

**Statik und Dynamik von  
komplexen mechanischen  
Systemen mit Anwendung  
zum Erhalt von Kunstwerken  
und Kulturobjekten**

Kerstin Kracht

λογος



Statik und Dynamik von  
komplexen mechanischen Systemen  
mit Anwendung zum Erhalt von  
Kunstwerken und Kulturobjekten

Kerstin Kracht

Logos Verlag Berlin



λογος

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Dieses Werk ist lizenziert unter der Creative Commons Attribution 4.0 Lizenz CC BY (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>). Die Bedingungen der Creative-Commons-Lizenz gelten nur für Originalmaterial. Die Wiederverwendung von Material aus anderen Quellen (gekennzeichnet mit Quellenangabe) erfordert ggf. weitere Nutzungsgenehmigungen durch den jeweiligen Rechteinhaber.



Logos Verlag Berlin GmbH 2025

ISBN 978-3-8325-6024-9

DOI: <https://doi.org/10.30819/6024>



Hergestellt als Logos-Ökobuch.  
<https://www.logos-verlag.de/oekobuch>

Logos Verlag Berlin GmbH  
Georg-Knorr-Str. 4, Geb. 10  
12681 Berlin

Tel.: +49 (0)30 / 42 85 10 90  
<https://www.logos-verlag.de>

# Statik und Dynamik von komplexen mechanischen Systemen mit Anwendungen zum Erhalt von Kunstwerken und Kulturobjekten

Dr.-Ing.  
Kerstin Kracht

ORCID: 0000-0002-0808-5374

Habilitationsschrift  
an der Fakultät V - Verkehrs- und Maschinensysteme  
der Technischen Universität Berlin

Lehrgebiet  
Technische Mechanik

Vorsitzender des Habilitationsausschusses:  
Prof. Dr.-Ing. Michael Rethmeier

Gutachter:  
Prof. Dr.-Ing. habil. Utz von Wagner  
Prof. Dr.-Ing. habil. Norbert Hoffmann

Eröffnung des Habilitationsverfahrens: 21. Mai 2025  
Tag des Habilitationskolloquiums: 17. Dezember 2025  
Fakultätsratsbeschluss über die Zuerkennung der Lehrbefähigung: 17. Dezember 2025

Berlin 2025



„Deine Musik, die Du machst, kannst nur Du allein.“  
Viggo Mortensen als Tony Lip in der Verfilmung „Green Book“ (2018)



Peer und meiner Mutter.



# Vorwort

Meine Motivation, die Methoden der Mechanik für den Erhalt von historischen künstlerischen Werken einzusetzen, hat ihren Ursprung in einem von der IAESTE (International Association for the Exchange of Students for Technical Experience) zugelosten Praktikumsplatz am Institut für Kulturerbe in Amsterdam im Jahre 2004. In einer Studie, die ich im Rahmen dieses Praktikums betrieben habe, beobachtete ich, wie sich die Farbe von Ölgemälden, die mit Technomusik und niederfrequenten Tönen ( $\leq 150$  Hz) angeregt worden sind, gelöst haben und heruntergefallen sind. Jedes dieser Ereignisse hat mich nachhaltig schockiert und gleichzeitig inspiriert.

Mit dieser Erfahrung und der Erkenntnis, dass der Stand der Technik der in der Museumsbranche getroffenen Schutzmaßnahmen nicht dem im Ingenieurwesen Möglichen entspricht, sind die Entwicklung objektspezifischer schwingungsreduzierender Maßnahmen und der Einsatz des Structural Health Monitorings (SHM) für die Zustandsüberwachung von Kunstwerken und Kulturobjekten der Kern meiner Vision.

Ob modell- oder datenbasierte Zustandsüberwachung, generell ist in beiden Fällen die akurate Erfassung der dynamischen Antwort des betrachteten mechanischen Systems von größter Wichtigkeit. Für die notwendigen schwingungstechnischen Untersuchungen habe ich im Rahmen meiner Dissertation (Forschungsperiode 1 (FP 1) von 2006 bis 2011) einen Gemäldeprüfstand ([120], Abschnitt 2.2, S.16-24) entwickelt. Dieser und eine modernisierte Variante sind auch für die Forschungen im Rahmen meiner Habilitationsschrift (Forschungsperiode 2 (FP 2) von 2013 bis 2024) angewendet worden.

In der Automobilbranche und im Flugzeugbau ist man bestrebt, Normteile zu konstruieren, um das Gesamtsystem beherrschbar zu machen. Die Kunst hingegen lebt von der Einzigartigkeit eines jeden Objektes, die sich in objektspezifische Eigenschaften und Übertragungsverhalten niederschlägt. Dies macht eine Systemidentifikation schwierig. Dem induktiven Ansatz ([3], S. 257) folgend strebte ich im Rahmen meiner Dissertationsschrift „Die Untersuchung des Schwingungsverhaltens von Ölgemälden in Abhängigkeit der Alterung“ [120] danach, die mechanischen Eigenschaften und insbesondere das Schwingungsverhalten

künstlich gealterter Testobjekten einer Gruppe von Kunstwerken zuzuordnen und zu studieren. Hierin habe ich mich auf die Erforschung charakteristischer Schwingungsmoden von Gemäldedummies „[...] nach Art der Alten Meister [...]“ auf textilem Bildträger und der korrespondierenden charakteristischen Schwingungsfrequenzen beschränkt.

In meiner zweiten Forschungsphase habe ich mich auf die Untersuchung der statischen Grundauslenkung der Gemälde in stehender und liegender Position sowie auf die Analyse der Wellenausbreitung in der bemalten Leinwand bei dynamischer Anregung konzentriert. Einzelne, spezifische Schwingungsmoden werden unterstützend für logisch zusammenhängende Erklärungsketten und schließlich für die Modellbildung herangezogen. Es stellt sich heraus, dass sich das statische und dynamische Verhalten der Gemälde wechselseitig beeinflussen. Die entsprechenden Ergebnisse der Messungen mit dem „Gemäldeprüfstand nach KRACHT“ wurden mit den Resultaten von Messungen auf verschiedenen Shakerprüfständen evaluiert.

Um der Diversität von Ölgemälden auf textilem Bildträger gerecht zu werden, werden die Gemäldedummies der ersten Forschungsphase für weitere Analysen im Rahmen des

Habitationsvorhabens wiederverwendet und z. B. mit Doublierungen sowie Risseinbrüchen und -wiederverschließungen modifiziert. Darüber hinausgehend wird das Portfolio um eine zweite Gruppe mit 12 Testobjekten erweitert. Ferner habe ich in den vergangenen 11 Jahren 32 zum Teil sehr unterschiedliche originale Ölgemälde auf textilem Bildträger untersucht. Das erste Original, die beidseitig mit Ölfarbe bemalte Leinwand „Barrikadenkampf“ bzw. „Apokalyptische Landschaft“ von Ludwig Meidner, habe ich im Rahmen eines Restaurierungsprojektes von 12/2013 bis 05/2014 an der Neuen Nationalgalerie Berlin analysiert.

Neben den Ölgemälden habe ich für die vorliegende Habilitationsschrift auch volumenbehaftete Kunstwerke und Kulturobjekte, die in der Fachwelt Museumsobjekte genannt werden, untersucht. Die Analyse möglicher schwingungsreduzierender Maßnahmen zielen auf die Minimierung der Belastung der Gemälde und Objekte während des Transportes, der Ausstellung und Lagerung im Depot ab. Überdies habe ich gemeinsam mit verschiedenen Gewerken in transdisziplinären Projekten praktische Lösungen erarbeitet. Die hieraus resultierenden Erfahrungen und die notwendigen Fachkenntnisse habe ich sowohl an Studierende des Ingenieurswesen als auch an Studierende der Restaurierungswissenschaften und der Kunstgeschichte sowie Interessierte an verschiedenen Hochschulen, Universitäten und Museen in Lehrveranstaltungen, auf Fachtagungen und Kongressen national und international weitergegeben.

Zusammengefasst dokumentiert die vorliegende Habilitationsschrift die Anwendung und Ansätze zur Weiterentwicklung der Mechanik für ein neues Forschungs- und Lehrgebiet mit dem Ziel, Gemälde und Museumsobjekte für die nachfolgenden Generationen zu erhalten. Aufgrund des transdisziplinären Charakters dieses Themas, muss sich die Wissenschaft mit folgender Frage auseinandersetzen: Bedingt die komplexe Realität eine komplizierte Modellbildung?

Nun zum Aufbau dieses Buches: Die Schrift beginnt mit einer Einleitung in die Mechanik, indem ein kurzer geschichtlicher Abriss gegeben wird und Themengebiete der aktuellen Lehre und Forschung genannt werden. Zudem wird die Rolle der Mechanik in der präventiven Konservierung angesprochen.

Der Haupteil dieses Buches ist in drei Teile gegliedert. Der erste Teil beschäftigt sich mit der allgemeinen Formulierung der „Statik und Dynamik komplexer mechanischer Systeme“ aus kontinuumsmechanischer Sicht. Hierbei wird insbesondere auf die Formulierung einer generellen Theorie und ihren axiomatischen Apparat mit mathematischen Stützpfählen in der Differentialgeometrie und Tensorrechnung eingegangen. Dieser Teil des vorliegenden Buches stützt sich in erster Linie auf den Schriften einiger wichtiger Ur-Gestalter dieser Herangehensweise: Truesdell [229], Noll [171] und Bertram [18], [19]. Sinn dieses mathematisch-theoretischen Exkurses ist die Schaffung eines Bewußtseins für die Komplexität der Thematik und Registrierung möglicher Denkansätze zur Verbesserung des Standes der Technik am Ende dieser Schrift.

Im zweiten Teil werden die im ersten Teil unternommenen Herleitungen auf die Anwendbarkeit in der „Statik und Dynamik von Kunstwerken und Kulturobjekten“ reduziert. Aus einem induktiven Ansatz heraus werden die für die Modellierung notwendigen Erkenntnisse aus Messungen gewonnen. Für die messtechnischen Untersuchungen der originalen Gemälde und der Gemäldedummy wird ein Derivat des in [120] entwickelten „Gemäldeprüfstandes nach KRACHT“ angewendet. Der Ansatz zur Evaluierung der Mess-

ergebnisse in Abschnitt 5.3 hat ihren Ursprung in [120] (Abschnitte 3.1 (S. 32-67), 4.4 (S. 116-127) und 5 (S. 129-132)). Die gemessenen Naturerscheinungen werden ansatzweise mit Grundphänomenen linearer Platten- und Schalentheorien erklärt. Darauf basierend wird ein Entscheidungsbaum entwickelt (Abschnitt 6), der sich an den äußerlich erkennbaren Merkmalen der Gemälde orientiert.

Der inter- und transdisziplinäre Charakter der Technischen Mechanik zeigt sich im dritten Teil dieses Buches. Hierin werden neun ausgewählte transdisziplinäre Projekte dargestellt, die den wirkenden Kooperationspartnern entsprechend gruppiert sind: Abschnitt 9: Projekte mit Hochschulen, Abschnitt 10: Projekte mit Museen und Abschnitt 10: Projekte mit Museen und Unternehmen.

Dieses Buch endet mit einer Zusammenfasung sowie einem Ausblick auf notwendige Entwicklungs- und Forschungsarbeiten in der Zukunft. Das Literaturverzeichnis (in alphabatischer Reihenfolge), ein Anhang und eine Danksagung bilden den Abschluss dieser Habilitationsschrift.

Berlin/Schwaberow im Dezember 2025

Kerstin Kracht



# Inhaltsverzeichnis

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Einleitung</b>   | <b>1</b>  |
| <b>I Statik und Dynamik komplexer mechanischer Systeme</b>  | <b>7</b>  |
| <b>1 Vom axiomatischen Apparat der Kontinuumsmechanik zur Modellierung komplexer mechanischer Systeme</b> | <b>17</b> |
| 1.1 Materialunabhängige Gleichungen . . . . .   | 18        |
| 1.2 Materialabhängige Gleichungen . . . . .   | 24        |
| 1.2.1 3-D Theorie der linearen Elastizität . . . . .  | 24        |
| 1.2.2 Das elastische und duale Potential . . . . .  | 26        |
| 1.3 Über den Baukasten der Technischen Mechanik . . . . .   | 27        |
| 1.3.1 Diskrete Elemente der Mechanik . . . . .  | 27        |
| 1.3.2 Kontinuierliche Elemente der Mechanik . . . . .   | 32        |
| <b>2 Bewegungen von Kontinua</b>  | <b>45</b> |
| <b>II Statik und Dynamik von Kunstwerken und Kulturobjekten</b>   | <b>57</b> |
| <b>3 Gemälde</b>  | <b>61</b> |
| 3.1 Testobjekte I: Originale Gemälde . . . . .  | 67        |
| 3.2 Testobjekte II: Präparierte Gemäldedummies . . . . .  | 67        |
| 3.2.1 Gruppe 1 . . . . .  | 71        |
| 3.2.2 Gruppe 2 . . . . .  | 75        |
| <b>4 Experimentelle Untersuchungen: Aufbauten und Durchführungen</b>                                      | <b>79</b> |
| 4.1 Schock- und Vibrationstests von Gemälden auf verschiedenen Shakeranlagen                              | 79        |
| 4.2 Gemäldeprüfstand nach KRACHT . . . . .  | 84        |
| 4.3 Physikalische Materialtests . . . . .   | 86        |
| <b>5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen</b>  | <b>97</b> |
| 5.1 Statische Grundauslenkung . . . . .   | 100       |
| 5.2 Dynamische Antworten auf Anregungen mit einem Rauschsignal . . . . .                                  | 106       |
| 5.3 Dynamische Eigenschaften: Wellencharakter und charakteristische Schwingungsmoden . . . . .            | 107       |
| 5.4 Dauerschwingungsverhalten . . . . .   | 131       |
| 5.5 Thermo-mechanisches Verhalten . . . . .   | 132       |
| 5.6 Elastizität, Plastizität und Dämpfung . . . . .   | 135       |

|   |            |
|---|------------|
| <b>6 Modellierung von Gemälden</b>  | <b>147</b> |
| 6.1 Das Flächentragwerk Gemälde . . . . .   | 148        |
| 6.2 Entscheidungsbaum für Gemälde . . . . .   | 151        |
| 6.3 Digitale Zwillinge von Gemälden . . . . .   | 151        |
| 6.4 Beispielmodellierung der Testgemälde 2 und 3 . . . . .  | 155        |
| <b>7 Beeinflussung der Schwingungsantwort von Gemälden</b>  | <b>169</b> |
| 7.1 Transport . . . . .   | 174        |
| 7.2 Lagerung im Depot . . . . .   | 184        |
| 7.3 Rückseitenschutzkonstruktionen . . . . .  | 191        |
| <b>8 Museumsobjekte</b>   | <b>195</b> |
| 8.1 Analyse von Museumsobjekten . . . . .   | 196        |
| 8.2 Modellierung von Museumsobjekten . . . . .  | 198        |
| 8.3 Beeinflussung der Schwingungsantwort von Museumsobjekten . . . . .  | 202        |
| <b>III Transdisziplinäre Projekte für den Erhalt von Kunstwerken und Kulturobjekten</b>                                       | <b>211</b> |
| <b>9 Projekte an Hochschulen und Universitäten</b>  | <b>215</b> |
| 9.1 Kupferkessel . . . . .  | 215        |
| 9.2 Sarg der Sat-Sobek . . . . .  | 219        |
| 9.3 Rosinenbomber mit Falten . . . . .  | 227        |
| 9.4 Verpackungsanalyse und -entwicklung . . . . .   | 239        |
| <b>10 Projekte mit Museen</b>   | <b>249</b> |
| 10.1 Neue Nationalgalerie Berlin: Ludwig Meidners „Revolution“ (Barrikadenkampf) Verso: „Apokalyptische Landschaft“ . . . . . | 249        |
| 10.2 Kunsthalle Mannheim: Max Beckmanns „Fastnacht“ . . . . .   | 252        |
| 10.3 Jüdisches Museum Berlin: Die gläsernen Stelen und frei stehenden Wände .   | 255        |
| <b>11 Maßnahmenentwicklung und -umsetzung mit Museen und Unternehmen</b>  | <b>263</b> |
| 11.1 Kunstmuseum Den Haag & Turtle, Den Haag: Evolution . . . . .   | 263        |
| 11.2 Landesmuseum Hannover & museumstechnik GmbH, Berlin: Goldene Tafel aus Lüneburg . . . . .                                | 271        |
| <b>Zusammenfassung und Ausblick</b>   | <b>279</b> |
| <b>Anhang</b>   | <b>283</b> |

# **Einleitung**



Die Mechanik besitzt als historisch ältestes Teilgebiet der (Klassischen) Physik, insbesondere der „Theoretischen Physik“ und der „Festkörperphysik“, vielfältige Facetten. Untersuchungsgegenstand der Mechanik ist im weitesten Sinne die Beschreibung der Bewegungen von Festkörpern und Fluiden. Die Ingenieursmechanik wird klassisch in die Teilgebiete Statik, Dynamik und Festigkeitslehre strukturiert, wobei die Dynamik in die Bereiche Kinematik und Kinetik gegliedert wird.

Der konzeptionelle Apparat, der die physikalischen Zusammenhänge erklären soll, entsteht durch die Akzeptanz in einer fachlichen Gemeinschaft. Dementsprechend ist das Meinungsklima verantwortlich für die Durchsetzung einer Theorie. Da das Meinungsklima von der Anschauung und damit der Kultur abhängt, haben sich in den verschiedenen Teilen der Welt auch unterschiedliche Erklärungsversuche für physikalische Phänomene herauskristallisiert. Ein Beispiel ist das Konzept der Kraft, welches in der Mechanik der westlichen Welt eine zentrale Rolle einnimmt. Jainas (Anhänger des Jainismus, einer transtheistischen Religion im alten Indien) hingegen kommen gänzlich ohne die Erwähnung der Kraft aus [96], (S. 4 und 5). Auch Heinrich Hertz (1857-1894) trachtet nach einer kräfteelosen Mechanik [217], (Seite 137.). Einen weiteren Aspekt führt Mauguin in [151], (S. 265) bzgl. der Entwicklung der modernen Kontinuumsmechanik an. Er weist darauf hin, dass „[...] Russian authors deserve also attention for attempts at a synthetic vision that were belittled internationally for linguistic or ideological reasons. [...]“.

Das Studium der Entwicklung einzelner physikalischer Konzepte in den verschiedenen Kulturen ist hochinteressant und sehr anspruchsvoll. Um das eigentliche Ziel dieses Buches, die (Weiter-)Entwicklung vielversprechender Basiskonzepte für die Anwendung zum Erhalt von Kunstwerken und Kulturobjekten, zu erreichen, muss eine Vorauswahl getroffen werden. Bedingt durch die eigene Ausbildung der Autorin beschränkt sich diese Schrift auf die westlichen Theorien der Mechanik in dieser Welt.

In ihren Anfängen wird die westliche Mechanik (im Weiteren kurz „Mechanik“) aufgrund von praktischen Fragestellungen, wie die Bestimmung der Dichte von Festkörpern (Archimedes, um 250 v. Chr.), die Konstruktion eines Perpetuum mobiles in Form eines selbstdrehenden Rades (Villard de Honnecourt um 1200 n. Chr.) oder die eines Hebwerkzeuges wie den Flaschenzug (Vitruvius um 1550 n. Chr.) für die Menschen interessant [217] (Tafel I und III). Infolge ihres praktischen Bezuges ist die Mechanik an den Technischen Universitäten im Ingenieurwesen in einem mindestens gleich großen Maße wie in der Physik verankert. Die Ziele und Betrachtungsweisen der Physiker und Ingenieure sind unterschiedlich, wobei ausgeprägte Überlappungen existieren. Eine Schnittstelle ist der Wunsch von Ingenieuren, eine generalisierte Mechanik zu erarbeiten (siehe z. B. [152]), was wiederum eine große Schnittmenge mit der Mathematik bedingt.

Tatsächlich etabliert sich die Mechanik durch die Arbeiten von Johannes Kepler (1571-1630), Galileo Galilei (1564-1642) und schließlich Isaac Newton(1643-1727) als dauerhafte Wissenschaft. Hierüber schreibt István Szabó (1906-1980) in [217] (Seite 3) bezüglich der *Philosophiae naturalis principia mathematica*, verfasst von Isaac Newton im Jahr 1686: „[...] Es ist nach GALILEIS (1564-1642) *Discorsi* (1638) der endgültige Durchbruch zur stetigen Weiterentwicklung der Mechanik. [...]“. Tatsächlich ist es Newton, der mittels acht Definitionen über Masse, Bewegungsgröße, Trägheitskraft, eingeprägten Kräfte und Zentripetalkraft sowie drei Axiomen (1. Trägheitsgesetz, 2. Gleichheit der Bewegungsgröße mit der bewegenden Kraft, 3. actio=reactio), ein populäres und weitreichendes Grundgerüst

## Einleitung

der Mechanik erklärt. Newtons Axiome und Definitionen entfachen bis heute kontroverse Diskussionen über Bewegungsgesetze und Erhaltungsgrößen. Seine Erkenntnisse leitet Newton hauptsächlich aus seinen Beobachtungen von Würfen und der Himmelsmechanik ab [217], (Seite 7). Christiaan Huygens (1629-1695) trägt wesentlich zu dieser Entwicklung bei. Parallel zu den Fortschritten in der Festkörpermechanik beschäftigen sich Gelehrte, wie René Descartes (1596-1650) mit hydro- und aerodynamischen Untersuchungen insbesondere der Wirbeltheorie und widerstandsbehafteten Bewegungen in Fluiden.

Zwischen Newton und Leibniz (1664-1716) entbrennt eine Kontroverse um die Urheberschaft der Differential- und Integralrechnung. Heute gelten beide als Urheber. Daraufhin bricht der philosophische Streit über das wahre Kraftmaß aus: Während Newton und Descartes das Kraftmaß als Erhaltungsgröße sahen, hielt Leibniz Erhaltungsgrößen für fundamentaler. Leibniz beschäftigte sich mit Stößen und definierte die „lebendige Kraft“, was dem Impuls nahe kommt [217], (Seite 42 ff.). Im 18. Jahrhundert führt Leonhard Euler (1707-1783), inspiriert durch die Arbeiten von Johann Bernoullis Strudeltheorie, das Prinzip des Freischnitts ein und formuliert für ein infinitesimales Massenelement den Impuls- und schließlich den Drehimpulssatz [217], (Seite 20-22). Jean-Baptiste le Rond d'Alembert (1717-1783) führt im Jahr 1743 die Trägheitskräfte in die Impuls- bzw. Drehimpulsbilanz in Form von eingeprägten Kräften ein. Joseph-Louis Lagrange (176-1813) modifiziert das Prinzip von d'Alembert im Jahr 1811, was die Basis seiner Entwicklung der Lagrangeschen Gleichungen ist [217], (Seite 130 ff.). Hierin benutzt Lagrange die Variationsrechnung, welche maßgeblich von Johann Bernoulli, Jakob Bernoulli und schließlich von Euler sowie Lagrange entwickelt worden ist. Ausgangspunkt der Überlegungen ist das „Problem der Brachistochrone“ [217], (Seite 108 ff.).

Neben dem Prinzip von d'Alembert in der Lagrangeschen Fassung,

$$\int (d\underline{F}^e - dm\underline{a})\delta \underline{r} = 0, \quad (0.1)$$

dominiert das Prinzip von Hamilton (benannt nach William Hamilton, 1805-1865),

$$\int_{t_0}^{t_1} (\delta L + \delta A) dt = 0 \quad (0.2)$$

mit der Lagrangeschen Funktion  $L = T - U$  ( $T$  := kinetische Energie,  $U$  := potentielle Energie und der Arbeit der potentiallosen Kräfte  $A$ , die klassische Mechanik [217], (Seiten 128, 136.). Während Ersteres ein Differentialprinzip ist, ist das Prinzip von Hamilton ein Integralprinzip. Mit diesen beiden Prinzipien gelingt es Bertram und Forest in [19] aus dem Prinzip der virtuellen Leistung alle anderen Bilanzgleichungen der Mechanik herzuleiten (siehe Abschnitt 1.1).

Nach Carl-Friedrich Gauss (1777-1855) besagt das Prinzip des kleinsten Zwanges, dass „[...] die wirkliche Bewegung in möglichst großer Übereinstimmung mit der freien Bewegung verläuft oder unter möglichst kleinem Zwang.“ [217], (Seite 136).

Die Elastizitätstheorie nimmt Ihren Anfang mit der Frage Galileis nach der Bruchgrenze eines Tragwerkes (1663) und den daraus resultierenden Festigkeitsuntersuchungen. Dennoch wird Robert Hooke (1635-1703) zuerkannt, das erste Elastizitätsgesetz aufgestellt zu haben [217], (Seite 355.). Die Fundamente der Kontinuumsmechanik erstellt Augustin-Louis Cauchy (1789-1857) um 1822.

Mit den Verformungen von elastischen Kontinua beschäftigen sich Euler und die Bernoullis (Balkenbiegung), Charles Augustin de Coulomb (1736-1806, Balkenstatik), Claude Navier (1785-1836, Balkenstatik), Ernst Chladni (1756-1827, Theorie des Klanges bei Platten), Jakob II Bernoulli (1759-1789, Platte) und Gustav Kirchhoff (1824-1887, Platte). Die zuletzt genannte und weiter geführte Plattentheorien werden in Abschnitt 1.3.2 näher behandelt [217], (Seite 351 ff.).

