünstigen. Offenbar wird diese Inhomogenität durch eine T6-Wärmebehandlung noch nicht wirksam aufgelöst. Eigenspannungen und die Rauigkeit der Oberfläche würden den beobachteten Effekt nicht verursachen, sondern lediglich verstärken.
2. Abweichende Kraft-Verschiebungs-Verläufe können ebenso anhand einer von der Idealgeometrie abweichenden, strukturell wirkenden Geometrie erklärt werden, die über die Modellierungsansätze in Konfiguration **M3** hinausgehen. Beispielsweise ist der schwächende Einfluss der Oberflächenrauigkeit auf das Material nicht unbedingt gleichmäßig. Die strukturell wirkende Geometrie muss somit nicht glatt sein wie im Simulationsmodell, sondern kann abhängig von der Scanstrategie im Fertigungsprozess auch lokal unregelmäßig von der Nenngeometrie abweichen.

Zur genaueren Analyse der Funktionalität der Struktur-Nachweisproben wurden die in der Simulation erzielten Spannungszustände denen aus dem Experiment gegenübergestellt. In Abbildung 6.27 aufgeführt sind für die Geometrien **Dx** und **S** die relativen mittleren Spannungsabweichun-

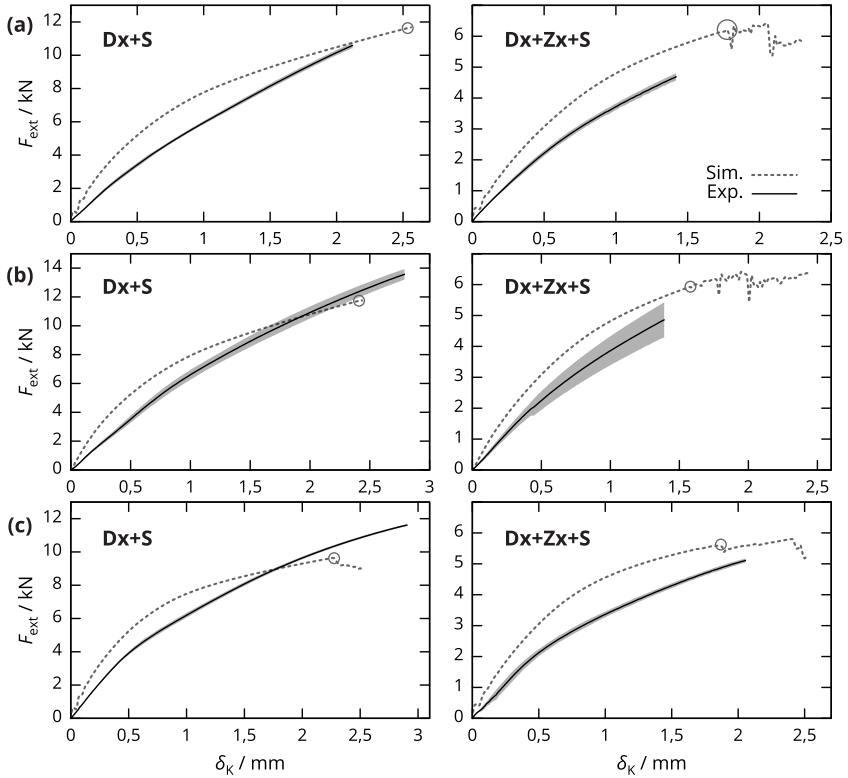


Abbildung 6.26: Vergleich der Kraft-Verschiebungs-Verläufe der realen (Exp., Mittelwert und Standardabweichung) und virtuellen Versuche (Sim.) an den Struktur-Nachweisproben mit den Zielspannungsvorgaben $Dx + S$ und $Dx + Zx + S$ für verschiedene Zustände (aufrechte Z -Ausrichtung im Bauraum): (a) raue Oberfläche, as-built; (b) glatte Oberfläche, as-built; (c) raue Oberfläche, T6-wärmebehandelt; Erstversagen in der Simulation markiert

Tabelle 6.6: Position des Erstversagens der virtuellen Struktur-Nachweisproben hinsichtlich des Einflusses verschiedener Zustände (Konfigurationen **M2** und **M3**): zulässiges Versagen im Sinne der Nachweisprobe nur im Zielbereich (ZB), unzulässiges Versagen schattiert

Zielsp.	glatte Oberfläche (ohne M3)	wärme-behandelt	Ausrichtung im Bauraum		
			Z	X	XY 45°
Dx	ZB	ZB	ZB	ZB	ZB
S	Schenkel	Schenkel	Schenkel	ZB	ZB
Dx + S	Schenkel	ZB 2	Schenkel	ZB 2	ZB 2
Dx + Zx + S	Taille	ZB 2	Taille	ZB 2	ZB 2

gen $\Delta\tilde{\sigma}$. Während die Zielspannungsvorgabe **S** im virtuellen Versuch der berechneten im realen Versuch sehr gut folgt und auf demselben Niveau bleibt, liefert die Vorgabe **Dx** sehr geringe Spannungsabweichungen nahe der theoretischen TO-Lösung. Eine mittels T6-Wärmebehandlung reduzierte Materialanisotropie zeigt eine schwache positive Wirkung auf die Genauigkeit der Spannungsabweichungen. Bei den komplexeren Geometrien **Dx + S** und **Dx + Zx + S** werden durch die simulierten Nachweisproben deutlich geringere und der theoretischen Lösung nähere Spannungsabweichungen als im Experiment erzielt. Die Simulationsergebnisse ähneln im Verlauf damit am ehesten denen der glatten Proben im realen Versuch, lediglich auf einem anderen Niveau der Abweichung (s. Abbildung 6.28). Ein Grund dafür kann das insgesamt abweichende Fließverhalten der Probe im Experiment sein. Dadurch werden die Zielspannungszustände nicht identisch zur Simulation erreicht.

Womöglich spielen bei der Spannungsanalyse der Probe die Oberflächenrauigkeit und die Art und Weise, wie diese modelliert wird, eine bedeutende Rolle. Nicht nur könnte somit die oben beschriebene wirksame Geometrie abweichende Spannungszustände erzeugen, sondern die Rauigkeit auch einen Einfluss auf die Messgenauigkeit im Experiment haben. Durch die nachgelagerte, simulationsgestützte Spannungsanalyse (vgl. Abschnitt 6.2.5) würden Ungenauigkeiten in den Dehnungsmessungen bei den ermittelten Spannungen in der Folge noch potenziert.

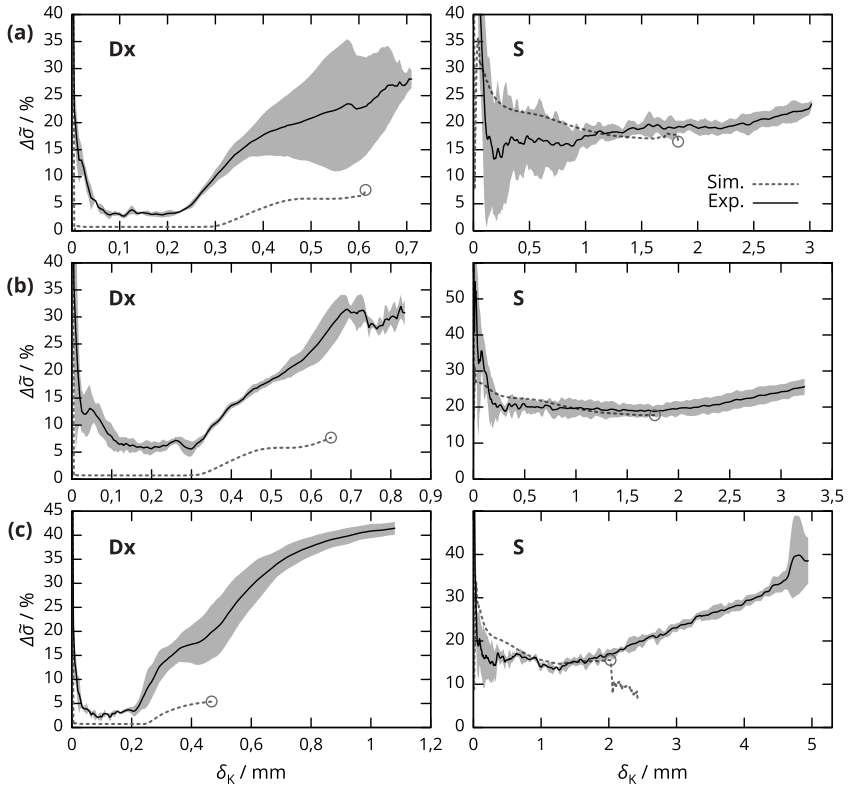


Abbildung 6.27: Vergleich der mittleren Spannungsabweichungen der realen (Exp., Mittelwert und Standardabweichung) und virtuellen Versuche (Sim.) an den Struktur-Nachweisproben mit den Zielspannungsvorgaben **Dx** und **S** (aufrechte **Z**-Ausrichtung im Bauraum): (a) raue Oberfläche, as-built; (b) glatte Oberfläche, as-built; (c) raue Oberfläche, T6-wärmebehandelt; Erstversagen in der Simulation markiert

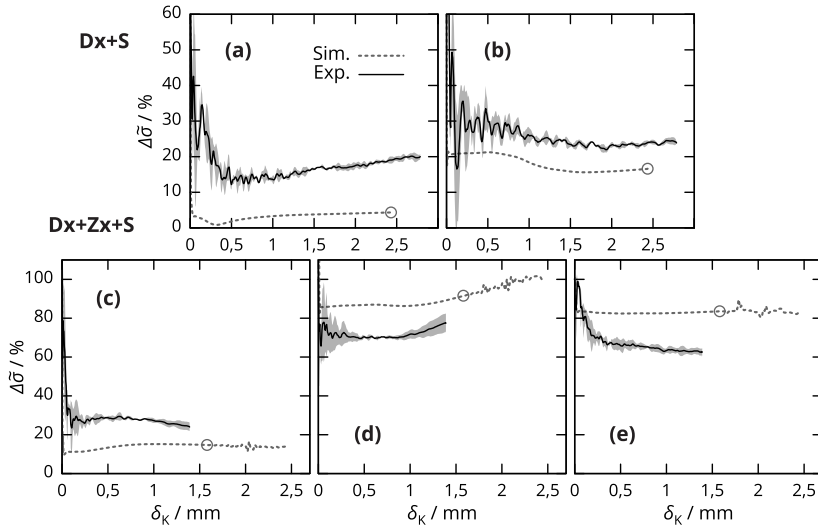


Abbildung 6.28: Vergleich der mittleren Spannungsabweichungen der realen (Exp., Mittelwert und Standardabweichung) und virtuellen Versuche (Sim.) an den Struktur-Nachweisproben mit den Zielspannungsvorgaben $Dx + S$ und $Dx + Zx + S$: glatte Oberfläche, as-built, aufrechte Z -Ausrichtung im Bauraum; Erstversagen in der Simulation markiert

6.3 Erzeugung von Struktur-Nachweisproben anhand eines Praxisbeispiels

6.3.1 Ableitung eines realen Referenzbauteils: Türverriegelungswelle

Im letzten Abschnitt dieses Kapitels soll anhand eines Praxisbeispiels der gesamte Erzeugungsprozess einer Struktur-Nachweisprobe demonstriert werden. Dafür bietet sich eine Türverriegelungswelle aus dem Airbus-Flugzeug A350XWB an [153]. Diese diente ursprünglich dazu, das Potential der AF anhand eines Luftfahrzeugbauteils darzustellen. Eine ursprüngliche Konstruktion aus vielen Einzelteilen wurde in eine Integralbauweise überführt und für die Serienfertigung zugelassen.

Die Qualifikation wurde gemäß der Standard-Verfahrensweise anhand von Materialproben durchgeführt, um die erzielte Qualität des Materials im Bauraum der Fertigungsmaschine wiederholbar nachweisen zu können. Aufgrund der prozessintensiven Natur des entstandenen Materials waren hier eine erhöhte Anzahl an Charakterisierungsversuchen notwendig [55]. Für

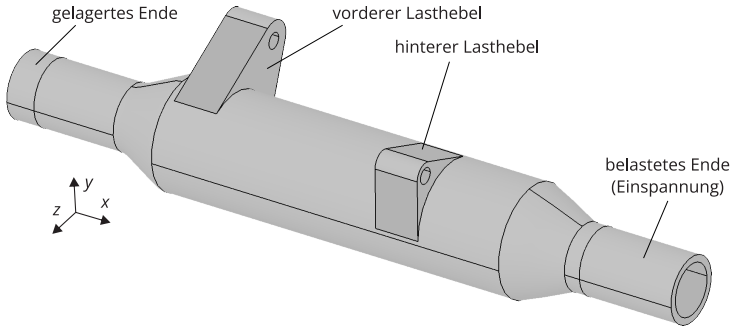


Abbildung 6.29: Abgeleitete, vereinfachte Geometrie der Türverriegelungswelle als Beispiel-Referenzbauteil

eine spätere Qualitätssicherung in der bereits zugelassenen Serienfertigung sinkt der Aufwand zur Materialcharakterisierung dagegen deutlich und die begleitende Fertigung und Prüfung von Struktur-Nachweisproben kann hier mit geringen Hürden eingebunden werden (vgl. Abschnitt 2.3).

Für eine genauere Analyse der Beanspruchungszustände im Bauteil wurde die Geometrie vereinfacht abgeleitet (s. Abbildung 6.29). Einige wichtige Nennmaße für die Modellbildung sind in Tabelle 6.7 aufgelistet. Es wurde angenommen, dass die Welle aufrecht im Bauraum mit der lokalen x -Koordinate nach unten, d. h. in negative Z -Richtung, gefertigt wurde.

Als Auslegungslastfall wird ein blockierter Türhebel angesehen, bei dem das hintere Ende unbeweglich bleibt, während in beide Hebel gleichgerichtet ein Gesamttorsionsmoment eingeleitet wird. Dieses beläuft sich auf etwa 300 Newtonmeter, wenn der Türhebel mit einer Länge von ca. 0,3 Meter durch ein überdurchschnittliches Körpergewicht von ca. 100 Kilogramm, d. h. einer Kraft von etwa 1000 Newton belastet wird. Der Einfachheit halber wird dieser Lastfall symmetrisch in beide Belastungsrichtungen betrachtet. Ein positives Eingangsmoment steht hierbei für den Schließvorgang und ein negatives für den Öffnungsvorgang der Flugzeugtür.

6.3.2 Schritt 1: Identifikation versagenskritischer Spannungszustände

Die dargestellte Hohlwelle eignet sich besonders für die Demonstration der in dieser Arbeit vorgestellten Methodik (s. Kapitel 4), da vorwiegend ein 2D-Spannungszustand in der Hohlwellenschale erwartet wird. Aufgrund der exzentrischen Belastung der Welle durch beide Lasthebel entsteht ein mehrachsiger Spannungszustand, bei dem sich Biegung und Torsion überlagern. Damit bietet

Tabelle 6.7: Wichtige Nennmaße für die abgeleitete, vereinfachte Geometrie der Türverriegelungswelle mit einem vorderen (vLH) und hinteren Lasthebel (hLH)

Nennmaß	Wert
Gesamtlänge	268 mm
x -Position vLH	75 mm
Hebellänge vLH	39 mm
yz -Winkel vLH	-45°
x -Position hLH	163 mm
Hebellänge hLH	28 mm
yz -Winkel hLH	30°
Wellendicke	2,7 mm
Radius Einspannung	25 mm
Radius Mitte	42 mm

dieses Praxisbeispiel neben den zuvor untersuchten einachsigen Zielspannungszuständen einen realistischeren Anwendungsfall.

Die abgeleitete Wellengeometrie wurde in ein FE-Modell mit 8-Knoten-Hexaeder-Volumenelementen umgesetzt. Die Vernetzung fand in Abaqus CAE Version 2022 statt und schrieb eine durchschnittliche Elementgröße von 2 Millimeter vor. Das Simulationsmodell wurde in einem virtuellen Versuch mit LS-Dyna nichtlinear-dynamisch analysiert. Für die Elemente wurde ebenso wie im Abschnitt 6.2 die schnelle, effiziente interne Formulierung **ELFORM=1** verwendet. Abbildung 6.30a zeigt das FE-Modell der Türverriegelungswelle mit den Lasteinleitungshebeln. In deren Bohrungen wurden Bolzen als Starrkörper integriert und mit dem Keyword ***BOUNDARY_PRESCRIBED_MOTION_RIGID** eine axiale Bewegung des vorderen und hinteren Lasthebels, $\dot{\varphi}_{\text{vLH}}$ bzw. $\dot{\varphi}_{\text{hLH}}$, erzeugt. Das obere Ende wurde gemäß dem Blockadelaustfall fest eingespannt.

Im Bildteil b der Abbildung 6.30 ist der versagenskritische Bereich der Welle in Einspannungsnähe dargestellt. Um die Überlagerung von Biegung und Torsion besser zu erreichen, wurde vom dargestellten Bereich eine kritische Position am äußeren Rand als Eingabe σ_0 für die Erzeugung der Struktur-Nachweisprobe verwendet.

Annähernd ergeben sich aus der FE-Analyse der Türverriegelungswelle folgende Zielspannungszustände $\sigma_0 = (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \tau_{xy})^T$ als Eingabe für die Erzeugung der Struktur-Nachweisprobe:

- Schließvorgang: $(0, 150, 200)^T$ MPa (Überlagerung von Zug und Schub, **Zy/S**),
- Öffnungsvorgang: $(0, -150, 200)^T$ MPa (Überlagerung von Druck und Schub, **Dy/S**).

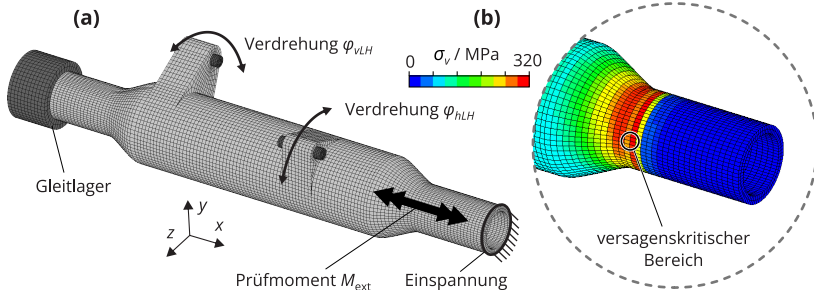


Abbildung 6.30: (a) Finite-Elemente-Modell der Türverriegelungswelle mit Vernetzung und (b) die kritische Versagensposition anhand der Von-Mises-Spannung σ_v

Tabelle 6.8: Optimierungsergebnisse der Struktur-Nachweisproben für die Türverriegelungswelle

Vorgabe	$\min f_1$	$\min f_2$ / MPa	$\bar{\sigma}_Z$ / MPa	$\Delta\bar{\sigma}$	Q
Zy/S	0,0441	104,0	$(-22,0; 178; 167)^T$	19,5 %	0,787
Dy/S	0,0307	160,4	$(59,1; -93,4; 209)^T$	32,9 %	0,679

6.3.3 Schritt 2: Erzeugung der Struktur-Nachweisprobe

Erzeugt wurden Struktur-Nachweisproben gemäß dem Vorgehen in den Abschnitten 4.4 und 6.1 für die TO der grundsätzlichen Probenstruktur bzw. der Übertragung der Topologielösungen auf eine Probengeometrie.

Für die TO wurde der Arbeitsablauf mit EA, d. h. mit GEOps², angewandt. Der Entwurfsraum umfasst 40×40 Elemente mit 21×21 Stützstellen. Es wurde eine freie x -Position des Zielbereichs zugelassen und damit der Entwurfsraum für die TO erweitert. Für jeden der beiden vorgegebenen Zielspannungszustände σ_0 wurden insgesamt fünf identische Optimierungsläufe mit 500 Individuen und einer maximalen Generationszahl von 25 000 berechnet. Die erzielten Ergebnisse sind in Tabelle 6.8 aufgeführt.

Eine anschließende Höhereskalierung der Topologielösungen und zusätzliche Optimierung mittels einfacher Suchverfahren (s. Schritt 2.2 in Abschnitt 6.1) war aufgrund der von vornherein hohen Elementauflösung nicht notwendig.

Die Strukturlösungen aus der TO bildeten den Ausgangspunkt, um zunächst Konturen und später die 3D-Probengeometrien abzuleiten. Um das Erstversagen im Zielbereich sicherzustellen, wurde die Probenform jeweils leicht angepasst. Als Referenzdicke diente wie zuvor ein Wert von $d_{ref} = 6 \text{ mm}$, als Materialdicke im Zielbereich der Wert $d_Z = 1,5 \text{ mm}$.