Die Hydromechanik entsteht parallel zur Festkörpermechanik und beginnt mit dem Archimedischen Prinzip (ca. 250 vor Chr.). Da die Mechanik der Fluide ein eigenes Gebiet ist, welches in dieser Arbeit lediglich in Abschnitt 9.3 gestreift wird, wird an dieser Stelle auf [217], (Seite 143 ff.) verwiesen.

Im 20. Jahrhundert entwickelt sich das Bestreben die Kontinuumsmechanik mittels eines axiomatischen Apparates als fundamentale Wissenschaft zu begründen. Wissenschaftler, die maßgeblich daran beteiligt sind, sind u. a.: Albert Einstein (1879-1955), Clifford Truesdell (1919-2000), Ronald Rivlin (1915-2005), Walter Noll (1925-2017), Ingo Müller (1936-), Albrecht Bertram(1950-). Diese Thema wird in Abschnitt I aufgegriffen.

Dieser kurze geschichtliche Abriss der Entwicklung der Mechanik im westlichen Teil der Welt macht deutlich, dass die Gelehrten entweder durch praktische Probleme motiviert werden, an einem Thema in der Mechanik zu arbeiten, oder sie stoßen auf mathematisch-philosophische Unstimmigkeiten. Auch ist festzustellen, dass die Mechanik durch die entstandene Themenvielfalt und resultierenden Spezialisierungen immer weiter aufgefächert wird. Während es zu Zeiten Da Vincis und Leibniz Universalgelehrte sind, die die Mechanik entwickeln, sind es heute Wissenschaftler, die auf einem kleinen Gebiet mit einem extrem hohen Vertiefungsmaß tätig sind. Die Gebiete reichen auch in der Gegenwart von einer generalisierten anwendungsunspezifischen theoretisierten fast philosophischen Sicht bis zu einer anwendungsspezialisierten Betrachtung, wie in der Biomechanik, Baustatik/-dynamik, Bodenmechanik, Maschinendynamik usw. Hier ist die Mechanik eher Mittel zum Zweck und wird als Bau- oder Werkzeugkasten verwendet, um praktisch motivierte Fragestellungen zu lösen.

Aktuelle Lehr- und Forschungsgebiete in der Mechanik sind die Kontinuumsmechanik, Bruchmechanik, Mehrkörpermechanik, Dynamik etc. Die Computermechanik (computational mechanics) ist eine Entwicklung in der Gegenwart. Diese geht einher mit der Bereitstellung genügend leistungsfähiger Digitalrechner zur Behandlung komplexer, mechanischer Probleme seit Anfang der 1950er Jahre. Etablierte Lösungsmethoden sind z. B. die Finite Elemente Methode (FEM), die Finite Differenzen Methode (FDM) und die Mehrkörpersimulation (MKS) [206]. Diese Entwicklung ermöglicht die eindrucksvolle Visualisierung von Ergebnissen, was die fachübergreifende Kommunikation stark vereinfacht. Dies ist ein wichtiger Aspekt, denn der Aufwand, die Mechanik allgemein verständlich, anwendungsfreundlich und dennoch korrekt zu erklären, ist nicht zu unterschätzen.

Die Computertechnik schafft außerdem die Voraussetzung für das maschinelle Lernen (ML) und die Implementierung künstlicher Intelligenz (KI), um automatisiert aus großen Datenmengen, die z. B. bei der Zustandsüberwachung gewonnen werden, Modelle abzuleiten und das zukünftige Schädigungsgeschehen vorauszusagen. Wie sich im Verlauf dieser Arbeit zeigen wird, können ML und KI sinnvolle Werkzeuge sein, um Kunstwerke und Kulturobjekte präventiv und nachhaltig zu schützen.

## Einleitung

Steht nicht die Mechanik im Zentrum des Interesses, sondern der Erhalt von Kunstwerken und Kulturobjekten, ist die Mechanik eines von vielen einzubeziehenden Fachgebieten. In der Fachwelt der Restaurierung und Konservierung werden die „Zehn Einflußfaktoren des Verfalls“ von Kunstwerken und Kulturobjekten („Ten Agents of Deterioration“) definiert. Diese sind in Abbildung 1 zusammengetragen. Die erst genannte Größe, „Physikalische

|                             |  |                        |
|-----------------------------|--|------------------------|
| Physikalische Kräfte        |  | Diebstahl, Vandalismus |
| Feuer                       |  | Wasser                 |
| Ungeziefer                  |  | Verschmutzungen        |
| Licht                       |  | Inkorrekte Temperatur  |
| Inkorrekte rel. Luftfeuchte |  | Zersetzung             |

Abb. 1: Zehn Einflußfaktoren des Verfalls [37], [246]

Kräfte“, betrifft die Mechanik direkt. Überschneidungen existieren mit fast allen anderen Einflussfaktoren, wodurch für die Lösung der Probleme komplexe, multiphysikalische Betrachtungsweisen notwendig werden.

Technologische im Speziellen mechanische Entwicklungen bieten viele Möglichkeiten, den Erhalt von Kunstwerken und Kulturobjekten zu unterstützen. Sei es bei der Auslegung technischer Lösungen für den klimastabilen und schwingungsarmen Transport, der Ausstellung und der Lagerung im Depot (präventive Konservierung) oder zur Unterstützung der Restaurierung bei der Zustandsbestimmung und -überwachung der Objekte sowie bei der Planung restauratorischer Maßnahmen. Doch bis dahin ist es ein weiter Weg.

Inspiriert von dem Entwicklungsweg der Mechanik werden im Folgenden die für den Schutz von Kunstwerken und Kulturobjekten vor den „Physikalischen Kräften“ notwendigen Werkzeuge systematisch hergeleitet. Ausgangspunkt ist die Überlegung einer möglichst allgemein gültigen Formulierung des konzeptionellen Apparates.

## **Teil I**

# **Statik und Dynamik komplexer mechanischer Systeme**



Gegenstand der Mechanik ist die Beschreibung der Bewegung von materiellen Körpern. Abzählbar viele materielle Körper bilden ein komplexes mechanisches System. Verändert das mechanische System seine Lage oder seine Gestalt, ist seine Bewegung dynamisch. Verharrt das mechanische System in seiner Platzierung und ändert seine Gestalt nicht, handelt es sich bei der Bewegungsform um den statischen Grenzfall. In beiden Fällen ist zu klären:

1. Was ist ein materieller Körper?
2. Wie kann die Lage und die Lageveränderung beschrieben werden?
3. Was sind die Ursache und die Wirkung der Bewegung?

Wie bereits angedeutet, sind die Antworten abhängig von der Perspektive. In dieser Arbeit werden die unternommenen messtechnischen Untersuchungen mit den Werkzeugen der Kontinuumsmechanik beleuchtet. Die Wahl fällt auf die Kontinuumsmechanik, da diese durch die Verknüpfung mit der Differentialgeometrie und der Tensorrechnung zu einer generellen Theorie gereift ist, die nun für eine Vielzahl von Anwendungen geeignet ist ([49], S. V).

In der Kontinuumsmechanik ist ein materieller Körper eine kompakte, normale, orientierte, dreidimensionale differenzierbare Mannigfaltigkeit  $\mathcal{B}$  mit dem Rand  $d\mathcal{B}$  ([18], S. 67).

Es ist an dieser Stelle für die weiteren Erklärungen wichtig zu erinnern, dass eine  $n$ -dimensionale Mannigfaltigkeit  $\mathbf{M}$  ein topologischer Hausdorffraum ist. Ein topologischer Hausdorffraum wiederum ist ein topologischer Raum, der die Hausdorff-eigenschaft, d.h. paarweise verschiedene Punkte  $x, y$  besitzen offene Umgebungen  $U_x, V_y$ , aufweist. Last but not least: Eine Topologie  $T$  besteht aus Teilmengen einer Grundmenge  $X$  und erfüllt folgende Voraussetzungen:

1. Die leere Menge ist Element von  $T$ :  $\{\} \in T$ .
2. Die Schnittmenge von Teilmengen von  $T$  ist Element von  $T$ .
3. Die Vereinigung von Teilmengen von  $T$  ist Element von  $T$ .

Die Grundmenge  $X$  und die Topologie  $T$  bilden gemeinsam den topologischen Raum  $\{X, T\}$ . Die topologische Struktur auf einer Menge ermöglicht die Übertragung intuitiver Lagebeziehungen wie „Nähe“ und „strebt gegen“ auf allgemeine Strukturen mit präziser Bedeutung. Eine dieser Strukturen ist die Karte um  $x$ , wobei  $x \in \mathbf{M}$  und  $x$  offene Umgebungen  $U_x$  besitzt, die homöomorph zu offenen Teilmengen des  $\mathbb{R}^n$  sind. Der Homöomorphismus  $\Phi$  zu  $U_x$ , kurz  $(U_x, \Phi)$ , heißt Karte um  $x$ . Alle Karten um  $x$  und damit auch alle Koordinatensysteme um  $x$  sind gleichberechtigt ([18], S. 47).

Ein Beispiel für eine Karte ist ein Rechteck aus Aluminiumfolie, welche zu einem Torus gefaltet werden kann. Das Rechteck aus Aluminiumfolie ist die Karte des Torus'. Ein weiteres Beispiel ist die Sphäre, die bereichsweise auf eine rechteckige Fläche abgebildet wird. Um die gesamte Sphäre abzubilden, sind mehrere Rechteckflächen notwendig. Alle Rechteckflächen zusammen bilden den Atlas der Sphäre, falls sie die Sphäre komplett überdecken ([18], S. 43).

Die Elemente von  $\mathcal{B}$  werden materielle Punkte genannt. Diese Elemente sind so dicht gepackt, dass die Menge der materiellen Punkte nicht abzählbar ist. Dies folgt aus dem

klassischen Gedanken der Kontinuumsmechanik, der Körper  $\mathcal{B}$  füllte ein homogenes und isotropes Raumgebiet kontinuierlich aus. Des Weiteren sei die Differential-3-Form  $dm$  im Innern von  $\mathcal{B}$  positiv, integrierbar und heiße Massenelement. Die aus dem Integral,  $\int_{\mathcal{B}} dm =: m_{\mathcal{B}}$ , resultierende Zahl  $m_{\mathcal{B}}$  heißt Masse von  $\mathcal{B}$  ([18], S. 67). In der klassischen Mechanik wird vereinbart, dass die Masse eines materiellen Körpers unveränderlich ist. Um Längen zwischen den materiellen Punkten messen sowie Orientierungen in Winkeln angeben zu können, wird die differenzierbare Mannigfaltigkeit mit einer Metrik, was die Einführung einer Bezugsbasis bzw. eines Koordinatensystems voraussetzt, ausgestattet ([252], S. 115).

Die Überführung des diskreten Materiemodells bestehend aus Atomen und Molekülen in ein rein gedankliches, phänomenologisches und kontinuierliches ist eine erste Vereinfachung, die unter Beachtung des Größenmaßstabs mit Hilfe von Homogenisierungsmethoden auf mikro-, meso- und makroskopischer Ebene angewendet wird. Probleme treten auf, wenn materielle Körper mit Defekten oder Inklusionen exakt beschrieben werden sollen. Insbesondere für die Behandlung von Aufgaben in der Bruchmechanik wird dual zur klassischen Lehre der „Mechanik im physikalischen Raum“ das Gebäude der „Mechanik im materiellen Raum“ entwickelt [105].

Die kontinuumsmechanische Beschreibung der komplexen Systeme „Kunstwerke und Kulturobjekte“ steht am Anfang der Entwicklung. Im Sinne einer sich dem Detail nähernden Vorgehensweise, liegt der Fokus dieser Arbeit auf der klassischen Beschreibung. Demgemäß wird der oben definierte materielle Körper  $\mathcal{B}$  für die mathematische Beschreibung seiner Lage in die differenzierbare Mannigfaltigkeit  $\mathcal{E}$  eingebettet. Gemäß [18] (s. 69,70) ist die Einbettung mathematisch gesehen eine Abbildung der differenzierbaren Mannigfaltigkeit  $\mathcal{B}$  nach der differenzierbaren Mannigfaltigkeit  $\mathcal{E}$ , also  $\kappa : \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{E}$ , mit den folgenden Eigenschaften:

- $\kappa$  ist injektiv,
- $\kappa(\mathcal{B})$  ist reguläre Untermannigfaltigkeit von  $\mathcal{E}$
- $\kappa$  und  $\kappa^{-1}$  sind einmal stetig differenzierbar,
- das Differential von  $\kappa$  ist injektiv,
- $\mathcal{B}$  wird unter  $\kappa$  in ein normales Gebiet von  $\mathcal{E}$  abgebildet.

Die Differenzierbarkeit ist für offene Intervalle definiert [155], (S. 260).  $\mathcal{B}$  ist allerdings eine geschlossene Menge. Diese Diskrepanz wird gelöst, indem das Differential von  $\mathcal{B}$  auf dem Rand  $d\mathcal{B}$  glatt bzw.  $\mathcal{B}$  in  $\mathcal{E}$  diffenzierbar fortgesetzt wird. Im zweiten Fall ist die Vereinigungsmenge wieder offen und damit vollständig diffenrenzierbar.

In der klassischen Mechanik wird in der Regel der Raum unserer physikalischen Anschauung durch den dreidimensionalen Euklidischen Raum  $\mathbb{E}^3$  repräsentiert. Zudem wird postuliert, dass der Euklidische Raum und seine Struktur unabhängig von einer Massenverteilung ist, d. h. der Raum ist homogen und isotrop.

Die Einbettung von  $\mathcal{B}$  in den Euklidischen Raum  $\mathbb{E}^3$  ist die Platzierung des Körpers  $\mathcal{B}$ . Eine nicht-leere Menge von Einbettungen von  $\mathcal{B}$  in  $\mathbb{E}^3$  (Platzierungen  $\kappa_i$ ) wird Platzierungsklasse  $K$  genannt, wenn  $K$  folgende Eigenschaften besitzt:

- alle Platzierungen besitzen die gleiche Orientierung,

- $K$  ist abgeschlossen gegenüber orientierungstreuen Isometrien, wie z. B. Starrkörpermodifikationen.

Nach Noll [171] ist eine Konfiguration eine Äquivalenzklasse von  $K$  bzgl.  $\sim$ , wenn gilt:  $\kappa_1 \sim \kappa : \kappa_1 \kappa_2^{-1}$  lässt sich zu einer Isometrie auf  $\mathbb{E}^3$  fortsetzen. Die Konfiguration eines Körperelementes in  $X$  ist die Abbildung  $G_X : T_X \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{T}_X * \mathcal{B}$ , wobei  $G_X := \kappa_X * \kappa_X$  ist und  $\kappa_X$  die Platzierung des Körperelementes in  $X \in \mathcal{B}$  sei.

Die Konfiguration  $G_X$  induziert damit auf dem Tangentialraum  $T_X * \mathcal{B}$  ein Skalarprodukt, wodurch Winkel und Längen gemessen werden können. Dies ermöglicht die intrinsische Beschreibungsweise der Bewegung von materiellen Körpern.

**Die intrinsische Beschreibung** der Bewegung materieller Körper wurde von Noll in [171] vorgestellt. Noll motiviert diese Beschreibungsweise mit ihren Vorzügen: 1. es werden kein a priori Referenz- und Koordinatensystem benötigt, 2. es wird keine Raum-Zeit-Struktur vorgegeben. Hierdurch besitzt der intrinsische Ansatz die gewünschte Generallität.

Für die intrinsischen Beschreibung ist der materielle Körper  $\mathcal{B}$  selbst der Konfigurationsraum. Die Metrik ist nicht entscheidend sondern die Topologie von  $\mathcal{B}$  ([46], S. 10).

Mit der Definition einer Menge reellwertiger  $C^\infty$ -Funktionen  $L_x$  auf den offenen Umgebungen  $U_x$  von  $x \in \mathbf{M}$  wird die Äquivalenzrelation  $g \sim f$  eingeführt, so dass auf  $L_x$  gilt  $g|_{U_x} = f|_{U_x}$ . Die Abbildung der Äquivalenzrelation sei  $p$  und der Quotientenraum  $G_x := L_x / \sim$ . Mit der Einführung einer kommutativen Algebra auf  $G_x$  kann der Tangentenvektor als Abbildung  $t : G_x \rightarrow \mathbb{R}$ , die linear ist und der Leibniz-Regel genügt, definiert werden. Die Menge aller Tangentenvektoren heißt Tangentialraum  $T_x \mathbf{M}$  in  $x$  in  $\mathbf{M}$  ([18], S. 44/45). Nun wird der Kotangentialraum  $T_x^* \mathbf{M}$  als Homomorphismus des Tangentialraums  $T_x \mathbf{M}$  definiert.  $T_x^* \mathbf{M}$  ist damit Dualraum von  $T_x \mathbf{M}$ . Dementsprechend besitzen der Tangentialraum  $T_x \mathcal{B}$  die natürliche Basis  $\frac{\partial}{\partial \Phi^i}$  und der Kotangentialraum die duale Basis  $d\Phi^i$  (Gradientenbasis) ([18], S. 46).

Für die intrinsischen Beschreibung der Bewegungen von  $\mathcal{B}$  werden die materiellen Koordinaten  $\Phi^i$  eines materiellen Punktes  $p^i$  von  $\mathcal{B}$  definiert ([18], S. 74-76): „[...] Sei  $\{U_x, \underline{\Phi}\}$  eine Karte der Umgebung  $U_x$  eines materiellen Punktes  $X \in \mathcal{B}$ . Deren Koordinaten

$$\Phi^i := p^i \quad \underline{\Phi} : U_x \rightarrow \mathbb{R} \quad (0.3)$$

heißen materielle Koordinaten.[...]. Für jedem materiellen Punkt kann auf diese Weise schließlich eine natürliche und eine Gradientenbasis berechnet werden.

Physikalisch bedeutet dies: Verformt sich der materielle Körper, so kann nun in jedem materiellen Punkt ein Tangentenvektor angelegt werden. Die Menge aller Tangentenvektoren, die durch physikalisch mögliche, aber nicht notwendigerweise tatsächlich auftretende Verformungen (virtuelle Verformungen  $\Rightarrow$  siehe Abschnitt 1.1) entsteht, bildet den Tangentialraum. Die den Tangentialraum aufspannende natürliche Basis  $\frac{\partial}{\partial \Phi^i}$  ist das Bezugssystem zur Beschreibung der Bewegung. D. h. der materielle Körper und seine Verformung definieren das Bezugssystem selbst. Ein äußerer Beobachter oder eine äußere Koordinatenbasis braucht nicht eingeführt werden. Hieraus erklärt sich auch die nähtere Bezeichnung „intrinsisch“, welche von dem lateinischen Wort „intrinsecus“ abstammt und „inwendig“ bedeutet.

Aufgrund des höheren Grades an mathematischer Abstraktheit und der fehlenden Unterrichtseinheiten in der Differentialgeometrie im Ingenieurstudium, ist die Bewegungsbeschreibung mit Hilfe der „geometrischen Sprache der Kontinuumsmechanik“ eher den Physikern und Technomathematikern vorbehalten. Die Ingenieure bevorzugen in der Regel die bezogene Beschreibungsweise. Der Preis der Anschaulichkeit ist die Notwendigkeit der Anwendung der Euklidischen Transformation im Falle eines Basis- und/oder Beobachterwechsels.

**Die bezogene Beschreibungsweise** der Bewegungen eines allgemeinen materiellen Körpers  $\mathcal{B}$  geht von einer Ausgangs- bzw. Referenzkonfiguration aus. Dabei muss die Ausgangs- bzw. Referenzkonfiguration nicht notwendigerweise jemals von  $\mathcal{B}$  eingenommen werden. Zur Erlangung einer komfortablen Anschauung wird  $\mathcal{E}$  so mathematisch definiert, dass dieser möglichst gut dem uns umgebenden physikalischen Raum entspricht. Allem voran wird gefordert, dass in  $\mathcal{E}$  Längen und Winkel gemessen werden können. Dies ist in einer Mannigfaltigkeit nicht möglich und leitet zur Einführung eines metrischen Raumes und hier im Speziellen des Euklidischen Raumes.

Die Bewegung von  $\mathcal{B}$  in  $\mathcal{E}$  kann, wie in Abbildung 2 an einem allgemeinen materiellen Körper gezeigt ist, mittels einer raumfesten zeitinvarianten, kartesischen Bezugsbasis und/oder einer körperfesten mitbewegten kartesischen Bezugsbasis beschrieben werden. Grundsätzlich können die drei Gitterlinien  $x_1, x_2, x_3$  des räumlichen Koordinatennetzes

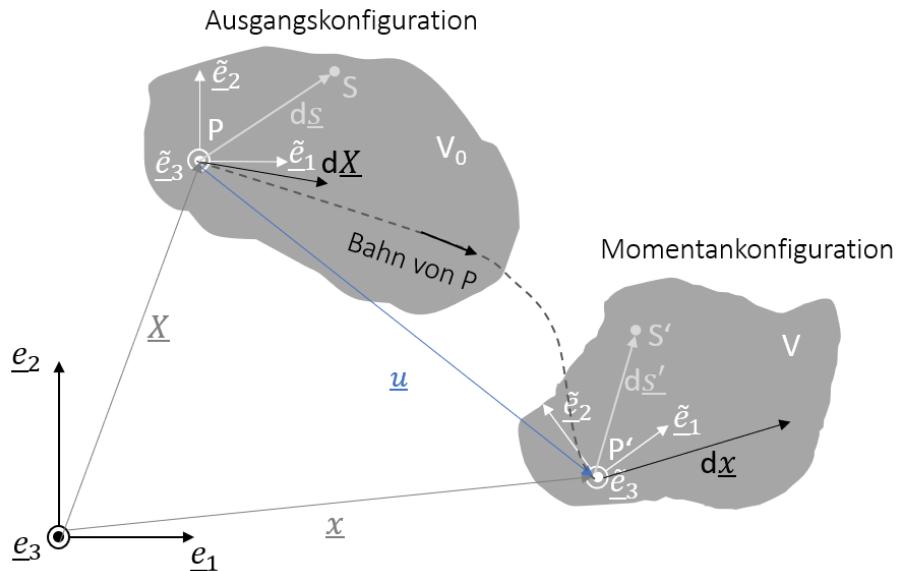


Abb. 2: Definition einer raumfesten, zeitinvarianten, kartesischen Bezugsbasis ( $e_1, e_2, e_3$ ) und einer körperfesten mitbewegten kartesischen Bezugsbasis ( $\tilde{e}_1, \tilde{e}_2, \tilde{e}_3$ ) an einem beliebigen Kontinuum

genauso geradlinig und senkrecht aufeinander stehen wie die Basisvektoren angeordnet sind. Die Koordinatenlinien können aber auch krummlinig sein und werden wegen der Unterscheidbarkeit  $z^i$  mit  $i \in \{1, 2, 3\}$  genannt.

Es wird vorausgesetzt, dass die Koordinaten beider Arten Gitternetzlinien einen Isomorphismus bilden, d. h. es existiert einen umkehrbar eindeutigen Zusammenhang. Damit

gelten

$$z^j \equiv z^j(x_k) \text{ und } x_k \equiv x_k(z^j) \text{ mit } j, k \in \{1, 2, 3\}. \quad (0.4)$$

Das jeweilige totale Differential sind

$$dx_i = \frac{\partial x_i}{\partial z^k} dz^k \text{ und } dz^k = \frac{\partial z^k}{\partial x_i} dx_i \text{ mit } i, k \in \{1, 2, 3\}. \quad (0.5)$$

Mit dem Satz des Pythagoras und mit Gl. 0.5 folgt schließlich der Abstand  $ds$  der zwei infinitesimal voneinander entfernten Punkte P und S (siehe Abbildung 2) in rechtwinkeligen Koordinaten:

$$ds = \sqrt{\left(\overset{(P)}{x_1} - \overset{(S)}{x_1}\right)^2 + \left(\overset{(P)}{x_2} - \overset{(S)}{x_2}\right)^2 + \left(\overset{(P)}{x_3} - \overset{(S)}{x_3}\right)^2} = \sqrt{dx_i dx_i} = \sqrt{\underbrace{\frac{\partial x_i}{\partial z^k} \frac{\partial x_i}{\partial z^j}}_{g_{kj}} dz^k dz^j}. \quad (0.6)$$

Der Ausdruck  $g_{kj}$  in Gl. 0.6 sind die Koeffizienten des metrischen Tensors (kurz als „Metrik“ bezeichnet) genannt. Die Metrik ist ein symmetrischer Tensor 2. Stufe. Demgemäß gilt

$$g_{kj} = \frac{\delta x_i}{\delta z^k} \frac{\delta x_i}{\delta z^j} = \frac{\delta x_i}{\delta z^j} \frac{\delta x_i}{\delta z^k} = g_{kj}. \quad (0.7)$$

Mit

$$g_{kl} = \frac{\delta x_i}{\delta z^k} \frac{\delta x_i}{\delta z^l} = \frac{\delta x_i}{\delta z^k} \frac{\delta x_j}{\delta z^l} \delta_{ij} = \frac{\delta x_i}{\delta z^k} \frac{\delta x_j}{\delta z^l} e_i e_j = \frac{\delta x_i}{\delta z^k} e_i \frac{\delta x_j}{\delta z^l} e_j = g_k e_i g_l e_j, \quad (0.8)$$

wobei

$$\delta_{ij} := \begin{cases} 1, & \text{falls } i = j \\ 0, & \text{falls } i \neq j \end{cases} \quad (0.9)$$

das Kroneckersymbol ist, folgt die Definition des Tangentenvektors ([161], S.24-25)

$$g_k = \frac{\partial x_i}{\partial z^k} e_i. \quad (0.10)$$

Es gibt verschiedene Metriken, die zwischen den Koordinaten bzw. Basisvektoren zweier Bezugssysteme definiert werden können [161] (S. 23-25). Die kontravariante Metrik ergibt sich analog zu:

$$\frac{\partial x^k}{\partial x_m} \frac{\partial x^l}{\partial x_m} = g^{kl}. \quad (0.11)$$

Mit Hilfe der Metrik lassen sich Vektoren, Matrizen, Tensoren jeder physikalischen Natur sehr elegant von einer Bezugsbasis in die andere umrechnen (siehe dazu beispielsweise [161] S. 37 ff.). Zudem ist diese Darstellungsform für die Verwendung in Computerprogrammen prädestiniert. Für tiefer greifenderes Interesse an der Vektor- und Tensorrechnung wird auf [227] und [198] verwiesen.