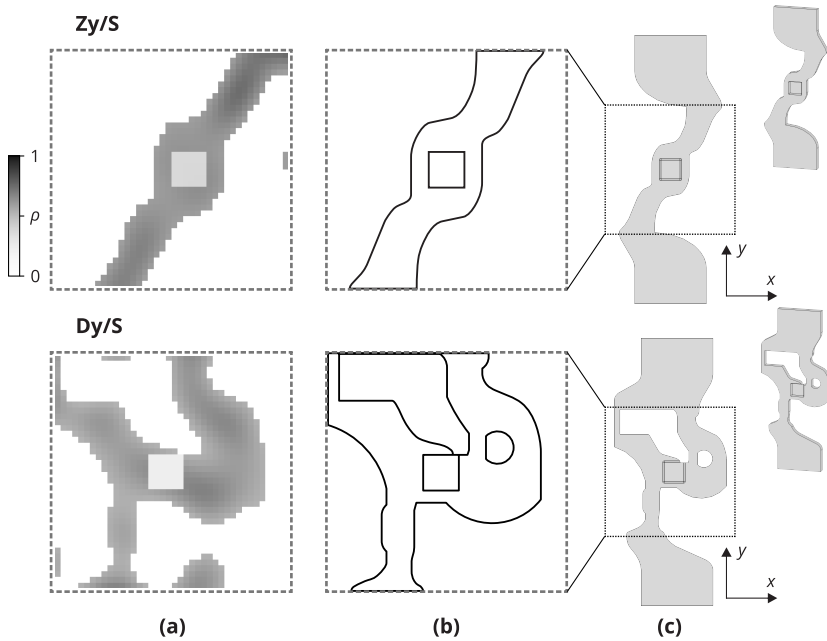


Abbildung 6.31: Erzeugung der Struktur-Nachweisproben für die Türverriegelungswelle: (a) Strukturlösungen aus der Topologieoptimierung, (b) Konturableitung, (c) Geometrieerzeugung

In Abbildung 6.31 sind sowohl die Topologielösungen als auch die Probengeometrien für beide Belastungsrichtungen dargestellt. Es ist erkennbar, dass durch die Form der Struktur-Nachweisproben bestimmte Funktionen zur Lastum- und -einleitung erfüllt werden: So zeigt die Geometrie **Zy/S** einen grundsätzlich dreh-symmetrischen Aufbau für die Schuberzeugung in der Mitte. Die Schenkel sind hier auf bestimmte Weise schräggestellt, um das abzubildende Verhältnis aus Zug- und Schubspannung zu erreichen. Die Geometrie **Dy/S** weist darüber hinaus ein dünnes Quasi-Gelenk links oben auf. Dadurch entsteht ein Hebelmechanismus über dem Zielbereich und folglich ein Druckzustand entgegen der globalen Belastungsrichtung. Ferner dient eine weitläufige Versteifung im rechten Bereich der Struktur zur Kompensierung von nicht erwünschten Spannungen σ_{xx} quer zur Belastungsrichtung.

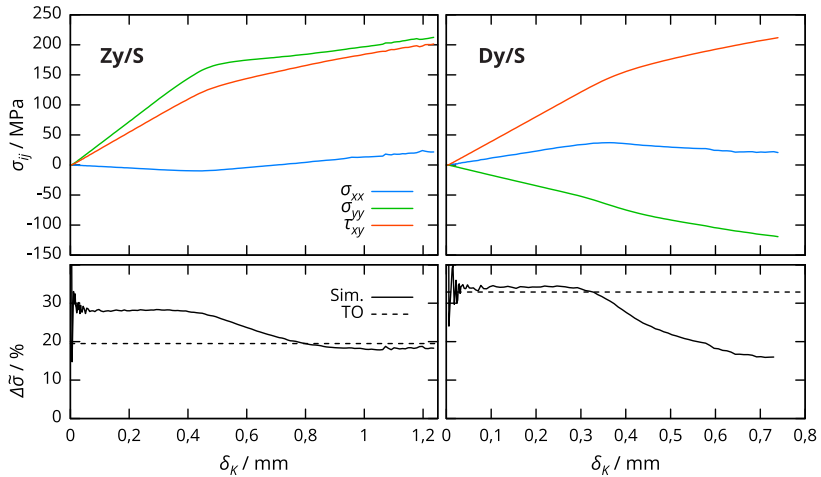


Abbildung 6.32: Verläufe der Spannungskomponenten in den Zielbereichen der Struktur-Nachweisproben für die Türverriegelungswelle bis zum Erstversagen, ergänzt durch die entsprechende mittlere Spannungsabweichung $\Delta \tilde{\sigma}$ im Vergleich zur Topologieoptimierung (TO)

6.3.4 Validierung der Probengeometrie mittels Simulation

Für eine genauere Analyse des realen Verhaltens der Struktur-Nachweisproben wurde ein virtueller Versuch mittels detaillierter nichtlinear-dynamischer FE-Simulation in LS-Dyna nachgestellt. Dabei wurde sich am Vorgehen bei der Validierung im Abschnitt 6.2.6 orientiert. Da es keine Referenz aus einer experimentellen Untersuchung gab, wurde die Modellkonfiguration **M0** verwendet und dadurch Probenkopferschiebungen in x -Richtung, d. h. quer zur Prüfkraft, verhindert.

Die Simulationsergebnisse zeigen ein Erstversagen im Zielbereich für beide Geometrien **Zy/S** und **Dy/S** und spiegeln damit eine gültige Übertragung in eine 3D-Probengeometrie wider. Während für letztere Variante die mittlere relative Spannungsabweichung $\Delta \tilde{\sigma}$ etwa mit dem Ergebnis aus der TO übereinstimmt, gibt es bei ersterer Variante größere Abweichungen nach oben hin (vgl. Abbildung 6.32). Mit Blick auf die einzelnen mittleren Spannungskomponenten in den Zielbereichen erscheint als Ursache einerseits eine Verschiebung der jeweiligen Spannungsanteile im Vergleich zur Vorgabe σ_0 , andererseits das Auftreten von unerwünschten Kollateralspannungen σ_{xx} .

Die gezeigten Ergebnisse fügen sich in das Bild voriger Untersuchungen mit einachsigen Spannungszuständen ein und weisen ähnlich hohe Abweichungen auf. Jedoch konnten durch die

6 Übertragung der Optimierungsergebnisse auf reale Nachweisproben

TO einzelne einachsige Spannungszustände, wie z. B. durch die Spannungsvorgaben $\mathbf{Dx}$ oder $\mathbf{S}$, genauer erreicht werden als die hier vorgegebenen mehrachsigen Zustände (vgl. Tabelle 4.8)

7 Diskussion der Ergebnisse und Verbesserungsmöglichkeiten

Im Rahmen der Qualitätsbewertung und -sicherung gehören zum gesamten Prozess der Anwendung einer Struktur-Nachweisprobe nicht nur die im Abschnitt 3.1.3 beschriebenen beiden Schritte. Vor der Identifikation versagenskritischer Spannungszustände steht als Eingabe ein additiv zu fertigendes Bauteil, welches mit seiner Geometrie und den zu ertragenden Lastfällen definiert ist und als Referenz zur Erzeugung der Nachweisprobe dient. Mit gegebenen kritischen Spannungszuständen σ_0 folgt danach die eigentliche Probenerzeugung mittels Topologieoptimierung und Formableitung. Daran schließt sich jedoch immer noch die Fertigung der Probe sowie ihre Prüfung im Experiment an. Beide nachgelagerten Schritte wurden im Abschnitt 6.2 zur Validierung der Ergebnisse nachvollzogen. Aus den Ergebnissen sollen sich zuletzt indirekte Aussagen zur strukturellen Qualität des Referenzbauteils treffen lassen. In Abbildung 7.1 sind die genannten Schritte für den Gesamtprozess der Qualitätsbewertung durch die Struktur-Nachweisprobe aufgeführt.

Die vorliegende Arbeit geht auf die meisten der beschriebenen Schritte des Gesamtprozesses ein, mit Fokus auf Schritt 2, und stellt Möglichkeiten vor, wirksame Ergebnisse zu erzielen und anzuwenden. In diesem Sinne kann nicht von einer bereits industriell anwendbaren Methodik zur Erzeugung von Struktur-Nachweisproben gesprochen werden. Vielmehr bietet diese Arbeit Ansätze, auftretende Herausforderungen und Anknüpfungspunkte für weitere Untersuchungen zu identifizieren. Damit soll schließlich der Weg dafür geebnet werden, Struktur-Nachweisproben als effiziente Möglichkeit zur Qualitätsbewertung und -sicherung additiv gefertigter Bauteile zu etablieren.

Jeder der Schritte des Gesamtprozesses umfasst Unsicherheiten, welche sich negativ auf die Genauigkeit der Ergebnisse im jeweils nächsten Schritt auswirken können. Unsichere Eingaben führen wahrscheinlich zu hohen Abweichungen in oder gar Einschränkungen bei der zu erzielenden Nachweisfähigkeit der Probe. Im Folgenden sind einige wichtige Unsicherheiten zusammen mit zielführenden Maßnahmen dargestellt.

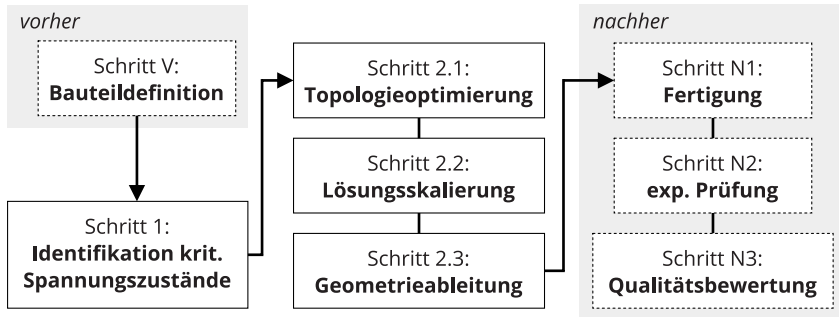


Abbildung 7.1: Gesamtprozess zur Erzeugung und Anwendung der Struktur-Nachweisprobe im Rahmen der Qualitätsbewertung und -sicherung: unterteilt in Schritte vor, innerhalb und nach der vorgestellten Methodik zur Probenerzeugung

7.1 Untersuchte Aspekte zur Erzeugung einer Struktur-Nachweisprobe und Unsicherheiten

7.1.1 Schritt 2.1: Leistungsfähigkeit des Optimierungsansatzes

Im Kern der Methodik spielt die Generierung von Strukturlösungen mittels TO eine große Rolle. Hier werden die grundsätzlichen Strukturmerkmale und -funktionen gefunden und vordefiniert. Daher ist eine effiziente, zuverlässige TO-Methode von grundlegender Bedeutung für die Erzeugung einer Struktur-Nachweisprobe.

In dieser Arbeit wurden zwei Ansätze dafür verfolgt: zum einen die globale Optimierung der Nachweisprobe mittels EA als heuristisches, stochastisches, gradientenfreies Verfahren (vgl. Kapitel 4), zum anderen die lokale Optimierung mittels mathematischer, deterministischer GV auf Basis klassischer Ansätze (vgl. Kapitel 5). Obwohl EA potentiell deutlich ineffizienter bezüglich der verwendeten Rechenressourcen sind als GV, konnten nur mit ihnen zulässige Topologielösungen für die spätere Anwendung der Nachweisprobe erzeugt werden.

Dahingehend gilt es zu hinterfragen, ob die gezeigte **Problemformulierung** für die TO mit EA inklusive Modifikationen der Nebenbedingungen $\mathbf{g}$, der Zielfunktionen $\mathbf{f}$ oder des Entwurfsraums $\mathbf{c}$ vollständig und hinreichend einfach ist. Nicht für jede Zielspannungsvorgabe und Gitterauflösung konnten zielführende Strukturlösungen erzeugt werden (vgl. Abschnitt 4.4.3). Bei mehreren vorgegebenen Zielspannungszuständen $\sigma_{0,k}$ traten hier nicht nur deutlich höhere Spannungsabweichungen $\Delta\sigma$ auf, sondern konnten auch nicht immer Strukturen mit klaren Konturen gefunden werden. Damit scheinen höherskalierte TO-Probleme zunächst die Zuverlässigkeit der Methodik zu schmälern. Darüber hinaus gestaltete sich die Suche nach geeigneten Topologien

für bestimmte einzelne Zielspannungszustände schwer und womöglich nur annähernd, treten doch auch bei hohen Gitterauflösungen noch messbare Spannungsabweichungen auf (s. Tabelle 4.8). Insofern steht die aktuelle Formulierung des TO-Problems im Zusammenspiel mit der gitterförmigen Strukturparametrisierung im Verdacht, keine exakten Lösungen in handhabbarer Zeit produzieren zu können. Auch die Ergebnisse für vorgegebene mehrachsige Zielspannungszustände werden zwar grundsätzlich angenähert, aber nicht genau erreicht (vgl. Abschnitt 6.3). Die Genauigkeiten liegen hier im Bereich derer von Struktur-Nachweisproben mit mehreren Zielbereichen und einachsigen Spannungsvorgaben.

Bei erfolgreichen TO-Läufen tritt aufgrund der stochastischen Natur der EA eine große Variabilität zielführender Strukturlösungen auf (vgl. Abschnitt 4.5). Somit scheint die aktuelle Problemformulierung sensitiv auf unterschiedliche Start- und Zwischenwerte im Optimierungsverlauf zu reagieren und am Ende vielfältige Lösungen zuzulassen. Dieselbe strukturelle Aufgabe, d. h. die Erzeugung eines vorgegebenen Spannungszustandes, übernehmen dann ganz unterschiedliche funktionelle Strukturen mit ähnlicher Genauigkeit (s. Abbildung 4.22). Ohne Auswahlformalismus verläuft die Entscheidung für eine Lösung eher willkürlich und verstärkt Unsicherheiten in nachfolgenden Schritten des Gesamtprozesses.

Für die Anwendung der TO-Lösung als reale Struktur-Nachweisprobe spielen praktische Anforderungen aus der Geometrieableitung, Fertigung und Prüfung eine Rolle. Momentan berücksichtigt die vorgestellte TO-Methode noch keine Nebenbedingungen oder Problemmodifikationen, die schon im TO-Prozess sicherstellen, dass die produzierten Topologien genannte praktische Anforderungen erfüllen. Für die Geometrieableitung könnten Nebenbedingungen oder Modifikationen hinzukommen, die schwer interpretierbare und versagensanfällige Quasi-Gelenke [123, 126] oder dünne Strukturen vermeiden [96, 97]. Um Unsicherheiten in der Fertigbarkeit der erzeugten komplexen Topologien zu minimieren müsste berücksichtigt werden, dass der AF-Prozess bestimmte Einschränkungen z. B. bezüglich des maximalen Überhangwinkels, der Maßhaltigkeit oder der minimalen Strukturmerkmalsgröße in Abhängigkeit der Schichtdicke hat. Entsprechende zusätzliche Nebenbedingungen würden dem TO-Problem bereits in diesem Schritt zu realistischeren Strukturlösungen verhelfen [154–156]. Dadurch fiel die Übertragung auf eine reale 3D-Probengeometrie leichter. Als praktische Anforderungen an die Probenprüfung zählen Strukturbereiche für die Einspannung in die Prüfmaschine, klar herausgestellte Zielbereiche, um die Dehnungsmessung zu vereinfachen oder überhaupt zu ermöglichen, sowie geeignete Randbedingungen, um die Lasteinleitung und damit das Strukturverhalten der Probe schon in der TO so genau wie möglich abzubilden. Allerdings würden zusätzliche Nebenbedingungen für das TO-Problem auch bedeuten, dass die Lösungsfindung über das aktuelle Maß hinaus erschwert wird. Damit zusammen hängen folglich eine geeignete, angepasste Problemformulierung, z. B. durch Level-Set-Verfahren [110] oder die direkte Parametrisierung geometrischer Strukturelemente

wie beim Konzept der *Moving Morphable Components* [113], und eine effiziente TO-Methode mit der Möglichkeit zur Problemskalierung.

Überdies besteht eine entscheidende Diskrepanz zwischen dem erwarteten Verhalten der Struktur-Nachweisprobe in der Realität und der **Strukturanalyse** im TO-Prozess: Während Ergebnisse aus einer linearen FE-Methode mit isotropem, linear-elastischem Materialmodell in die Optimierung einfließen, liegt der Fokus in der nachfolgenden Probenprüfung im Versagen. Dabei spielen mutmaßlich nichtlineare Effekte aufgrund der komplexen Geometrie und des hochplastischen Verhaltens des verwendeten Materials AlSi10Mg eine wichtige Rolle. Mithin liegen bedeutende Unsicherheiten im berechneten Probenverhalten und den somit erzeugten Spannungszuständen in den Zielbereichen.

Für eine unmittelbare Herangehensweise bei der Problemformulierung zur TO der Struktur-Nachweisprobe wurde eine dichte- und gitterbasierte **Strukturparametrisierung** verwendet. Damit einher geht eine systematisch unsichere, stufenförmige Kontur der resultierenden Topologie, die nur für größere Gitterauflösungen zunehmend glatt und leichter auf eine Probengeometrie übertragbar wird. Geringere Unsicherheiten würde hier eine konturbasierte Strukturparametrisierung schaffen wie z. B. mithilfe von Level-Set-Verfahren [106, 120, 121] (s. Abschnitt 3.4). Damit könnten ferner redundante und ineffiziente Entwurfsvariablen vermieden werden. Sensitivitäten gegenüber der Zielfunktion würden wahrscheinlich geringer ausfallen und sowohl Problemformulierung als auch Lösungsfindung einfacher und transparenter gestalten.

Zielführend zur Erhöhung der Leistungsfähigkeit des Optimierungsansatzes erscheinen für die zuvor genannten Unsicherheiten folgende zusammengefasste Ansatzpunkte:

1. die Etablierung von effizienten GV zur ausreichenden Skalierung des TO-Problems für realitätsnahe Strukturlösungen;
2. eine vollständige, zugleich einfache und effiziente Problemformulierung mit Berücksichtigung praktischer Anforderungen aus Geometrieableitung, Fertigung und Prüfung;
3. die Einbindung von Methoden zur geometrisch und materiell nichtlinearen Strukturanalyse bereits in der TO;
4. eine konturbasierte Strukturparametrisierung für eine sichere, einfache Strukturinterpretation.

Die **Grundhypothese** aus Abschnitt 3.4 kann teilweise bestätigt werden. Jedoch wurden Zielspannungsvorgaben für Zielbereiche mit realistischer Größe nicht exakt erzeugt. Darüber hinaus muss ebenfalls die **erste Nebenhypothese** bestätigt werden unter dem Vorbehalt einer besseren Formulierung des gradientenbasierten TO-Problems.

7.1.2 Schritte 2.2 und 2.3: Herausforderungen bei der Übertragung auf eine reale Probe

Unmittelbar mit Verbesserungsansätzen zur Erzeugung realitätsnaher TO-Lösungen für die Struktur-Nachweisprobe gehen Herausforderungen im Zusammenhang mit der Geometrieableitung einher. Die Schritte 2.2 und 2.3 im Gesamtprozess zur Erzeugung der Nachweisprobe wurden in dieser Arbeit vorwiegend manuell durchgeführt, unterstützt durch CAD-Software und einer einfachen integrierten linearen FE-Analyse (vgl. Abschnitt 6.1). Mit diesem benutzerzentrierten Vorgehen entstehen zufällige Abweichungen, je nachdem wie die Kontur aus der TO-Lösung genau interpretiert und in einfachere Geometrieelemente umgewandelt wird. Diese Abweichungen rufen ein unsicheres, im Vergleich zur Strukturlösung verändertes Verhalten der Probe unter Belastung hervor und führen zu weniger genauen Spannungszuständen in den Zielbereichen.

Während die erzeugten Strukturen aus der TO nur in 2D ausgewertet wurden, muss für die reale Nachweisprobe eine **3D-Geometrie** gefunden werden. Hier spielen auch Effekte eine Rolle, die mit der z -Ausdehnung zusammenhängen, z. B. Knicken und Beulen oder Dickenübergänge. Selbst ein ebener Spannungszustand, wie durch die TO angenommen, kann aufgrund der Gestaltung der Zielbereiche nicht vollständig garantiert werden.

Diese Punkte spielen darüber hinaus eine Rolle bei der Einhaltung notwendiger Nebenbedingungen wie etwa bezüglich versagenskritischer Spannungen in g_s . Bei der händisch durchgeführten **Formanpassung** wurde die Kritikalität der Zielbereiche nur annähernd sichergestellt. Auch zur finalen Probengeometrie hinzugefügte Strukturbereiche, welche für die Fertigung (z. B. Rundungen, Bohrungen, Werkzeuggraden) oder die Einspannung und Dehnungsmessung während der Prüfung notwendig sind, können im Vergleich zur TO-Lösung zu abweichenden Randbedingungen führen und damit die Erzeugung der Zielspannungszustände verfälschen. Hier liegt nahe, eine automatische Iteration mittels Formoptimierung einzusetzen, um Unsicherheiten zu reduzieren und die Ergebnisse zu verbessern. Wenngleich eine ähnliche Formulierung für das Formoptimierungsproblem verwendet werden könnte, unterscheiden sich die Entwurfsräume und Arbeitsabläufe grundlegend von denen der in dieser Arbeit durchgeführten TO.

Wichtige Ansatzpunkte zur Verbesserung dieser Prozessschritte stellen neben den im Abschnitt 7.1.1 genannten die folgenden dar:

1. ein auf 3D-Strukturen skaliertes TO-Problem für eine Berücksichtigung von geometrischen und materiellen Effekten in z -Richtung;
2. die Verwendung einer Formoptimierung zur automatischen, zugleich sicheren Geometrieableitung unter Einhaltung aller Nebenbedingungen aus der vorhergehenden TO.

Zwar kann mit den vorliegenden Ergebnissen die **zweite Nebenhypothese** bestätigt werden. Allerdings gestaltet sich die gültige Übertragung der TO-Lösungen auf eine 3D-Probengeometrie zu aufwendig und unsicher für ein händisches Vorgehen.

7.2 Maßnahmen für eine zuverlässige Anwendung der Struktur-Nachweisprobe

7.2.1 Schritte V und 1: Bauteildefinition und Identifikation versagenskritischer Spannungszustände

Alle Untersuchungen zur Struktur-Nachweisprobe basieren auf einem Referenzbauteil, für das repräsentative versagenskritische Spannungszustände abgebildet werden sollen. Für das Bauteil bestehen verschiedene Unsicherheiten, die sich auf die Eingaben zur Erzeugung der Nachweisprobe auswirken. So werden die geltenden Auslegungslastfälle und damit die potentiell auftretenden, kritischen Spannungszustände zwar mit einem Nominalwert für die Größe, die Richtung und die Anzahl der Lasten versehen. Allerdings besteht in der Realität immer auch eine Streubreite all dieser Parameter und damit eine Spannweite an möglichen Abweichungen der zu ermittelnden kritischen Spannungszustände.

Überdies führt eine genau definierte Geometrie des Referenzbauteils noch nicht dazu, dass auch der später Fertigungszustand sicher bestimmt werden kann. Hier treten insbesondere im AF-Prozess selbst (In-Prozess) Unwägbarkeiten bezüglich systematischer oder auch spontan auftretender Imperfektionen in den Vordergrund, welche die resultierende Materialkonstitution und die sichtbaren Struktureigenschaften des Bauteils beeinflussen. Ursachen liegen in den konkreten Fertigungsparametern, in der Scanstrategie, der Ausrichtung und Position des Bauteils im Bauraum und den durchgeführten Nachbehandlungsschritten (vgl. Abschnitt 2.2.1).

Für eine effektive, zielführende Identifikation und spätere Verwendung der versagenskritischen Spannungszustände kommt es zuerst auf die Definition der Struktur-Nachweisprobe und des dadurch bestimmten Charakterisierungsvermögens an. Laut Abschnitt 3.1.2 steigt die Effektivität der Nachweisprobe mit höherer Modellkomplexität, die dann auch Imperfektionen direkt berücksichtigt. Allerdings steigt so auch der Aufwand, die für die Erzeugung der Struktur-Nachweisprobe notwendigen Eingaben überhaupt zu messen und bereitzustellen. Weiterhin kann es notwendig sein, Anforderungen an das Versagen des Referenzbauteils auf leicht andere Weise abzubilden, indem z. B. nominelle Beanspruchungsgrenzen im Referenzbauteil zwar noch nicht, aber in der Nachweisprobe für eine eindeutige Aussage schon zum Versagen führen. Mit dem versagenskritischen Spannungszustand σ_0 als Vektor mit definierter x - y - z -Ausrichtung bestehen letztendlich zwar inhärente Unsicherheiten über die Nachweisfähigkeit. Allerdings stehen bessere Ergebnis-

se in Aussicht als z. B. für Nachweisproben in Form von Standardprüfkörpern [6, 21] in der 1. Nachweisstufe (vgl. Abbildung 3.1).

Neben den konzeptuellen, systematischen Unsicherheiten sind die exakten Koordinaten und die Ausdehnung der identifizierten versagenskritischen Bauteilpositionen und -bereiche von praktischem Wert. Mit größeren Bereichen geht eine stärkere Mittelung – möglicherweise Verfälschung – der ermittelten Spannungen einher.

Daneben muss zur Ermittlung der Größe der Spannungen stets eine unterstützende Berechnung durchgeführt werden, da eine direkte Messung im Experiment kaum möglich ist. Bei der Umrechnung von am Bauteil experimentell gemessenen Dehnungen oder auch die Ermittlung der Spannungen aus einem simulationsgestützten, virtuellen Versuch fallen zwangsläufig Unsicherheiten an. Diese liegen zunächst in einem ungenauen Materialmodell, aber auch in Abweichungen begründet, die sich auf die Identifikation des genauen Fertigungszustandes des Referenzbauteils beziehen.

Folgende Maßnahmen haben Aussicht auf eine Verringerung der Unsicherheiten bei der Bauteildefinition und Identifikation kritischer Positionen:

1. die genaue Definition des Bauteils selbst, einschließlich Geometrie, Lastfälle und Streubreiten der nominellen Werte für eine probabilistische Analyse;
2. die genaue Festlegung der Parameter bei der AF zusammen mit Prozessbedingungen und Nachbehandlungsschritten;
3. eine einheitliche, erprobte Definition der durch die Struktur-Nachweisprobe zu repräsentierenden Kritikalität sowie die Art und Weise, wie die kritischen Positionen im Bauteil identifiziert werden;
4. eine umfassende, detaillierte Materialcharakterisierung und Modellbildung zur hinreichend genauen Vorhersage des Bauteilverhaltens im Fertigungszustand.

Da alle Maßnahmen auf einer genauen Definition oder Abbildung von Prozessparametern und Struktureigenschaften beruhen, bietet sich im Allgemeinen ein **datengestützter AF-Prozess** zur Verringerung auftretender Unsicherheiten an [12, 21]. Dabei werden zwischen den einzelnen Schritten im AF-Prozess Daten, z. B. für Ein- und Ausgabeparameter, Mess- und Überwachungsdaten, aufgenommen, gespeichert und für eine automatische Entscheidungsfindung eingesetzt. Zwischen den Schritten werden somit klare Schnittstellen definiert. Dadurch besteht nicht nur die Notwendigkeit, Eingaben genau festzulegen, sondern auch die Möglichkeit, Messdaten und Ergebnisse zentral zu quantifizieren und so für Vorhersagemodelle einzusetzen.

7.2.2 Schritt N1: Fertigung

Viele für die Fertigung des Referenzbauteils selbst geltenden Unsicherheiten, wie etwa Fertigungsparameter, Position und Ausrichtung im Bauraum sowie auftretende systematische oder spontane Imperfektionen, spielen auch für die Fertigung der Struktur-Nachweisprobe eine wichtige Rolle. Wie in Abschnitt 6.2 dargelegt, beeinflussen Imperfektionen wie z. B. Oberflächenrauigkeit, Eigenspannungen und Anisotropie das Probenverhalten so, dass eine simulationsgestützte Vorhersage mittels virtuellem Versuch von Herausforderungen geprägt ist. Eine im Vergleich zur geometrischen Definition der Probe abweichende wirksame Geometrie kann somit das Strukturverhalten der Nachweisprobe im Vergleich zur TO-Lösung so verändern, dass nur deutlich höhere Spannungsabweichungen $\Delta\sigma$ erzielt oder gar ungünstige Versagensformen an anderen Positionen der Probe erzeugt werden. Anisotrope Materialeigenschaften, vor allem hinsichtlich Fließen und Bruchversagen, erschweren die Modellbildung für eine treffsichere Vorhersage des Probenverhaltens. Zugleich verstärken eine raue Oberfläche und vorhandene Eigenspannungen vorzeitiges lokales Fließen aufgrund eines inhomogenen Materialgefüges. In dieser Arbeit wurden noch keine Einflüsse von Abweichungen der realen von der definierten Probenform oder von Poren und Einschlüssen analysiert. Dennoch ist von einer zusätzlichen, verändernden Wirkung dieser Imperfektionen bezüglich des erwarteten Probenverhaltens auszugehen.

Neben Unsicherheiten im Verhalten der Struktur-Nachweisprobe selbst, bestehen auch Abweichungen der Materialeigenschaften hinsichtlich der Position im Bauraum während des Fertigungsprozesses [22, 157]. Ob eine Nachweisprobe dann an ihrer spezifischen Position im Bauraum die Materialeigenschaften des zugleich gefertigten Referenzbauteils an einer anderen Position repräsentieren kann, bleibt unsicher und sollte bei der Methodik zur Erzeugung der Struktur-Nachweisprobe berücksichtigt werden. Ebenso muss der Einfluss kritischer *geometrischer* Merkmale des Referenzbauteils auf die Nachweisfähigkeit der Geometrie der Struktur-Nachweisprobe genauer untersucht werden. Es würden dann nicht nur versagenskritische Spannungszustände allein, sondern z. B. im Zusammenspiel mit auftretenden Kerben oder Formdetails in die Erzeugung der Nachweisprobe einfließen. Diese hätten wiederum Auswirkungen auf die Scanstrategie und damit die realen, lokalen Eigenschaften der Nachweisprobe. Bereits im Abschnitt 7.1.1 wurden Ansatzpunkte genannt, die sich auf eine erweiterte Formulierung des TO-Problems beziehen, sodass Anforderungen an die Fertigung und geometrisch bedingte Materialerzeugung der Nachweisprobe berücksichtigt werden können. Daran schließen sich die hier als zielführend identifizierten Maßnahmen an:

1. eine detaillierte, genaue Modellierung der auftretenden und wirksamen Imperfektionen, um die Genauigkeit der Simulationsmodelle zur Vorhersage des Probenverhaltens zu erhöhen;

2. die Einbindung zusätzlicher Parameter und Anforderungen an die Fertigung, inklusive der Nachweisfähigkeit an verschiedenen Bauraumpositionen, in den TO-Prozess.

7.2.3 Schritte N2 und N3: Experimentelle Prüfung und indirekte Qualitätsbewertung

Die Ergebnisse aus Abschnitt 6.2 haben gezeigt, dass die Randbedingungen bei der experimentellen Prüfung von Struktur-Nachweisproben klar definierbar sein müssen. Dadurch können Simulationsmodelle einfach und hinreichend genau angepasst werden, um das Probenverhalten sicher wiedergeben zu können. Beispielsweise bieten sich statt des in dieser Arbeit verwendeten Aufbaus mit Spannbacken Vorrichtungen mit Säulenführungen zur Erhöhung der Querstabilität und Minimierung der Freiheitsgrade der Probe an. Auch Versuchsaufbauten mit mehr Freiheiten wie z. B. mit einer Kette sind denkbar, um die Kinematik der Versuchsvorrichtung bei Belastung durch einfachere Elemente und dadurch zielsicher zu modellieren. Für Proben mit rauer Oberfläche kann zudem eine von der Prüfkraft unabhängige Einspannung etwa durch hydraulische Spannbacken oder Bolzenverbindungen einen sichereren Kontakt zwischen Probe und Prüfmaschine herstellen.

Weiterhin treten bei der Ermittlung der Spannungen im Experiment insofern Herausforderungen auf, als eine direkte Messung in der Regel nicht möglich ist. Stattdessen liegt besondere Bedeutung in einer exakten, hochaufgelösten Messung der Dehnungen. Zu Unsicherheiten des gesamten Vorbereitungs- und Messablaufs gehören hier die Probenvorbereitung mittels Lackierung eines feinen, zufälligen Musters, die Einrichtung der optischen Geräte für die digitale Bildkorrelation sowie die Datenauswertung. Alle Schritte und die Genauigkeit ihrer Ergebnisse sind stark von der Benutzererfahrung abhängig und spiegeln sich in Abweichungen der gemessenen und ausgewerteten Dehnungen wider. So wurden in den vorliegenden Untersuchungen die Eckpunkte der Zielbereiche gemessen, um mittels numerischer Simulation daraus die Spannungen zu berechnen. Dieses Prozedere wird umso genauer, je mehr Informationen aus dem Experiment in die numerische Spannungsermittlung fließen, also z. B. ein gesamtes Dehnungsfeld des realen Zielbereichs übertragen auf ein detailliertes Modell mit mehreren FE. Wiederum wird hier, wie oben beschrieben, eine umfassende, detaillierte Materialcharakterisierung benötigt, um die Unsicherheiten bei der numerischen Spannungsermittlung zu verringern.

Da die Prüfergebnisse Aussagen über die Qualität des Referenzbauteils ermöglichen sollen, sind enge, sichere Analogien der Struktureigenschaften notwendig. Hier spielen eine hohe Sensitivität und die korrekte Position des Erstversagens in der Struktur-Nachweisprobe eine Rolle. Beides wird durch eine gute Nachweisfähigkeit der Probe, z. B. einer geringen Spannungsabweichung $\Delta\sigma$ und einem hohen Betrag $|g_s|$, und sicheren, präzisen Modellen begünstigt. Zuletzt sollten die verbleibenden Unsicherheiten quantifiziert werden können, damit das Prüfergebnis der

Struktur-Nachweisprobe für die menschliche oder computergestützte Qualitätsentscheidung einfach interpretiert werden kann und folglich transparent wird.

Von vorrangiger Bedeutung für eine sichere Prüfung und Qualitätsbewertung der Struktur-Nachweisprobe erscheinen die folgenden Maßnahmen:

1. die Verwendung eines klar definierbaren, einfach abzubildenden Prüfaufbaus mit sicherer Probeneinspannung;
2. einer wiederholbar präzisen Probenvorbereitung für die Dehnungsmessung;
3. der Einbezug genauerer Dehnungsinformationen und Simulationsmodelle für die Spannungsermittlung;
4. einer einheitlichen Quantifizierung der Prüfergebnisse, z. B. durch eine statistische Datenbasis, um Aussagen zur Qualität des Referenzbauteils zu ermöglichen.

Daneben profitieren die Ergebnisse der Probenprüfung in hohem Maße von höheren Sicherheiten in den Schritten zuvor (z. B. Modellierung von Material und Imperfektionen), wodurch das Charakterisierungsvermögen der Struktur-Nachweisprobe verstärkt wird.

7.3 Steigerung der Effizienz der Methodik zur Erzeugung von Struktur-Nachweisproben

In erster Linie wird die vorgestellte Methodik zur Erzeugung von Struktur-Nachweisproben dadurch effizienter, dass die vorgestellten **Unsicherheiten** in den einzelnen Schritten so klein wie möglich gehalten werden. Zunächst steigt mit höherer Sicherheit der Methoden das Charakterisierungsvermögen der Nachweisprobe. Genauere Ergebnisse stehen damit für eine höhere Probeneffektivität. In der Folge ist bei einem gedachten Versuchsprogramm aufgrund höherer statistischer Sicherheit ein geringerer Prüfaufwand nötig. Unter Verwendung einer Datenbasis für eine statistische, zahlenmäßige Bewertung der Bauteilqualität ergibt sich aus effektiveren, genaueren Methoden dann auch eine höhere Prozesseffizienz durch geringeren Ressourcenbedarf bei der Erprobung und kleinere Ausschussquoten. Abbildung 7.2 setzt die in den vorigen Abschnitten genannten Unsicherheiten gemäß ihrer Quellen in Beziehung.

Um geringere Unsicherheiten zu erreichen und dadurch die Prozesseffizienz zu erhöhen, wurden zuvor Maßnahmen vorgeschlagen. In Tabelle 7.1 sind die wichtigsten gelistet und hinsichtlich ihres Einflusses auf die Effizienz der Methodik priorisiert.

Unter den genannten Maßnahmen birgt der Einsatz von **Gradientenverfahren** (GV) zur TO der Struktur-Nachweisprobe großes Potential, die Effizienz der Methodik wesentlich zu erhöhen. Dies geschieht durch die deutlich bessere Skalierbarkeit des TO-Problems hin zu höheren Auflösun-

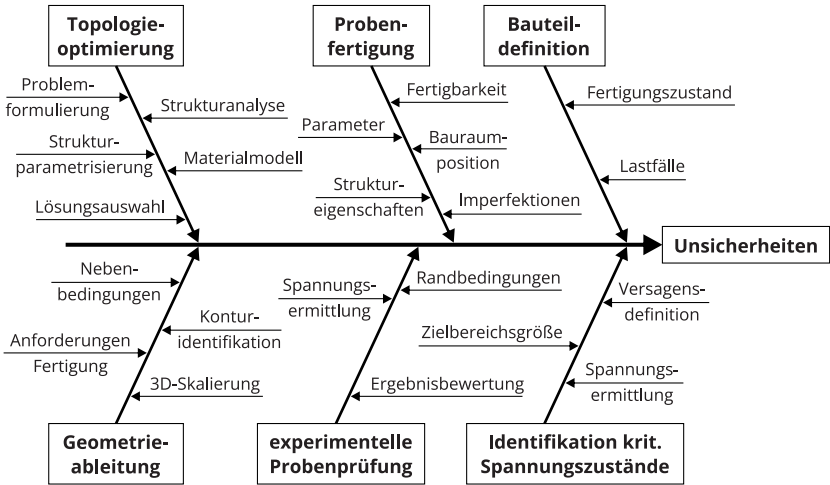


Abbildung 7.2: Unsicherheiten im Gesamtprozess zur Erzeugung einer Struktur-Nachweisprobe

gen, folglich zu einer transparenteren Geometrieableitung und eines effektiveren Nachweises mit geringeren Spannungsabweichungen $\Delta\sigma$. Den Kernpunkt dieses Verbesserungsansatzes stellt die Suche nach einer geeigneten Problemformulierung dar: Nach wie vor ist unbekannt, ob mit GV das TO-Problem der Nachweisprobe ausreichend behandelbar ist (1. Nebenhypothese) – besonders hinsichtlich der Einhaltung der Nebenbedingung g_s zu versagenskritischen Spannungszuständen. Einen möglichen Ansatzpunkt bildet eine zweistufige TO-Methode, bei der die Nebenbedingung g_s erst zu einem späteren Zeitpunkt zugeschaltet wird. Gleichzeitig erscheinen Strategien wirkungsvoll, Spannungsspitzen in funktionalen Strukturelementen wie z. B. Quasi-Gelenken zu vermeiden. Daneben kann die Einhaltung der Nebenbedingungen auch durch einen modifizierten Optimierungsalgorithmus geschehen. Hier sind hybride Verfahren denkbar, die zunächst global z. B. mittels EA optimieren und zufällige Startpunkte suchen. GV erzeugen anschließend auf effiziente Weise die nächstliegende Strukturlösung. Dadurch werden Rechenressourcen gespart und die Skalierbarkeit der TO-Methode bleibt bestehen.

Zuletzt ergibt sich einerseits aus der Notwendigkeit, Unsicherheiten zu verringern, andererseits aus dem Potential datengestützter Methoden die Notwendigkeit eines **automatisierten Gesamtprozesses**, um die Effizienz der vorgestellten Methodik zur Erzeugung von Struktur-Nachweisproben weiter zu erhöhen. Daraus entsteht der Bedarf, die zu Beginn dieses Kapitels aufgeführten Schritte zu formalisieren und demnach automatisch ablaufen zu lassen.

In der aktuell vorgestellten Methodik werden vor allem die TO in Schritt 2.1 und generell Struktursimulationen automatisch durchgeführt. Weiterhin läuft die AF selbständig im Sinne des

Tabelle 7.1: Maßnahmen zur Verringerung der Unsicherheiten Gesamtprozess zur Erzeugung einer Struktur-Nachweisprobe: priorisiert nach Einfluss auf die Steigerung der Prozesseffizienz (Priorität 1 mit hohem Einfluss)

Priorität	Maßnahme	Schritte
1	Einbindung eines datengestützten AF-Prozesses	alle
1	Etablierung effizienter GV	2.1
1	umfassende, detaillierte Materialcharakterisierung und -modellbildung	1, 2.1, N1, N2
1	umfassende, detaillierte Modellbildung auftretender Imperfektionen bei der AF	1, 2.1, N1, N2
2	vollständige, effiziente Problemformulierung unter Berücksichtigung praktischer Anforderungen	2.1, 2.2, 2.3, N1, N2
2	Verwendung eines klar definierbaren, einfach abzubildenden Prüfaufbaus	2.1, N2
2	konturbasierte Strukturparametrisierung	2.1, 2.2, 2.3
2	Formoptimierung für die Geometrieableitung	2.2, 2.3
2	Einbindung materiell und geometrisch nichtlinearer Methoden zur Strukturanalyse in die TO	2.1, N2
3	wiederholbar präzise Probenvorbereitung zur Dehnungsmessung	N2
3	einheitliche Quantifizierung und Aufbereitung der Prüfergebnisse für die indirekte Qualitätsbewertung der Struktur-Nachweisprobe	N3

Maschinenherstellers ab. Wichtige grundsätzliche Fertigungsparameter werden dabei für eine hohe Produktqualität sichergestellt. Allerdings war in dieser Arbeit zum Zeitpunkt der Herstellung der Material- und Struktur-Nachweisproben keine Vorrichtung installiert, um die Produktqualität während der Fertigung zu messen und zu regeln. Weitere Schritte im Gesamtprozess zur Probenerzeugung verlaufen mit dem Stand dieser Arbeit noch weitgehend händisch.