Die Beziehung in Gl. 0.10 erlaubt nun die rechnerische Durchführung des Basiswechsels, d. h. die ko- und kontravariante Darstellung von Punkten, Linien-, Flächen- und Volumenelementen (siehe Abschnitt 4.2.5 „Herauf- und Herunterziehen von Indizes“ in [198], S. 210-212).

**Ein Beobachter** wird in der Messtechnik „Sensor“ genannt. Da auch die Kontinuumsmechanik letztendlich nicht ohne die Validierung durch Messungen auskommt, wird die Statik und Dynamik praktischerweise beobachterbezogen beschrieben. Dabei ist kein Beobachter speziell ausgezeichnet. Dementsprechend sind Beobachterwechsel zulässig. Gemäß [18] (S. 101) gilt hier die Beschränkung, dass der Beobachterwechsel zweimal stetig differenzierbar ist. Nun bleibt die Frage zu klären, wie sich die Beschreibung von Bewegungen eines materiellen Körpers (Bewegungsfunktionen) unter dem Wechsel des Beobachters verhält. Diese Fragestellung besitzt tatsächlich praktische Relevanz, da in der Messpraxis Sensoren mit unterschiedlichen Messprinzipien verwendet und verschieden z. B. auf dem materiellen Körper oder in seiner Umgebung platziert werden.

$\kappa_\xi$  sei die vom Beobachter „wahrgenommene“ Bewegung des materiellen Körpers. In der Regel wird in der Kontinuumsmechanik die Betrachtungsweise nach Euler und nach Lagrange unterschieden.

Für die Darstellung der Bewegung eines materiellen Körpers ist nicht nur die Beschreibung der Lageänderung seiner materiellen Punkte notwendig sondern auch die zeitliche Reihenfolge, mit der sich Konfigurationen ereignen. Dementsprechend wird nun die Zeit als fundamentale unabhängige Variable axiomatisch eingeführt.

**Die Zeit** ist ein eindimensionaler Euklidischer Raum  $T$  mit einer in die Zukunft gerichteten positiven Orientierung ([18], S. 95). Die hier betrachteten Bewegungen vollziehen sich mit Geschwindigkeiten  $|\underline{v}| \ll \text{Lichtgeschwindigkeit}$  (nicht-relativistische Mechanik), daher ist die Zeit unabhängig von dem Raumkontinuum. (Im Gegensatz dazu wird in der relativistischen Mechanik das gekoppelte Raum-Zeit-Kontinuum bestimmt.) In  $T$  existiert aus der physikalischen Perspektive kein ausgezeichneter Bezugspunkt. Allerdings hat sich die Wahl eines zeitlichen Bezuges im alltäglichen Leben als praktisch erwiesen. Die Wahl des Zeitpunktes, an dem die positive Zeitzählung beginnt, ist abhängig von der betreffenden Gesellschaft. Dieser Aspekt ist für die Physik letztendlich irrelevant, da hier mit Zeiträumen, den jeweiligen zeitlichen Abständen zwischen zwei Zeitpunkten, gerechnet wird.

**Die zeitabhängige Bewegung** eines materiellen Körpers  $\mathcal{B}$  ist eine Abbildung  $\kappa : T \times \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{C}$ , wobei  $T$  die Zeit ist und die Zeitdifferenz  $\Delta t(a, b) := |n(a) - n(b)|$  zwischen den beiden Ereignissen  $a$  und  $b$  eine (Quasi-)Metrik auf  $T$  induziert. Der topologische Raum  $C$  ist ein Faserbündel und wird Raum-Zeit-Kontinuum genannt. Ein Element des Raum-Zeit-Kontinuums heißt „Ereignis“. Ein zeitlicher Schnitt des Raum-Zeit-Kontinuums wird „Bahn“ genannt ([18], S. 97).

Für die Abbildung  $\kappa$  sollen die Bedingungen: 1.  $\kappa_X : \kappa(\cdot, X) : T \rightarrow C$ , d. h.  $\kappa_X$  ist  $\forall X \in \mathcal{B}$  eine Bahn, die bzgl. aller Beobachter zweimal stetig differenzierbar ist und 2.  $\kappa_t := \kappa(t, \cdot) : \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{E}_\square \subset \mathcal{C}$ , so dass  $\kappa_t \forall t \in T$  in der Platzierungsklasse  $K$  des Körpers ist, gelten ([18], S. 107).

Die Bewegung eines materiellen Körpers setzt sich aus einer Starrkörperbewegung und einer Gestaltänderung zusammen. Im Gegensatz zur Gestaltänderung ändert sich der Abstand zwischen zwei benachbarten Punkten bei einer Starrkörperbewegung nicht.

**Die Geschwindigkeit** der Bahn  $\beta$  ist bezüglich des Beobachters  $\xi$  erklärt durch  $\underline{v}_\xi := \dot{\underline{r}}_\xi$ , wobei  $\underline{r}_\xi$  Ortsvektor ist und die Zeitableitung für eine allgemeine Funktion  $f(t)$  mit  $f : T \rightarrow V$  ( $V$  ist normierter Vektorraum) erklärt ist durch  $\dot{f}(\tau_1) := \frac{\partial f U^{-1}}{\partial \tau|_{\tau_1}} 1 \otimes 1$ .

**Die Beschleunigung** ist die zweimalige Ableitung der Bahn  $\beta$  nach der Zeit  $t$  bezüglich  $\xi$ .

Zusammenfassend wird festgehalten, dass jeder materielle Punkt eines Kontinuums eine Geschwindigkeit, eine Dichte und eine Temperatur besitzt. Dementsprechend ist die Kontinuumsmechanik eine Feldtheorie, die die Differentialgeometrie und Tensorrechnung zur Beschreibung der Bewegung des materiellen Körpers in Abhängigkeit der Zeit benutzt. Im folgenden Abschnitt wird der konzeptionelle Apparat der Kontinuumsmechanik aufgebaut, um die Ursache und Wirkung der Bewegung eines materiellen Körpers über Bilanzgleichungen in einem Zusammenhang darzustellen. Davon ausgehend werden praktikable Beschreibungsmöglichkeiten besprochen.



# 1 Vom axiomatischen Apparat der Kontinuumsmechanik zur Modellierung komplexer mechanischer Systeme

Die Modellierung eines mechanischen Systems findet gemäß der VDI-Richtlinie 2206 auf den nachfolgend erläuterten Modellierungsebenen statt.

1. Das **Topologische Modell** gibt die Anordnung und funktionale Verknüpfung einzelner Elemente wieder.
2. In einem **Physikalischen Modell** werden die physikalischen Zusammenhänge durch systemangepaßte Größen dargestellt.
3. Das **Mathematische Modell** ersetzt das physikalische Modell durch abstrakte und grundsätzlich systemunabhängige Darstellungen mit Hilfe der Mathematik.
4. Das **Numerische Modell** dient der algorithmischen Behandlung des mathematischen Modells basierend auf Zahlenwerten.

Auf der Ebene der Topologie werden Systemgrenzen gezogen, d. h. ein mechanisches System oder Subsystem wird durch einen fiktiven Schnitt von seiner Umgebung getrennt. Ersatzkräfte werden für die verlorenen Zwänge eingeführt. Die so sichtbar gemachten Kräfte können in Bilanzen eingehen.

Zur Bildung des physikalischen Modells werden Vereinfachungen vorgenommen, so dass das Problem berechenbar wird. Hierfür werden Annahmen getroffen, wodurch der „Werkzeugkasten der Technischen Mechanik“ (Abschnitt 1.3) eingesetzt werden kann. Das mathematische Modell wird gebildet, indem das Verhalten des Ersatzsystems, welches durch Zustandsgrößen ausgedrückt wird, unter der Einwirkung äußerer Gegebenheiten in Bilanzgleichungen dargestellt wird. Sind Bilanzgleichungen nicht analytisch lösbar, wird ein numerisches Modell hergeleitet, welches mit Hilfe der Computeralgebra gelöst wird.

Das topologische und das physikalische Modell werden individuell erstellt. Das Vorgehen ist weniger generell als bestimmten Regeln folgend. Der axiomatische Apparat, den die Kontinuumsmechanik bereitstellt, kommt von der Umsetzung des physikalischen Modells in das mathematische Modell zum Einsatz. Dies wiederum bedeutet, dass das Verständnis des axiomatischen Aufbaus der Kontinuumsmechanik und die daraus resultierenden Schlussfolgerungen substanzial sind, um die topologische und physikalische Modellierung zielführend durchzuführen.

Zunächst wird in der Kontinuumsmechanik die Gültigkeit der Axiome

- der (materiellen) Objektivität,

# 1 Vom axiomatischen Apparat der Kontinuumsmechanik zur Modellierung..

- der Kausalität,
- des Determinismus (die mechanische Spannung in einem Punkt des Körpers ist bestimmt durch das Verzerrungsfeld des Körpers in der Vergangenheit bis zur Gegenwart),
- der Äquipräsenz,
- der lokalen Wirkung (Die Spannungen in einem Punkt des Körpers ist bestimmt durch die Bewegung einer endlichen Umgebung des Punktes),
- des Gedächtnisses und
- der physikalischen Konsistenz

gefordert (siehe hierzu [18], S. 138-142 und [3], S. 219-221). Den physikalisch-mathematischen Modellansatz liefern Bilanzgleichungen. Hierbei handelt es sich um prinzipielle Erfahrungssätze [3], (S. 170, Definition 5.1), die axiomatisch ohne Beweis als wahr - als von der Natur gegeben - angenommen werden. Die allgemeine Form von Bilanzgleichungen sowie die kinematischen und kinetischen Größen sind materialunabhängig und werden in Abschnitt 1.1 besprochen. Die konstitutiven Gleichungen erklären die Beziehung zwischen den kinematischen und kinetischen Größen. Sie sind materialabhängig und werden dementsprechend in Abschnitt 1.2 vorgestellt.

## 1.1 Materialunabhängige Gleichungen

Ganz allgemein stellen Bilanzgleichungen den Zusammenhang zwischen den Größen, die dem Zustand des materiellen Körpers beschreiben, und den äußeren Einwirkungen auf diesen Körper dar. Hierbei handelt es sich um prinzipielle Erfahrungssätze [3], (S. 170, Definition 5.1), die axiomatisch ohne Beweis als wahr - als von der Natur gegeben - angenommen werden. Gemäß [27] (S. 6) lassen sich Bilanzgleichungen ganz allgemein in der Form

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = K + \operatorname{div} \Phi \quad (1.1)$$

angeben. Hierin sind  $\rho$  die zeitlich veränderliche Dichte,  $K$  ein Quellterm und  $\operatorname{div} \Phi$  ein Fluss. Sind alle  $K \equiv 0$ , dann handelt es sich um einen Erhaltungssatz. Hiervon ausgehend betrachten die meisten Lehrbücher, wie [3] und [161], die Impulsbilanz, Drehimpulsbilanz und Massenerhaltung als Fundament der Kontinuumsmechanik und führen Kräfte und Momente als elementare Konzepte ein. Das so entstandene Konstrukt, welches vektorielle Größen bilanziert, wird unter dem Begriff „synthetische Mechanik“ geführt.

Neben den Bewegungen im Tangentenraum können die die Bewegung verursachenden Kräfte sowie die Kräfte, die durch die Bewegung verursacht werden (Lagrange-d'Alembert-Prinzip), im Kotangentenraum mit der Gradientenbasis intrinsisch beschrieben werden. Demzufolge können theoretisch auch die Bilanzen der synthetischen Mechanik beobachtbar unabhängig aufgestellt werden. Die Schwachstelle besteht darin, dass Kräfte und Momente nicht direkt gemessen werden können und die Triade aus Kraftkonzept, Bewegungsgleichungen und inertialem Beobachter eine Zirkularität enthält. Hieraus folgt die Unmöglichkeit einer experimentellen Validierung.

In der analytischen Mechanik werden Bilanzgleichungen in Form von skalaren Variationsprinzipien an den Anfang gestellt ([187], S. 224). Es gibt zwei Arten Variationsprinzipien: 1. Differentialprinzipien (z. B. Prinzip von d'Alembert Gl. 0.1), die den momentanen Zustand eines Systems mit einem möglichen Zustand vergleichen und 2. Integralprinzipien (z. B. Prinzip von Hamilton Gl. 0.2), die Prozessgrößen entlang einer Trajektorie und einer möglichen Trajetorie eines Systems im Konfigurationsraum jeweils zwischen zwei festen Orts- oder Zeitpunkten kollationieren.

Seit Anfang der 2000er Jahre wird in einer erheblichen Anzahl von wissenschaftlichen Veröffentlichungen die Bilanz der virtuellen Arbeit  $\delta A$  mit

$$\delta A = \delta A^{\text{int}} + \delta A^{\text{ext}} \quad (1.2)$$

als Ausgangspunkt der generalisierten Kontinuumsmechanik betrachtet ([49], S. 38).

Im Jahr 2015 fragt Eugster in [49] (S. 2), ob eine mechanische Theorie auf einem hohen abstrakten Niveau in der Lage ist, die spezifischen Theorien zu integrieren. Die Antwort geben Bertram und Forest bereits im Jahr 2007 in [19]. Hierin zeigen Bertram und Forest, dass alle spezifischen Bewegungsgesetze erfüllt sind, wenn das *Prinzip der virtuellen Leistung*

$$\delta L_a = \delta L_i \quad (1.3)$$

für alle virtuellen Geschwindigkeitsfelder  $\delta \underline{v}$  gilt, wobei  $\delta L_a$  die Leistung der äußeren (verlorenen) Kräfte und  $\delta L_i$  die Leistung der inneren Kräfte sind. Zusätzlich zu allen Prozessen, die das Prinzip der virtuellen Arbeit erfassen kann, können mit dem Prinzip der virtuellen Leistung auch Materialzusammenhänge mit „Gedächtnis“ berücksichtigt werden. Damit kann das Prinzip der virtuellen Leistung als elementar angenommen werden [19].

Die äußere Leistung wird mit

$$\delta L_a = \int_{\mathcal{A}} \underline{F}^A \cdot \delta \underline{v} \, dA + \int_{\mathcal{V}} (\underline{F}^M - \underline{a}) \cdot \delta \underline{v} \, dm \quad (1.4)$$

berechnet und die innere Leistung mit

$$\delta L_i = \int_{\mathcal{V}} \sum_{i,j=1}^3 \sigma_{i,j} \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \delta v_i}{x_j} + \frac{\partial \delta v_j}{x_i} \right) \, dV. \quad (1.5)$$

Zur Berechnung der virtuellen Leistungen sind Ansätze für die virtuellen Geschwindigkeiten  $\delta v_i$  und die innere Spannung  $\sigma_{i,j}$  notwendig.

Virtuelle Verrückungen und virtuelle Geschwindigkeiten besitzen folgende Eigenschaften: Sie sind

- nur gedacht, nicht in Wirklichkeit existent,
- infinitesimal klein,
- geometrisch möglich und mit den Randbedingungen verträglich.

Wegen der Variation  $\delta \underline{v}$  und der Integration handelt es sich bei Gl. 1.4 um eine schwache Formulierung der Gleichgewichtsbedingung.

Reale, gegenständliche Rechnungen erfordern die konkrete Darstellung der tensoriellen Größen, wie Verschiebungen, Geschwindigkeiten, Beschleunigungen, Käfte, Momenten,

## 1 Vom axiomatischen Apparat der Kontinuumsmechanik zur Modellierung..

Spannungen etc. in Basis- und Koordinatensystemen. Mit Einführung dieser, der Statuierung von Annahmen sowie der Definition von Gültigkeitsbereichen ergeben sich die materialunabhängigen Gleichungen.

Im Stil einer generalisierten Kontinuumsmechanik ist die intrinsische Beschreibungsweise zu wählen. In den Teilen 2 und 3 dieser Arbeit findet allerdings das Grundkonzept des digitalen Zwillings, welches in Abbildung 3 grafisch dargestellt ist, Anwendung [75]. Hierdurch stehen Theorie und Experiment in einem engen Informationsaustausch.



Abb. 3: Grundkonzept des digitalen Zwillings

In experimentellen Untersuchungen von Festkörpern (Kontinua mit festem Aggregatzustand) kann der Beobachter (Sensor) an einem materiellen Punkt angeheftet werden (z. B. Dehnmessstreifen, beschleunigungsproportionale piezoelektrische Sensoren) oder kontaktlos einen spezifischen materiellen Punkt (Laser und Hochgeschwindigkeitskameras) observieren. In beiden Fällen bietet es sich an, auf eine bezogene Beschreibungsweise der Bewegungen materieller Körper zurückzugreifen.

Im nächsten Schritt der Modellierung müssen jedem Raumpunkt des Kontinuums Freiheitsgrade zugeordnet werden. Möglich sind z. B. sechs Freiheitsgrade (drei translatorische und drei rotatorische im Fall des Cosserat-Kontinuums). In der klassischen Mechanik, die in der vorliegenden Schrift angewendet wird, besitzt jeder materielle Punkt des Kontinuums drei translatorische Freiheitsgrade. Der Raum, in dem das Kontinuum platziert ist, ist üblicherweise der dreidimensionale Euklidische Raum.

**Klassische lineare 3-D Kontinuumstheorie** Das Euler-Cauchy-Spannungsprinzip geht davon aus, dass an gedachten Schnittflächen im Innern des Körpers Wechselwirkungen stattfinden. Die flächenhaft verteilten Kräfte im Innern des Körpers sind von gleicher Art wie die Lasten an der Oberfläche des Körpers, die sie verursachen. Sie werden Spannungen genannt [249] (S. 12).

Um die Kinematik der materiellen Punkte zu beschreiben, werden Verschiebungs-, Deformations- und Verzerrungsmaße definiert. Nach [14] kann die Verschiebung von  $V_0$  nach  $V$  (ref. Abbildung 2) als umkehrbar eindeutige Abbildung verstanden werden. Es ist An-sichtssache, ob die Lage der Punkte in der Ausgangskonfiguration von einem Beobachter, der sich in der Momentankonfiguration befindet, beschrieben wird ( $X_i = X_i(x_j, t)$ , Eulersche Beschreibungsweise) oder die Lage der Punkte in der Momentankonfiguration von einem Beobachter in der Ausgangskonfiguration ( $x_i = x_i(X_j, t)$ , Lagrangesche Beschreibungsweise).

In der Kontinuumsmechanik werden üblicherweise alle Zustandsgrößen und Verschiebungsvektoren  $\underline{u}$  in Abhängigkeit der Koordinaten  $X_i$  angegeben. Somit ist die Änderung der Verschiebung der materiellen Punkte:

$$\frac{\partial u_i}{\partial X_j} dX_j = du_i = dx_i - dX_i = \left( \frac{\partial x_i}{\partial X_j} - \frac{\partial X_i}{\partial X_j} \right) dX_j = (F_{ij} - \delta_{ij}) dX_j = H_{ij} dX_j, \quad (1.6)$$

wobei

$$\frac{\partial u_i}{\partial X_j} = H_{ij} = F_{ij} - \delta_{ij} \quad (1.7)$$

gilt,  $H_{ij}$  der Verschiebungsgradiententensor und

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j}. \quad (1.8)$$

der Deformationsgradiententensor sind.

Der Deformationsgradiententensor  $F_{ij}$  enthält die Deformationen und die reine Drehbewegung. Für die Beschreibung der lokalen Deformationen ist der Drehtensor nicht interessant. Es werden daher verschiedene Verzerrungsmaße definiert, die diesen Drehanteil nicht enthalten.

Ein oft verwendetes Verzerrungsmaß ist der Green-Lagrange-Verzerrungstensor. Dieser kann entweder aus der Quadratur des Deformationsgradiententensors mit Abzug des Einheitstensors berechnet werden oder mittels der Differenz der quadratischen Linienelemente  $(dx)^2$  und  $(X)^2$ :

$$G_{ij} = \frac{1}{2} (dx_i^2 - dX_j^2) = \frac{1}{2} (F_{ki} F_{kj} dX_i dX_j - \delta_{ij}) = \left( \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \right) dX_i dX_j. \quad (1.9)$$

Der Green-Lagrangeseche Verzerrungstensor besitzt einen quadratischen Term (siehe Gl. 1.9) und ist damit nichtlinear. Für kleine Verformungen kann der quadratische Term vernachlässigt werden und es ergibt sich der linearisierte Verzerrungstensor

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.10)$$

zur Beschreibungen der Kinematik mit einer linearen Theorie.

Es sei an dieser Stelle bemerkt, dass in den Gl. 1.6 bis 1.10 die indizistische Schreibweise verwendet wird. Eine andere mögliche Schreibweise ist die symbolische. Auch die Frage nach der Verwendung der Schreibweise liefert nach [161] Diskussionspotential.

Die Tensorrechnung spielt in der Kontinuumsmechanik eine herausragende Rolle. Nicht nur in der Betrachtung der Verzerrungsmaße sondern auch in der Beschreibung der mechanischen Spannungen eines Objektes und seiner Geometrie.

Wegen der ausschließlichen Betrachtung der translatorischen Freiheitsgrade, kann ein materieller Punkte nur Normalspannungen  $\sigma$  und Schubspannungen  $\tau$  übertragen. Momentenspannungen werden in der Klassischen Mechanik nicht betrachtet. Die Abbildung 4 präsentiert die Verzerrungen des linearisierten Green-Lagrangischen Verzerrungstensor und die Cauchyschen Spannungen jeweils an einem materiellen Punkt, der als infinitesimales Volumenelement in Form eines Würfels dargestellt ist. Im Einklang mit Gl. 1.10 gibt der erste Index die Richtung der betrachteten Flächennormalen an und der zweite die Richtung der Verzerrung bzw. Spannung. Im Weiteren werden auch die Schubspannungen mit  $\sigma$  bezeichnet. Aus den ungleichen Indizes geht hervor, dass es sich um Schubspannungen handelt.

# 1 Vom axiomatischen Apparat der Kontinuumsmechanik zur Modellierung..

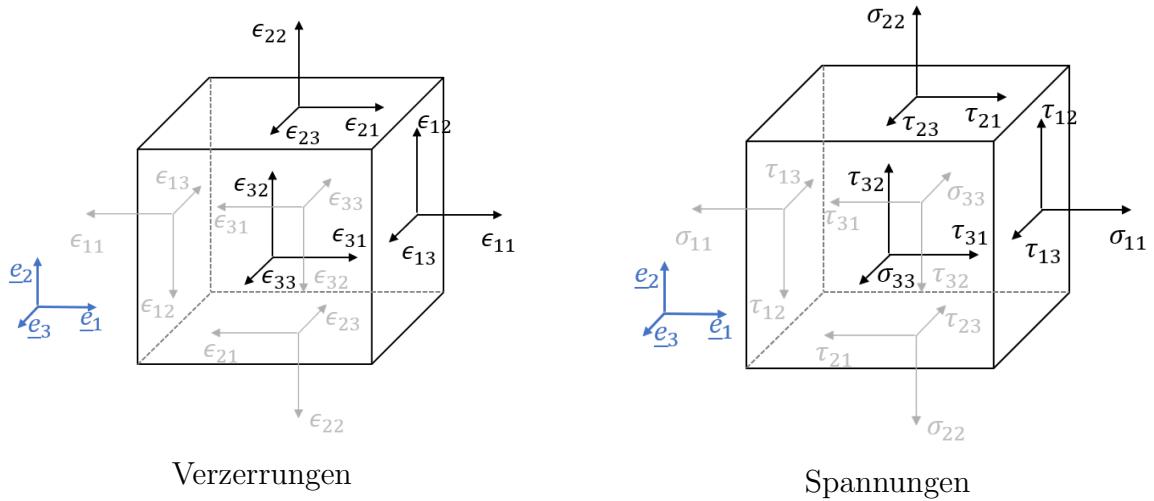


Abb. 4: Materialunabhängige Größen an einem infinitesimalen Volumenelement

Die an den Kanten wirkenden Verzerrungen bzw. Spannungen müssen sich wegen ihres (vorausgesetzten) stetigen Verlaufes auch an den Übergangsstellen gleichen. Dementsprechend gilt

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} \quad \text{und} \quad \sigma_{ij} = \sigma_{ji}. \quad (1.11)$$

Die für die mathematische Beschreibung der linearisierten Verzerrungen und der mechanischen Spannungen notwendigen Tensoren 2. Stufe sind in den folgenden Gleichungen

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \varepsilon_{ij} e_i \otimes e_j = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}_{e_1, e_2, e_3} \quad \underline{\underline{\sigma}} = \sigma_{ij} e_i \otimes e_j = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}_{e_1, e_2, e_3} \quad (1.12)$$

deklariert, wobei  $e_i \otimes e_j$  das dyadische Produkt ist.