Eine automatische Erstellung von Simulationsmodellen trägt besondere Bedeutung für die Identifikation kritischer Bauteilpositionen (Schritt 1) und die Fertigung und Prüfung der Nachweisprobe (Schritte N1 und N2). Dabei sollte die Vernetzung der Strukturen anhand von Tetraeder-Elementen geschehen, da nur so ein zuverlässiges Vorgehen für alle möglichen komplexen Geometrien sichergestellt werden kann. Dazu bieten sich verschiedene frei verfügbare Programme und Bibliotheken an, z. B. TetGen¹, libMesh² oder FEniCS³.

¹wias-berlin.de/software/index.jsp?id=TetGen [Abruf: 10.10.2025]

²libmesh.github.io [Abruf: 10.10.2025]

³docs.fenicsproject.org [Abruf: 10.10.2025]

Auf dem Weg von einer TO-Lösung zur finalen Probengeometrie (Schritte 2.1 bis 2.3) können sowohl die Auswahl der gefundenen Strukturlösungen als auch die anschließende Formoptimierung auf relativ einfache Weise automatisiert werden. Dazu schließt sich an das TO-Problem ein weiteres Optimierungsproblem an, das aufgrund übernommener Nebenbedingungen eine bestimmte Menge von Eingabeparametern mit dem ursprünglichen Problem teilt. Deutlich unterscheidet sich hingegen die Geometrieparametrisierung, die eher durch CAD-orientierte, geometrische Parameter als die Dichtewerte der Elemente bei der TO bestimmt ist.

Für die automatisierte Prüfung der Struktur-Nachweisproben (Schritt N2) sind einerseits Methoden zur selbständigen Erzeugung eines Materialmodells relevant. Hier sollten Ergebnisse aus Materialversuchen als Eingabe für ein Prozedere dienen, das anhand eines Zielmodells relevante Eingaben extrahiert, aufbereitet und mittels virtueller Versuche kalibriert. Hilfreich erscheint eine zentrale Materialdatenbank wie z. B. das proprietäre Ansys Granta (Ansys, Inc.) oder WIAM MaterialsHub (WIAM GmbH), um bereits bekannte Materialien und Materialmodelle abrufen zu können und nicht neu kalibrieren zu müssen. Andererseits spielen Methoden zur Analyse des Fertigungszustandes der Proben eine wichtige Rolle, um die Strukturreaktion unter dem Einfluss von Imperfektionen besser vorhersagen zu können. Kernpunkt dieses Vorgehens bilden stets Messdaten aus verschiedenen Verfahren, z. B. Computertomographie oder 3D-Scans, die automatisch für die Modellbildung aufzubereiten sind. Für die spätere Qualitätsbewertung müssen zuletzt Prüf- und Simulationsergebnisse programmatisch verarbeitet und dem Benutzer auf geeignete Weise präsentiert werden.

Trotz denkbarer Ansätze zur Automatisierung des Gesamtprozesses gibt es Teilschritte, die nicht vollständig automatisierbar sind. Dazu gehören alle praktischen Vorkehrungen zur Probenvor- und -nachbereitung für Fertigung und Prüfung der Nachweisprobe sowie für die Materialcharakterisierung (Schritte N2 und N3). Auch die endgültige Qualitätsbewertung bedarf aus Gründen der notwendigen Autorität einer Entscheidung durch den Benutzer. Im Allgemeinen müssen alle automatisch ablaufenden Schritte im Gesamtprozess regelmäßig vom Benutzer beaufsichtigt und überprüft werden.

7.4 Bedeutung im industriellen Umfeld und Ansatzpunkte für zukünftige Entwicklungen

Ein Musterbeispiel für die Anwendung der Struktur-Nachweisprobe an einem Bauteil der Luftfahrt-industrie wird im Abschnitt 6.3 anhand einer Türverriegelungswelle skizziert. So würde sich die Prüfung des Strukturversagens der Welle deutlich vereinfachen: Statt einer Torsionseinspannung mit mindestens zwei Aktoren wäre nur eine einfache Zugprüfung der Struktur-Nachweisprobe nötig. Die wirtschaftlichen Vorteile dieser Methode zur indirekten Bewertung der strukturel-

chanischen Qualität des Referenzbauteils liegen auf der Hand. Als Voraussetzung für diesen Nutzen gilt die hinreichend genaue Abbildbarkeit des Strukturversagens durch die Struktur-Nachweisprobe. Unter der Voraussetzung einer genauen und zuverlässigen Nachweisfähigkeit könnte die vorgestellte Methodik zur Erzeugung einer Struktur-Nachweisprobe auch im Rahmen der Bauteil- und Prozessqualifikation eingesetzt werden. Hier sind allerdings deutlich höhere Anforderungen notwendig, um die Zulassung mit Nicht-Standardmethoden umzusetzen.

Nichtsdestoweniger beschreibt die in dieser Arbeit vorgestellte Struktur-Nachweisprobe die wirtschaftlich günstige Form einer zusätzlichen Aussage zur strukturmechanischen Qualität im AF-Prozess. Da die Nachweisprobe früh im Prozess, d. h. direkt nach der Fertigung (In-Prozess), physisch vorliegt, kann die Qualitätsbewertung im Sinne der Schritte N2 und N3 sogar parallel und damit effizient bearbeitet werden. Zugleich gibt sie die Möglichkeit, über noch einen großen Teil der im AF-Prozess aufzuwendenden Ressourcen im Bereich der Nachbearbeitung entscheiden zu können und bietet folglich Raum für ereignisangepasste Prozessoptimierungen während der Bauteilproduktion. Ziel bleibt hier die Minimierung von Imperfektionen im finalen Bauteil am Ende des Gesamt-AF-Prozesses.

Stehen einmal hinreichend genaue Simulationsmodelle zur Abbildung von Imperfektionen zur Verfügung, bereiten die Struktur-Nachweisproben umgekehrt Möglichkeiten zur Strukturauslegung in Form eines *imperfektionstoleranten Designs*, analog zum schadenstoleranten Design von Luftfahrzeugstrukturen [147]. Wo dort Schäden in der Struktur bis zu einem gewissen Maß toleriert und das Luftfahrzeug bis zur Wartung weiterbetrieben werden darf, sind hier Imperfektionen nicht zwangsläufig zu minimieren, sondern bis zu einem bestimmten Grad gestattet. Damit fließt die Wirkung der Imperfektionen schon in die Auslegung des Referenzbauteils ein, zugleich auch in die der Struktur-Nachweisprobe. Die Prüfung der Nachweisprobe tritt gewissermaßen an die Stelle aufwendiger Nachbehandlungsverfahren zur Minimierung der Imperfektionen und kann den AF-Prozess deutlich verschlanken. Ebenfalls hätte eine Struktur-Nachweisprobe das Potential, Materialcharakterisierungen effizienter, z. B. durch mehrere Zielbereiche, oder besser an das Referenzbauteil angepasst, z. B. durch mehrachsige Zielspannungsvorgaben, umzusetzen. Damit verringerte sich nicht nur der Prüfaufwand im Rahmen der Qualitätssicherung, sondern auch für eine grundlegend neue Prozessqualifikation. Dafür wäre eine etablierte, sichere Anwendung der Struktur-Nachweisprobe eine wichtige Voraussetzung.

Hier können und sollten zukünftig einerseits Ermüdungsfestigkeiten als Qualitätszielgrößen und andererseits der Einfluss weiterer Imperfektionen wie z. B. Poren oder Formabweichungen untersucht werden. Beide Aspekte spielen bei der Auslegung und dem Strukturnachweis von additiv gefertigten Bauteilen eine wichtige Rolle.

Da in dieser Arbeit die Struktur-Nachweisprobe anhand versagenskritischer Spannungszustände formuliert wurde, sind auch Anwendungsmöglichkeiten der Probe unabhängig von einem Re-

ferenzbauteil denkbar. So produziert die Struktur-Nachweisprobe bei einfacher Zugbelastung einen oder mehrere ein- oder mehrachsige Spannungszustände. Die Probenetopologie lässt sich auf diese Weise selbst als Versuchsstand zur Erzeugung komplexerer Spannungszustände interpretieren. Einerseits kann – wie in dieser Arbeit im Grunde geschehen – die funktionelle Struktur des Versuchsstands mittels AF aus dem Zielmaterial hergestellt werden und dient folglich zur Untersuchung von Versagensmechanismen unter komplexer Beanspruchung. Andererseits stellen die Ergebnisse aus der TO eine abstrakte Anregung zur Auslegung eines unabhängigen Versuchsstandes dar. Funktionelle Strukturen der Nachweisprobe könnten insofern in eine Aktorkinematik umgesetzt werden. Eine ähnliche Untersuchung wurde von Dextl u.a. [158] durchgeführt, um einen vorgegebenen Spannungszustand mithilfe einer optimalen Aktoranordnung und -wirkung zu erreichen. Eine vorhandene Struktur-Nachweisprobe könnte den dort beschriebenen Optimierungsprozess anhand von geeigneten Startlösungen beschleunigen.

Neben der Anwendung bei additiv gefertigten Teilen kann die in der vorliegenden Arbeit beschriebene Struktur-Nachweisprobe auch auf Faser-Kunststoff-Verbunde angewandt werden. Die bereits gängige Praxis einer Mitlaufprobe zur Prozesskontrolle wird durch das hier beschriebene Konzept der Nachweisprobe verbessert und verallgemeinert. Kritische Bauteilpositionen dienen in Form von Dehnungsvektoren ϵ_0 als Eingabe für die TO. Gleichzeitig spielen stark anisotrope Materialeigenschaften eine wichtige Rolle. Als Vorteile im Gegensatz zu einer additiv gefertigten Struktur-Nachweisprobe gelten zum einen, dass kritische Dehnungszustände im Experiment direkt gemessen werden können. Zum anderen spielen nichtlineare Materialeigenschaften bei der Versagensmodellierung von Faser-Kunststoff-Verbunden eine geringere Rolle, wodurch bereits einfache Material- und Strukturmodelle für die TO und virtuelle Prüfung der Nachweisproben hinreichend genaue Ergebnisse liefern.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit hatte zum Ziel, eine Methodik zur Erzeugung einer sogenannten Struktur-Nachweisprobe zu etablieren. In Abgrenzung zu herkömmlichen Nachweisproben (*witness specimens*) liegt der Fokus darauf, kritische Positionen in einem konkreten, additiv gefertigten Referenzbauteil zu repräsentieren. Indem die Struktur-Nachweisprobe eine zerstörende Prüfung durchläuft, wird eine indirekte, quasi zerstörungsfreie Bewertung der strukturellen Qualität des Bauteils ermöglicht. In dieser Arbeit wurde die Nachweisprobe so definiert, dass versagenskritische Spannungszustände im Referenzbauteil auch zum Versagen in der Probe führen.

Durch diese Form der Struktur-Nachweisprobe wird eine Möglichkeit geboten, mit relativ geringem Aufwand eine zusätzliche Art der Qualitätsbewertung schon früh im AF-Prozess zu schaffen. Dementsprechend können Ressourcen, besonders im Post-Prozess in Form von Nachbehandlungsschritten, bedarfsgerechter und damit effizienter eingesetzt werden.

In den Kapiteln 2 und 3 wurden die Grundlagen für die vorgestellte Methodik sowie die Definition der Struktur-Nachweisprobe beschrieben. Eine Übersicht bot mögliche Ansätze zur TO der Nachweisprobe. Daraufhin stellten Kapitel 4 und 5 konkrete Problembeschreibungen für die TO der Struktur-Nachweisprobe vor. Diese TO-Probleme gelten als Kernpunkt dieser Arbeit, indem die Grundlagen für die Probenerzeugung von zwei Seiten beleuchtet werden: zum einen anhand einer direkten Problemformulierung und -behandlung mittels EA als globale Optimierungsverfahren, zum anderen mit einer Problemformulierung basierend auf klassischen Ansätzen zur TO und effizienten GV als lokale Optimierungsverfahren.

Von beiden Optimierungsansätzen führte nur die TO mit EA zu annehmbaren Strukturlösungen mit mittlerer Auflösung, klaren Konturen und geringen Abweichungen vom kritischen Zielspannungszustand (vgl. Kapitel 4). Zahlreiche verschiedene Konfigurationen mussten hier durch Modifikation des TO-Problems hinsichtlich Nebenbedingungen, Zielfunktion und Entwurfsraum analysiert werden, um sich schrittweise einer zielführenden Formulierung zu nähern. Die Untersuchungen identifizierten Grenzen des TO-Ansatzes bezüglich der Problemskalierbarkeit: Mehrere Zielspannungszustände und hohe Auflösungen konnten trotz großem Aufwand von Rechenressourcen nicht zufriedenstellend umgesetzt werden. Alle Topologien beschränkten sich auf 2D.

Dem wurde durch GV und klassische Ansätze für Strukturparametrisierung und Optimierungsalgorithmen eine Möglichkeit gegenübergestellt, das TO-Problem der Struktur-Nachweisprobe deutlich größer zu skalieren (vgl. Kapitel 5). Der Rechenbedarf verringerte sich unter Anwendung von GV bei ähnlicher Problemgröße um drei Größenordnungen. Neben 2D-Strukturlösungen mit glatten Konturen wurden auch Probentopologien in 3D erzeugt. Allerdings konnte keine geeigne-

te Formulierung des TO-Problems gefunden werden, die alle Nebenbedingungen zuverlässig erfüllt.

Aus diesem Grund dienten nur die aus der TO mit EA gefundenen Strukturlösungen als Eingabe für die Geometrieableitung und die Validierung mittels numerischer und experimenteller Untersuchungen im Kapitel 6. Mit einer großteils händischen Ableitung der 3D-Geometrie für die reale Struktur-Nachweisprobe wurden insgesamt vier verschiedene Zielspannungsvorgaben, d. h. Probengeometrien, umgesetzt: einzelne Zielbereiche mit Druckspannung quer zur Belastungsrichtung und Schubspannung sowie mehrere Zielbereiche mit verschiedenen Spannungszuständen, unter anderem Zug quer zur Belastungsrichtung. Die anschließende Validierung bedurfte der Kalibrierung eines Modells für das verwendete Ausgangsmaterial, die Aluminiumlegierung AlSi10Mg. Hier wurde das Modell **MAT_213** aus LS-Dyna (Ansys, Inc.) mit tabellierter Eingabe von Ergebnissen aus einer Materialprüfung als geeignet angesehen. In der darauffolgenden experimentellen Prüfung der Struktur-Nachweisproben bildete **MAT_213** die Grundlage für die Ermittlung der Spannungen in den Zielbereichen. Um den Einfluss einiger wichtiger Imperfektionen, d. h. einer rauen Oberfläche, Eigenspannungen und Materialanisotropie, auf das Probenverhalten einzuschätzen, wurden neben Nachweisproben im Bauzustand (as-built, mit rauer Oberfläche), d. h. ohne weitere Nachbehandlung, auch Proben im T6-wärmebehandelten Zustand, mit glatter Oberfläche und verschiedenen Ausrichtungen im Bauraum berücksichtigt. Alle realen Versuche wurden anhand detaillierter Simulationsmodelle in virtuellen Versuchen nachgestellt. Abweichungen dienten als Anhaltspunkte für die vermutete Wirkung der betrachteten Imperfektionen auf das Verhalten der Struktur-Nachweisprobe: Eine raue Oberfläche veränderte nicht nur die wirkende Geometrie der Probe und damit das Strukturverhalten. Sie verursachte ebenso Unsicherheiten im Experiment bei der optischen Dehnungsmessung. Weiterhin wird eine verstärkende Wirkung der Oberflächenrauigkeit und vorhandenen Eigenspannungen auf vorzeitiges, lokales Materialfließen aufgrund einer inhomogenen Materialkonstitution vermutet. Insbesondere schräge Probenausrichtungen im Bauraum begünstigten im Zusammenspiel mit Materialinhomogenitäten zu frühes Versagen außerhalb der Zielbereiche.

Anhand eines praktischen Beispiels in Form einer Türverriegelungswelle des Airbus A350XWB wurde der Prozess zur Erzeugung einer Struktur-Nachweisprobe an realistischen Zielspannungsvorgaben demonstriert. TO-Lösungen enthielten direkt aus der Welle als Referenzbauteil entnommene mehrachsige, versagenskritische Spannungszustände. Im Sinne der Anforderungen gültige Geometrien konnten aus den TO-Lösungen abgeleitet werden. Allerdings bewegten sich die mittleren Spannungsabweichungen im Bereich der Probengeometrien mit mehreren Zielbereichen und lagen damit höher als die von einfacheren Zielspannungsvorgaben.

Vorrangige Bedeutung für die Verbesserung der vorgestellten Methodik zur Erzeugung von Struktur-Nachweisproben besitzen Maßnahmen, welche die Unsicherheiten in jedem Schritt des skizzierten Gesamtprozesses verringern. Schwerpunkte bilden hier die Verbesserung der

TO-Methode bezüglich Effizienz, Skalierbarkeit und der Behandlung von Nebenbedingungen sowie die Übertragung der TO-Lösung auf eine reale Probengeometrie. Hier sollte eine auf dem TO-Problem aufbauende Formoptimierung für eine wiederholbar effektive Geometrieableitung eingesetzt werden.

Angesichts des Pioniercharakters der in dieser Arbeit vorgestellten Methodik bestehen zwar noch Herausforderungen bei der sicheren, automatischen Erzeugung von Struktur-Nachweisproben. Jedoch liegen perspektivisch Vorteile für eine industrielle Anwendung auf der Hand. Mittels eines zukünftig größtenteils automatisierten Gesamtprozesses zur Erzeugung einer Struktur-Nachweisprobe und der detaillierten Modellierung des Einflusses von Imperfektionen besteht eine effiziente, parallele Möglichkeit zur indirekten Qualitätsbewertung eines additiv gefertigten Bauteils. Diese Art der Bewertung vermag den AF-Prozess mindestens effizienter, folglich wirtschaftlich günstiger zu machen. Zudem wird mit der Struktur-Nachweisprobe ein Mittel vorgestellt, einfache Prüfungen im Rahmen einer imperfektionstoleranten Auslegung umzusetzen.

Darüber hinaus können Struktur-Nachweisproben mit vorgegebenen kritischen Spannungszuständen im Allgemeinen komplexe Versuchsstände ersetzen, indem beispielsweise durch eine herkömmliche Zugprüfung alternative einachsige, mehrachsige oder auch mehrere Beanspruchungszustände erzeugt werden. Abseits der AF besteht für die Struktur-Nachweisprobe zudem das Potential, die bei der Herstellung von Faser-Kunststoff-Verbundbauteilen üblicherweise eingesetzten Mitlaufproben zur Prozesskontrolle weiter zu verbessern oder auch hinsichtlich vorgegebener kritischer Dehnungszustände zu verallgemeinern.

Wenn der Einsatz von Struktur-Nachweisproben in der Praxis erfolgreich erprobt wird, existiert ein Mittel, um die Qualität additiv gefertigter Bauteile auf einfache, effiziente Weise sicherer zu machen. Besonders in der Luft- und Raumfahrttechnik können Struktur-Nachweisproben der AF von Strukturbauteilen zu höherer Wirtschaftlichkeit, breiterem Einsatz und folglich zu kostengünstigerer, energieeffizienterer Fortbewegung verhelfen.