Die Cauchyschen Spannungen werden als wahre Spannungen bezeichnet, da sowohl der Kraftvektor als auch das Flächenelement, auf das dieser bezogen wird in der Momentankonfiguration beschrieben wird - also in der Eulerschen Darstellung.

Dies bedeutet, dass die Green-Lagrangeschen Verzerrungen, die sich ja auf die Ausgangskonfiguration beziehen, gar nicht mit den Cauchyschen Spannungen in Materialgesetzen und Arbeitsbilanzen ohne Weiteres miteinander gekoppelt werden dürfen. Ausnahmen sind Aufgabenstellungen, bei denen nur kleine Verformungen ( $|\underline{u}|$  ist kleiner als 10 % der kleinsten geometrischen Abmessung) zugelassen werden.

In [14] (S. 21) wird gezeigt, dass dann

$$H_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial X_j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (1.13)$$

in der linearisierten Theorie gilt.

Daher definiert z. B. [3] auf S. 152 neben dem Cauchyschen Spannungstensor den 1. Piola-Kirchhoff'schen bzw. Langrange'schen Spannungstensor

$${}^1 P_{ij} = (\det F_{ij}) F_{ij}^{-1} \sigma. \quad (1.14)$$

Dieser repräsentiert die Nennspannungen, da ein aktueller differentieller Kraftvektor auf ein differentielles Flächenelement in der Referenzkonfiguration bezogen wird. Die Umrechnung des Flächenelmentes in der Momentankonfiguration in das der Referenzkonfiguration erfolgte mittels

$$dA_{0j} = (\det F_{ij})^{-1} F_{ij} dA_i. \quad (1.15)$$

Der 2. Piola-Kirchhoff Spannungstensor,

$${}^2 P_{ij} = F_{ik}^{-1} {}^1 P_{jk}, \quad (1.16)$$

hat keine physikalische Bewandtnis, besitzt aber für die Formulierung der Arbeit gemeinsam mit dem Cauchy-Green Verzerrungstensor größte Wichtigkeit, da sowohl der Kraftvektor als auch die Fläche in der Ausgangskonfiguration betrachtet werden.

Der Cauchysche Spannungstensor ist der arbeitskonforme Spannungstensor der Euler-Almansi'schen Verzerrungen [90]

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2} (\delta_{ij} - F_{ji} F_{ij}^{-1}) \quad [14]. \quad (1.17)$$

Nach [3] (S. 170) stellen Bilanzgleichungen den Zusammenhang zwischen den äußeren Belastungen eines materiellen Körpers und bestimmter seinen Zustand beschreibenden Größen her. Hierzu zählen vor allem die Massenbilanz

$$\int_{V_i} \rho(\underline{x}_i, t) dV = m \equiv M = \int_V \rho_0(\underline{X}_k) dV, \quad (1.18)$$

wobei  $t$  die Zeit,  $\rho(\underline{x}_i, t)$  die Dichte und  $V$  das Volumen in der Momentankonfiguration,  $\rho_0$  die Referenzdichte und  $V_0$  das Volumen in der Ausgangskonfiguration sind, die Impulsbilanz

$$\frac{dp}{dt} = \underline{F}(t) \text{ mit der Definition des Impulses } \underline{p} = \int_{V_0} \underline{v} \rho_0 dV_0, \quad (1.19)$$

wobei  $\underline{F}$  die äußeren Kräfte und  $\underline{v}$  der Geschwindigkeitsvektor im Inertialsystem sind, und die Drehimpulsbilanz

$$\frac{d\underline{L}}{dt} = \underline{M}(t) \text{ mit der Definition des Drehimpulses } \underline{L} = \int_{V_0} (\underline{r} \times \underline{v}) \rho_0 dV \quad (1.20)$$

sowie  $\underline{M}$ , den äußeren Momenten, und  $\underline{r}$  dem axialen Vektor der Momente.

Diese Anschauung bildet den Bereich der synthetischen Mechanik [249] (S. 12). Die vektoriellen Bilanzgleichungen stellen einen direkten Zugang zu den Feldgleichungen des Kontinuums her. Die Computermechanik verwendet allerdings die Energiemethoden in der Mechanik (Analytische Mechanik), wie das Prinzip der virtuellen Leistung, das Prinzip der virtuellen Arbeit, das Prinzip von Hamilton etc.

## 1.2 Materialabhängige Gleichungen

Die Materialtheorie ist ein Teilgebiet der Kontinuumsmechanik. Ihre Grundlagen bilden die Deformationsgeometrie und die Spannungsanalyse. Die dazugehörigen materialunabhängigen Gleichungen sind in Abschnitt 1.2 behandelt worden.

Das Ziel der materialtheoretischen Betrachtungen ist nun, einen Zusammenhang zwischen dem Spannungs- und Verschiebungsfeld oder dem Spannungs- und Geschwindigkeitsfeld herzustellen. Dieser Zusammenhang wird Materialgleichung oder Konstitutivgleichung genannt. Materialien werden bezüglich der Abhängigkeit ihres Spannungszustandes in der Gegenwart von dem in der Vergangenheit unterschieden. Die Materialien, deren momentaner Spannungszustand lediglich von dem momentanen Deformationsfeld abhängt, bilden die Klasse der elastischen Materialien. Plastische Materialien behalten ihre Verformung bei, auch wenn die sie verursachende Belastung nicht mehr vorhanden ist. Diese Art der Materialien werden in der vorliegenden Schrift nicht behandelt.

Ein allgemein gültiges, theoretisches Konzept für die Aufstellung und Begründung von Materialgleichungen existiert nicht. Systematische mathematisch-physikalisch begründete Materialgleichungen lassen sich deduktiv herleiten. Altenbach schlägt in [3] (S. 213 ff.) folgende Vorgehensweise zur Entwicklung eines Materialmodells vor:

- Plausible Annahmen für die Konstitutivgleichungen aufstellen und auf Widerspruchsfreiheit mit bekannten Aussagen überprüfen,
- experimentelle Identifikation der konstitutiven Parameter.

In der Ingenieurpraxis werden in der Regel induktiv formulierte Konstitutivgleichungen verwendet. Hierbei werden einfachste experimentelle Ergebnisse, z. B. aus einachsigen Zugversuchen induktiv verallgemeinert [3] (S. 213 ff.). In der vorliegenden Arbeit wird induktiv abgeleitetes Materialverhalten verwendet.

### 1.2.1 3-D Theorie der linearen Elastizität

Die dreidimensionale Theorie der linearen Elastizität (lineare 3D-Theorie) beschreibt die linear-elastische Verformung eines dreidimensionalen Körpers unter beliebiger Volumen- oder Oberflächenbelastung. Sie beschränkt sich auf kleine Verformungen (geometrische Linearität). Außerdem wird angenommen, dass die (undeformierte) Referenzkonfiguration und deformierte tatsächliche Konfiguration des elastischen Körpers annähernd gleich sind. Im Weiteren wird nicht zwischen der Eulerschen und Lagrangeschen Beschreibungsweise unterschieden. Demzufolge werden alle physikalischen Größen auf die Referenzkonfiguration bezogen.

**Das Hookesche Gesetz** ist der im Ingenieurwesen am meisten angewendete funktionelle Zusammenhang zwischen mechanischen Spannungen und Deformationen. Dieser ist linear und lautet

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}, \quad (1.21)$$

wobei  $C_{ijkl}$  der Elastizitätstensor vierter Stufe ist.

Der Elastizitätstensor besitzt 81 Komponenten, die allerdings nicht unabhängig voneinander sind, denn er besitzt Symmetrien. Ein anisotropes Material, welches für jede Verformung ein anderes Spannungs-Deformationsverhalten aufweist, besitzt 21 unabhängige Konstanten. Ein Material mit orthotropem Verhalten besitzt drei Symmetriebenen, die senkrecht aufeinander stehen, wodurch sich die Anzahl an unabhängigen Konstanten auf neun verringert. Isotropes Materialverhalten ist dadurch gekennzeichnet, dass die Spannungs-Deformations-Beziehungen richtungsunabhängig sind. In diesem Fall verbleiben zwei unabhängige Materialkonstanten, die Laméschen Konstanten  $\lambda$  und  $\mu$ . Das Hooke'sche Gesetz lässt sich mit diesen und mit der Anwendung der Einsteinschen Summenkonvention zu

$$\sigma_{ij} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl}\epsilon_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})\epsilon_{kl} = \lambda\epsilon_{kk}\delta_{ij} + 2\mu\epsilon_{ij} \quad (1.22)$$

schreiben. Die Laméschen Konstanten werden im praktischen Ingenieurwesen durch die Querkontraktionszahl  $\nu$  und das Elastizitätsmodul  $E$  wegen der leichteren Zugänglichkeit über Versuche ersetzt. Es gelten die Zusammenhänge

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}, \quad (1.23)$$

und

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}. \quad (1.24)$$

Während die Querkontraktionszahl das Verhältnis zwischen Dicken- und Längenänderung angibt, gibt das Elastizitätsmodul den Anstieg der meist experimentell im einachsigen Zugversuch ermittelten Spannungs-Dehnungs-Kurve im Origo wieder.

Der Spannungstensor und der Verzerrungstensor sind in Gl. 1.12 als Tensoren 2. Stufe eingeführt. Da diese beiden Tensoren symmetrisch sind und gemäß der Voigt'schen Notation,  $11 \Rightarrow 1$ ,  $22 \Rightarrow 2$ ,  $33 \Rightarrow 3$ ,  $23 \Rightarrow 4$ ,  $13 \Rightarrow 5$  und  $12 \Rightarrow 6$  geschrieben werden, können der Spannungs- und der Verzerrungstensor 2. Stufe in Tensoren 1. Stufe  $\sigma_i$  und  $\varepsilon_i$  mit  $i \in 1 \dots 6$  umgeschrieben werden.

**Laminate** sind Verbunde aus mehreren Einzelschichten, mit denen sich im technischen Bereich Werkstoffe mit gewichtsgünstigen maßgeschneiderten Struktureigenschaften realisieren lassen [14] S. 151 ff.

Die linear-elastischen Eigenschaften der Laminat-Einzelschicht sind insbesondere dann anisotrop, wenn eine unidirektionale Faserverstärkung vorliegt. Aber auch Gewebe verursachen dieses Verhalten, welches sich mit der „Klassischen Laminattheorie“ beschreiben lässt.

Die „Klassische Laminattheorie“ ist eine Verallgemeinerung der Scheibentheorie und der Kirchhoffschen Plattentheorie (siehe Abschnitt 1.3.2). Nach [14] (S. 153 ff) gelten hier zwar weiterhin die üblichen Annahmen, allerdings treten Kopplungeffekte zwischen Scheiben- und Plattengrößen auf. Alle Einzelschichten haben im Allgemeinen verschiedene elastische Eigenschaften durch unterschiedliche Materialien oder Faserorientierungen gegenüber der globalen Bezugsbasis. Auf diese Weise können Sprünge in den Spannungsverläufen entlang der Laminatdicke entstehen. Außerdem ist im allgemeinen Fall der Laminataufbau in Bezug auf die Mittelebene unsymmetrisch.

# 1 Vom axiomatischen Apparat der Kontinuumsmechanik zur Modellierung..

Die Sprünge im Spannungsverlauf und die Unsymmetrie im Schichtaufbau führen zu Dehnungen  $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}$ , zur Gleitung  $\gamma_{xy}$ , zu Krümmungen  $\kappa_{xx}, \kappa_{yy}$  und zur Verdrillung  $\varepsilon_{xy}$  der Mittelebene. Diese kompliziertere Kinematik wird in den konstitutiven Gleichungen folgendermaßen berücksichtigt [136] S. 370.:

$$\begin{pmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \\ M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} & B_{21} & B_{22} & B_{36} \\ A_{31} & A_{32} & A_{66} & B_{21} & B_{22} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} & D_{21} & D_{22} & D_{36} \\ B_{31} & B_{32} & B_{66} & D_{21} & D_{22} & D_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \kappa_{xx} \\ \kappa_{yy} \\ \kappa_{xy} \end{pmatrix}. \quad (1.25)$$

Die Koordinaten  $A_{ij}$  bilden den Scheibenquadranten, die Koordinaten  $D_{ij}$  den Plattenquadranten und die Koordinaten  $B_{ij}$  die beiden Kopplungsquadranten. Kopplungen bedeuten, dass beispielsweise die Dehnungen  $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}$  nicht nur Scheibenspannungen verursachen sondern auch an den Biegespannungen beteiligt sind.

Aufgrund der Kopplungsterme resultiert ein System partieller Differentialgleichungen mit der höchsten Ordnung 8 zur Beschreibung der freien Schwingungen eines laminierten dünnen Flächentragwerkes anstelle der Feldgleichung 1.58 4. Ordnung.

Das Differentialgleichungssystem für dünne laminierte Flächentragwerke ist in [136] S. 402 ff. hergeleitet und für bestimmte Randbedingungen gelöst. Dies ist ein kleines Beispiel, wie schnell Modelle, die realitätsnäher sind, kompliziert werden und einen erhöhten Informationsbedarf besitzen.

## 1.2.2 Das elastische und duale Potential

In einem linear elastischen Material wird die durch Volumen- und Oberflächenbelastungen verrichtete Arbeit in einer Verformung des Materials umgesetzt. Da keine Dämpfung vorhanden ist, wird keine Energie durch dissipative Effekte vernichtet. Die gesamte Arbeit wird in der inneren Energie unabhängig vom Verformungspfad gespeichert. Somit gilt für die innere Energie U

$$U(\epsilon_{ij}) := \int_0^{\epsilon_{ij}} \sigma_{ij}(\bar{\epsilon}_{kl} d\bar{\epsilon}_{ij}), \quad (1.26)$$

wobei die Verschiedenheit der Integrationsvariablen  $\bar{\epsilon}_{ij}$  von der Intergrationsgrenze  $\epsilon_{ij}$  durch Wegnahme der Überstriches kenntlich gemacht wird. Mit der Summation über das Volumen  $V$  des elastischen Körpers  $B$  wird die Formänderungsarbeit berechnet und damit das elastische Potential  $\Pi$  zu

$$\Pi_{\text{innen}} := -W_i := \int_B U(\epsilon_{ij}) \, dV \stackrel{!}{=} -\frac{1}{2} C_{ijkl} u_{i,j} u_{k,l} \, dV. \quad (1.27)$$

Das Potential für die äußere Arbeit der Volumenkrafte  $f_i$  und der Oberflächenkräfte  $g_i$  ergibt sich zu

$$\Pi_{\text{außen}} := -W_{*o} := - \int_B f_i u_i \, dV - \int_{\partial B} g_i u_i \, dA. \quad (1.28)$$

Das elastische Potential berechnet sich schließlich mit

$$E^{\text{pot}} = \Pi_{\text{innen}} + \Pi_{\text{außen}}. \quad (1.29)$$

Für das duale elastische Potential folgt schließlich

$$E^{\text{dual}} = -\frac{1}{2} D_{ijkl} \sigma_{i,j} \sigma_{k,l} \, dV - \int_B f_i u_i \, dV - \int_{\partial B} g_i u_i \, dA. \quad (1.30)$$

## 1.3 Über den Baukasten der Technischen Mechanik

### 1.3.1 Diskrete Elemente der Mechanik

Materielle Körper können untereinander mit Getrieben, Gelenken, Federn und Dämpfern verbunden sein. Die Verbindungselemente sind genau genommen ebenfalls massebehaftete und ausgedehnte Körper. Die Eigendynamik dieser Verbindungselemente wird im Rahmen der diskreten Mechanik vernachlässigt. Berücksichtigt wird lediglich ihre Funktion. D. h. Getriebe und Gelenke beeinflussen die Kinematik durch Übersetzungen und Umlenkungen. Federn und Dämpfer bewirken Rückstellkräfte und Dämpfungskräfte, wodurch die Kinematik und Dynamik beeinflusst werden. Sie werden auch benutzt, um das Verhalten von Materialien mit rheologischen Modellen abzubilden.

**Das Hooke-Element** wird durch eine Spiralwendelfeder symbolisiert (Abbildung 5) und beschreibt das linear-elastische Materialverhalten mit

$$\sigma(t) = c\varepsilon(t), \quad (1.31)$$

diskret. Da das Element rein axial wirkt, ist Gl. 1.31 skalar.



Abb. 5: Hooke-Element, Quelle:[20], S. 16

Die an der Feder verrichtete spezifische Spannungsarbeit  $a$  wird mit

$$a = \int_0^\varepsilon \underline{\sigma} \, d\underline{\varepsilon} = \int_0^\varepsilon E \underline{\varepsilon} \, d\underline{\varepsilon} = \frac{1}{2} E \varepsilon^2 =: u(\varepsilon) \quad (1.32)$$

berechnet. Die spezifische Spannungsarbeit ist damit gleich der spezifischen Formänderungsenergie  $u(\varepsilon)$ .

**Die Dämpfung** ist beispielsweise für das rheonome Verhalten von Materialien verantwortlich. U. a. gibt es

- Viskose Dämpfung (geschwindigkeitsabhängige Dämpfung) und

# 1 Vom axiomatischen Apparat der Kontinuumsmechanik zur Modellierung..

- Trockene Reibung (Coulombsche Haftung und Reibung).

Die Dämpfung ist für den Verlust von Energie verantwortlich. Meistens wird Bewegungsenergie in nicht nutzbare Wärmeenergie umgewandelt.

Das Newton-Element repräsentiert diskret den linearen Zusammenhang zwischen Spannung und Deformationsgeschwindigkeit

$$\sigma(t) = d\dot{\varepsilon}(t), \quad (1.33)$$

wobei  $d$  die Proportionalitätskonstante ist und  $\dot{\varepsilon}$  die erste Ableitung nach der Zeit symbolisiert. Das Newton-Element bildet damit die Wirkung der Viskosität einer Newtonschen Flüssigkeit, deren Scherspannung proportional zur Schergeschwindigkeit ist, ab. Das Symbol des Newton-Elementes ist ein Flüssigkeitsbehälter mit einem darin befindlichen Stempel (Abbildung 6).



Abb. 6: Newton-Element, Quelle:[20], S. 18

Viskoelastisches Materialverhalten kann schließlich diskret durch die unterschiedlichsten Reihen- und Parallelschaltungen von Hookeschen und Newton-Elementen abgebildet werden. Die bekanntesten beiden rheologischen Modelle sind das Maxwell-Modell und das Kelvin-Voigt-Modell. Sie sind in Abbildung 7 dargestellt.

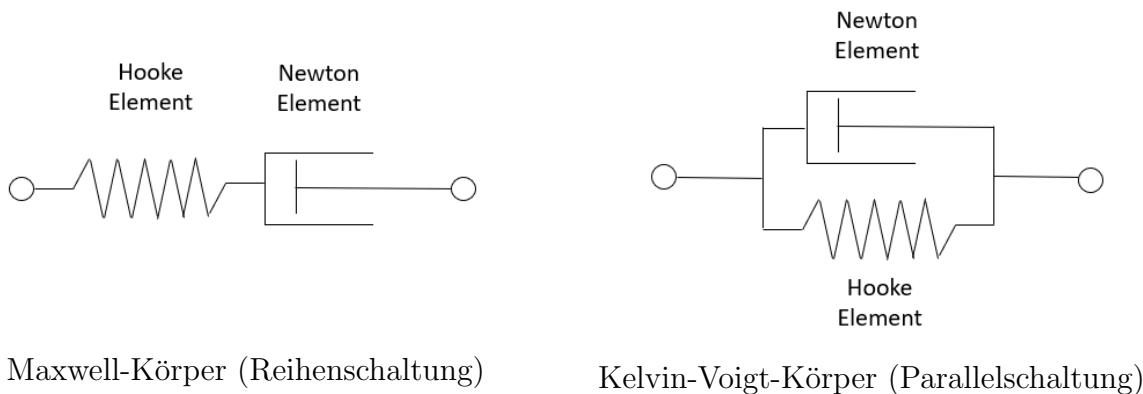


Abb. 7: Modelle zur Abbildung linearen viskoelastischen Materialverhaltens

Der funktionelle Zusammenhang zur Beschreibung des Materialverhaltens jeder Art auch von mehrfacher und abwechselnder Reihen- und Parallelschaltungen von Hooke und Newton Elementen lässt sich relativ leicht berechnen, denn

- für die Reihenschaltung bleiben die Spannung stets gleich und die Dehnungen addieren sich,

- bei Parallelschaltungen addieren sich stets die Spannungen und die Dehnungen bleiben gleich.

Kriechen und Relaxation treten während längerer Standzeiten auf. Diese Effekte treten z. B. bei Polstermaterialien auf, die im Transportwesen verwendet werden. Während das Kriechen die fortschreitende Deformation des materiellen Körpers bei gleichbleibender Spannung bezeichnet, benennt die Relaxation den Vorgang, bei dem die Deformation eines Materials konstant bleibt, die Spannung aber über die Zeit abnimmt. Dies lässt sich beispielsweise am Maxwell-Körper zeigen. Gemäß [20], S. 20 ff., lässt sich aus dem Ansatz für die Dehnungsgeschwindigkeit

$$\varepsilon^*(t) = \varepsilon_E^* + \varepsilon_D^* = \frac{\sigma_E^*}{E} + \frac{\sigma_D}{D}, \quad (1.34)$$

wobei  $\sigma_E = E\varepsilon_E = \sigma = \sigma_D = D\varepsilon_D^*$  sind, umformen zu

$$\sigma(t) = E\varepsilon(t) [\sigma(0) - E\varepsilon(0)] e^{-\frac{E}{D}t} - \frac{E^2}{D} \int_0^t \varepsilon(t)e^{-\frac{E}{D}(t-t)} dt. \quad (1.35)$$

Bei einem Kriechtest wird angenommen, dass die aufgebrachte Spannung für  $t > 0$  konstant und ungleich NULL ist. Aus Gl. 1.34 folgt  $\varepsilon^*(t) = \frac{\sigma_E}{E} + \frac{\sigma_D}{D}t$  und damit, dass die Dehnung linear über alle Grenzen hinweg zunimmt (Maxwell-Fluid).

Bei einem Relaxationstest wird sprunghaft eine konstante Dehnung aufgebracht. Es folgt aus 1.36

$$\sigma(t) = E\varepsilon(t)e^{-\frac{E}{D}t}, \quad (1.36)$$

woran ersichtlich wird, dass die Spannung mit der Zeit gegen NULL geht.

**Punktmassen, Punktehaufen und starre Körper** gehören ebenfalls zu den diskreten Elementen. In diesem Zusammenhang wird Szabós Übersetzung des zweiten Newtonschen Gesetzes aus der Originalschrift zitiert: „[...] Die Änderung der Bewegungsgröße ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und erfolgt in der Richtung, in der diese Kraft wirkt.[...“ [217] (S. 12). In dem folgenden Satz empört sich Szabó über die bereits in der Schule beigebrachte Deutung des lex secundae: „Kraft ist gleich Masse mal Beschleunigung.“ und die in den Hochschulen und Universitäten gelehrt formelmäßige Interpretation:

$$\underline{F} = m\underline{a} = m \frac{d\underline{v}}{dt} = m \frac{d^2\underline{r}}{dt^2}. \quad (1.37)$$

Zurecht!, denn Newton benennt weder die Bewegungsgröße noch den Proportionalitätsfaktor. Des Weiteren ist unklar für welches Objekt das Gesetz gelten soll und welche Kraft gemeint ist. Zudem verliert Newton in seinem Buch grundsätzlich nicht das in Gl. 1.37 verwendete Leibnizsche Kalkül und die geometrische Bedeutung von  $\underline{r}$  wird erst ein dreiviertel Jahrhundert später von Euler eingeführt. Es ist aber richtig zu schlussfolgern, dass Newton mit seinem lex secundae unbewußt den Grundstein für die Entwicklung der Mechanik der Punktmassen, Punktehaufen und starren Körper gelegt hat.

Szabó schreibt zur Erläuterung der Punktmasse, dass in der Regel das „Märchen von der kleinen massebehafteten Kugel“ herangezogen wird. D. h. es ist keine Definition verfügbar, sondern mit der Punktmasse bzw. dem Massenpunkt wird eine Kugel mit der Masse  $m$  und

## 1 Vom axiomatischen Apparat der Kontinuumsmechanik zur Modellierung..

dem unendlich kleinen Radius  $r$  assoziiert. In Konsequenz wird die Drehträgheit des so modellierten Körpers zu NULL.

Nach [82] (S. 84) bestehen Punktehaufen aus  $n$  Punktmasse, die untereinander starr verbunden sein können. Die starren Verbindungselemente werden wie eingangs erwähnt als masselos angenommen. Die Lage des einzelnen Massepunktes im Punktehaufen wird durch Ortsvektoren  $\underline{r}$  beschrieben. Die Kinematik des Punktehaufens kann durch die Angabe der Bewegung des Schwerpunktes  $S$

$$\underline{r}_s = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \underline{r}_i}{\sum_{i=1}^N m_i} \quad (1.38)$$

formuliert werden. Augrund der räumlichen Ausdehnung des Punktehaufens kann dieser Rotationsbewegungen ausführen.

Eine konsequente Erweiterung des Modells des Punktehaufens ist die Modellvorstellung des starren Körpers. Diese entsteht bei der Imagination, dass ein Punkthaufen unendlich viele Punktmasse besitzt, die dicht gepackt sind. Zwar ist bereits die Starrheit der Verbindungselemente gefordert worden, doch zur „Sicherheit“ wird die Konstanz der Abstände zwischen den Massepunkten gefordert. D. h. die Steifigkeit eines Starrkörpers ist unendlich groß.

Starrkörper kommen in der Natur nicht vor, werden dennoch häufig für die Modellierung mechanischer Systeme eingesetzt. Materielle Körper können als Starrkörper idealisiert werden, falls die Verformungen sehr klein, d. h. vernachlässigbar sind. Dies kann nicht nur in der Statik der Fall sein, sondern auch in der Rotordynamik bei sehr kleinen Drehzahlen und bei Lagerschwingungen, wenn diese höchstens 10 % der kleinsten Eigenschwingfrequenz des materiellen Körpers betragen.

Starrkörper haben eine Masse und eine Ausdehnung in alle drei Raumrichtungen des Euklidischen Raum  $\mathcal{E}$ . Damit besitzt der Starrkörper den Massenträgheitstensor 2. Stufe

$$\underline{\underline{\Theta}} = \Theta_{ij} \underline{e}_i \otimes \underline{e}_j, \text{ mit } i, j \in 1, 2, 3. \quad (1.39)$$

Dieser besitzt im Kontext dieser Arbeit eine große Relevanz in der Auslegung einer Schwingungsisolator für ausgedehnte Körper. Zur Beschreibung der Statik und Dynamik von Massepunkten, Punktehaufen und starren Körper können die prinzipiellen Gleichungen in Abschnitt 1.1 angewendet werden.

**Die Schwingungsisolator** wird im klassischen Sinne mit den passiven Elementen Massen (Massepunkt, Punktehaufen, starrer Körper), Federn und Dämpfer modelliert. Eine weitere Anwendung ist die Abbildung ausgedehnter materieller Körper als Ein-, Zwei- oder Mehrfreiheitsgradschwinger. Beispiele sind das Viertelfahrzeug in Abbildung 9 oder eine Platte, die als Seilnetz mit Punktmasse in den Kreuzungspunkten der Seile abstrahiert wird.

Eine kompakte Darstellung zur Ermittlung von Massen-, Feder- und Dämpferkennwerten sowie Erregerkennwerten ist in [40] (S. 14-65) gegeben. Werden die rein mechanischen Elemente mit elektronischen Elementen, z. B. Sensoren, Aktoren und Motoren, kombiniert, handelt es sich um mechatronische Systeme. Diese werden im Rahmen dieser Arbeit nicht betrachtet.

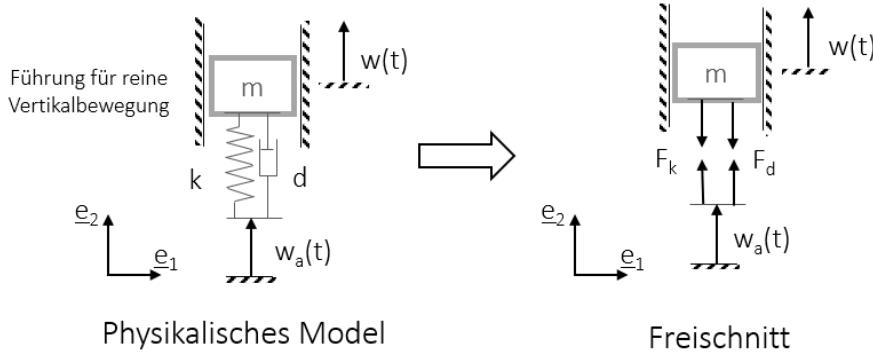


Abb. 8: Physikalisches Modell eines Viertelfahrzeuges mit Freischnittskizze

Für eine Beispielrechnung der Schwingungsisolation werden die Vertikalschwingungen des Koffers des Lkws in Abbildung 9 (links) betrachtet. Die simpelste Modellierung ist die

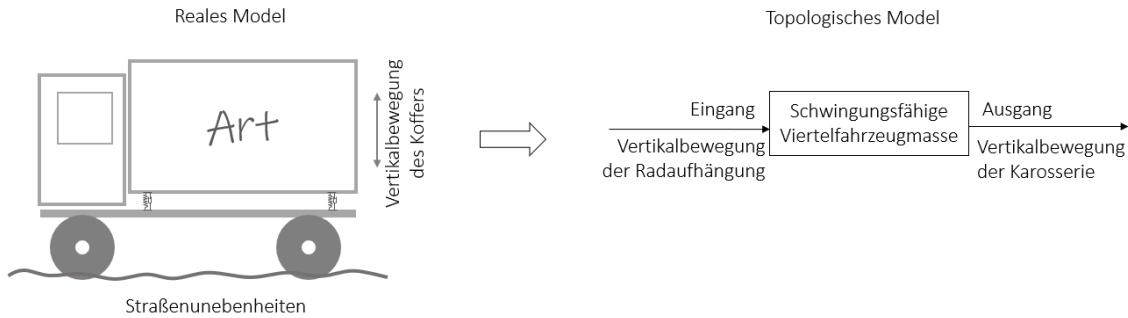


Abb. 9: Reales und topologisches Modell eines Viertelfahrzeuges

Betrachtung als Viertelfahrzeug (Massepunkte mit Feder und Dämpfer) in Abbildung 8. Mit der Anwendung des Impulssatzes folgt die Bewegungsdifferentialgleichung

$$m\ddot{x} + d\dot{x}(t) + kx(t) = d\dot{u}(t) + ku(t). \quad (1.40)$$

Für die Lösung der Gl. 1.40, ist ein Ansatz sowohl für  $x(t)$  als auch  $u(t)$  zu wählen. Soll der allgemeine Fall behandelt werden oder doch der spezielle? Dies ist der Beginn der numerischen Modellierung. Für die vollständige Behandlung der Thematik wird auf [81] verwiesen.

Im vorliegenden Fall wird von harmonischen Schwingungen und dem eingeschwungenen Zustand ausgegangen. Dementsprechend gilt mit der imaginären Einheit  $i^2 = -1$ , der Zeit  $t$  und der Erregerkreisfrequenz  $\omega$ :

$$\begin{aligned} x(t) &= \hat{x}e^{i\Omega t}, \\ u(t) &= \hat{u}e^{i\Omega t}. \end{aligned} \quad (1.41)$$

Die Variablen  $\hat{x}$  und  $\hat{u}$  sind die Amplituden der Bewegungen  $x(t)$  und  $u(t)$ .

Das Einsetzen der Gl. 1.41 in 1.40 führt zu

$$(-\Omega^2 + i\Omega 2D\omega_0 + \omega_0^2) \hat{x}e^{i\Omega t} = (i\Omega 2D\omega_0 + \omega_0^2) \hat{u}e^{i\Omega t}, \quad (1.42)$$

## 1 Vom axiomatischen Apparat der Kontinuumsmechanik zur Modellierung..

wobei  $2D\omega_0 = \frac{d}{m}$  und  $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$  sind. Entsprechend des Standards DIN 1311 sind  $D :=$  Dämpfungsgrad und  $\omega_0 :=$  Eigenkreisfrequenz definiert. Hierin ist auch die effiziente Darstellung der Schwingungsantwort  $x(t)$  angegeben als

$$x(t) = \alpha |H(i\Omega)| \cos(\Omega t - \arg \{H(i\Omega)\}), \quad (1.43)$$

wobei  $H(i\Omega) = \frac{\hat{x}}{\hat{u}}$  die komplexe Übertragungsfunktion und  $\alpha$  ein Vorfaktor, der abhängig vom Schwingungsfall ist und auch der Wert 1 sein kann, sind.

Die komplexe Übertragungsfunktion  $H(i\Omega) = \frac{\hat{X}(i\Omega)}{\hat{U}(i\Omega)}$  ist zeitunabhängig und kann aus Gl.1.40 hergeleitet werden zu

$$H(i\Omega) = \frac{1 + i2D\eta}{1 + i2D\eta - \eta^2}, \quad (1.44)$$

wobei  $\eta = \frac{\Omega^2}{\omega_0^2}$  ist.

Signifikante Werte für  $x(t)$  lassen sich leichter identifizieren, wenn die komplexe Übertragungsfunktion  $H(i\Omega\eta)$  genauer betrachtet wird. Sie besteht aus einem Real- und einem Imaginärteil, die sich in Abhängigkeit von dem Frequenzverhältnis  $\eta$  verändern. Neben der dreidimensionalen Darstellung des Graphen in Abbildung 10 eigenen sich Projektionen auf die komplexe Ebene (Abbildung 11) und auf die  $\text{Re}[H(i\Omega\eta)] - \eta$ - bzw.  $\text{Im}[H(i\Omega\eta)] - \eta$ -Ebene (Abbildung 12 bzw. Abbildung 13) für eine sehr übersichtliche Darstellung.

### 1.3.2 Kontinuierliche Elemente der Mechanik

Wird von einem starren Körper ausgegangen und die Forderung nach konstanten Abständen zwischen den Punktmassen bzw. materiellen Punkten aufgegeben, ist ein materieller Körper im Sinn der Kontinuumsmechanik gegeben. Zur Reduktion des Rechenaufwandes werden in Abhängigkeit der Aufgabenstellung die Ausdehnungs-, Bewegungs- und Wirkungsrichtungen des Körpers reduziert. Eindimensionale kontinuierliche Elemente werden Linientragwerke und zweidimensionale werden Flächentragwerke genannt.

Aufgrund der stetig steigenden Rechnerkapazitäten könnte behauptet werden, dass der Ansatz der Reduktion der Modelldimension unnötig wird. Die erhöhte zur Verfügung stehende Rechnerkapazität kann aber besser genutzt werden, um komplexe mechanische Systeme, wie Leichtbau-Strukturen mit komplizierten Geometrien oder Gemälde sowie Museumsobjekte mit intrikaten Materialien zu modellieren. Des Weiteren werden im Rahmen von Optimierungsprozessen Modellberechnungen einige 1.000-mal und häufiger durchgeführt. In diesem Zusammenhang zählt jede Sekunde, die pro Modellberechnung eingespart werden kann. Zudem haben Theorien für ein- oder zweidimensionale Kontinua ein höheres Potential geschlossen analytisch gelöst zu werden.

Analytische Lösungen ermöglichen eine schnelle und grobe Schätzung der Zielparameter, wodurch anschließende ansonsten aufwändige FEM-Parameteruntersuchungen stark abgekürzt werden können. Schließlich können analytische Lösungen zur Plausibilitätsprüfung von FEM-Simulationen herangezogen werden.

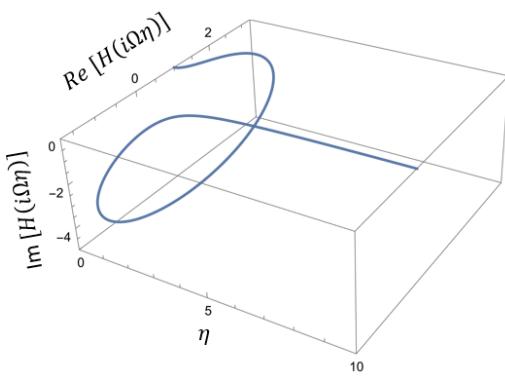


Abb. 10: Komplexe Übertragungsfunktion  $H(i\Omega\eta)$  in der 3-D-Darstellung

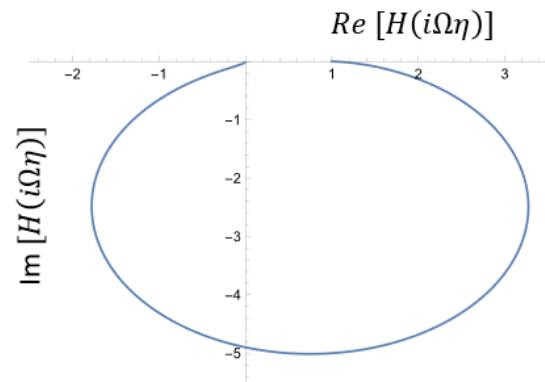


Abb. 11: Real- und Imaginärteil von  $H(i\Omega\eta)$  im Polarplot

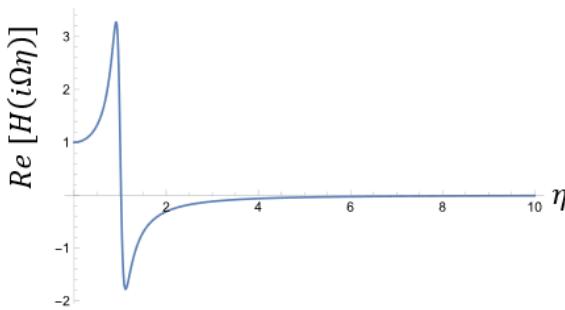


Abb. 12: Realteil von  $H(i\Omega\eta)$

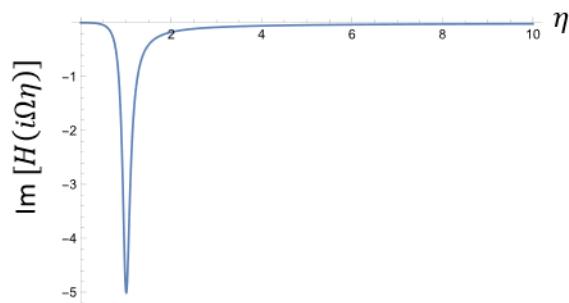


Abb. 13: Imaginärteil von  $H(i\Omega\eta)$

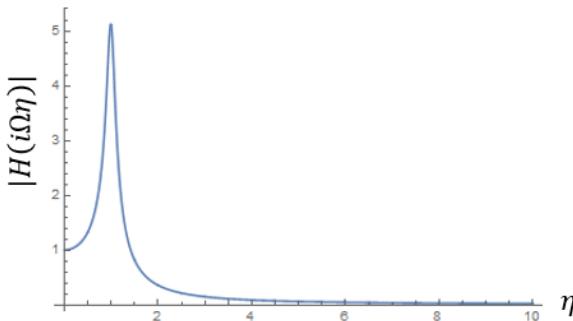


Abb. 14: Amplitudenfrequenzgang von  $H(i\Omega\eta)$

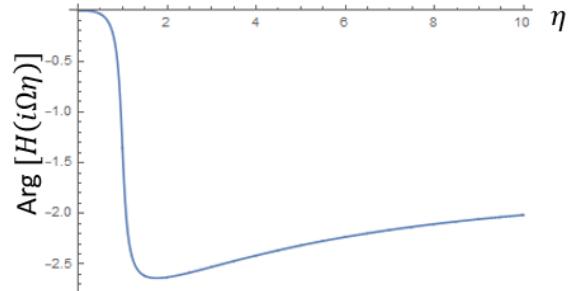


Abb. 15: Phasenfrequenzgang von  $H(i\Omega\eta)$

## Flächentragwerke

Aufgrund ihrer bezeichnenden Eigenschaft, in zwei Raumrichtungen im Verhältnis zur dritten sehr große Abmaße zu besitzen, überspannen ebene und schwach gekrümmte Flächentragwerke eine große Fläche. In Kombination mit Rahmenwerken können volumeneinhüllende Systeme wie Kisten, Regale und Autos konstruiert werden. Flächentragwerke mit starken Krümmungen können ohne Rahmen so gestaltet sein, dass diese ein Volumen umfassen. Entsprechend werden i.) überspannende Flächentragwerke und ii.) einhüllende Flächentragwerke unterschieden.

# 1 Vom axiomatischen Apparat der Kontinuumsmechanik zur Modellierung..

In Abhängigkeit der Kinematik und zugelassenen Lastfälle werden Platten, Scheiben, Membrane und Schalen unterschieden. Im klassischen Sinne besitzen die genannten Flächen-tragwerke eine Mittelebene, die Symmetrieebene ist. Platten und Scheiben besitzen eine materialbedingte Steifigkeit. Während Platten ausschließlich senkrecht zur Mittelebene belastet werden, wirken die Belastungen der Scheibe in der Mittelebene. Membrane werden wie Platten senkrecht zur Mittelebene belastet, wobei ihre Steifigkeit ausschließlich aus den Vorspannkräften resultiert. Allgemeine Flächentragwerke werden Schalen genannt. Aufgrund ihrer Krümmung vereinen sie Platten- und Scheibenprobleme.

**Die klassischen Plattentheorien** nach Kirchhoff [109], Reissner [186], Mindlin [158] und Reddy [184] beruhen auf einer a-priori Hypothese der Kinematik, wodurch diese Ansätze streng genommen nur eingeschränkt nutzbar sind. Im Ingenieurwesen sind sie aber durch ihre Praktikabilität und hinreichende Genauigkeit verbreitet.

Die grundlegendste Plattentheorie nach Kirchhoff benutzt Bernoullis Normalen-Hypothese als kinematische Voraussetzung für die Gültigkeit der Theorie. Hieraus folgt für die Kinematik:

$$u(x, y, t) = -z \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial x} \quad \text{und} \quad v(x, y, t) = -z \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial y}, \quad (1.45)$$

wobei  $u(x, y, t)$  und  $v(x, y, t)$  die Verschiebungen der Mittelfläche in die beiden inplane-Richtungen  $e_x$  und  $e_y$  sind,  $w(x, y, t)$  ist die Verschiebung der Mittelfläche in die out-of-plane Richtung  $e_z$ . Die Ortskoordinaten der materiellen Punkte  $\underline{P}_i$  werden mit  $x, y, z$  bezeichnet und setzen sich zu  $\underline{P}_i = x_i e_x + y_i e_y + z_i e_z$  zusammen.

Ist die Dicke der Platte konstant und die Platte homogen in ihren Materialeigenschaften, dann werden keine Spannungen in inplane-Richtung produziert. Dies ist der *Ebene Spannungszustand* (ESZ), für den der Cauchysche Spannungstensor

$$\underline{\underline{\sigma}}_{ESZ} = \sigma_{ij} e_i \otimes e_j = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix}_{e_1, e_2, e_3} \quad \text{mit } i, j = \{1, 2\} \quad (1.46)$$

lautet und genau genommen für das Beispiel eines isotropen Materials wegen

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y) \quad (1.47)$$

nicht exakt ist.

Die Verschiebungen werden in diesem Fall lediglich in inplane-Richtung durch Rotationen erzeugt werden. Des weiteren werden kleine Verzerrungen vorausgesetzt. Dann gilt mit dem relevanten Teil des linearisierten Green-Langrangeschen Verzerrungstensor Gl. 1.13

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (1.48)$$

$$\Rightarrow \varepsilon_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \varepsilon_y = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad \gamma_{xy} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (1.49)$$

Für die Momenten- und Kräftegleichgewichte folgen entsprechend der Abbildung 16 die

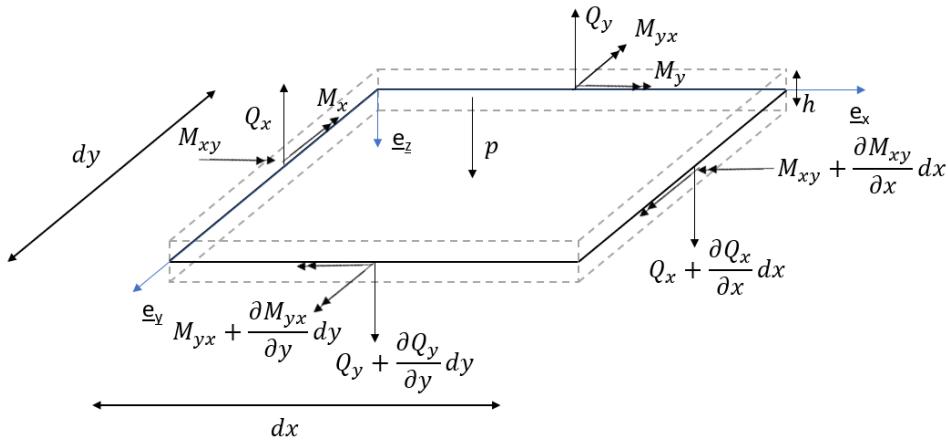


Abb. 16: Freischnitt eines infinitesimalen Plattenelementes

materialunabhängigen Gleichungen

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + p = 0 \quad (1.50)$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = Q_x \quad (1.51)$$

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} = Q_y \quad (1.52)$$

unter Vernachlässigung der sehr kleinen Terme mit den Faktoren  $dxdydx$  und  $dydxdx$ , was eine weitere Vereinfachung bedeutet. Der Zusammenhang zwischen den Querkräften und den Spannungen bzw. den Biege- und Drillmomenten und den Spannungen erfolgt mittels Integration über die Dicke der Platte. Hieraus folgen

$$Q_x = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xz} dz \text{ und } Q_y = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} dz, \quad (1.53)$$

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz \text{ und } M_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz, \quad (1.54)$$

$$M_{xy} = M_{yx} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz. \quad (1.55)$$

Für ein isotropes und lineares Materialverhalten unter Einbeziehung der Kinematik folgt die Differentialgleichung der Kirchhoff-Platte mit einem Druck an der Oberfläche:

$$\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = p. \quad (1.56)$$

Die Bewegungsdifferentialgleichung der Kirchhoff-Platte aus für freie Schwingungen  $p \equiv 0$  enthält etwas andere Terme:

$$\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0. \quad (1.57)$$

# 1 Vom axiomatischen Apparat der Kontinuumsmechanik zur Modellierung..

Nach [136] S. 401 verändert sich Gl. 1.57 im Fall einer homogenen Kirchhoff-Platte aus anisotropen Material zu

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_4 \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + D_5 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \quad (1.58)$$

wobei die fünf Elastizitätskonstanten  $D_1$  bis  $D_5$  unabhängige Parameter sind. Die homogene partielle Differentialgleichung zur Beschreibung der Dynamik einer homogenen Kirchhoff-Platte aus orthotropen Material ergibt sich wegen  $D_2 = D_4 = 0$  zu:

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_5 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0. \quad (1.59)$$

Der *Ebene Verzerrungszustand* (EVZ) ist im Gegensatz zum ESZ exakt. Die Kompatibilitätsbedingung in [14] (S. 45) wird erfüllt. Der EVZ kann für Bauteile angenommen werden, die keine Verformungen und Belastungen in out-of-plane Richtung erfahren sowie die Verschiebung  $w(x, y, t)$  verhindert ist.

Der ebene Verzerrungszustand zeichnet sich durch den Verzerrungstensor

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{EVZ} = \varepsilon_{ij} e_i \otimes e_j = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} \end{pmatrix}_{e_1, e_2, e_3} \quad \text{mit } i, j = \{1, 2\}. \quad (1.60)$$

Die klassische Plattentheorie nach Kirchhoff ist valide für Durchsenkungen  $w$ , die maximal 10 % der Dicke bzw. Höhe  $h$  betragen.

Bleiben die Querschnitte während der Biegung zwar eben, erfüllen aber ansonsten nicht mehr Bernoullis Hypothese, ist die Plattentheorie nach Reissner und Mindlin zu benützen. Die Plattentheorie nach Reissner und Mindlin ist gemäß [136] (S.221) auch dann zu verwenden, wenn für das Verhältnis zwischen Höhe und durchschnittlicher lateraler Länge  $L$  die Ungleichung  $\frac{1}{20} < \frac{h}{L} < \frac{1}{10}$  gilt. Die Schubdeformation wird bei den Plattentheorie nach Reissner und Mindlin berücksichtigt.

Die Gültigkeit des ESZ mit  $\varepsilon_z \equiv 0$  und  $\sigma_z \equiv 0$  wird ebenfalls vorausgesetzt. Es kommen nur die Schubverzerrungen im Vergleich zur Plattentheorie hinzu. Es werden die Verschiebungen eines jeden materiellen Punktes  $\underline{P}_i$  gemäß dem weiter oben vereinbarten Bezugssystem und Koordinatenbezeichnungen nach [14], S. 117/118 angenommen als

$$\begin{aligned} u(x_i, y_i, z_i) &= z \beta_x(x_i, y_i), \\ v(x_i, y_i, z_i) &= z \beta_y(x_i, y_i), \\ w(x_i, y_i, z_i) &= w_0(x_i, y_i). \end{aligned} \quad (1.61)$$

Die Winkel  $\beta_x(x_i, y_i)$  und  $\beta_y(x_i, y_i)$  bezeichnen die Rotationen der Mittelebene, voraus sich Verschiebungen in inplane-Richtung ergeben. Entsprechend der drei orts- und zeitabhängigen, generalisierten Koordinaten, werden drei die Dynamik der Mindlin-Platte beschreibende partielle Differentialgleichungen erwartet. Diese werden über die

### Spannungs-Dehnungs-Beziehungen

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{E}{1-\nu^2} & \nu \frac{E}{1-\nu^2} & 0 & 0 & 0 \\ \nu \frac{E}{1-\nu^2} & \frac{E}{1-\nu^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{pmatrix}. \quad (1.62)$$

Mit einigen Umformungen folgen die drei partiellen Differentialgleichungen, die das Verhalten einer Platte nach Reissner beschreiben. Diese und deren Lösungen für verschiedene Randbedingungen werden in [14], S. 121 und [136], S. 422 ff. besprochen. Eine ausführliche Herleitung gibt auch [185] (Kapitel 3.4). Sowohl die Plattentheorie nach Kirchhoff als auch die nach Mindlin sind Theorien erster Ordnung, da die Gleichgewichtsbedingungen am linear verformten Plattenelement aufgestellt werden.