Literaturverzeichnis

- [1] Markatos, D. N. ; Pantelakis, S. G.: Assessment of the Impact of Material Selection on Aviation Sustainability, from a Circular Economy Perspective. In: *Aerospace* 9 (2022), Nr. 2, S. 52. doi: **10.3390/aerospace9020052**
- [2] International Air Transport Association (IATA): *Net zero carbon 2050 resolution – Fact sheet*. 2024
- [3] Gu, D.: *Laser Additive Manufacturing of High-Performance Materials*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2015. isbn: 9783662460887. doi: **10.1007/978-3-662-46089-4**
- [4] Attaran, M.: The rise of 3-D printing: The advantages of additive manufacturing over traditional manufacturing. In: *Business Horizons* 60 (2017), Nr. 5, S. 677–688. issn: 00076813. doi: **10.1016/j.bushor.2017.05.011**
- [5] DebRoy, T. ; Wei, H. L. ; Zuback, J. S. ; Mukherjee, T. ; Elmer, J. W. ; Milewski, J. O. ; Beese, A. M. ; Wilson-Heid, A. ; De, A. ; Zhang, W.: Additive manufacturing of metallic components – Process, structure and properties. In: *Progress in Materials Science* 92 (2018), S. 112–224. issn: 00796425. doi: **10.1016/j.pmatsci.2017.10.001**
- [6] Taylor, H. ; Garibay, E. ; Wicker, R.: Toward a common laser powder bed fusion qualification test artifact. In: *Additive Manufacturing* 39 (2021), S. 101803. doi: **10.1016/j.addma.2020.101803**
- [7] Geiger, M. ; Steger, W.: Design for manufacturing with generative production processes and a neutral test environment. In: *Computers in Industry* 28 (1995), Nr. 1, S. 29–33. issn: 01663615. doi: **10.1016/0166-3615(95)00032-7**
- [8] Gu, D. ; Meiners, W. ; Wissenbach, K. ; Poprawe, R.: Laser additive manufacturing of metallic components: materials, processes and mechanisms. In: *International Materials Reviews* 57 (2012), Nr. 3, S. 133–164. issn: 0950-6608, 1743-2804. doi: **10.1179/1743280411Y.0000000014**
- [9] VDI 3405: *Additive Fertigungsverfahren – Grundlagen, Begriffe, Verfahrensbeschreibungen*. VDI-Richtlinie. 2014
- [10] Godec, D. ; Gonzalez-Gutierrez, J. ; Nordin, A. ; Pei, E. ; Ureña Alcázar, J. (Hrsg.): *A Guide to Additive Manufacturing*. Springer International Publishing, 2022. isbn: 9783031058639. doi: **10.1007/978-3-031-05863-9**

- [11] Fuchs, D. ; Bartz, R. ; Kuschmitz, S. ; Vietor, T.: Necessary advances in computer-aided design to leverage on additive manufacturing design freedom. In: *International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJDeM)* 16 (2022), Nr. 4, S. 1633–1651. issn: 1955-2505. doi: **10.1007/s12008-022-00888-z**
- [12] Neumann, G. ; Schwarz, H. ; Groh, W. ; Winkler, K. ; Rümmler, C. ; Hähnel, F. ; Holfeld, D. ; Nebel, S. ; Markmiller, J.: A data-based certification approach for additively manufactured metal aircraft components. In: *Progress in Additive Manufacturing* (2025). issn: 2363-9520. doi: **10.1007/s40964-025-01107-3**
- [13] DIN 8580: *Fertigungsverfahren – Begriffe, Einteilung*. Norm. 2003
- [14] Blakey-Milner, B. ; Gradl, P. ; Snedden, G. ; Brooks, M. ; Pitot, J. ; Lopez, E. ; Leary, M. ; Berto, F. ; Plessis, A. du: Metal additive manufacturing in aerospace: A review. In: *Materials & Design* 209 (2021), S. 110008. doi: **10.1016/j.matdes.2021.110008**
- [15] Kokare, S. ; Shen, J. ; Fonseca, P. P. ; Lopes, J. G. ; Machado, C. M. ; Santos, T. G. ; Oliveira, J. P. ; Godina, R.: Wire arc additive manufacturing of a high-strength low-alloy steel part: environmental impacts, costs, and mechanical properties. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 134 (2024), Nr. 1–2, S. 453–475. issn: 1433-3015. doi: **10.1007/s00170-024-14144-z**
- [16] Kobenko, S. ; Dejus, D. ; Jättnieks, J. ; Pazars, D. ; Glaskova-Kuzmina, T.: Structural Integrity of the Aircraft Interior Spare Parts Produced by Additive Manufacturing. In: *Polymers* 14 (2022), Nr. 8, S. 1538. issn: 2073-4360. doi: **10.3390/polym14081538**
- [17] Diehl Aviation: *Diehl Aviation delivers its largest 3D-printed serial part to date*. url: <https://www.diehl.com/aviation/en/press-and-media/press/diehl-aviation-delivers-its-largest-3d-printed-serial-part-to-date/> [besucht am 25.01.2025]
- [18] Materialise NV: *30 Years of Innovation: Stable and Durable FDM Is Ideal for Aerospace*. url: <https://www.materialise.com/en/inspiration/articles/30-years-innovation-fused-deposition-modeling> [besucht am 25.01.2025]
- [19] Kok, Y. ; Tan, X. P. ; Wang, P. ; Nai, M. L. S. ; Loh, N. H. ; Liu, E. ; Tor, S. B.: Anisotropy and heterogeneity of microstructure and mechanical properties in metal additive manufacturing: A critical review. In: *Materials & Design* 139 (2018), S. 565–586. issn: 02641275. doi: **10.1016/j.matdes.2017.11.021**
- [20] Zhang, J. ; Wang, X. Z. ; Yu, W. W. ; Deng, Y. H.: Numerical investigation of the influence of process conditions on the temperature variation in fused deposition modeling. In:

- Materials & Design* 130 (2017), S. 59–68. issn: 02641275. doi:
10.1016/j.matdes.2017.05.040
- [21] Chua, C. ; Liu, Y. ; Williams, R. J. ; Chua, C. K. ; Sing, S. L.: In-process and post-process strategies for part quality assessment in metal powder bed fusion: A review. In: *Journal of Manufacturing Systems* 73 (2024), S. 75–105. issn: 0278-6125. doi:
10.1016/j.jmsy.2024.01.004
- [22] Rümmler, C. ; Neumann, G. R. H. ; Groh, W. ; Hähnel, F. ; Grumbt, G. ; Tropschuh, R. ; Schiemann, T. ; Markmiller, J. F. C.: Study of the influence of additive manufacturing applicable surface treatment methods on mechanical part properties for use in aerospace applications. In: *CEAS Aeronautical Journal* 1 (2024), S. 481–495. issn: 1869-5590. doi: **10.1007/s13272-024-00720-2**
- [23] Bourell, D. ; Kruth, J. P. ; Leu, M. ; Levy, G. ; Rosen, D. ; Beese, A. M. ; Clare, A.: Materials for additive manufacturing. In: *CIRP Annals* 66 (2017), Nr. 2, S. 659–681. issn: 00078506. doi:
10.1016/j.cirp.2017.05.009
- [24] Riemer, A. ; Leuders, S. ; Richard, H. A. ; Kullmer, G.: Optimierung der Werkstoffperformance lasergeschmolzener metallischer Werkstoffe. In: Richard, H. A. ; Schramm, B. ; Zipsner, T. (Hrsg.): *Additive Fertigung von Bauteilen und Strukturen*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2017, S. 173–188. isbn: 978-3-658-17780-5. doi: **10.1007/978-3-658-17780-5_11**
- [25] Chastand, V. ; Tezenas, A. ; Cadoret, Y. ; Quaegebeur, P. ; Maia, W. ; Charkaluk, E.: Fatigue characterization of Titanium Ti-6Al-4V samples produced by Additive Manufacturing. In: *Procedia Structural Integrity* 2 (2016), S. 3168–3176. issn: 24523216. doi:
10.1016/j.prostr.2016.06.395
- [26] Romano, S. ; Beretta, S. ; Brandão, A. ; Gumpinger, J. ; Ghidini, T.: HCF resistance of AlSi10Mg produced by SLM in relation to the presence of defects. In: *Procedia Structural Integrity* 7 (2017), S. 101–108. issn: 24523216. doi: **10.1016/j.prostr.2017.11.066**
- [27] Masuo, H. ; Tanaka, Y. ; Morokoshi, S. ; Yagura, H. ; Uchida, T. ; Yamamoto, Y. ; Murakami, Y.: Effects of Defects, Surface Roughness and HIP on Fatigue Strength of Ti-6Al-4V manufactured by Additive Manufacturing. In: *Procedia Structural Integrity* 7 (2017), S. 19–26. issn: 24523216. doi: **10.1016/j.prostr.2017.11.055**
- [28] Yamashita, Y. ; Murakami, T. ; Mihara, R. ; Okada, M. ; Murakami, Y.: Defect Analysis and Fatigue Design Basis for Ni-based Superalloy 718 manufactured by Additive Manufacturing. In: *Procedia Structural Integrity* 7 (2017), S. 11–18. issn: 24523216. doi:
10.1016/j.prostr.2017.11.054

- [29] Brandão, A. D. ; Gumpinger, J. ; Gschweidl, M. ; Seyfert, C. ; Hofbauer, P. ; Ghidini, T.: Fatigue Properties Of Additively Manufactured AlSi10Mg – Surface Treatment Effect. In: *Procedia Structural Integrity* 7 (2017), S. 58–66. issn: 24523216. doi: **10.1016/j.prostr.2017.11.061**
- [30] Wang, P. ; Lei, H. ; Zhu, X. ; Chen, H. ; Fang, D.: Influence of manufacturing geometric defects on the mechanical properties of AlSi10Mg alloy fabricated by selective laser melting. In: *Journal of Alloys and Compounds* 789 (2019), S. 852–859. issn: 09258388. doi: **10.1016/j.jallcom.2019.03.135**
- [31] Günther, J. ; Niendorf, T.: Neue Werkstoffe über additive Fertigung. In: *ACAMONTA – Zeitschrift für Freunde und Förderer der TU Bergakademie Freiberg* (2015), Nr. 22, S. 28–30
- [32] Smith, C. J. ; Gilbert, M. ; Todd, I. ; Derguti, F.: Application of layout optimization to the design of additively manufactured metallic components. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 54 (2016), Nr. 5, S. 1297–1313. issn: 1615-147X, 1615-1488. doi: **10.1007/s00158-016-1426-1**
- [33] Sert, E. ; Hitzler, L. ; Hafenstein, S. ; Merkel, M. ; Werner, E. ; Öchsner, A.: Tensile and compressive behaviour of additively manufactured AlSi10Mg samples. In: *Progress in Additive Manufacturing* 5 (2020), Nr. 3, S. 305–313. doi: **10.1007/s40964-020-00131-9**
- [34] Sert, E. ; Hitzler, L. ; Merkel, M. ; Werner, E. ; Öchsner, A.: Additive manufacturing of AlSi10Mg samples using the selective laser melting technique: correlation between tensile and torsion behaviour. In: *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 51 (2020), Nr. 7, S. 856–861. issn: 1521-4052. doi: **10.1002/mawe.202000083**
- [35] Tang, M. ; Pistorius, P. C.: Oxides, porosity and fatigue performance of AlSi10Mg parts produced by selective laser melting. In: *International Journal of Fatigue* 94 (2017), S. 192–201. issn: 01421123. doi: **10.1016/j.ijfatigue.2016.06.002**
- [36] Kirka, M. M. ; Greeley, D. A. ; Hawkins, C. ; Dehoff, R. R.: Effect of anisotropy and texture on the low cycle fatigue behavior of Inconel 718 processed via electron beam melting. In: *International Journal of Fatigue* 105 (2017), S. 235–243. issn: 01421123. doi: **10.1016/j.ijfatigue.2017.08.021**
- [37] Wörner, S. ; Jung, U. ; Friederich, H. ; Beier, H. T. ; Vormwald, M.: Rapid Prototyping im Maschinen- und Automobilbau – Ermüdungseigenschaften additiv gefertigter Bauteile. In: Richard, H. A. ; Schramm, B. ; Zipsner, T. (Hrsg.): *Additive Fertigung von Bauteilen und Strukturen*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2017, S. 1–20. isbn: 978-3-658-17779-9 978-3-658-17780-5. doi: **10.1007/978-3-658-17780-5_1**

- [38] Wang, L.-Z. ; Wang, S. ; Wu, J.-J.: Experimental investigation on densification behavior and surface roughness of AlSi10Mg powders produced by selective laser melting. In: *Optics & Laser Technology* 96 (2017), S. 88–96. issn: 00303992. doi: **10.1016/j.optlastec.2017.05.006**
- [39] Vastola, G. ; Zhang, G. ; Pei, Q. X. ; Zhang, Y.-W.: Controlling of residual stress in additive manufacturing of Ti6Al4V by finite element modeling. In: *Additive Manufacturing* 12 (2016), S. 231–239. issn: 22148604. doi: **10.1016/j.addma.2016.05.010**
- [40] Nelaturi, S. ; Shapiro, V.: Representation and analysis of additively manufactured parts. In: *Computer-Aided Design* 67-68 (2015), S. 13–23. issn: 00104485. doi: **10.1016/j.cad.2015.03.007**
- [41] Louw, D. F. ; Pistorius, P. G. H.: The effect of scan speed and hatch distance on prior-beta grain size in laser powder bed fused Ti-6Al-4V. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 103 (2019), Nr. 5–8, S. 2277–2286. issn: 1433-3015. doi: **10.1007/s00170-019-03719-w**
- [42] Liu, L. ; Ding, Q. ; Zhong, Y. ; Zou, J. ; Wu, J. ; Chiu, Y.-L. ; Li, J. ; Zhang, Z. ; Yu, Q. ; Shen, Z.: Dislocation network in additive manufactured steel breaks strength–ductility trade-off. In: *Materials Today* 21 (2018), Nr. 4, S. 354–361. issn: 13697021. doi: **10.1016/j.mattod.2017.11.004**
- [43] Zhu, Z. ; Anwer, N. ; Huang, Q. ; Mathieu, L.: Machine learning in tolerancing for additive manufacturing. In: *CIRP Annals* (2018). issn: 00078506. doi: **10.1016/j.cirp.2018.04.119**
- [44] Sochalski-Kolbus, L. M. ; Payzant, E. A. ; Cornwell, P. A. ; Watkins, T. R. ; Dehoff, R. R. ; Lorenz, M. ; Ovchinnikova, O. ; Duty, C.: Comparison of Residual Stresses in Inconel 718 Simple Parts Made by Electron Beam Melting and Direct Laser Metal Sintering. In: *Metallurgical and Materials Transactions A* 46A (2015), S. 1419–1432. doi: **10.1007/s11661-014-2722-2**
- [45] Helmer, H. ; Bauereiß, A. ; Singer, R. F. ; Körner, C.: Grain structure evolution in Inconel 718 during selective electron beam melting. In: *Materials Science and Engineering: A* 668 (2016), S. 180–187. issn: 09215093. doi: **10.1016/j.msea.2016.05.046**
- [46] Wan, H. ; Zhou, Z. ; Li, C. ; Chen, G. ; Zhang, G.: Effect of scanning strategy on grain structure and crystallographic texture of Inconel 718 processed by selective laser melting. In: *Journal of Materials Science & Technology* 34 (2018), Nr. 10, S. 1799–1804. issn: 10050302. doi: **10.1016/j.jmst.2018.02.002**

- [47] DePond, P. J. ; Guss, G. ; Ly, S. ; Calt, N. P. ; Deane, D. ; Khairallah, S. ; Matthews, M. J.: In situ measurements of layer roughness during laser powder bed fusion additive manufacturing using low coherence scanning interferometry. In: *Materials & Design* 154 (2018), S. 347–359. issn: 02641275. doi: **10.1016/j.matdes.2018.05.050**
- [48] Robinson, J. ; Ashton, I. ; Fox, P. ; Jones, E. ; Sutcliffe, C.: Determination of the effect of scan strategy on residual stress in laser powder bed fusion additive manufacturing. In: *Additive Manufacturing* 23 (2018), S. 13–24. doi: **10.1016/j.addma.2018.07.001**
- [49] Aboulkhair, N. T. ; Maskery, I. ; Tuck, C. ; Ashcroft, I. ; Everitt, N. M.: Improving the fatigue behaviour of a selectively laser melted aluminium alloy: Influence of heat treatment and surface quality. In: *Materials & Design* 104 (2016), S. 174–182. issn: 02641275. doi: **10.1016/j.matdes.2016.05.041**
- [50] Uzan, N. E. ; Ramati, S. ; Shneck, R. ; Frage, N. ; Yehekel, O.: On the effect of shot-peening on fatigue resistance of AlSi10Mg specimens fabricated by additive manufacturing using selective laser melting (AM-SLM). In: *Additive Manufacturing* 21 (2018), S. 458–464. issn: 22148604. doi: **10.1016/j.addma.2018.03.030**
- [51] Finrock, C. B. ; Exil, A. ; Carroll, J. D. ; Deibler, L.: Effect of Hot Isostatic Pressing and Powder Feedstock on Porosity, Microstructure, and Mechanical Properties of Selective Laser Melted AlSi10Mg. In: *Metallography, Microstructure, and Analysis* 7 (2018), Nr. 4, S. 443–456. doi: **10.1007/s13632-018-0456-z**
- [52] Michaeli, W. ; Wegener, M.: *Einführung in die Technologie der Faserverbundwerkstoffe*. München [u.a.]: Hanser, 1989. isbn: 3446157867
- [53] Metallic Materials Properties Development and Standardization (MMPDS): *MMPDS Handbook 2023 Volume I*. Battelle Memorial Institute, SAE International, 2023
- [54] Flemming, M. ; Roth, S.: *Faserverbundbauweisen - Eigenschaften ; mechanische, konstruktive, thermische, elektrische, ökologische, wirtschaftliche Aspekte*. Berlin [u.a.]: Springer, 2003. isbn: 3540006362
- [55] Metallic Materials Properties Development and Standardization (MMPDS): *MMPDS Handbook 2024 Volume II: Process Intensive Materials and Joining Technologies*. Battelle Memorial Institute, SAE International, 2024
- [56] Kruth, J.-P. ; Vandenbroucke, B. ; Vaerenbergh, J. ; Mercelis, P.: Benchmarking of different SLS/SLM processes as Rapid Manufacturing techniques. In: *IEEE Electron Device Letters* 10 (2005)
- [57] Rebaioli, L. ; Fassi, I.: A review on benchmark artifacts for evaluating the geometrical performance of additive manufacturing processes. In: *The International Journal of*

- Advanced Manufacturing Technology* 93 (2017), Nr. 5-8, S. 2571–2598. doi: **10.1007/s00170-017-0570-0**
- [58] Mahesh, M.: *Rapid prototyping and manufacturing benchmarking*. National University of Singapore, Diss. 2005
- [59] DIN EN ISO/ASTM 52902: *Additive Fertigung – Testkörper – Allgemeine Leitlinie für die Bewertung der geometrischen Leistung additiver Fertigungssysteme (AM-Systeme)*. Techn. Ber. 2023
- [60] Giganto, S. ; Martínez-Pellitero, S. ; Cuesta, E. ; Zapico, P. ; Barreiro, J.: Proposal of design rules for improving the accuracy of selective laser melting (SLM) manufacturing using benchmarks parts. In: *Rapid Prototyping Journal* 28 (2022), Nr. 6, S. 1129–1143. issn: 1355-2546. doi: **10.1108/rpj-06-2021-0130**
- [61] Kim, G. D. ; Oh, Y. T.: A benchmark study on rapid prototyping processes and machines: Quantitative comparisons of mechanical properties, accuracy, roughness, speed, and material cost. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture* 222 (2008), Nr. 2, S. 201–215. doi: **10.1243/09544054jem724**
- [62] Mauersberger, M. ; Hauße, A. ; Hähnel, F. ; Dextl, F. ; Markmiller, J. F. C.: Topology optimization of a benchmark artifact with target stress states using evolutionary algorithms. In: *Engineering with Computers* 40 (2023), Nr. 2, S. 1265–1288. issn: 1435-5663. doi: **10.1007/s00366-023-01860-5**
- [63] Mauersberger, M. ; Dextl, F. ; Markmiller, J. F. C.: Scaling-up topology optimization with target stress states via gradient-based algorithms. In: *Computers & Structures* 314 (2025), S. 107766. doi: **10.1016/j.compstruc.2025.107766**
- [64] Panda, B. K. ; Sahoo, S.: Thermo-mechanical modeling and validation of stress field during laser powder bed fusion of AlSi10Mg built part. In: *Results in Physics* 12 (2019), S. 1372–1381. issn: 22113797. doi: **10.1016/j.rinp.2019.01.002**
- [65] Song, X. ; Feih, S. ; Zhai, W. ; Sun, C.-N. ; Li, F. ; Maiti, R. ; Wei, J. ; Yang, Y. ; Oancea, V. ; Brandt, L. R. ; Korsunsky, A. M.: Advances in additive manufacturing process simulation: Residual stresses and distortion predictions in complex metallic components. In: *Materials & Design* 193 (2020), S. 108779. doi: **10.1016/j.matdes.2020.108779**
- [66] De Baere, D. ; Moshiri, M. ; Mohanty, S. ; Tosello, G. ; Hattel, J. H.: Numerical Investigation into the Effect of Different Parameters on the Geometrical Precision in the Laser-Based Powder Bed Fusion Process Chain. In: *Applied Sciences* 10 (2020), Nr. 10, S. 3414. doi: **10.3390/app10103414**