**Verbesserte Plattentheorien** basieren entweder auf dem Cauchy-Kontinuum (systematischer Ansatz) oder auf dem Cosserat-Kontinuum (direkter Ansatz). Wie in Abschnitt 1.1 erläutert, wird in dieser Arbeit auf die Verwendung des Cosserat-Kontinuums verzichtet.

Niedriger dimensionalierte Plattentheorien gemäß dem systematischen Ansatz gehen direkt aus dem linearisierten 3-D Kontinuum durch Reihenentwicklung hervor. Der Näherungsfehler wird durch die Hinzunahme von Reihengliedern verringert [156]. Hierfür werden drei Techniken angewendet: 1. Die Vekua-Methode [232], die letztendlich doch kinematische Annahmen trifft, 2. die eingeschränkte-Typen-Theorie [113], [212], die im Sinne einer verbesserten Theorie untauglich ist und 3. der Ansatz der konsistenten Plattentheorie, der sowohl auf kinematische Annahmen verzichtet als auch Verbesserungen in der Exaktheit von Lösungen erbringt [156].

**Die konsistente Plattentheorie** beruht nach Meyer-Coors auf dem Ansatz, dass das elastische und das duale Potenzial der linearen 3D-Theorie als Reihe mit gerade Potenzen des Parameters  $c = \frac{h}{\sqrt{12a}}$  der dimensionslosen Platte dargestellt werden kann [156] (S. 3). Meyer-Coors bemerkt außerdem, dass die Reihenglieder eine Mindestamplitude besitzen müssen, damit sie berücksichtigt werden. Kleinere Reihenglieder sowie Reihenglieder höherer Ordnung als  $N$  werden gestrichen. Hieraus resultieren partielle Differentialgleichungen, die in  $N$ -ter Ordnung das quasi-zweidimensionale Problem darstellen [164], [143], [104]. In [201] zeigt Schneider, dass das quasi-zweidimensionale Problem mit unendlich vielen Gliedern äquivalent zum dreidimensionalen Problem ist. Zudem können Scheiben und Platten in alle Richtungen belastet werden.

In [106] und [107] zeigen Kienzler und Schneider, dass zweidimensionale Probleme, die auf dieser Methode basieren, für niedrigere Ordnungen mit den klassischen Theorien übereinstimmen. Hieraus folgt, dass zweidimensionale Probleme mit beliebigem Fehler bzw. Exaktheit kreiert werden können. Allerdings ist diese Methode bisher nur für isotropes Material verfügbar. Weiterhin ist unklar, wie die Einschränkung, die Mittelebene ist Symmetrieachse, aufgelöst werden kann. Dynamische Probleme sind mit der konsistenten Plattentheorie ebenfalls noch nicht untersucht worden.

**Membrane** sind dünne Flächentragwerke, die wie die Platte senkrecht zur Plattenebene belastet werden. Die Materialsteifigkeit der Membran ist im Gegensatz zur Materialsteifigkeit der Platte NULL. Die Steifigkeit der Membran entsteht durch die Vorspannkräfte  $T_{\text{Membran}}(x, y)$ . Durch sie kann die Membran Querkräfte und Biegemomente abtragen, Druckkräfte können durch die geringe Biegesteifigkeit allerdings nicht aufgenommen werden. Um dieses Phänomen mathematisch sichtbar zu machen, sind die Gleichgewichtsbedingungen am verformten System (mindestens lineare Theorie 2. Ordnung) aufzustellen.

Ein prinzipielles physikalisches Modell einer Membran ist in Abbildung 17 dargestellt. Die Feldgleichung der Membran mit den konstanten und einheitlichen Vorspannkräften

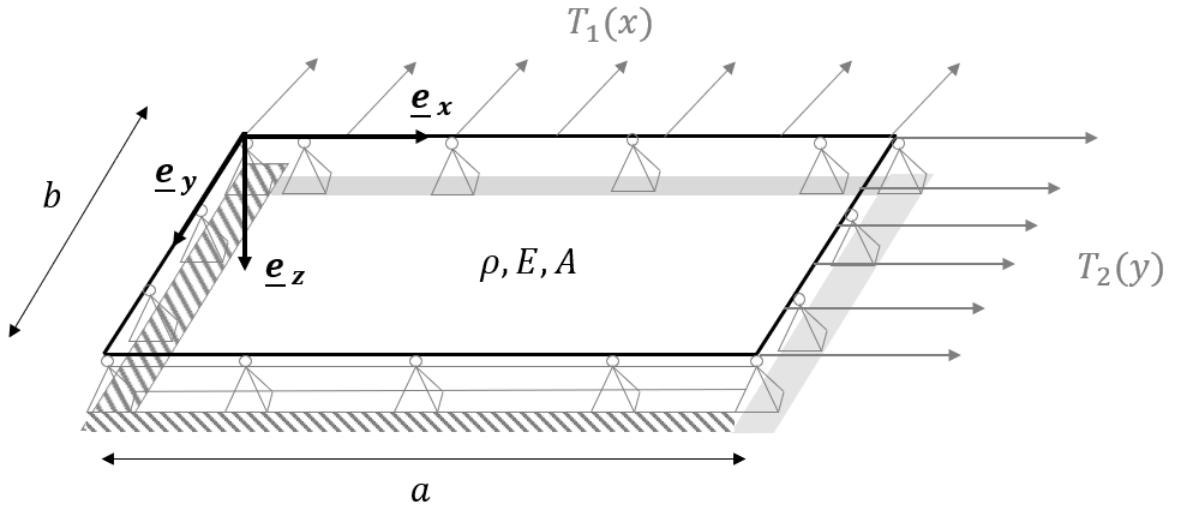


Abb. 17: Die Membran: Zweidimensionaler materieller Körper ohne Biegesteifigkeit mit Vorspannung

$T_1(x) = T_2(y) = T$  ist

$$c^2 \left( \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} \quad (1.63)$$

für den Fall, dass entweder angenommen wird, dass die Membrandicke so klein ist, dass die resultierenden Scherkräfte  $\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xy} dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{yx} dz$  vernachlässigt werden können [135] S. 183. Eine andere Möglichkeit den Scherungsterm zu vernachlässigen ist die Anwendung des Prinzips von Hamilton, wobei die potentielle Energie von der Veränderung der Oberfläche

$$dA = \sqrt{1 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2} dx dy - dx dy \quad (1.64)$$

abhängt und diese mit einer Taylor-Reihe für Funktionen mit zwei Veränderlichen approximiert wird, die nach dem ersten nicht konstantem Glied abgebrochen wird [218] S. 72.

Im Umkehrschluss bedeutet dies: Wird die Taylor-Reihe zur näherungsweisen Berechnung der Oberflächenänderung der Membran erst nach dem zweiten nicht konstanten Glied abgebrochen oder wird die Dicke  $h$  der Membran als nicht zu klein erachtet, ergibt sich

die Feldgleichung zur Berechnung der Schwingungen einer Rechteckmembran nach [136] S. 185 mit unterschiedlichen aber konstanten Vorspannkräften in  $e_x$ - und  $e_y$ -Richtung zu

$$T_x \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial x^2} + 2T_{xy} \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial x \partial y} + T_y \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial y^2} = \rho h \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2}. \quad (1.65)$$

Beide Körper sind wegen der Vorspannkräfte  $T$  in der Lage sind, senkrecht zur Saitenlängsachse bzw. senkrecht zu Membranebene wirkende eingeprägte Kräfte und Momente aufzunehmen und transversale Schwingungen auszuführen. Die Längssteifigkeit spielt bei dieser Betrachtung keine Rolle. Herleitungen und Lösungen der Gleichungen mit dem Ritz-Ansatz sind z. B. in [218] S. 62 ff. und S. 71 ff. zu finden.

**Als Schalen** werden allgemeine zweidimensionale Strukturen genannt. Sie können überspannend (einfach oder doppelt gekrümmmt) oder einhüllend (zylindrisch bzw. allgemein rotationssymmetrisch) geformt sein. Schalen besitzen eine gekrümmte Mittelfläche, weswegen sie den Platten- und Membranspannungszustand vereinigen. D. h. durch die Krümmung werden äußere Lasten vor allem durch die Membranschnittkräfte abgetragen. Schalen stellen hierdurch eine gewisse Verallgemeinerung in der Betrachtung von Flächentragwerken dar. Müller bezeichnet die Schalentheorie in [162] als eine unabhängige, hoch entwickelte und auf der Elastizitätstheorie basierende Wissenschaft.

**Zylinderschalen** sind einfach gekrümmte, rotationssymmetrische Schalenelemente. Zur Beschreibung der Geometrie von Zylinderschalen erscheint eine Bezugsbasis mit Zylinderkoordinaten, wie in Abbildung 18 gezeigt, am geeignetsten. Die Grundfläche wird von einer polaren Bezugsbasis aufgespannt. Die Transformation zwischen der kartesischen und

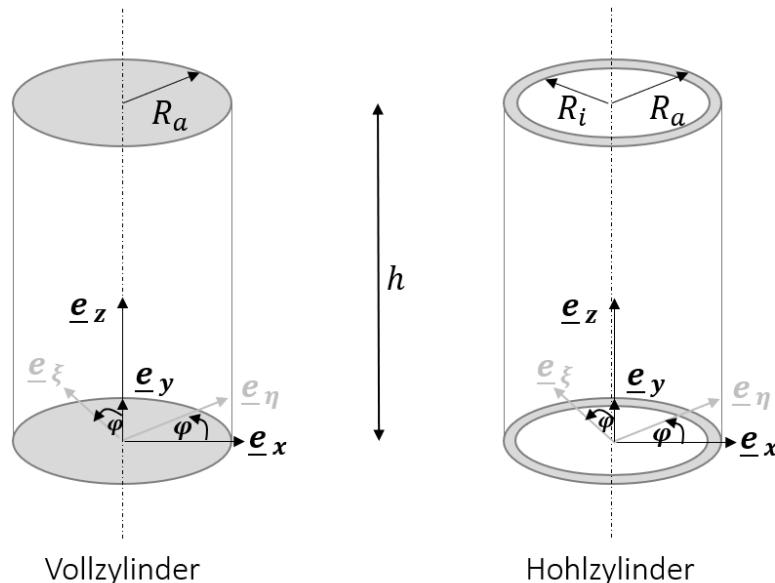


Abb. 18: Geometrie eines Voll- und eines Hohlzylinders mit Bezugssystemen

# 1 Vom axiomatischen Apparat der Kontinuumsmechanik zur Modellierung..

der zylindrischen Bezugsbasis  $(\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z) \rightarrow (\underline{e}_\eta, \underline{e}_\xi, \underline{e}_z)$  wird beschrieben durch

$$\begin{pmatrix} \underline{e}_\eta \\ \underline{e}_\xi \\ \underline{e}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{e}_x \\ \underline{e}_y \\ \underline{e}_z \end{pmatrix}. \quad (1.66)$$

Zylinderschalen sind eine Sonderform rotationssymmetrischer Schalen. Wird nun die Einschränkung, dass die Radien  $R_a$  und  $R_i$  entlang der Höhe  $h$  konstant bleiben, aufgegeben, dann eröffnet sich das Feld der Rotationsschalen.

**Rotationsschalen** sind dadurch gekennzeichnet, dass die Geometrie der Mittelebene erzeugt wird, indem die Trajektorie  $s(z)$  mit gleichbleibendem Abstand  $R(z)$  von der  $e_z$ -Achse mit  $\varphi = 2\pi$  um die  $e_z$ -Achse rotiert wird. Eine Beispielgeometrie für eine Rotationschale ist in Abbildung 19 gezeigt. Wird nun eine zweite Krümmung zugelassen, können

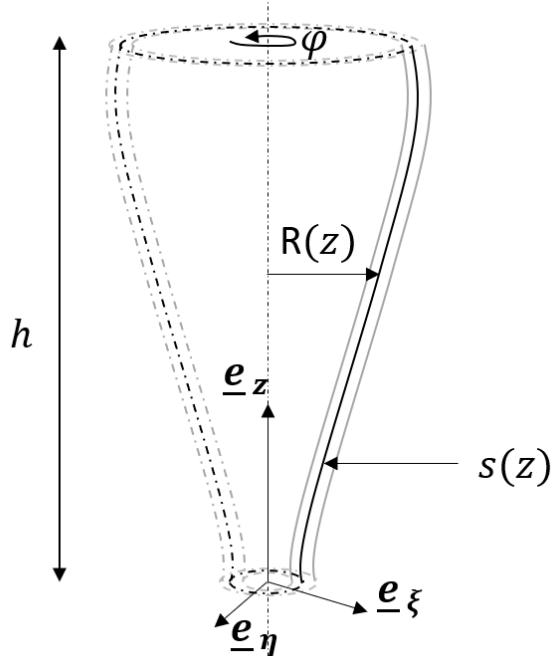


Abb. 19: Beispielgeometrie einer Rotationsschale

Kugelschalen beschrieben werden.

**Kugelschalen** gehen, wie die Abbildung 20 zeigt, aus einer Hohlkugel hervor. Zur Beschreibung der Geometrie wird die Bezugsbasis mit Kugelkoordinaten benutzt. Die Transformation zwischen der kartesischen und der zylindrischen Bezugsbasis  $(\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z) \rightarrow (\underline{e}_\varphi, \underline{e}_\theta, \underline{e}_R)$  wird beschrieben durch

$$\begin{pmatrix} \underline{e}_\varphi \\ \underline{e}_\theta \\ \underline{e}_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ \cos \varphi \sin \theta & \sin \varphi \sin \theta & \cos \theta \\ \cos \varphi \cos \theta & \sin \varphi \cos \theta & -\sin \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{e}_x \\ \underline{e}_y \\ \underline{e}_z \end{pmatrix}. \quad (1.67)$$

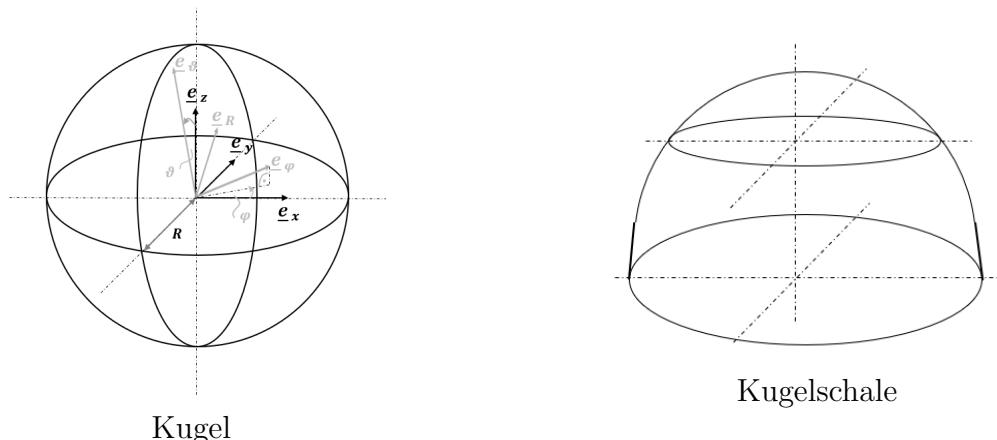


Abb. 20: Beispiele für Geometrien der Mittelebene zweifach gekrümmter Schalen

Die Vielfigkeit der Schalengeometrie legt das Bestreben nahe, eine allgemeinere Methode fur die Bestimmung der Transformationsmatrix zu verwenden.

Wie durch die obigen Beispiele angedeutet wird, lässt sich jede gutartige Form einer Schale durch Bezugsbasen mit krummlinigen Koordinaten mathematisch beschreiben. Wegen der alltäglichen Gegenwart ist die kartesisches Bezugsbasis in der Regel der Ausgangspunkt. Die Umrechnung von einer kartesischen in eine andere Bezugsbasis - z. B. eine mit krummlinigen Koordinaten - erfolgt über die Metrik Gl.0.10.

Die bislang vorgestellten Schalentypen gehören zu den „tiefen Schalen“, da für mindestens einer der drei Raumwinkel  $\rightarrow \infty$  gilt. Flache Schalen (engl. shallow shells) besitzen endliche Raumwinkel, wie die Abbildung 21 beispielhaft zeigt. Damit gehören

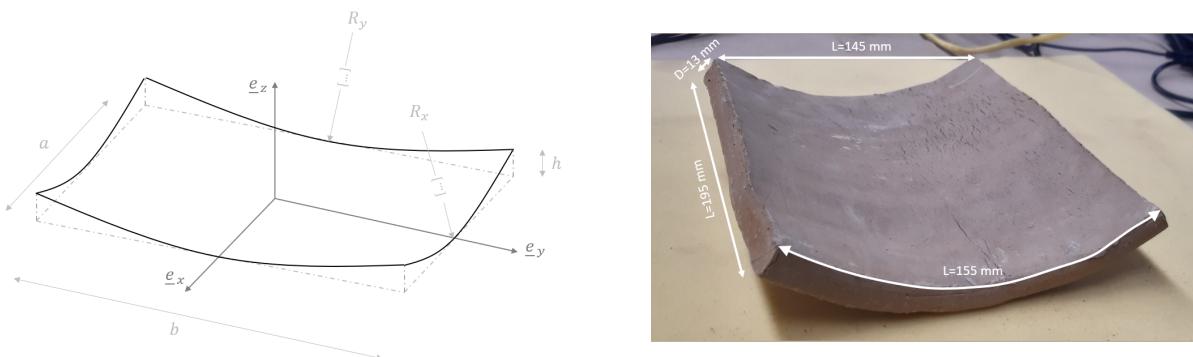


Abb. 21: Beispielgeometrie einer doppelt gekrümmten „flachen Schale“

Abb. 22: Ziegel: Beispiel für eine einfach gekrümmte Schale

„flache Schalen“ zu den ein- oder zweifach gekrümmten Schalen. Ein reales Beispiel für eine einfach gekrümmte flache Schale ist der Ziegel in Abbildung 22. Dieser ist ein Übungsobjekt einer Studierendengruppe des Bachelorstudiengangs Konservierung und Restaurierung/Grabungstechnik an der HTW Berlin in der Lehrveranstaltung „PK4 Präventive Konservierung 4 - Lagerung von Objekten, Depotpflege“ Teil 2: Physikalische Kräfte.

„**Flache und dicke Schalen**“ werden analog zu dünnen und dicken Platten d.h. ohne und mit Schubweichheit sowie ohne und mit Drehträgheit definiert. Im ersten Fall handelt es sich um Schalen mit Kirchhof-Kinematik und im zweiten Fall um Schalen mit Reissner Kinematik.

Für die Betrachtung der Gleichgewichtsbedingungen, kinematischen Beziehungen und konstitutiven Gleichungen der Reissner-Schale wird von einer rechteckigen Grundgeometrie, wie in Abbildung 21 gezeigt wird, und von einer einfachen Lagerung ausgegangen. Die willkürlich gewölbte Oberfläche einer flachen Schale kann durch die Funktion des Abstandes eines jeden materiellen Punktes der Schale von der Projektion des jeweiligen Punktes Schale auf die  $\underline{e}_x - \underline{e}_y$ -Ebene, wie in Abbildung 21 gezeigt, durch

$$w_0(x_i, y_i) = \frac{x^2}{2R_x} + \frac{xy}{R_{xy}} + \frac{y^2}{2R_y} \quad (1.68)$$

beschrieben werden. Hier werden die Radien  $R_x$  und  $R_y$  sowie die Verdrehung der Oberfläche um die  $e_z$ -Achse als konstant angenommen [136] S. 275 ff. Ausgehend von der Gültigkeit der Kinematik der Plattentheorie nach Reissner 1.69 lauten die Verschiebungen

$$\begin{aligned} u(x_i, y_i, z_i) &= u_0(x_i, y_i, z_i) + z\beta_x(x_i, y_i), \\ v(x_i, y_i, z_i) &= v_0(x_i, y_i, z_i) + z\beta_y(x_i, y_i), \\ w(x_i, y_i, z_i) &= w_0(x_i, y_i), \end{aligned} \quad (1.69)$$

woraus die Verzerrungsgrößen der Mittelfläche „0“:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{0_x} \\ \varepsilon_{0_y} \\ \gamma_{0_{xy}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{w_0}{R_x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{R_y} \\ \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial u_0}{\partial y} + 2\frac{w_0}{R_{xy}} \end{pmatrix} \quad (1.70)$$

folgen [136] S. 444.

Die fünf Gleichgewichtsbedingungen können anschaulich auf Basis des Freischnitts eines infinitesimalen Schalenstückchens in der Abbildung 23 (in Anlehnung an [14] S. 125) aufgestellt werden.

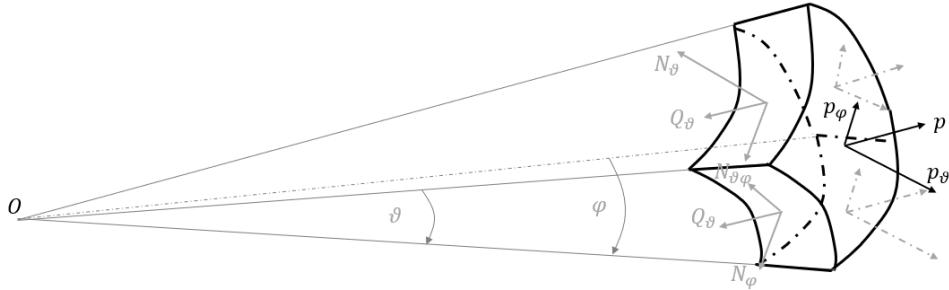


Abb. 23: Freischnitt an einem infinitesimalen Element einer flachen Schale

### 1.3 Über den Baukasten der Technischen Mechanik

Die Gleichgewichtsbeziehungen nach Newtons 2. Axiom lauten:

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{yx}}{\partial y} + q_x = I_1 \ddot{u}_0 + I_2 \ddot{\beta}_x, \quad (1.71)$$

$$\frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + q_y = I_1 \ddot{v}_0 + I_2 \ddot{\beta}_y, \quad (1.72)$$

$$-\left[\frac{N_x}{R_x} + \frac{N_y}{R_y} + \frac{N_{xy} + N_{yx}}{R_{xy}}\right] + \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q_n = I_1 \ddot{w}_0, \quad (1.73)$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} - Q_x + m_x = I_2 \ddot{u}_0 + I_3 \ddot{\beta}_x, \quad (1.74)$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - Q_y + m_Y = I_2 \ddot{V}_0 + I_3 \ddot{\beta}_y. [136], S. 417 und 444 \quad (1.75)$$

Der Lösung dieses partiellen Differentialgleichungssystems bedarf es nun Konstitutivgleichungen. Genau wie bei Platten kommen elastische (isotrope, orthotrope, anisotrope), viskoelastische, elastoplastische und weitere Materialien in Frage.

Eine umfassende Darstellung der Theorie von Schalen insbesondere über das Beulverhalten bietet [34]. Ein Klassiker mit weitreichenden grundlegenden Ausarbeitungen ist [220].

**Linientragwerke** besitzen eine Hauptausdehnungsrichtung, d. h. zwei Ausdehnungsrichtungen sind klein im Vergleich zur dritten und formen den Querschnitt. Wie bei den Platten werden Linientragwerke aufgrund ihrer materiellen Biegesteifigkeit und ihrer Belastungsrichtungen unterschieden. Das eindimensionale Pendant zur Platte ist der Balken. Der Balken gemäß der Theorie nach Euler und Bernoulli ist schubstarr. Es gilt die Bernoulli-Hypothese. Der schubweiche Balken gehorcht der Theorie von Timoshenko. Die eindimensionale Membran wird Saite genannt. Das Linientragwerk, welches ausschließlich in Längsachsrichtung belastet wird, ist der Stab. Torsionsbelastete Linientragwerke werden Torsionsstäbe genannt. Alle genannten Theorien sind klassische Theorien. Eine ausführliche Herleitung der Balkentheorie nach Euler-Bernoulli, Kirchhoff und Timoshenko in intrinsischer und bezogener Beschreibungweise kann in [49] nachgelesen werden. Die konsistente Balkentheorie wird in [200] behandelt.