- [67] Taufek, T. ; Sulaiman, S. A. ; Manurung, Y. H. P. ; Adenan, M. S. ; Ahmad, S. N.: Simulation of Residual Stress and Distortion on Additively Manufactured SS316L Specimens Using Inherent Strain Method. In: *Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer Singapore, 2021, S. 657–668. doi: **10.1007/978-981-15-9505-9_59**
- [68] Rodgers, T. M. ; Madison, J. D. ; Tikare, V.: Simulation of metal additive manufacturing microstructures using kinetic Monte Carlo. In: *Computational Materials Science* 135 (2017), S. 78–89. issn: 09270256. doi: **10.1016/j.commatsci.2017.03.053**
- [69] Romano, S. ; Brückner-Foit, A. ; Brandão, A. ; Gumpinger, J. ; Ghidini, T. ; Beretta, S.: Fatigue properties of AlSi10Mg obtained by additive manufacturing: Defect-based modelling and prediction of fatigue strength. In: *Engineering Fracture Mechanics* 187 (2018), S. 165–189. issn: 00137944. doi: **10.1016/j.engfracmech.2017.11.002**
- [70] Nie, P. ; Ojo, O. ; Li, Z.: Numerical modeling of microstructure evolution during laser additive manufacturing of a nickel-based superalloy. In: *Acta Materialia* 77 (2014), S. 85–95. doi: **10.1016/j.actamat.2014.05.039**
- [71] Nandy, J. ; Sarangi, H. ; Sahoo, S.: Microstructure evolution of Al-Si-10Mg in direct metal laser sintering using phase-field modeling. In: *Advances in Manufacturing* 6 (2018), Nr. 1, S. 107–117. doi: **10.1007/s40436-018-0213-1**
- [72] Koepf, J. ; Soldner, D. ; Ramsperger, M. ; Mergheim, J. ; Markl, M. ; Körner, C.: Numerical microstructure prediction by a coupled finite element cellular automaton model for selective electron beam melting. In: *Computational Materials Science* 162 (2019), S. 148–155. issn: 09270256. doi: **10.1016/j.commatsci.2019.03.004**
- [73] Zhang, Q. ; Xie, J. ; London, T. ; Griffiths, D. ; Bhamji, I. ; Oancea, V.: Estimates of the mechanical properties of laser powder bed fusion Ti-6Al-4V parts using finite element models. In: *Materials & Design* 169 (2019), S. 107678. issn: 02641275. doi: **10.1016/j.matdes.2019.107678**
- [74] Kergaßner, A. ; Koepf, J. A. ; Markl, M. ; Körner, C. ; Mergheim, J. ; Steinmann, P.: A Novel Approach to Predict the Process-Induced Mechanical Behavior of Additively Manufactured Materials. In: *Journal of Materials Engineering and Performance* 30 (2021), Nr. 7, S. 5235–5246. doi: **10.1007/s11665-021-05725-0**
- [75] Zinovieva, O. ; Romanova, V. ; Zinoviev, A. ; Nekhorosheva, O. ; Balokhonov, R.: Elastic properties of additively manufactured steel produced with different scan strategies. In: *International Journal of Mechanical Sciences* 244 (2023), S. 108089. issn: 0020-7403. doi: **10.1016/j.ijmecsci.2022.108089**

- [76] Sobotka, J. C. ; Enright, M. P. ; McClung, R. C.: Application of critical distances to fatigue at pores. In: *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* (2019), ffe.13004. issn: 8756-758X, 1460-2695. doi: **10.1111/ffe.13004**
- [77] Liu, X. ; Shapiro, V.: Homogenization of material properties in additively manufactured structures. In: *Computer-Aided Design* 78 (2016), S. 71–82. issn: 00104485. doi: **10.1016/j.cad.2016.05.017**
- [78] March, N. G. ; Gunasegaram, D. R. ; Murphy, A. B.: Evaluation of computational homogenization methods for the prediction of mechanical properties of additively manufactured metal parts. In: *Additive Manufacturing* 64 (2023), S. 103415. issn: 2214-8604. doi: **10.1016/j.addma.2023.103415**
- [79] Peelar, S. ; Urbanic, J. ; Hedrick, R. ; Rueda, L.: Real-Time Visualization Of Bead Based Additive Manufacturing Toolpaths using Implicit Boundary Representations. In: *Computer-Aided Design and Applications* 16 (2019), Nr. 5, S. 904–922. issn: 16864360. doi: **10.14733/cadaps.2019.904-922**
- [80] Düster, A. ; Parvizian, J. ; Yang, Z. ; Rank, E.: The finite cell method for three-dimensional problems of solid mechanics. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 197 (2008), Nr. 45-48, S. 3768–3782. issn: 00457825. doi: **10.1016/j.cma.2008.02.036**
- [81] Heinze, S. ; Joulaian, M. ; Düster, A.: Numerical homogenization of hybrid metal foams using the finite cell method. In: *Computers & Mathematics with Applications* 70 (2015), Nr. 7, S. 1501–1517. issn: 08981221. doi: **10.1016/j.camwa.2015.05.009**
- [82] Rehmer, B. ; Bayram, F. ; Calderón, L. A. Ávila ; Mohr, G. ; Skrotzki, B.: Elastic modulus data for additively and conventionally manufactured variants of Ti-6Al-4V, IN718 and AISI 316 L. In: *Scientific Data* 10 (2023), Nr. 1. issn: 2052-4463. doi: **10.1038/s41597-023-02387-6**
- [83] Borovkov, A. ; Maslov, L. ; Tarasenko, F. ; Zhmaylo, M. ; Maslova, I. ; Solovov, D.: Development of elastic-plastic model of additively produced titanium for personalised endoprosthetics. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 117 (2021), Nr. 7–8, S. 2117–2132. issn: 1433-3015. doi: **10.1007/s00170-021-07460-1**
- [84] Frölich, F. ; Bechtloff, L. ; Scheuring, B. M. ; Heuer, A. L. ; Wittemann, F. ; Kärger, L. ; Liebig, W. V.: Evaluation of mechanical properties characterization of additively manufactured components. In: *Progress in Additive Manufacturing* (2024). issn: 2363-9520. doi: **10.1007/s40964-024-00700-2**
- [85] Hoffarth, C. ; Rajan, S. D. ; Goldberg, R. K. ; Revilock, D. ; Carney, K. S. ; DuBois, P. ; Blankenhorn, G.: Implementation and validation of a three-dimensional plasticity-based deformation model for orthotropic composites. In: *Composites Part A: Applied Science and*

- Manufacturing* 91 (2016), S. 336–350. issn: 1359-835X. doi:
10.1016/j.compositesa.2016.10.024
- [86] Khaled, B. ; Shyamsunder, L. ; Hoffarth, C. ; Rajan, S. D. ; Goldberg, R. K. ; Carney, K. S. ; DuBois, P. ; Blankenhorn, G.: Experimental characterization of composites to support an orthotropic plasticity material model. In: *Journal of Composite Materials* 52 (2018), Nr. 14, S. 1847–1872. issn: 1530-793X. doi: **10.1177/0021998317733319**
- [87] Rajan, S. D. ; Hoffarth, C. ; Khaled, B. ; Shyamsunder, L. ; Maurya, A.: *MAT_213 User Guide*. Version 1.3.6. Arizona State University. 2023
- [88] Bendsøe, M. P. ; Sigmund, O.: *Topology Optimization: Theory, Methods, and Applications*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2004. isbn: 9783662050866
- [89] Martins, J. R. R. A. ; Ning, A.: *Engineering Design Optimization*. Cambridge University Press, 2021. isbn: 9781108833417. doi: **10.1017/9781108980647**
- [90] Nelles, O.: *Nonlinear System Identification*. Springer International Publishing, 2020. doi:
10.1007/978-3-030-47439-3
- [91] Bendsøe, M. P.: Optimal shape design as a material distribution problem. In: *Structural Optimization* 1 (1989), Nr. 4, S. 193–202. doi: **10.1007/bf01650949**
- [92] Duysinx, P. ; Bendsøe, M. P.: Topology optimization of continuum structures with local stress constraints. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 43 (1998), Nr. 8, S. 1453–1478. doi:
10.1002/(sici)1097-0207(19981230)43:8<1453::aid-nme480>3.0.co;2-2
- [93] Sigmund, O.: A 99 line topology optimization code written in Matlab. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 21 (2001), Nr. 2, S. 120–127. issn: 1615-1488. doi:
10.1007/s001580050176
- [94] Svanberg, K.: A Class of Globally Convergent Optimization Methods Based on Conservative Convex Separable Approximations. In: *SIAM Journal on Optimization* 12 (2002), Nr. 2, S. 555–573. doi: **10.1137/s1052623499362822**
- [95] Groenwold, A. A. ; Etman, L. F. P.: A quadratic approximation for structural topology optimization. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 82 (2009), Nr. 4, S. 505–524. issn: 1097-0207. doi: **10.1002/nme.2774**
- [96] Sigmund, O. ; Petersson, J.: Numerical instabilities in topology optimization: A survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima. In: *Structural Optimization* 16 (1998), Nr. 1, S. 68–75. issn: 1615-1488. doi:
10.1007/bf01214002

- [97] Liu, K. ; Tovar, A.: An efficient 3D topology optimization code written in Matlab. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 50 (2014), Nr. 6, S. 1175–1196. issn: 1615-1488. doi: **10.1007/s00158-014-1107-x**
- [98] Xie, Y. M. ; Steven, G. P.: A Simple Evolutionary Procedure for Structural Optimization. In: *Computers & Structures* 49 (1993), Nr. 5, S. 885–896. doi: **10.1016/0045-7949(93)90035-c**
- [99] Young, V. ; Querin, O. M. ; Steven, G. P.: 3D and multiple load case bi-directional evolutionary structural optimization (BESO). In: *Structural Optimization* 18 (1999), S. 183–192. doi: **10.1007/BF01195993**
- [100] Rozvany, G. I. N.: A critical review of established methods of structural topology optimization. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 37 (2009), Nr. 3, S. 217–237. issn: 1615-1488. doi: **10.1007/s00158-007-0217-0**
- [101] Huang, X. ; Xie, Y.: Convergent and Mesh-independent Solutions for the Bi-directional Evolutionary Structural Optimization Method. In: *Finite Elements in Analysis and Design* 43 (2007), Nr. 14, S. 1039–1049. doi: **10.1016/j.finel.2007.06.006**
- [102] Ghabraie, K.: The ESO Method Revisited. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 51 (2014), Nr. 6, S. 1211–1222. doi: **10.1007/s00158-014-1208-6**
- [103] Aulig, N. ; Olhofer, M.: Evolutionary computation for topology optimization of mechanical structures: An overview of representations. In: *2016 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. 2016 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC). Vancouver, BC, Canada: IEEE, 2016, S. 1948–1955. doi: **10.1109/cec.2016.7744026**
- [104] Huang, X. ; Xie, Y. M.: *Evolutionary Topology Optimization of Continuum Structures: Methods and Applications*. Wiley, 2010. isbn: 9780470689486. doi: **10.1002/9780470689486**
- [105] Osyczka, A.: *Evolutionary algorithms for single and multicriteria design optimization*. Studies in fuzziness and soft computing 79. New York: Physica-Verlag, 2001. isbn: 978-3-7908-1418-7
- [106] Hamza, K. ; Aly, M. ; Hegazi, H.: A Kriging-interpolated Level-set Approach for Structural Topology Optimization. In: *Journal of Mechanical Design* (2014). doi: **10.1115/1.4025706**
- [107] Guirguis, D. ; Aly, M. F.: An Evolutionary Multi-objective Topology Optimization Framework for Welded Structures. In: *2016 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. IEEE, 2016. doi: **10.1109/cec.2016.7743818**
- [108] Madeira, J. F. A. ; Rodrigues, H. ; Pina, H. L.: Multi-objective Optimization of Structures Topology by Genetic Algorithms. In: *Advances in Engineering Software* 36 (2005), Nr. 1, S. 21–28. doi: **10.1016/j.advengsoft.2003.07.001**

- [109] Kunakote, T. ; Bureerat, S.: Multi-objective Topology Optimization Using Evolutionary Algorithms. In: *Engineering Optimization* 43 (2011), Nr. 5, S. 541–557. doi: **10.1080/0305215x.2010.502935**
- [110] van Dijk, N. P. ; Maute, K. ; Langelaar, M. ; van Keulen, F.: Level-set methods for structural topology optimization: a review. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 48 (2013), Nr. 3, S. 437–472. issn: 1615-1488. doi: **10.1007/s00158-013-0912-y**
- [111] Yulin, M. ; Xiaoming, W.: A level set method for structural topology optimization and its applications. In: *Advances in Engineering Software* 34 (2004), S. 415–441. doi: **10.1016/j.advengsoft.2004.06.004**
- [112] Sigmund, O. ; Maute, K.: Topology optimization approaches. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 48 (2013), Nr. 6, S. 1031–1055. doi: **10.1007/s00158-013-0978-6**
- [113] Guo, X. ; Zhang, W. ; Zhong, W.: Doing Topology Optimization Explicitly and Geometrically-A New Moving Morphable Components Based Framework. In: *Journal of Applied Mechanics* 81 (2014), Nr. 8, S. 081009–081009–12. issn: 1528-9036. doi: **10.1115/1.4027609**
- [114] Tovar, A. ; Patel, N. M. ; Niebur, G. L. ; Sen, M. ; Renaud, J. E.: Topology Optimization Using a Hybrid Cellular Automaton Method With Local Control Rules. In: *Journal of Mechanical Design* 128 (2006), Nr. 6, S. 1205–1216. doi: **10.1115/1.2336251**
- [115] Badenhurst, H.: A comparison of topology optimization and genetic algorithms for the optimization of thermal energy storage composites. In: *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow* 29 (2019), Nr. 9, S. 3454–3471. doi: **10.1108/hff-01-2019-0034**
- [116] Oliver, J. ; Yago, D. ; Cante, J. ; Lloberas-Valls, O.: Variational approach to relaxed topological optimization: Closed form solutions for structural problems in a sequential pseudo-time framework. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 355 (2019), S. 779–819. issn: 0045-7825. doi: **10.1016/j.cma.2019.06.038**
- [117] Yang, R. J. ; Chen, C. J.: Stress-based topology optimization. In: *Structural Optimization* 12 (1996), Nr. 2-3, S. 98–105. doi: **10.1007/bf01196941**
- [118] Le, C. ; Norato, J. ; Bruns, T. ; Ha, C. ; Tortorelli, D.: Stress-based topology optimization for continua. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 41 (2009), Nr. 4, S. 605–620. doi: **10.1007/s00158-009-0440-y**

- [119] Holmberg, E. ; Torstenfelt, B. ; Klarbring, A.: Stress constrained topology optimization. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 48 (2013), Nr. 1, S. 33–47. doi: **10.1007/s00158-012-0880-7**
- [120] Picelli, R. ; Townsend, S. ; Brampton, C. ; Norato, J. ; Kim, H.: Stress-based shape and topology optimization with the level set method. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 329 (2018), S. 1–23. issn: 0045-7825. doi: **10.1016/j.cma.2017.09.001**
- [121] Cai, S. ; Zhang, W. ; Zhu, J. ; Gao, T.: Stress constrained shape and topology optimization with fixed mesh: A B-spline finite cell method combined with level set function. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 278 (2014), S. 361–387. doi: **10.1016/j.cma.2014.06.007**
- [122] Conlan-Smith, C. ; James, K. A.: A stress-based topology optimization method for heterogeneous structures. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 60 (2019), Nr. 1, S. 167–183. doi: **10.1007/s00158-019-02207-9**
- [123] Zhu, B. ; Zhang, X. ; Zhang, H. ; Liang, J. ; Zang, H. ; Li, H. ; Wang, R.: Design of compliant mechanisms using continuum topology optimization: A review. In: *Mechanism and Machine Theory* 143 (2020), S. 103622. issn: 0094-114X. doi: **10.1016/j.mechmachtheory.2019.103622**
- [124] Howell, L. L.: *Compliant mechanisms*. New York: Wiley, 2001. isbn: 047138478X
- [125] Sigmund, O.: On the Design of Compliant Mechanisms Using Topology Optimization. In: *Mechanics of Structures and Machines* 25 (1997), Nr. 4, S. 493–524. doi: **10.1080/08905459708945415**
- [126] Seltmann, S. ; Hasse, A.: Topology optimization of compliant mechanisms with distributed compliance (hinge-free compliant mechanisms) by using stiffness and adaptive volume constraints instead of stress constraints. In: *Mechanism and Machine Theory* 180 (2023), S. 105133. issn: 0094-114X. doi: **10.1016/j.mechmachtheory.2022.105133**
- [127] Kaletta, P.: *Ein Beitrag zur Effizienzsteigerung Evolutionärer Algorithmen zur optimalen Auslegung von Faserverbundstrukturen im Flugzeugbau*. Dresden: Technische Universität Dresden, Diss. 2006. isbn: 9783867271059
- [128] Seeger, J.: *Ein Beitrag zur numerischen Strukturauslegung aktiver Rotorblätter unter Berücksichtigung der Wechselwirkung von Strömung und Struktur*. Technische Universität Dresden, Diss. 2013. isbn: 9783736943148
- [129] Seeger, J. ; Wolf, K.: Multi-objective design of complex aircraft structures using evolutionary algorithms. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G*:

- Journal of Aerospace Engineering* 225 (2011), Nr. 10, S. 1153–1164. issn: 0954-4100, 2041-3025. doi: **10.1177/0954410011411384**
- [130] Dextl, F. ; Haufler, A. ; Wolf, K.: Multidisciplinary multi-objective design optimization of an active morphing wing section. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 62 (2020), Nr. 5, S. 2423–2440. issn: 1615-1488. doi: **10.1007/s00158-020-02613-4**
- [131] Dextl, F. ; Haufler, A. ; Wolf, K.: Comparison of structural parameterization methods for the multidisciplinary optimization of active morphing wing sections. In: *Computers & Structures* 263 (2022), S. 106743. issn: 0045-7949. doi: **10.1016/j.compstruc.2022.106743**
- [132] Rädler, M. ; Haufler, A. ; Dextl, F.: *FiPPS2*. Version 2.0.451. 2025. url: **<https://github.com/TUD-LFT/FiPPS2>**
- [133] Fonseca, C. ; Paquete, L. ; Lopez-Ibanez, M.: An Improved Dimension-Sweep Algorithm for the Hypervolume Indicator. In: *2006 IEEE International Conference on Evolutionary Computation*. IEEE, 2006, S. 1157–1163. doi: **10.1109/CEC.2006.1688440**
- [134] Deb, K. ; Pratap, A. ; Agarwal, S. ; Meyarivan, T.: A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. In: *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 6 (2002), Nr. 2, S. 182–197. doi: **10.1109/4235.996017**
- [135] Guirguis, D. ; Melek, W. W. ; Aly, M. F.: High-resolution non-gradient topology optimization. In: *Journal of Computational Physics* 372 (2018), S. 107–125. issn: 0021-9991. doi: **10.1016/j.jcp.2018.06.025**
- [136] Bochkov, S.: *ALGLIB*. url: **<https://www.alglib.net>** [besucht am 08.04.2025]
- [137] Yago, D. ; Cante, J. ; Lloberas-Valls, O. ; Oliver, J.: Topology Optimization Methods for 3D Structural Problems: A Comparative Study. In: *Archives of Computational Methods in Engineering* 29 (2021), Nr. 3, S. 1525–1567. doi: **10.1007/s11831-021-09626-2**
- [138] Beckers, M.: Topology optimization using a dual method with discrete variables. In: *Structural Optimization* 17 (1999), Nr. 1, S. 14–24. doi: **10.1007/978-3-322-89521-9_13**
- [139] Deng, H. ; Vulimiri, P. S. ; To, A. C.: An efficient 146-line 3D sensitivity analysis code of stress-based topology optimization written in MATLAB. In: *Optimization and Engineering* 23 (2021), Nr. 3, S. 1733–1757. doi: **10.1007/s11081-021-09675-3**
- [140] Gao, J. ; Luo, Z. ; Xia, L. ; Gao, L.: Concurrent topology optimization of multiscale composite structures in Matlab. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 60 (2019), Nr. 6, S. 2621–2651. issn: 1615-1488. doi: **10.1007/s00158-019-02323-6**
- [141] Svanberg, K.: *MMA and GCMMA Matlab code*. 2014. url: **<https://www.smoptit.se>**

- [142] Koppen, S. ; Langelaar, M. ; Keulen, F. van: A simple and versatile topology optimization formulation for flexure synthesis. In: *Mechanism and Machine Theory* 172 (2022), S. 104743. issn: 0094-114X. doi: **10.1016/j.mechmachtheory.2022.104743**
- [143] Zienkiewicz, O. C. ; Taylor, R. L.: *The Finite Element Method - Volume 2: Solid mechanics*. 5. ed, Oxford [u.a.]: Butterworth-Heinemann, 2000. isbn: 0750650559
- [144] Felippa, C. A.: *Introduction to Finite Element Methods*. University of Colorado, 2004
- [145] Johnson, S. G.: *The NLOpt nonlinear-optimization package*. url: **<https://github.com/stevengj/nlopt>** [besucht am 23.07.2025]
- [146] Powell, M. J. D.: A Direct Search Optimization Method That Models the Objective and Constraint Functions by Linear Interpolation. In: *Advances in Optimization and Numerical Analysis*. Springer Netherlands, 1994, S. 51–67. doi: **10.1007/978-94-015-8330-5_4**
- [147] Hähnel, F.: *Ein Beitrag zur Simulation des Versagens von Honigwaben aus Meta-Aramid-Papier in schlagbelasteten Sandwich-Strukturen*. Technische Universität Dresden, Diss. 2016
- [148] DIN EN ISO: *DIN EN ISO 6892-1: Metallische Werkstoffe – Zugversuch – Teil 1: Prüfverfahren bei Raumtemperatur*. Norm. 2020
- [149] ASTM International: *E143-20: Standard Test Method for Shear Modulus at Room Temperature*. Techn. Ber. 2021. doi: **10.1520/e0143-20**
- [150] ASTM International: *F543-23: Standard Specification and Test Methods for Metallic Medical Bone Screws*. Techn. Ber. 2025. doi: **10.1520/f0543-23**
- [151] Nádai, A.: *Theory of Flow and Fracture of Solids: Vol. I. 2.*, New York, Toronto, London: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1950
- [152] Lu, W.-Y. ; Jin, H. ; Foulk, J. ; Ostien, J. ; Kramer, S. ; Jones, A.: Solid Cylinder Torsion for Large Shear Deformation and Failure of Engineering Materials. In: *Experimental Mechanics* 61 (2020), Nr. 2, S. 307–320. issn: 1741-2765. doi: **10.1007/s11340-020-00620-6**
- [153] Wolf, C. ; Neumann, A. ; Reinspach, S.: Development, Industrialization and Qualification of a Lever-Shaft-Integration for a Long Range Aircraft. In: *Proceedings of the Munich Symposium on Lightweight Design 2021*. Springer Berlin Heidelberg, 2022, S. 154–159. isbn: 9783662652169. doi: **10.1007/978-3-662-65216-9_14**
- [154] Thompson, M. K. ; Moroni, G. ; Vaneker, T. ; Fadel, G. ; Campbell, R. I. ; Gibson, I. ; Bernard, A. ; Schulz, J. ; Graf, P. ; Ahuja, B. ; Martina, F.: Design for Additive Manufacturing: Trends, opportunities, considerations, and constraints. In: *CIRP Annals* 65 (2016), Nr. 2, S. 737–760. issn: 00078506. doi: **10.1016/j.cirp.2016.05.004**

- [155] Allaire, G. ; Dapogny, C. ; Faure, A. ; Michailidis, G.: Shape optimization of a layer by layer mechanical constraint for additive manufacturing. In: *Comptes Rendus Mathematique* 355 (2017), Nr. 6, S. 699–717. issn: 1631073X. doi: **10.1016/j.crma.2017.04.008**
- [156] Liang, X. ; Li, A. ; Rollett, A. D. ; Zhang, Y. J.: An isogeometric analysis-based topology optimization framework for 2D cross-flow heat exchangers with manufacturability constraints. In: *Engineering with Computers* 38 (2022), Nr. 6, S. 4829–4852. doi: **10.1007/s00366-022-01716-4**
- [157] Yasin, M. S. ; Beretta, S. ; Ashforth, C. ; Stonaker, K. ; Shao, S. ; Shamsaei, N.: Assessing witness coupon-specimen equivalency for volumetric defects: An investigation on location dependency in additive manufacturing. In: *Additive Manufacturing Letters* 14 (2025), S. 100314. issn: 2772-3690. doi: **10.1016/j.addlet.2025.100314**
- [158] Dextl, F. ; Hauße, A. ; Markmiller, J. ; Wolf, K.: Numerical optimization-based design studies on biaxial tensile tests. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 237 (2023), Nr. 19, S. 4358–4379. doi: **10.1177/09544062231152773**

Abbildungsverzeichnis

1.1	Entwicklung und Prognose des weltweiten Aufkommens an Flugpassagieren [2]	1
2.1	Additiv gefertigte Metall-Bauteile mit komplexer Geometrie	3
2.2	Darstellung des Entstehungsprozesses von additiv gefertigten Bauteilen [9] . .	4
2.3	Prinzipdarstellung des (a) pulverbettbasierten Schmelzens (nach [19]), (b) Materialauftrag mit gerichteter Energieaufbringung (mit Pulver als Zusatzmaterial nach [5]) und (c) der Materialextrusion (nach [20])	5
2.4	Überblick über wichtige Imperfektionen bei pulverbettbasierten Schmelzverfahren	7
2.5	Einflussparameter für die Entstehung von Imperfektionen bei pulverbettbasierten Schmelzverfahren [23]	8
2.6	Wichtige Einflüsse von Prozessparametern bei pulverbettbasierten Schmelzverfahren auf die Entstehung von Imperfektionen	9
2.7	Einbindung direkter und indirekter Verfahren in den additiven Fertigungsprozess zur Bewertung der Bauteilqualität: Prüfung einer Nachweisprobe erfolgt im Post-Prozess	12
2.8	Beispiel einer Benchmark-Probe für pulverbasierte Schmelzverfahren: Abbildung der geometrischen Prozessleistung nach Kruth u.a. [56]	13
2.9	Simulationsmethoden zur Vorhersage der Eigenschaften und des Verhaltens mittels pulverbettbasierter Schmelzverfahren erzeugter Bauteile: (a) Simulationsmodell zur Gefügeausbildung im Schmelzbadbereich [68], (b) Homogenisierung von Oberflächen (Dicke d_{OF}) bezüglich Poren und Rauigkeit zur Einschätzung der Ermüdungseigenschaften [69]	14
3.1	Nachweisstufen zur Bewertung der Strukturqualität: (a) Die Qualität wird in der 1. Nachweisstufe anhand von allgemeinen strukturellen Materialeigenschaften mittels Standardprüfverfahren abgeleitet. Eine integrale Struktur-Nachweisprobe repräsentiert die Qualität eines Referenzbauteils mittels (b) versagenskritischer Spannungszustände (2. Nachweisstufe) oder (c) Sensitivitäten von Qualitätszielgrößen gegenüber Imperfektionen wie z. B. Poren oder Oberflächenrauigkeit (3. Nachweisstufe). Die Topologie der Probe ist unbekannt [63].	20
3.2	Darstellung einer Struktur-Nachweisprobe mit versagenskritischen Spannungszuständen in (a) allgemeiner und (b) gitterbasierter Form, Definition der Spannungen in 2D [62]	21

3.3	Zweischrittiges Vorgehen zur Erzeugung einer Struktur-Nachweisprobe: Schritt (1) Identifikation versagenskritischer Spannungszustände σ_0 im Referenzbauteil, Schritt (2) Vorgabe dieser versagenskritischen Zielspannungszustände σ_0 für die Optimierung einer Nachweisprobe mit unbekannter Topologie	23
3.4	Abgrenzung verschiedener Arten von Methoden zur Geometrieoptimierung [88, Kap. 1.1]: (a) automatische Dimensionierung zur geringfügigen Anpassung der Maße, (b) Formoptimierung zur Anpassung der Ränder einer festen Topologie, (c) Topologieoptimierung mit zuvor unbekannter Geometrie	24
3.5	Vergleich der Topologielösungen für ein einfaches Nachgiebigkeitsproblem mit unterschiedlichen Gitterauflösungen und Filterradien r_c ($V_{lim} = 0,3$; $p = 3$; MMA-Algorithmus nach Svanberg [94]): (a) Definition des Problems und Anfangswerte; (b) Auflösung 400×120 , $r_c = 2,5$; (c) Auflösung 200×60 , $r_c = 2,5$; (d) Auflösung 400×120 , $r_c = 3,5$; (e) Auflösung 100×30 , $r_c = 2,5$; (f) Auflösung 400×120 , $r_c = 7,5$	27
3.6	Topologielösungen für ein einfaches Nachgiebigkeitsproblem, definiert in (a), mittels (b) SIMP-Ansatz bei einer Auflösung von 400×120 Elementen, (c) BESO (erzeugt mit dem Matlab-Code BESO2D von Huang & Xie [104]) bei einer Auflösung von 200×60 Elementen	28
3.7	Spannungsoptimale Topologieoptimierung für ein einfaches Referenzproblem: (a) Problemdefinition, (b) Optimierungsergebnis; Topologieoptimierung für einen Kraftinverter erzeugt durch die Optimierung nachgiebiger Mechanismen: (c) Problemdefinition, (d) Optimierungsergebnis	31
4.1	V-Diagramm zur Veranschaulichung der Vorgehensweise bei der Analyse des Optimierungsproblems mit evolutionären Algorithmen	36
4.2	Ablauf des gesamten Optimierungszyklus mit GEOps ² für die Optimierung mit evolutionären Algorithmen sowie mit FiPPS ² für die Strukturanalyse mittels Finite-Elemente-Methode [62]	39
4.3	Ablauf der Datenvorbereitung für die Strukturanalyse mit FiPPS ² und der Ergebnisverwendung für die Berechnung der Zielfunktionen f für ein Individuum [62]	40
4.4	Diskretes Strukturmodell für die Topologieoptimierung mit evolutionären Algorithmen [62]	41
4.5	Gegenüberstellung der Paretofronten der Referenzlösung (Ref.) und der TO-Läufe (Opt.) für das Basisbeispiel A nach 50 000 Generationen, Darstellung ausgewählter Strukturindividuen (a) bis (c) (durch Kreis markiert) [62]	43
4.6	Verläufe von minimalen ZFW $\min f$ sowie den Indizes GD und HVI des Basisbeispiels A über berechnete Generationen [62]	44

4.7	Gegenüberstellung der Paretofronten der Referenzlösung (Ref.) und der TO-Läufe (Opt.) für die Modifikationen B und C nach 50 000 Generationen, Darstellung ausgewählter Strukturindividuen (durch Kreis markiert) [62]	47
4.8	Gegenüberstellung der Paretofronten der Referenzlösung (Ref.) und der TO-Läufe (Opt.) für die Modifikationen D und E nach 50 000 Generationen, Darstellung ausgewählter Strukturindividuen (durch Kreis markiert)	48
4.9	Gegenüberstellung der Paretofronten der Referenzlösung (Ref.) und der TO-Läufe (Opt.) für die kombinierten Modifikationen C+E und C+D+E nach 50 000 Generationen, Darstellung ausgewählter Strukturindividuen (durch Kreis markiert) [62]	48
4.10	Erwartete plausible Topologien als Lösung der Optimierung mit erweiterten Zielspannungen	50
4.11	Gegenüberstellung der Paretofronten der TO-Läufe für die erweiterten Zielspannungsvorgaben nach 50 000 Generationen, Darstellung ausgewählter Strukturindividuen (durch Kreis markiert): $\mathbf{Dx}$ (oben), $\mathbf{S}$ (unten) [62]	50
4.12	Verläufe von minimalen ZFW $\min \mathbf{f}$ der erweiterten Zielspannungen über berechnete Generationen für die kombinierte Modifikation C+D+E [62]	52
4.13	Unter Last verformte Topologielösungen mit erweiterten Spannungsvorgaben: Zielbereiche und funktionelle Merkmale jeweils mit Markierung [62]	52
4.14	Darstellung der verbesserten, gitterunabhängigen Strukturrepräsentation auf Basis von Level-Set-Methoden: (a) Stützstellenpositionen im diskretisierten Bauraum mit Zielbereich Ω_Z , (b) Interpolation von Elementdichten ρ_i aus der kontinuierlichen Funktion der Dichtelandkarte $L_{\rho, S}$, schraffierte Dichtebereiche werden auf die Intervallgrenzen $[\rho_{\text{lim}}, 1]$ gesetzt	54
4.15	Vergleich der Spannungs-Übertragungsfunktionen für die stetige, glatte Formulierung aus der Literatur für $q = \frac{1}{2}$ und die für die Topologieoptimierung mit evolutionären Algorithmen verwendete diskrete Formulierung	55
4.16	Darstellung der Paretofronten der TO-Läufe (Opt.) für die angepasste Problemformulierung mit alternativer Strukturrepräsentation in der Modifikation D nach 10 000 Generationen, Darstellung ausgewählter Strukturindividuen (Position in Paretofront durch Kreis markiert, Zielbereich gestrichelt markiert)	58
4.17	Verläufe von minimalen ZFW $\min \mathbf{f}$ mit alternativer Strukturrepräsentation in der Modifikation D über berechnete Generationen	59
4.18	Darstellung der Paretofronten der TO-Läufe (Opt.) für die angepasste Problemformulierung mit alternativer Strukturrepräsentation in der Problemmodifikation D+F+G nach 10 000 Generationen, Darstellung ausgewählter Strukturindividuen (Position in Paretofront durch Kreis markiert, Zielbereich gestrichelt markiert)	60
4.19	Vergleich einer Topologielösung mit der Zielspannung $\mathbf{S}$ und einer Konstruktion für eine Schubversuchsvorrichtung: Ähnlichkeiten in der Funktionalität markiert	61

4.20	Gegenüberstellung von Strukturindividuen mit alternativer Strukturrepräsentation und zusätzlicher Skalierung der Elementdichten im Zielbereich Ω_Z (Mod. D+F+G+H), minimale Dichte: (a) 0,25, (b) 0,01 (Zielbereich markiert)	62
4.21	Darstellung der Paretofronten der TO-Läufe (Opt.) mit alternativer Strukturrepräsentation in der finalen Problemmodifikation D+F+G+H+J nach 10 000 Generationen, Darstellung ausgewählter Strukturindividuen (durch Kreis markiert) . . .	63
4.22	Strukturindividuen mit alternativer Strukturrepräsentation aus identischen Optimierungsläufen mit jeweils geringstem Zielfunktionswert $f_2 = \Delta\sigma$, Zielspannung Dx in der finalen Problemmodifikation D+F+G+H+J	64
4.23	Verläufe von minimalen ZFW $\min f$ mit alternativer Strukturrepräsentation in der finalen Problemmodifikation D+F+G+H+J über berechnete Generationen . . .	64
4.24	Strukturindividuen mit alternativer Strukturrepräsentation in der finalen Problemmodifikation D+F+G+H+J: (a) unverformte und (b) verformte Ansicht mit angedeuteten Versteifungen oben und unten, Skalierungsfaktoren bei Dx und S je 50 und bei Dy und Zx je 5	65
4.25	Strukturindividuen mit alternativer Strukturrepräsentation und jeweils geringstem Zielfunktionswert $f_2 = \Delta\sigma$ bei mehreren Zielbereichen mit variabler Position: (a) zwei Zielbereiche $Dx + S$, (b) drei Zielbereiche $Dx + Dy + S$ (Zielbereiche nummeriert)	66
4.26	Darstellung der Paretofronten der TO-Läufe (Opt.) mit alternativer Strukturrepräsentation, höherer Elementauflösung und mehreren Zielbereichen nach 25 000 Generationen, Darstellung ausgewählter Strukturindividuen (Position in Paretofront durch Kreis markiert, Zielbereich gestrichelt markiert und nummeriert) .	68
4.27	Spannungsverteilung im Zielbereich der Strukturindividuen mit alternativer Strukturrepräsentation und höherer Elementauflösung, Spannungsvorgaben (a) Dx und (b) S im verformten Zustand (Skalierungsfaktor 10)	70
4.28	Strukturindividuen mit alternativer Strukturrepräsentation und höchster Elementauflösung: (a) zwei Zielbereiche $Dx + S$, (b) zwei Zielbereiche $Dx + Zx$, (c) drei Zielbereiche $Dx + Zx + S$ (Zielbereiche nummeriert)	70
4.29	Strukturindividuen zur Untersuchung des Einflusses der Problemparameter, Werte für den Skalierungsfaktor c_L der Dichtelandkarte: Varianten (1) 0, (2) 0,1, (3) 0,2, (Referenz) 0,3, (4) 0,4	73
4.30	Strukturindividuen zur Untersuchung des Einflusses der Problemparameter, Werte für die minimale Dichte $\rho_{lim,Z}$ im Zielbereich: Varianten (5) 0,01, (6) 0,02, (7) 0,05, (Referenz) 0,1, (8) 0,2, (9) 0,5	74
4.31	Strukturindividuen zur Untersuchung des Einflusses der Problemparameter, Position x_Z des Zielbereichs: Varianten (Referenz) konstant in der Mitte, (10) variabel	74

4.32 Einfluss der Problemparameter auf (a) Zielfunktionswerte als Mittelwerte (Kreis) mit Standardabweichung (Kreuz) und (b) Topologiequalität	75
4.33 Einfluss der Optimierungsparameter auf die Topologiequalität Q nach 1000 Generationen	78
4.34 Einfluss der Optimierungsparameter auf den normierten, gemittelten Hypervolumenindikator $\overline{HVI}$ nach 1000 Generationen	79
4.35 Einfluss der Optimierungsparameter auf die Zielfunktionswerte $f_1 = V$ und $f_2 = \Delta\sigma$, jeweils dargestellt als Mittelwert (Kreis) mit Standardabweichung (Kreuz)	80
4.36 Einfluss der Optimierungsparameter in der Folgeoptimierung auf: (a) die Zielfunktionswerte $f_1 = V$ und $f_2 = \Delta\sigma$, dargestellt als Mittelwert (Kreis) und Standardabweichung (Kreuz); (b) die Topologiequalität Q und (c) den normierten, gemittelten Hypervolumenindikator $\overline{HVI}$	81
5.1 Modulares Framework zur gradientenbasierten Topologieoptimierung: austauschbare Module zum Optimierungsproblem und -algorithmus [63]	84
5.2 Diskrete Strukturmodelle für die Topologieoptimierung mit gradientenbasierten Verfahren, zentraler Zielbereich Ω_Z angedeutet: (a) 2D-Modell, (b) Quasi-2D-Modell, (c) 3D-Modell	85
5.3 Vergleich der Topologielösungen für verschiedene gradientenbasierte Optimierungsalgorithmen, beispielhaft für die Zielspannungsvorgabe $\mathbf{Dx}$: (a) GCMMA1, (b) GCMMA2, (c) SQP, (d) IP [63]	94
5.4 Anzahl an (a) Iterationen und Zielfunktionsauswertungen sowie (b) Dauer einer Iteration für verschiedene gradientenbasierte Optimierungsalgorithmen, beispielhaft für die Zielspannungsvorgabe $\mathbf{Dx}$ [63]	95
5.5 Topologielösungen für verschiedene Zielspannungsvorgaben der DZS - und IZS -Formulierung, Variante 1: (a) GCMMA1 mit Nebenbedingung $\mathbf{g_s}$, (b) GCMMA2 mit Nebenbedingung $\mathbf{g_s}$, (c) GCMMA1 ohne Nebenbedingung $\mathbf{g_s}$, (d) GCMMA2 ohne Nebenbedingung $\mathbf{g_s}$ [63]	97
5.6 Verläufe der Zielfunktionswerte und der Nebenbedingungen $\mathbf{g_v}$ und $\mathbf{g_s}$, beispielhaft für die Zielspannungsvorgabe $\mathbf{Dy}$: (a) mit $\mathbf{g_s}$, (b) ohne $\mathbf{g_s}$ [63]	99
5.7 Topologielösungen für verschiedene Zielspannungsvorgaben der IZS -Formulierung in Variante 2 nach 1000 Iterationen, ohne Nebenbedingung $\mathbf{g_s}$ für versagenskritische Spannungen [63]	99
5.8 Verschiebung und Spannungsverteilungen beider IZS -Formulierungen nach 1000 Iterationen, beispielhaft für die Zielspannungsvorgabe $\mathbf{Sxy}$: (a) IZS in Variante 1, (b) IZS in Variante 2 [63]	100