## 2 Bewegungen von Kontinua

Im Fall der hier betrachteten Kontinua beschreiben Feldgleichungen den funktionellen Zusammenhang zwischen der Bewegung, den äußeren Belastungen und inneren Spannungen eines materiellen Körpers. Es sind gewöhnliche oder partielle Differentialgleichungen oder Differentialgleichungssysteme, die linear oder nichtlinear sein können. Obwohl Systeme mit nichtlinearen Eigenschaften sich sehr stark von Systemen mit linearen Eigenschaften unterscheiden, werden Problemstellungen häufig linearisiert. Der Grund hierfür liegt in der zur Verfügung stehenden Lösungstheorie und im Berechnungsaufwand. Auch an dieser Stelle müssen Ingenieure oftmals einen Drahtseilakt zwischen Genauigkeit und Wirtschaftlichkeit vollführen. Die Auswirkungen der Nichtlinearitäten sind dabei stets im Auge zu behalten und zu quantifizieren. Gemäß [45] (S.23) sagte R. M. Rosenberg „[...] Trying to divide systems into linear and nonlinear, is like trying to divide the world into bananas and non-bananas.[...]“, womit er zweifellos recht hat. Dennoch wird aus besagten Gründen auch in der vorliegenden Arbeit die Modellierung nichtlinearer Effekte umgangen.

Ein Sonderfall der Dynamik ist die Statik. Das als Statik bezeichnete Gebiet der technischen Mechanik behandelt Gleichgewichtsprobleme, die zeitfrei sind. Die Zahl praktischer Fragestellungen, bei denen die zeitliche Veränderung vernachlässigt werden kann, beispielsweise im Bauwesen ist sehr groß ist. Aber auch im Fall des Schutzes von Kunstwerken und Kulturgütern spielt die Statik eine wichtige Rolle. Beispiele sind die Art der Lagerung im Fall der Hängung des „Rosinenbombers“ in Abschnitt 9.3 und Beuleffekte an Gemälden, wie in Abbildung 24 gezeigt wird.

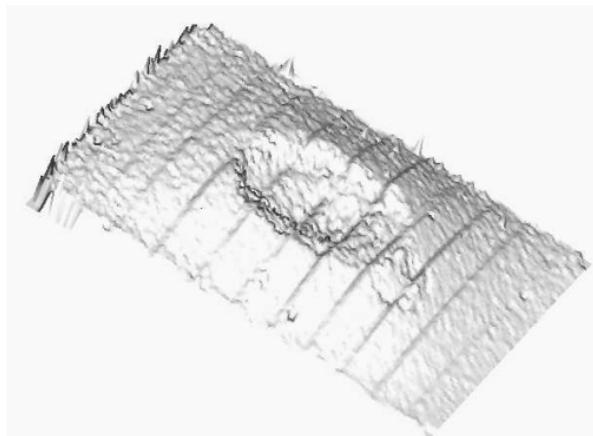


Abb. 24: 1. charakteristische Schwingform mit Beuleffekt eines Gemälde-dummies, Quelle: [120], S. 132

Der Grundspannungszustand von Gemälden und Museumsobjekten beeinflusst maßgeblich deren dynamisches Verhalten und Schädigungsverhalten. In Bezug auf das Schädigungsrisiko ist das statische Problem der Faltenbildung bzw. des Beulens bedeu-

## 2 Bewegungen von Kontinua

tungsvoll. Im Rahmen der Membrantheorie wird das bei Druckbeanspruchungen auftretende Ausweichen der Membran in eine andere Gleichgewichtslage als Membranfaltung verstanden während dieses Phänomen in der Platten- und Schalentheorie als „Beulen“ bezeichnet wird. Zur Behandlung dieser Thematik wird auf Spezialliteratur wie [203] und [94] verwiesen.

Im Fokus dieses Abschnittes steht die Lösung von Bewegungsdifferentialgleichungen und -gleichungssystemen. Entsprechend ihres Typs kommen verschiedene mathematische Lösungs-methoden zum Einsatz. Die einzelnen Ansätze entstammen tiefgreifender Theorien aus den entsprechenden Fachgebieten der Mathematik. Eine strenge bzw. exakte Lösung existiert nur in Ausnahmefällen. Aus diesem Grunde werden approxomierte, d. h. an die exakte Lösung angenäherte Resultate zugelassen. Die Methoden zur Berechnung dieser Lösungen werden Näherungsverfahren genannt.

Gesuchte Ergebnisse einer Problemstellung in der Mechanik ist z. B. die Bestimmung der Nullstellen von Polynomen oder Funktionen, die eine Differentialgleichung bzw. ein Differentialgleichungssystem lösen. Im zweiten Fall gehört neben der Bestimmung des prinzipiellen Funktionentyps auch die Anpassung der Koeffizienten an das jeweilige Problem.

Zur Lösung von konkreten Problemen in der Statik werden stets Randbedingungen (Kenntnisse des Verschiebungsfeldes von räumlichen materiellen Punkten an der Oberfläche des Körpers) benutzt. In dynamischen Fällen sind außerdem dynamische Randbedingungen (Werte für Normal- und Querkräfte bzw. Momente von materiellen Punkten an der Oberfläche des Körpers) zur Bestimmung von Integrationskonstanten hinzuzunehmen. Für die Lösung der Aufgaben aus der Strukturdynamik werden zusätzlich Anfangsbedingungen (Kenntnis des Verschiebungsfeldes eines Körpers zu einem bestimmten Anfangszeitpunkt) gebraucht.

**Der Bernoullische Separationsansatz** liegt den meisten Lösungsansätzen für partielle Differentialgleichungen zugrunde. Hierbei wird davon ausgegangen, dass die Lösung der gesuchten Funktion  $q(x, t)$  durch den Produktansatz der Form

$$q(x, t) = X(x)T(t) \quad (2.1)$$

angegeben werden können. Dies bedeutet die Lösung ist ein Produkt aus einer Funktion  $X(x)$ , die ausschließlich von dem Ort  $x$  abhängt, und einer Funktion  $T(t)$ , die ausschließlich von der Zeit abhängt. Dieser Ansatz geht auf die „Trennung der Variablen“ zurück.

Kommt eine Dimension im Ort hinzu, wird ein weiterer Faktor, z. B. die Funktion  $Y(y)$ , hinzumultipliziert usw.. Typische Beispiele für die Anwendung dieses „Separationsansatzes“ ist die Lösung der Feldgleichungen, wie z. B. des Biegebalkens nach Euler-Bernoulli oder der Platte nach Kirchhoff, welche im Folgenden gezeigt werden.

Im ersten Schritt wird die Feldgleichung der Kirchhoff-Platte 1.57 mit

$$w(x, y, t) = W(x, y)T(t) \quad (2.2)$$

in eine Differentialgleichung, die nur von den Ortskoordinaten  $x$  und  $y$ , und in eine Differentialgleichung, die nur von der Zeit abhängen, separiert [249].

Im zweiten Schritt wird der Separationsansatz ein weiteres Mal angewendet

$$W(x, y) = X(x)Y(y). \quad (2.3)$$

Die Ansatzfunktionen für  $X(x)$  und  $Y(y)$  müssen von vornherein die Randbedingungen für  $W(x, y)$  erfüllen. Beispielsweise löst der Ansatz

$$W(xy) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (2.4)$$

wobei  $a$  die Länge der Platte und  $b$  die Breite der Platte sind, die Feldgleich der Kirchhoffplatte mit Navierschen Randbedingungen, was bedeutet, dass alle Ränder fest aber gelenkig gelagert sind. Im statischen Fall ist ein Ansatz mit Polynomen des Grades 4 ausreichend.

In Abbildung 25 sind die ersten vier prinzipiellen Eigenformen einer Kirchhoffplatte mit Navierschen Randbedingungen in der dreidimensionalen Ansicht gezeigt und in Abbildung 26 in zweidimensionalen Draufsicht. Im Fall der Platte haben sich anstelle von Schwin-

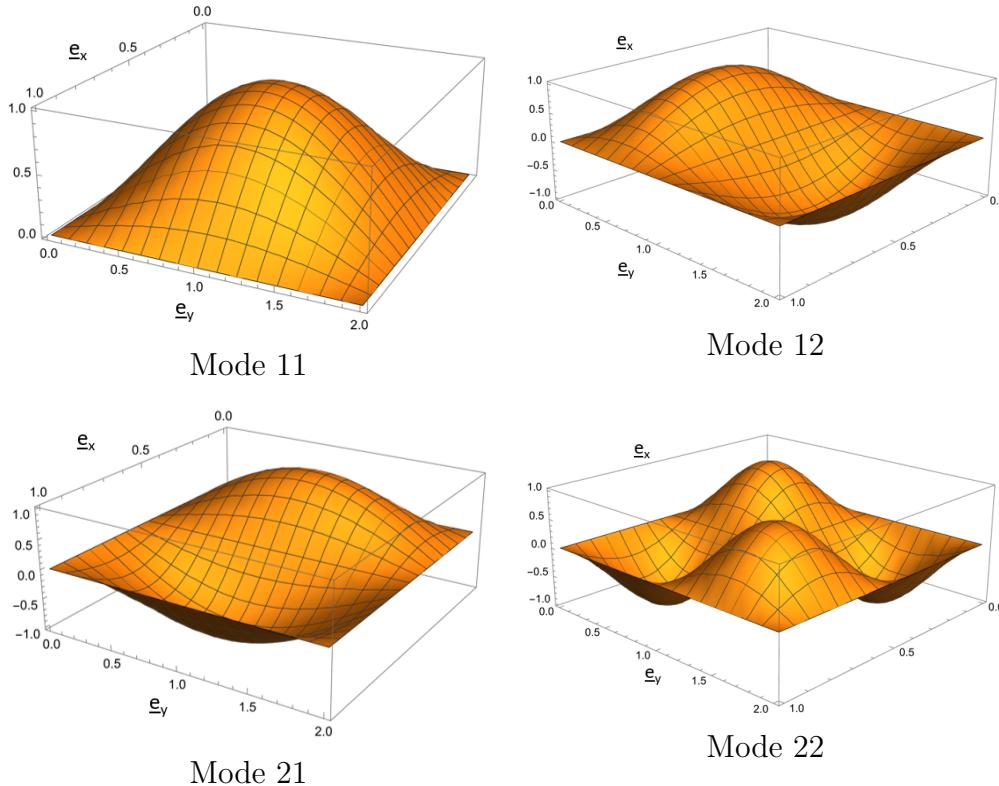


Abb. 25: Erste vier Eigenmoden einer Kirchhoffplatte mit Navierschen Randbedingungen mit  $a=1$  LE,  $b=2$  LE

gungsknoten, wie beim Biegebalken, Knotenlinien gebildet. Sie sind die Ursache für die Cladnischen Klangfiguren.

Für die Bildung der Klangfiguren wird eine Platte in einer seiner Eigenfrequenzen ange regt. Der zuvor darauf verstreute Sand beginnt solange in die Knotenlinien zu hüpfen bis sich darin jedes Korn beruhigt hat und liegen bleibt. Der Sand macht die Knotenlinien

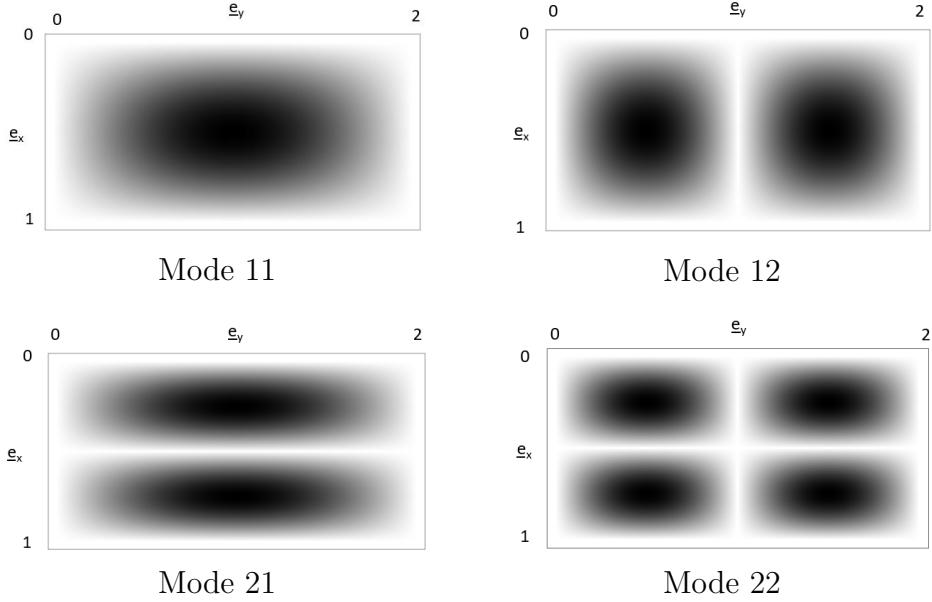


Abb. 26: Chladnische Klangfiguren der Platte aus Abbildung 25

also sichtbar. Die dabei entstehenden ansehnlichen Muster sind nach dem Astronom und Physiker Ernst F. F. Chladni (1756-1827), dem Entdecker der Chladnischen Klangfiguren, benannt. In der Abbildung 26 werden die Klangfiguren der Eigenformen aus Abbildung 25. Die Chladnischen Klangfiguren werden im Jahr 1991 in [150], S. 111 herangezogen, um das Schwingungsverhalten von Ölgemälden zu erklären. Es ist der erste Ansatz in der Geschichte, der auf die Beschreibung des Bewegungsverhaltes von Gemälden während des Transportes abzielt.

Nur wenige Beispiele für Feldgleichungen sind analytisch lösbar. Die meisten müssen numerisch gelöst werden. Selbst die Lösung der Feldgleichung Gl. 1.57 kann nur näherungsweise dargestellt werden, da die obere Grenze der Summe in Gl. 2.4 realistischerweise eine endliche Zahl sein muss. Beispielsweise behandelt Leissa in seinem Werk [135] eine Vielzahl verschiedener gelagerter Platten.

### Galerkin-Verfahren

Beim Galerkin-Verfahren wird die gesuchte Näherungslösung  $\bar{q}(x, t)$  mit

$$\bar{q}(x, t) = \sum_{n=1}^N y_n(t) f_n(x, t) \quad (2.5)$$

einer Differentialgleichung in ein vorgegebenes, vollständiges Funktionensystem  $f_n(x, t)$  (Ansatzfunktionen) entwickelt. Die in der Regel zeitabhängigen Koeffizienten  $y_n(t)$  sind gesucht. Mit dem Differentialoperator  $\mathcal{D}$ , der linear, nichtlinear, gewöhnlich oder partiell sein kann, folgt für eine Differentialgleichungssystem in Matrzenschreibweise

$$\mathcal{D}q(x, t) = p(x, t), \quad (2.6)$$

wobei  $q(x, t)$  nach Berücksichtigung der Anfangsbedingungen die exakte Lösung und  $p(x, t)$  die Inhomogenität, in der Regel eine eingravierte statische oder dynamische Belastung, ist.

Da die exakte Lösung nicht bekannt ist, wird diese in Gl. 2.6 durch eine Näherungslösung  $\bar{q}(x, t)$  ersetzt. Hieraus folgt eine Abweichung, die durch das Residuum  $\mathcal{R}$  der Form

$$\mathcal{R}(x, t) = \mathcal{D}\bar{q}(x, t) - p(x, t). \quad (2.7)$$

repräsentiert wird. Nun kann gefordert werden, dass  $\mathcal{R}(x, t) = 0, \forall t$  ist. Diese Forderung ist sehr streng und wird stets mit großer Wahrscheinlichkeit nicht zu erfüllen sein. Eine schwache Formulierung der Forderung ist die zu Null-Setzung des mittleren Fehlers:

$$\int_0^L \underline{h}(x, t)\mathcal{R}(x, t)dx = 0, \quad t \geq 0. \quad (2.8)$$

Die Gewichtungsfunktionen  $\underline{h}(x, t)$  sind in einem Spaltenvektor angeordnet. Im Fall der Galerkinschen Gleichungen sind dies die Funktionen  $y_n(t)$  aus dem Ansatz für  $\bar{q}(x, t)$  (Gl. 2.5).

Ein Sonderfall ist das zeitfreie Problem, welches z. B. nach Anwendung des Bernoullischen Ansatzes für eine gewöhnliche Differentialgleichung für den Ort entsteht. Hier kann der Ritz-Ansatz

$$\bar{q}(x) = \sum_{n=1}^N y_n f_n(x) \quad (2.9)$$

eingesetzt werden. Damit ergibt sich schließlich ein System linearer, gewöhnlicher Differentialgleichungen:

$$\sum_{n=1}^N \left\{ \int_0^L f_k^T(x) \mathcal{D}f_n(x) dx \right\} y_n = \int_0^L f_k^T(x) p_k(x) dx, \quad k = 1, \dots, N. \quad (2.10)$$

**Das Ritzsche Verfahren** ist wie das Galerkin-Verfahren ein Näherungsverfahren. Im Unterschied zum Galerkin-Verfahren basiert das Ritzsche-Verfahren auf der Formulierung eines Variationsproblems. Der Ritzsche Ansatz wird direkt an die Stelle der exakten gesuchten Funktion zur Approximation dieser eingesetzt.

Beispielsweise folgt aus dem Prinzip von Hamilton für die Längsschwingungen eines Stabes mit leicht veränderlichem Querschnitt ([187], S. 292)

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \left( \frac{1}{2} \int_0^L \mu(x) \frac{du^2}{dt^2} dx - \frac{1}{2} \int_0^L EA(x) \frac{du^2}{dx^2} dx \right) dt = 0 \quad (2.11)$$

mit dem gemischten Ritz-Ansatz

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^N y_n(t) U_n(x) \quad (2.12)$$

das zeitfreie Problem:

$$\sum_{k=1}^N \left[ \left( \int_0^L \mu(x) U_k U_n dx \right) y_k + \left( \int_0^L EA(x) U_k U_n dx \right) \ddot{y}_k \right] = 0, \quad k = 1, \dots, N. \quad (2.13)$$

Da der Ritz-Ansatz direkt in das Prinzip von Hamilton eingesetzt wird, wird automatisch eine Gewichtung und eine Mittelung erreicht. Das Ritzsche Verfahren kann auch direkt auf die Lagrangeschen Gleichungen angewendet werden.

**Der Rayleigh-Quotient** bietet die Möglichkeit, die kleinste Eigenkreisfrequenz  $\omega_1$  eines Tragwerks abzuschätzen. Hierzu wird in dem Prinzip der virtuellen Verrückung für ein Tragwerk eine Ansatzfunktion berücksichtigt wird. Der Rayleigh-Quotient ist dann

$$\omega_1^2 = \frac{\int_0^L K(x) f_1''^2(x) dx}{\int_0^L \mu(x) f_1^2(x) dx}, \quad (2.14)$$

wobei  $K$  die Längs- oder Biegesteifigkeit ist.

### Finite Elemente Methode (FEM)

Die FEM hat sich nach [111] (S. 13) in den 1950er Jahren aus den Matrizenmethoden der Baustatik/Baudynamik, wozu auch das Verfahren der Übertragungsmatrizen gehört, entwickelt.

Die FEM besitzt gegenüber der Methode der Übertragungsmatrizen den Vorteil, dass sie auch auf verzweigte Strukturen angewendet werden kann. Die FEM verfügt hierüber aufgrund des lokalen Ansatzes, die Geometrie des betrachteten Körpers in kleine finite Elemente zu zerlegen. Die Diskretisierung der Geometrie des betrachteten Körpers ist Teil des Pre-Processings einer FEM-Anwendung, die sich insgesamt in die drei aufeinanderfolgende Kategorien,

1. Pre-Processing,
2. Processing (Gleichungslöser, engl. Solver) und
3. Post-Processing.

gliedert.

Die Erstellung der Geometrie, Definition der Grundstruktur, des Materials, der Rand- und Übergangsbedingungen, der äußeren Anregung sowie die Diskretisierung der Struktur, d. h. Diskretisierung in finite Elemente (Mesh), ist Inhalt des Pre-Processings. Die Überführung des Mesh-Modells in ein Gleichungssystem sowie die numerische Lösung des Problems sind Teil des Processings. Die Darstellung und Interpretation der Lösung findet im Post-Processing statt.

In der Methode der finiten Elemente fließen alle in der Mechanik verwendeten Methoden zusammen - selbst die der Mehrkörpersimulation, da in Programmen, wie SamceField oder Abaqus Punktmassen mit und ohne Drehträgheit, Starrkörper usw. definiert und mit Gelenken, Scharnieren, Hebeln, Getrieben etc. miteinander verbunden werden können.

Bereits bei der Geometrieerstellung ist auf einfache klare Strukturen zu achten. In der Regel ist es nicht möglich, CAD-Zeichnungen oder Flächenmodelle von Fotogrammetrisch erfassten Objekten direkt für die FEM-Kalkulation zu verwenden. Die Geometriedaten können zwar - solange die Dateien nicht zu groß sind - in das FEM-Programm importiert werden. Meistens aber scheitert bereits die Zuweisung des Struktur- und Materialverhaltns oder spätestens das Vernetzen, weil die Geometrie aus zu vielen Teilsystemen besteht oder sich die Linien nicht exakt berühren. Eine schlechte Netzqualität, die zu schlecht konditionierten und damit nicht lösbarren Gleichungssystemen führt, resultiert z. B. aus vielen kleinen Oberflächen, wie bei Schrauben.

Die Wahl der Strukturelemente, mit denen die Statik und Dynamik der materiellen Körper des mechanischen Systems abgebildet werden sollen, ist ebenfalls von enormer Bedeutung. Beispielsweise sollte eine dünne, flächige Struktur, wie der Flugzeugflügel des Rosinenbombers (siehe Abschnitt 9.3) nicht mit Volumenelementen diskretisiert werden sondern mit Balken- und Schalenelementen. Ein massiver Körper wie das Miniaturmodell der Büste der Nofretete aus Zellan in Abschnitt 9.4 muss hingegen mit Volumenelementen beschrieben werden.

Demgegenüber steht der Ansatz der hierarchischen Modellierung. Hierbei werden die Modelle von Modellierungsebene zu Modellierungsebene bis zu einer gewünschten Genauigkeit der Ergebnisse, detaillierter. Dies schlägt beispielsweise Bathe in [31] vor.

Rand- und Übergangsbedingungen sind ebenfalls mit Bedacht zu definieren. Falsch dimensionierte Toleranzen zur Definition des Kontaktes oder unrealistische Werte für zeitlich veränderliche Randbedingungen können dazu führen, dass das Gleichungssystem nicht gelöst werden kann. Wiederum kann eine geschickte Wahl der Randbedingungen für eine enorme Rechenzeitsparnis sorgen.

Die geschickte Modellierung mit realistischen Werten für Toleranzen, Rand- und Anfangsbedingungen, Materialparameter sowie für die Anregungen sind entscheidend für die erfolgreiche Berechnung von statischen und dynamischen Problemen mit Hilfe der Finiten Elemente Methode. Erfolgreich ist aber nicht nur ein Problem gelöst, wenn ein Ergebnis am Ende herauskommt. Erfolgreich ist dann eine Lösung, wenn diese realistisch, plausibel und innerhalb bestimmter Fehlertoleranzen bleibt.

Die Fehlerschätzung ist sowohl für die Bewertung des Ergebnisses wichtig als auch für die Lösung von Gleichungssystemen. Im ersten Fall gibt [74] (S. 128 ff.) einfache Beispiele für die Abschätzung eines Gesamtfehlers und für den zweiten Fall [257] (S. 255 ff.).

**Formfunktionen** sind Polynome für die räumliche Diskretisierung der Basisgleichungen, d.h. diejenigen Gleichungen, die zur Lösung von Problemen, die mit Hilfe von Finiten Elementen aufgestellt wurden, gelöst werden. Zugrunde liegt wieder der Bernoullische Separationsansatz, wobei die Formfunktionen, die Ortsabhängigkeit der Lösung wiedergeben. Es kommen beispielsweise Hermite-, Legendre- und Lagrange-Polynome in Frage. Welche Polynomart geeignet ist, hängt vom physikalischen Problem und dem Typ der Differentialgleichung ab. Die Eigenschaften  $C_0$ - und  $C_1$ -Steifigkeiten spielen hierbei eine wesentliche Rolle. Wie geeignete Formfunktionen hergeleitet werden können, ist z. B. in [97] S. 57 ff. zu finden.

Im Gegensatz zum Ritzschen Verfahren handelt es sich bei den Ortsfunktionen der FEM um lokal begrenzte Ansatzfunktionen. Auch sie werden so gewählt, dass die Rand- und Übergangsbedingungen erfüllt werden.

Wesentlicher Bestandteil eines selbstgeschriebenen Finite-Elemente-Programms ist die Berechnung der Elementmassen-, -dämpfungs- und -steifigkeitsmatrix, die durch die Formfunktionen bestimmt werden.

Die Formfunktionen werden in das Prinzip der virtuellen Verrückung oder eines gleichwertigen Prinzips für ein Element mit Einheitslängen eingesetzt. Für ein Element entsteht

## 2 Bewegungen von Kontinua

damit der Ausdruck

$$\underline{\underline{M}}_i \ddot{\underline{T}}_i(t) + \underline{\underline{D}}_i \dot{\underline{T}}_i(t) + \underline{\underline{K}}_i \underline{T}_i(t) = \underline{p}(x, y, t). \quad (2.15)$$

In kommerziellen Programmen, wie Abaqus oder SamceField sind die Elementmatrizen verschiedener Strukturelemente in einer Programmmbibliothek hinterlegt.