5.9	Topologielösungen der Quasi-2D-Probleme für verschiedene Zielspannungsvorgaben, IZS -Formulierung in Variante 2, GCMMA1 nach 1000 Iterationen, ohne Nebenbedingung g_s für versagenskritische Spannungen: (a) Elementdarstellung mit $\rho_i \geq 0,5$, (b) Von-Mises-Vergleichsspannung in der mittleren z -Ebene (Schnitt-darstellung) [63]	103
5.10	Topologielösungen der 3D-Probleme für verschiedene Zielspannungsvorgaben, IZS -Formulierung in Variante 2, GCMMA1 nach 1000 Iterationen, ohne Nebenbedingung g_s für versagenskritische Spannungen: Elementdarstellung mit $\rho_i \geq 0,5$ (links), Von-Mises-Vergleichsspannung σ_v und Komponenten des erreichten Spannungszustandes σ im verformten Zielbereich (rechts; Überhöhung der Knotenverschiebungen oben 30, unten 10) [63]	105
5.11	Vergleich der Rechenzeit für Topologieoptimierungsläufe der Struktur-Nachweisprobe (Kreise) mit evolutionären Algorithmen und Gradientenverfahren (Iteration für evolutionäre Algorithmen bedeutet eine Generation, normiert auf 200 parallele Prozesse)	106
6.1	Bilineare Interpolation der Dichtewerte eines höher aufgelösten Stützstellengitters ($\rho_{S, \text{hoch}}$) auf Basis eines niedrig aufgelösten Stützstellengitters ($\rho_{S,00}$ bis $\rho_{S,11}$): (a) Gitterdarstellung, (b) Interpolation der Dichtewerte mit den Zwischenwerten $\rho_{S, \text{hoch},0}$ und $\rho_{S, \text{hoch},1}$	109
6.2	Topologien aus der Optimierung mittels evolutionärer Algorithmen mit verschiedenen Zielspannungsvorgaben: (a) ursprüngliche Topologielösung; (b) Topologie nach der Höherskalierung; (c) optimierte, höherskalierte Topologielösung . . .	111
6.3	Ableitung einer vereinfachten Kontur und 3D-Geometrie aus den hochskalierten Topologielösungen: (a) Ausgangslösung, aus Symmetriegründen nur die Hälfte betrachtet; (b) direkte und geometrisch vereinfachte Kontur; (c) 3D-Geometrie . . .	113
6.4	Finale 3D-Geometrien für die realen Struktur-Nachweisproben für verschiedene Zielspannungsvorgaben (maßstäblich)	114
6.5	Konzept zur Validierung der Methodik zur Erzeugung von Struktur-Nachweisproben mittels realer, experimenteller und virtueller, numerischer Untersuchungen: Unterteilung in Materialkalibrierung und der eigentlichen Validierung von Struktur-Nachweisproben	115
6.6	Geometriedefinition der geprüften Materialproben: (a) Zugprobe gemäß DIN EN ISO 6892-1 [148], (b) Torsionsprobe gemäß ASTM E143 [149]	116
6.7	Spannungs-Dehnungs- und Spannungs-Gleitungs-Kurven aus den Zug- und Torsionsprüfungen am additiv gefertigten Material AISi10Mg im Bauraum-Koordinatensystem X - Y - Z : (a) Zug, as-built; (b) Zug, T6-wärmebehandelt; (c) Torsion, as-built; (d) Torsion, T6-wärmebehandelt	119

6.8	Simulationsmodelle für die virtuellen Materialproben: (a) Zugprobe, (b) Torsionsprobe	121
6.9	Vergleich der Spannungs-Dehnungs-Kurven aus realen (Exp.) und virtuellen Zug- und Torsionsprüfungen mittels Simulation (Sim.) in LS-Dyna: (a) Zug, as-built; (b) Zug, T6-wärmebehandelt; (c) Torsion, as-built; (d) Torsion, T6-wärmebehandelt (Experimentaldaten als Standardabweichung dargestellt)	123
6.10	Ausrichtungen der Struktur-Nachweisproben im Bauraum bei der additiven Fertigung mit Unterscheidung der Koordinatensysteme X - Y - Z im Bauraum (global) und x - y - z in der Probe (lokal): (a) liegende X -Ausrichtung, (b) schräge XZ -45°-Ausrichtung, (c) aufrechte Z -Ausrichtung	126
6.11	(a) Ausrichtung der Struktur-Nachweisproben im Bauraum der Fertigungsmaschine: grundsätzlich liegend (X , Nummern 4 bis 6), stehend (Z , Nummern 7 bis 14) und schräg (XZ 45°, Nummern 1 bis 3) mit zusätzlicher leichter Neigung für verbesserte Fertigungsbedingungen; (b) Versuchsaufbau zur quasi-statischen Prüfung der additiv gefertigten Struktur-Nachweisproben	126
6.12	Prüfkraftverläufe bis zum Erstversagen für Struktur-Nachweisproben mit unterschiedlichen Geometrien bei Variation der (a) Oberflächenrauigkeit, (b) Wärmebehandlung und (c) Ausrichtung im Bauraum (Grundkonfiguration: raue Oberfläche, as-built, Z -Ausrichtung)	129
6.13	Arten des Erstversagens der Struktur-Nachweisprobe (markiert): (a) Bruch im Zielbereich (Geometrie S , raue Oberfläche, T6-wärmebehandelt, Z -Ausrichtung), (b) Bruch im Schenkel (Geometrie S , raue Oberfläche, as-built, XZ -45°-Ausrichtung), (c) Bruch in der Taille (Geometrie $Dx + Zx + S$, raue Oberfläche, as-built, XZ -45°-Ausrichtung)	130
6.14	Dominante Dehnungskomponente des Zielbereichs beispielhafter Geometrien der Struktur-Nachweisprobe: Vergleich des realen Experiments mittels digitaler Bildkorrelation und der Nachmodellierung anhand eines einzelnen Volumenelements (Ersatzmodell)	131
6.15	Mithilfe des Ersatzmodells berechnete Verläufe der Spannungskomponenten in den Zielbereichen bis zum Erstversagen im Experiment (Mittelwert und Standardabweichung; raue Oberfläche, as-built, Z -Ausrichtung), ergänzt durch die entsprechende mittlere Spannungsabweichung $\Delta\bar{\sigma}$ im Vergleich zur Topologieoptimierung (TO)	132
6.16	Mithilfe des Ersatzmodells berechnete Verläufe der Spannungskomponenten in den Zielbereichen (ZB) (a) 1 und (b) 2 bis zum Erstversagen im Experiment zur Geometrie $Dx + S$ (Mittelwert und Standardabweichung; raue Oberfläche, as-built, Z -Ausrichtung), ergänzt durch (c) die entsprechende mittlere Spannungsabweichung $\Delta\bar{\sigma}$ im Vergleich zur Topologieoptimierung (TO)	133

6.17 Mithilfe des Ersatzmodells berechnete Verläufe der Spannungskomponenten in den Zielbereichen (ZB) (a) 1, (b) 2 und (c) 3 bis zum Erstversagen im Experiment zur Geometrie $\mathbf{Dx} + \mathbf{Zx} + \mathbf{S}$ (Mittelwert und Standardabweichung; raue Oberfläche, as-built, $\mathbf{Z}$ -Ausrichtung), ergänzt durch (d) die entsprechende mittlere Spannungsabweichung $\Delta\tilde{\sigma}$ im Vergleich zur Topologieoptimierung (TO)	134
6.18 Mithilfe des Ersatzmodells erzeugte Verläufe der mittleren Spannungsabweichung $\Delta\tilde{\sigma}$ der Zielbereiche bis zum Erstversagen unter dem Einfluss von Imperfektionen (Mittelwert und Standardabweichung) im Vergleich zur Topologieoptimierung (TO): (a) Ausrichtung im Bauraum, (b) raue Oberfläche, (c) T6-Wärmebehandlung	135
6.19 Vernetzung der Geometrien für die Struktur-Nachweisproben zur detaillierten Simulation	136
6.20 Modellierung der Spannbacken im virtuellen Versuch an den Struktur-Nachweisproben: (a) Finite-Elemente-Modell mit $\mathbf{y}$ - $\mathbf{z}$ -Gleitebene und Kontaktflächen, (b) zeitlich aufgeprägter Geschwindigkeitsverlauf δ_K der äußeren Spannbackenföhrung mit resultierender Kopfverschiebung δ_K (gleichförmiger Verlauf für Simulationszeit $t_{\text{Sim}} > 2 \text{ ms}$)	137
6.21 Kraft-Verschiebungs-Verläufe der untersuchten Strukturnachweisproben (as-built, $\mathbf{Z}$ -Ausrichtung, raue Oberfläche): Vergleich zwischen Experiment (Exp., Mittelwert und Standardabweichung) und der anfänglichen Modellierung der virtuellen Versuche (Sim.), Erstversagen in der Simulation markiert	138
6.22 Beispieldarstellung zur Messung der relativen Probenkopfverschiebung $\delta_{K,x}$ und -verdrehung α_K im Verlauf eines Versuchs: unbelastete Ausgangsposition als Gitter, unter Belastung verdrehte Position als Punkte dargestellt	139
6.23 Konfigurationen zur erweiterten Modellierung des virtuellen Versuchs an Struktur-Nachweisproben: (M0) ohne zusätzlichen Freiheitsgrad, (M1) einfacher Freiheitsgrad in $\mathbf{x}$ -Richtung, (M2) Pendelvorrichtung mit Pendellängen λ_{oben} und λ_{unten} , (M3) Reduktion des Probennennmaßes und zusätzliche Fasen	140
6.24 Vergleich der Kraft-Verschiebungs-Verläufe der realen (Exp., Mittelwert und Standardabweichung) und virtuellen Versuche (Sim.) an den Struktur-Nachweisproben mit den Zielspannungsvorgaben $\mathbf{Dx}$ und $\mathbf{S}$ (as-built, $\mathbf{Z}$ -Ausrichtung, raue Oberfläche) bis zum Erstversagen	141
6.25 Vergleich der Kraft-Verschiebungs-Verläufe der realen (Exp., Mittelwert und Standardabweichung) und virtuellen Versuche (Sim.) an den Struktur-Nachweisproben mit den Zielspannungsvorgaben $\mathbf{Dx}$ und $\mathbf{S}$ für verschiedene Zustände (aufrechte $\mathbf{Z}$ -Ausrichtung im Bauraum): (a) glatte Oberfläche, as-built; (b) raue Oberfläche, T6-wärmebehandelt; Erstversagen in der Simulation markiert	142

6.26 Vergleich der Kraft-Verschiebungs-Verläufe der realen (Exp., Mittelwert und Standardabweichung) und virtuellen Versuche (Sim.) an den Struktur-Nachweisproben mit den Zielspannungsvorgaben $\mathbf{Dx} + \mathbf{S}$ und $\mathbf{Dx} + \mathbf{Zx} + \mathbf{S}$ für verschiedene Zustände (aufrechte $\mathbf{Z}$ -Ausrichtung im Bauraum): (a) raue Oberfläche, as-built; (b) glatte Oberfläche, as-built; (c) raue Oberfläche, T6-wärmebehandelt; Erstversagen in der Simulation markiert	143
6.27 Vergleich der mittleren Spannungsabweichungen der realen (Exp., Mittelwert und Standardabweichung) und virtuellen Versuche (Sim.) an den Struktur-Nachweisproben mit den Zielspannungsvorgaben $\mathbf{Dx}$ und $\mathbf{S}$ (aufrechte $\mathbf{Z}$ -Ausrichtung im Bauraum): (a) raue Oberfläche, as-built; (b) glatte Oberfläche, as-built; (c) raue Oberfläche, T6-wärmebehandelt; Erstversagen in der Simulation markiert	145
6.28 Vergleich der mittleren Spannungsabweichungen der realen (Exp., Mittelwert und Standardabweichung) und virtuellen Versuche (Sim.) an den Struktur-Nachweisproben mit den Zielspannungsvorgaben $\mathbf{Dx} + \mathbf{S}$ und $\mathbf{Dx} + \mathbf{Zx} + \mathbf{S}$; glatte Oberfläche, as-built, aufrechte $\mathbf{Z}$ -Ausrichtung im Bauraum; Erstversagen in der Simulation markiert	146
6.29 Abgeleitete, vereinfachte Geometrie der Türverriegelungswelle als Beispiel-Referenzbauteil	147
6.30 (a) Finite-Elemente-Modell der Türverriegelungswelle mit Vernetzung und (b) die kritische Versagensposition anhand der Von-Mises-Spannung σ_v	149
6.31 Erzeugung der Struktur-Nachweisproben für die Türverriegelungswelle: (a) Strukturlösungen aus der Topologieoptimierung, (b) Konturableitung, (c) Geometrieerzeugung	150
6.32 Verläufe der Spannungskomponenten in den Zielbereichen der Struktur-Nachweisproben für die Türverriegelungswelle bis zum Erstversagen, ergänzt durch die entsprechende mittlere Spannungsabweichung $\Delta\bar{\sigma}$ im Vergleich zur Topologieoptimierung (TO)	151
7.1 Gesamtprozess zur Erzeugung und Anwendung der Struktur-Nachweisprobe im Rahmen der Qualitätsbewertung und -sicherung: unterteilt in Schritte vor, innerhalb und nach der vorgestellten Methodik zur Probenerzeugung	154
7.2 Unsicherheiten im Gesamtprozess zur Erzeugung einer Struktur-Nachweisprobe	163

Tabellenverzeichnis

2.1 Übersicht der wichtigsten Imperfektionen bei pulverbettbasierten Schmelzverfahren und ihre Auswirkungen auf die Struktureigenschaften	8
2.2 Übersicht relevanter Prüfverfahren zur Qualitätsbewertung und -sicherung für die additive Fertigung	11
4.1 Modifikationen des Basisbeispiels zur effektiveren Lösungsfindung bei Topologieoptimierung mit evolutionären Algorithmen	46
4.2 Optimierungsergebnisse des Basisbeispiels A und aller Modifikationen mit trivialen Zielspannungszuständen	46
4.3 Ergebnisse der Optimierung mit erweiterten Zielspannungen: Ist-Spannungen σ_{ME} für die ausgewählten, dargestellten Strukturindividuen	51
4.4 Optimierungsergebnisse für die angepasste Problemformulierung der alternativen Strukturrepräsentation: gemittelte Ist-Spannungen $\bar{\sigma}_Z$ für die ausgewählten, dargestellten Strukturindividuen	58
4.5 Optimierungsergebnisse für die angepasste Problemformulierung der alternativen Strukturrepräsentation für weitere Problemmodifikationen: gemittelte Ist-Spannungen $\bar{\sigma}_Z$ für die ausgewählten, dargestellten Strukturindividuen	60
4.6 Modifikationen des Topologieoptimierungsproblems mit alternativer Strukturrepräsentation	62
4.7 Optimierungsergebnisse mit alternativer Strukturrepräsentation und mehreren Zielbereichen für die ausgewählten, dargestellten Strukturindividuen	66
4.8 Optimierungsergebnisse mit alternativer Strukturrepräsentation, höherer Elementauflösung und mehreren Zielbereichen für die ausgewählten, dargestellten Strukturindividuen	69
4.9 Variantenmatrix für die Einflussanalyse von Problemparametern der Topologieoptimierung mit alternativer Strukturrepräsentation	72
4.10 Berücksichtigte Werte für die Einflussanalyse von Optimierungsparametern der Topologieoptimierung mit alternativer Strukturrepräsentation: Referenzwerte und je zwei Varianten	77
5.1 Elementauflösungen für die gradientenbasierte Topologieoptimierung	92
5.2 Werte der Parameter für die gradientenbasierte Topologieoptimierung	93
5.3 Ergebnisse der Topologieoptimierung für verschiedene Problemformulierungen und mit verschiedenen gradientenbasierten Optimierungsalgorithmen, beispielhaft für die Zielspannungsvorgabe $\mathbf{Dx}$ [63]	94

5.4	Zielspannungsvektoren σ_0 für die gradientenbasierte Topologieoptimierung von 2D-Problemen	96
5.5	Ergebnisse der Topologieoptimierung für beide GCMMA-Algorithmen, an- und abgeschalteter Nebenbedingung g_s sowie verschiedene Zielspannungsvorgaben der IZS -Formulierung in Variante 1 [63]	98
5.6	Ergebnisse der Topologieoptimierung mit IZS -Formulierung in Variante 2 für verschiedene Zielspannungsvorgaben, mit Optimierungsalgorithmus GCMMA1 nach 1000 Iterationen, ohne Nebenbedingung g_s für versagenskritische Spannungen [63]	101
5.7	Ergebnisse der Topologieoptimierung mit IZS -Formulierung für alle aktiven Nebenbedingungen, ohne g_s , mit Optimierungsalgorithmus GCMMA1 nach 1000 Iterationen: Überschreitungen der Toleranz schattiert [63]	101
5.8	Zielspannungsvektoren σ_0 für die gradientenbasierte Topologieoptimierung von Quasi-2D- und 3D-Problemen	102
5.9	Ergebnisse der Topologieoptimierung mit IZS -Formulierung in Variante 2 für einen dreidimensionalen Bauraum und verschiedene Zielspannungsvorgaben: mit Optimierungsalgorithmus GCMMA1 nach 1000 Iterationen, ohne Nebenbedingung g_s für versagenskritische Spannungen [63]	102
6.1	Veränderung der Zielfunktionswerte nach Höher skalierung und nachträglicher Optimierung für mittels evolutionärer Algorithmen erzeugter Topologielösungen	111
6.2	Kennwerte der skalierten 3D-Geometrie der realen Struktur-Nachweisprobe: ursprüngliche (ursp.) bei der Optimierung verwendete und realisierte (real.) Maße	113
6.3	Ergebnisse aus den Zug- und Torsionsprüfungen für die Materialeigenschaften des additiv gefertigten Materials AlSi10Mg	118
6.4	Versuchsmatrix zur experimentellen Validierung von 3D-Geometrien für die Struktur-Nachweisprobe mit verschiedenen Zielspannungsvorgaben	125
6.5	Position des Erstversagens der realen Struktur-Nachweisproben hinsichtlich des Einflusses verschiedener Zustände: zulässiges Versagen im Sinne der Nachweisprobe nur im Zielbereich (ZB), unzulässiges Versagen schattiert	128
6.6	Position des Erstversagens der virtuellen Struktur-Nachweisproben hinsichtlich des Einflusses verschiedener Zustände (Konfigurationen M2 und M3): zulässiges Versagen im Sinne der Nachweisprobe nur im Zielbereich (ZB), unzulässiges Versagen schattiert	144
6.7	Wichtige Nennmaße für die abgeleitete, vereinfachte Geometrie der Türverriegelungswelle mit einem vorderen (vLH) und hinteren Lasthebel (hLH)	148
6.8	Optimierungsergebnisse der Struktur-Nachweisproben für die Türverriegelungswelle	149

7.1	Maßnahmen zur Verringerung der Unsicherheiten Gesamtprozess zur Erzeugung einer Struktur-Nachweisprobe: priorisiert nach Einfluss auf die Steigerung der Prozesseffizienz (Priorität 1 mit hohem Einfluss)	164
-----	--	-----

Gesteigerter Flugverkehr und höhere Betriebskosten veranlassen Luftfahrzeughersteller und -betreiber zu stetigen Effizienzsteigerungen. Hier spielt die Auslegung effizienter, lastangepasster Strukturen eine bedeutende Rolle. Im Bereich additive Fertigung (AF) entstand durch intensive Forschung eine noch nie dagewesene Designfreiheit, welche durch Strukturoptimierung ausgeschöpft werden kann. Allerdings stehen dem auch Herausforderungen im Bereich der Materialeigenschaften und der daraus resultierenden eingeschränkten Bauteilzuverlässigkeit gegenüber. Damit einhergehende Nachbehandlungsschritte und Qualitätsprüfungen können wiederum die Herstellungskosten potenzieren.

Ein vielversprechender Ansatz zur Kostenreduktion bei AF-Bauteilen sind Nachweisproben. Diese erfüllen den Zweck, die Qualität eines Fertigungsprozesses oder des herzustellenden Materials schon früh während des Fertigungsschritts abzubilden. Das angestrebte Forschungsthema behandelt eine neuartige Struktur-Nachweisprobe, welche die strukturelle Qualität eines additiv gefertigten Referenzbauteils stellvertretend abbildet. Sie hat die besondere Eigenschaft, dass sie strukturelle Merkmale direkt in ihre Funktion integriert. Im Gegensatz zu bekannten Ansätzen soll der Fokus der Struktur-Nachweisprobe in diesen Untersuchungen auf der Repräsentation kritischer Positionen in einem Referenzbauteil liegen. Aufgrund der a priori unbekannten Geometrie kommen Verfahren der Topologieoptimierung (TO) zum Einsatz.

Logos Verlag Berlin

ISBN 978-3-8325-6118-5