Der Zusammenbau des Gesamtsystems erfolgt über die Definition des Zustandsvektors des Gesamtsystems  $\underline{T}_{\text{gesamt}}$ . Dieser ist aus den kinematischen Größen jedes einzelnen Knotens zusammengesetzt. Nach [187], S. 146 gilt zwischen Elementzustandsvektor und Systemzustandsvektor folgender Zusammenhang:

$$\underline{T}_i = \underline{\underline{A}}_i \underline{T}_{\text{gesamt}}, \quad (2.16)$$

wobei  $\underline{\underline{A}}_i$  die Elementtransformationsmatrix ist, die auch auf die Elementmatrizen angewendet wird, um die Systemmatrizen zu berechnen. Beispielsweise wird die Systemsteifigkeitsmatrix bei einer mechanischen Struktur mit N Elementen durch

$$\underline{\underline{K}}_{\text{gesamt}} = \sum_{i=1}^N \underline{\underline{A}}_i^T \underline{\underline{K}}_i \underline{\underline{A}}_i \quad (2.17)$$

berechnet.

Die Wahl der Formfunktionen hängt von der Wahl des Elementes ab. Sowohl das Strukturelement selbst als auch die Anzahl der Knoten bestimmen die Wahl der Formfunktionen. Beispielsweise kann die Kinematik eines Plattenelementes durch die Verschiebungen der vier Eckknoten approximiert werden. Andererseits kann auch ein Plattenelement mit 9 Knoten gewählt werden. Die Entwicklung von geeigneten finiten Elementen ist ein weites Forschungsgebiet.

In [120], S. 116-125 ist der Aufbau einer Zwei-Schicht Mindlin-Platte aus finiten Elementen zur Beschreibung des Dynamik von Gemälden beschrieben. Grundlagenliteratur zur FEM sind beispielsweise die Werke [265], [264], [111], [257].

Ist ein Gleichungssystem im Pre-Processing erfolgreich aufgestellt worden, werden diese im Processing gelöst. Dazu wird das Gleichungssystem aus dem Pre-Processing in die Form

$$\dot{\underline{\underline{q}}} = \underline{\underline{A}} \underline{\underline{q}} \quad (2.18)$$

gebracht. Im einfachsten Fall eines ungedämpften schwingungsfähigen Systems mit linearen Koeffizienten ohne Anregung

$$\underline{\underline{M}} \ddot{\underline{\underline{q}}} + \underline{\underline{K}} \underline{\underline{q}} = \underline{0} \quad (2.19)$$

folgt mit  $\dot{\underline{\underline{q}}} := \underline{\underline{z}}$  die Transformation auf das System 1. Ordnung

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{\underline{\underline{q}}} \\ \underline{\underline{z}} \end{pmatrix}}_{\dot{\underline{\underline{q}}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{0} & 1 \\ -\underline{\underline{M}}^{-1} \underline{\underline{K}} & 0 \end{bmatrix}}_{\underline{\underline{A}}} \underbrace{\begin{pmatrix} \underline{\underline{q}} \\ \underline{\underline{z}} \end{pmatrix}}_{\underline{\underline{q}}}. \quad (2.20)$$

Nachfolgend werden Methoden vorgestellt, mit denen lineare und nichtlineare Gleichungssysteme gelöst werden können.

**Methoden zur Lösung linearer Gleichungssysteme** ohne Zeitabhängigkeit werden nach [257] S. 165 ff. in direkte Gleichungslöser (Gaußsche Elimination, Cholesky-Zerlegung etc.), iterative Gleichungslöser und parallele Gleichungslöser unterschieden. Es wird an dieser Stelle erinnert, dass lineare partielle Differentialgleichungen mit Hilfe des Bernoullischen Separationsansatzes in gewöhnliche Differentialgleichungen umgewandelt werden können, so dass die zeitfreien Gleichungen mit den genannten Verfahren behandelt werden können.

Eine Anwendung ist die in dieser Arbeit populäre Modalanalyse, die wie beschrieben auf ein lineares Gleichungssystem führt. Die Modalanalyse ist gut geeignet, um die Auswirkungen veränderter Steifigkeitsmatrizen zu studieren, wie dies bei Platten und flachen Schalen der Fall ist. Die Steifigkeitsmatrix der flachen Schale ist sowohl wegen der Membranspannungen als auch der Krümmungen der Mittelfläche komplizierter als die der Platte. Zur Illustration der daraus resultierenden Konsequenzen in Bezug auf die Eigenfrequenzen und Eigenformen wird der Ziegel aus Abbildung 22 erneut betrachtet. Seine ersten drei Eigenschwingungen in Abbildung 27 werden mit denen einer Platte, die die gleichen Abmessungen ( $B=150$  mm,  $L=195$  mm,  $D=13$  mm) und Materialdaten (gemittelte Werte für Ton:  $\rho = 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ,  $E = 17000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ,  $\nu = 0,08$ ) besitzt, verglichen. Es ist offensichtlich, dass die beiden ersten Eigenfrequenzen stark voneinander abweichen. Der Abstand zwischen der ersten und der zweiten Eigenfrequenz ist bei der Schale viel größer als bei der Platte. Außerdem ist die Reihenfolge der zweiten und dritten Eigenform der Schale im Vergleich zu der der Platte vertauscht.

**Verfahren zur Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme** ohne Zeitabhängigkeit sind z. B. das Newton-Raphson Verfahren, Line-Search Verfahren oder Bogenlängenverfahren. Das Newton-Raphson Verfahren ist das Standardverfahren zur Lösung von zeitunabhängigen Problemen in kommerziellen FEM-Programmen ist. Eine verständliche Erklärung und Herleitung des Verfahrens, kann in [257] S. 148 ff. studiert werden.

Nichtlineare Gleichungssysteme mit Zeitabhängigkeit, die das Bewegungsverhalten beschreiben, können z. B. mit expliziten und impliziten Verfahren oder Grundgrößen erhaltenen Algorithmen gelöst werden. Für die Integration inelastischer Materialgleichungen gibt es jeweils unterschiedliche Methoden (siehe [257] S. 212 ff.) zur Behandlung von Fragestellung mit kleinen Deformationen oder großen Deformationen.

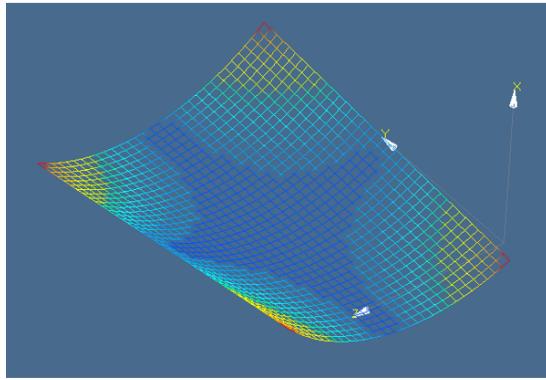
Kommerzielle FEM-Programme nutzen meistens explizite Verfahren, da diese sich insbesondere bei Stoßanregungen als sehr effizient erweisen. Am häufigsten wird zur Lösung von strukturdynamischen Problemen das zentrale Differenzenverfahren eingesetzt. Bei diesem Verfahren werden die Differentialquotienten durch finite Differenzenquotienten angenähert.

Sei also  $T$  der betrachtete Zeitraum, in dem die Lösung berechnet werden soll, und  $N$  die Anzahl der Zeitschritte, dann folgt hieraus die äquidistante Dauer eines Zeitschrittes  $\Delta t = \frac{T}{N}$ . Die Geschwindigkeiten  $\underline{v}_n$  und die Beschleunigungen  $\underline{a}_n$  zum  $n$ -ten Zeitpunkt können mit den zentralen finiten Differenzen

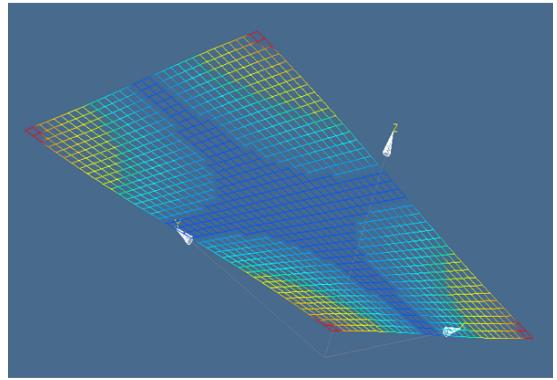
$$\underline{v}_n = \frac{\underline{u}_{n+1} - \underline{u}_{n-1}}{2\Delta t} \quad (2.21)$$

$$\underline{a}_n = \frac{\underline{u}_{n+1} - 2\underline{u}_n + \underline{u}_{n-1}}{(\Delta t)^2} \quad (2.22)$$

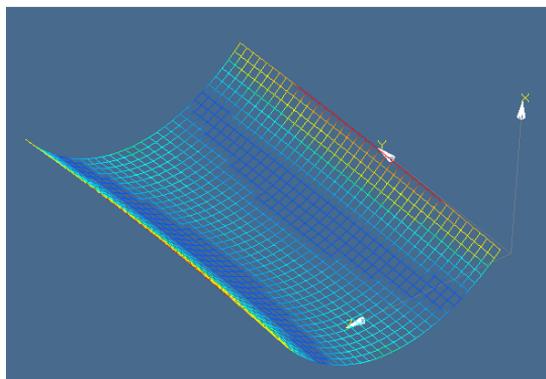
## 2 Bewegungen von Kontinua



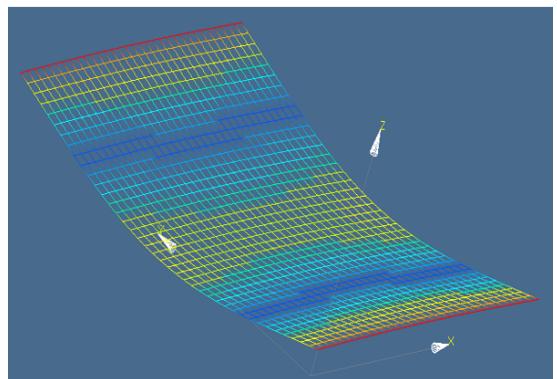
1. Eigenform,  $f_{\text{Schale}_1} = 293.3 \text{ Hz}$



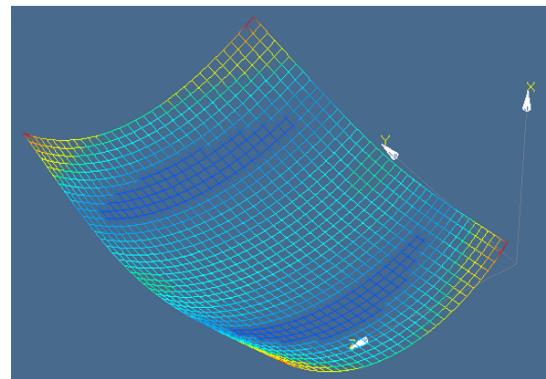
1. Eigenform,  $f_{\text{Platte}_1} = 829.1 \text{ Hz}$



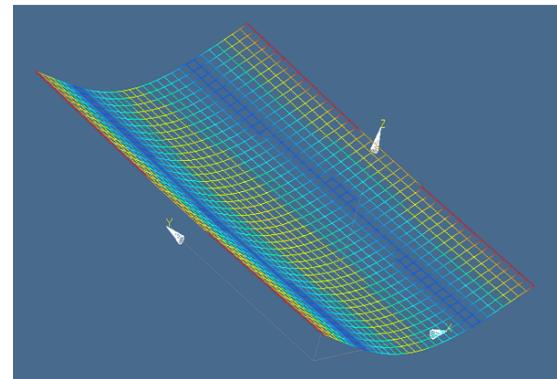
2. Eigenform,  $f_{\text{Schale}_2} = 1273.3 \text{ Hz}$



2. Eigenform,  $f_{\text{Platte}_2} = 1018.0 \text{ Hz}$



3. Eigenform,  $f_{\text{Schale}_3} = 1456.1 \text{ Hz}$



4. Eigenform,  $f_{\text{Platte}_3} = 1513.9 \text{ Hz}$

Abb. 27: Vergleich der ersten drei Eigenschwingungen einer Schale (links) und einer Platte (rechts)

approximiert werden, wobei  $\underline{u}_n$  der Verschiebungsvektor ebenfalls zum n-ten Zeitpunkt ist. Werden die finiten Differenzen in ein  $\underline{\underline{M}} - \underline{\underline{D}} - \underline{\underline{K}}$ -System eingesetzt, ergibt sich:

$$\underline{\underline{M}} \underline{a}_n + \underline{\underline{D}} \underline{v}_n + \underline{\underline{K}} \underline{u}_n = \underline{p}_n \quad (2.23)$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{M}} (\underline{u}_{n+1} - 2\underline{u}_n + \underline{u}_{n-1}) + \frac{\Delta t}{2} \underline{\underline{D}} (\underline{u}_{n+1} - \underline{u}_{n-1}) + (\Delta t)^2 \underline{\underline{K}} \underline{u}_n = \underline{p}_n. \quad (2.24)$$

Die Verschiebungen  $u_n$  und  $u_{n-1}$  sowie die Koeffizientenmatrizen sind bekannt. Nur  $u_{n+1}$  ist unbekannt und kann mit

$$\left( \underline{\underline{M}} + \frac{\Delta t}{2} \underline{\underline{D}} \right) \underline{u}_{n+1} = (\Delta t)^2 \left[ \underline{p}_n - \underline{\underline{K}} \underline{u}_n \right] + \frac{\Delta t}{2} \underline{\underline{D}} \underline{u}_{n-1} + \underline{\underline{M}} (2\underline{u}_n - \underline{u}_{n-1}) \quad (2.25)$$

berechnet werden. Da es sich um konstante Matrizen handelt, kann  $(\underline{\underline{M}} + \frac{\Delta t}{2} \underline{\underline{D}})$  mittels Dreieckszerlegung invertiert werden.  $u_{n+1}$  kann schließlich berechnet werden, wenn die Startwerte bekannt sind und eine Taylorreihenentwicklung durchgeführt wird. Für weitere Ausführungen zum Thema „Gleichungslöser“ kann z. B. [257] S. 145 ff konsultiert werden.

Während Schwingungen gemäß [148] allgemein als zeitliche Schwankungen physikalischer Größen beschrieben werden, sind Wellen die räumliche Ausbreitung eines Schwingungszustandes.

**Die Wellenausbreitung** wird in elastischen Kontinua durch ihre Fähigkeit, Energie und Impulse zu transportieren, hervorgerufen. Die Differentialgleichung für eine ebene Welle ist

$$\Delta w(\underline{r}, t) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 w(\underline{r}, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (2.26)$$

wobei  $\underline{r}$  der Ortsvektor,  $t$  die Zeit und  $v$  die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle sind. Die Ebene-Wellen-Gleichung beschreibt näherungsweise eine Vielzahl von physikalischen Wellen mit kleinen Auslenkungen. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $v$  einer Welle ist von dem Material abhängig. Ist in der Dispersionsrelation mit der Kreisfrequenz  $\omega$  und der Wellenzahl  $k$

$$\omega = kv_{\text{Phase}} \quad (2.27)$$

die Phasengeschwindigkeit  $v_{\text{Phase}} = \text{konstant}$ , werden mit Gl. 2.26 ebene harmonische Wellen beschrieben, die dispersionsfrei sind.

Ein Wellenpaket besteht in der Regel aus vielen Wellen mit vielen unterschiedlichen Frequenzen. Ist das Material dispersiv, besitzen die Wellenbestandteile unterschiedliche Phasengeschwindigkeiten. D. h. die einzelnen Bestandteile des Wellenpaketes breiten sich unterschiedlich schnell aus, was zu einem „zerfließen“ des Wellenberges (Dispersion) führt. Es ist dann  $v_{\text{Phase}} = v_{\text{Phase}}(k)$ . Die Geschwindigkeit, mit der sich das Wellenpaket fortbewegt, ist die Gruppengeschwindigkeit

$$v_{\text{Gruppe}} = \frac{dw}{dk}. \quad (2.28)$$

Materielle Nichtlinearitäten, wie z. B. die Abhängigkeit der Phasengeschwindigkeit von der Amplitude, können dazu führen, dass das Wellenpaket nicht „zerfließt“. Durch dieses Wellenphänomen entstehen Solitone. Wellenpakete zerfließen aber auch dann nicht, wenn sich die Störung des Mediums wiederholt.

Trifft das Wellenpaket auf ein Hindernis, wird es gestreut, reflektiert und unter Umständen auch gebeugt. Dieses Verhalten kann zu einer sehr komplizierte Dynamik führen, die eine Reihe von Effekten und Phänomenen hervorrufen kann, die auf z. B. Schädigungen hinweisen. Allerdings steht der verheibungsvollen Betrachtung der Wellenausbreitung zum Zwecke der modellbasierten Systemidentifikation die Komplexität der Thematik gegenüber [239].



## **Teil II**

# **Statik und Dynamik von Kunstwerken und Kulturobjekten**



Der Wandel der Museen von „Tempeln der Kunst zu Tempeln der Besucher“ [192] und die damit einhergehende Vervielfachung der Belastungen durch die „Zehn Faktoren des Zerfalls“ (Abbildung 1), führt dazu, dass Kunstwerke und Kulturobjekte beschleunigt altern. Die mechanische Belastung durch den Faktor 1: „Physikalische Kräfte“ spielt dabei eine erhebliche Rolle (siehe beispielsweise [37], [85], [197]). Typische Belastungen und Anregungen sind in [254], [122] und [86] dokumentiert bzw. zusammengefasst.

Das Schädigungsrisiko für Kunstwerke und Kulturobjekte kann durch die Applikation geeigneter Maßnahmen aus der präventiven Konservierung, wie maßgeschneiderte Rückseiten-schutzkonstruktionen sowie Podeste und Transportkisten mit einer wirksamen Schwingungsisolierung, deutlich gesenkt werden. Waentig gibt mit [245] einen praktischen Leitfaden aus konservatorischer Sicht für das Risikomanagement des kulturellen Erbes an die Hand.

Aus Ingenieurssicht gemäß Tabelle 1 liegt ein statisches und dynamisches Gestaltungsproblem mit gemälde- und objektspezifischer Optimierung vor. Wie in Abschnitt 1.1 erwähnt,

|   | <b>ohne Beachtung der verursachenden Kräfte und Momente</b> | <b>mit Beachtung der verursachenden Kräfte und Momente</b> |
|---|---|--|
| <b>ohne Beachtung der resultierenden Bewegung</b> | Styling   | Statik   |
| <b>mit Beachtung der resultierenden Bewegung</b>  | Kinematik   | Dynamik  |

Tabelle 1: Gestaltungsprobleme und ihre Ursachen in der Mechanik, Quelle: [241], S. 4

wird hier das Konzept des digitalen Zwillings (Abbildung 3) als Grundlage für die Entwicklung geeigneter Schutzmaßnahmen angewendet. Dies ist nicht nur im Bereich der Mechanik sondern auch im Bereich der wissenschaftlichen präventiven Konservierung von Kunstwerken und Kultursobjekten eine konsequente Weiterentwicklung. In einem späteren Entwicklungsstadium, das aus Zeitgründen nicht Teil der vorliegenden Arbeit ist, wird die Zustandsüberwachung für eine ständige Aktualisierung des Modells sorgen. IOT (Internet of Things)-Sensornetzwerke, die Daten über die Gemälde und Museumsobjekte zentral sammeln, sind aktuelle Ausstattungsmerkmale forschender Museen [177]. Schwingungssensoren gehören allerdings noch nicht standardmäßig zum Repertoire [6].

**Kopplungen** mit der Umgebung sind im realen Fall immer zu berücksichtigen, da materielle Körper auf der Erde (außer in der Vakuumkammer eines Labor) stets von einem Fluid, wie Luft und Wasser umgeben sind. Aktuelle Beispiele im Bereich der Kunstwerke und Kulturobjekte ist die Anregung von unverglasten Gemälden durch Luftschall während beispielsweise des Transportes oder eines Konzertes [112] oder durch Luftströmungen, die von Klimaanlagen in Museen verursacht werden [226].

## *Statik und Dynamik von Kunstwerken und Kulturobjekten*

Die Kopplung mit einem Liquid ist z. B. bei biologischen Präparaten, die, wie im Museum für Naturkunde, Berlin, in wässrigen Lösungen (hier 70 % Alkohol und 30 % Wasser) aufbewahrt werden, zu berücksichtigen [B3]. Die Objekte der Nass-Sammlungen werden durch diese Art der Lagerung vor dem biologischen Zerfall bewahrt.

Schwingende Fußböden und Wände regen allerdings die Regalflächen und Gläser zu Vibrationen an. Diese wiederum verursachen eine Bewegung des Liquids. Wenigstens durch die Kopplung der Massen werden auch die meistens sehr fragilen Objekte belastet und in Bewegung versetzt.

Die Berücksichtigung dieser Kopplungen in der Modellierung führt auf das Gebiet der Statik und Dynamik verteilter Mehrfeldsysteme, was ebenfalls aus Zeitgründen nicht Teil der vorliegenden Arbeit ist.

# 3 Gemälde

Gemälde sind Produkte der Tafelmalerei ([166], S. 22). Es handelt sich dabei um transportierbare Bilder, die auf verschiedenen Untergründen, wie Holz, Gewebe, Metall, Stein, Gips, Pappe und heutzutage auch auf synthetischen Materialien gemalt sein können. Typisch für Gemälde ist der schichtweise Aufbau. Der Bildträger ist stets die unterste Schicht. Mögliche Folgeschichten sind Leim, Grundierung, mehrere Farbschichten und der Firnis. Besonderheiten sind Unterzeichnungen und Vergoldungen. Unterzeichnungen sind die Vorzeichnungen der Maler, die sie auf die Grundierung übertragen haben. Eine sehr alte Technik in der Tafelmalerei ist das Vergolden, bei der die Grundierung mit einer dünnen Goldfolie überzogen wurde.

Diese Arbeit fokussiert auf Gemälde, die einen textilen Bildträger (Leinwand) besitzen und auf einem Keil- oder Spannrahmen mit viereckiger Grundfläche gespannt und im Einzelfall mit Stahlwendelfedern vorgespannt sind. Das Seitenverhältnis  $r_G$  ist  $0,5 \leq r_G \leq 1,5$ , wobei das Seitenverhältnis, bei dem eine Seite doppelt so lang ist wie die andere (engl. double-square) bereits sehr selten vorkommt. Eine Zusammenfassung aktueller Arbeiten an Gemälden und Objekten auf und aus Holz sind in [243] dokumentiert.

Der typische Schichtaufbau eines Gemäldes auf textilem Bildträger ist in Abbildung 28 dargestellt. Nach Nicolaus ([167], S. 80) sind textile Bildträger Gewebe aus Flachs,

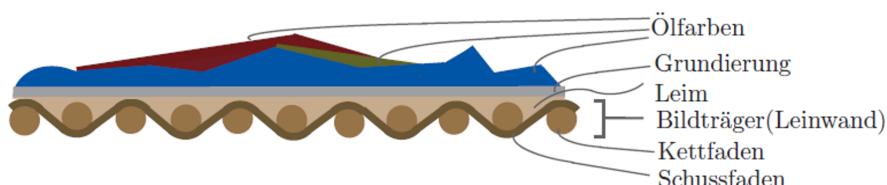


Abb. 28: Typischer Aufbau eines Ölgemäldes auf textilem Bildträger, Quelle: [120], S. 25

Leinen, Hanf, Seide und Baumwolle oder synthetischen Materialien. Sie nehmen gerollt weniger Platz ein und besitzen ein geringeres Gewicht als Holztafelgemälde. Seit Mitte des 15. Jahrhunderts erobern textile Bildträger die europäische Malerei und verdrängten die Holztafel. Seit dem 18. Jahrhundert ist das Gewebe der wichtigste Bildträger.

Die Bindungsart ist das Muster, in dem die Kett- und Schussfäden miteinander verbunden sind. Die drei Grundbindungsarten sind: Leinenbindung, Köperbindung und Atlasbindung ([39], S. 137 ff.). Alle anderen Bindungsarten lassen sich von diesen drei ableiten. In Abschnitt 4.3 wird der Einfluß des Bindungstyps auf das reaktive Verhalten des Gewebes auf eine Zugbelastung untersucht.

Neben dem Webvorgang beeinflusst auch die Grundierungsmethode den Fadenverlauf. Ein grundierter textiler Bildträger kann auf mindestens zwei Arten hergestellt werden. Die eine Möglichkeit betrifft ein auf das Bild zugeschnittenes Textilstück, welches auf dem Keil-

### 3 Gemälde

oder Spannrahmen des späteren Bildes gespannt und befestigt wird. Anschließend wird das Textil geleimt und grundiert. Die zweite Art und Weise besteht darin, eine sehr große Leinwand auf einem ebenso großen Spannrahmen zu befestigen und vorzubehandeln. Nach der Tocknung wird das grundierte Textil in kleinere zu den avisierten Bildern passende Stücke geschnitten und auf entsprechend kleine Keil- oder Spannrahmen gespannt. Sowohl der Aufspannvorgang als auch die Trocknungsvorgänge in den Leim- und Gundierungs-schichten beeinflussen den Spannungszustand des behandelten textilen Bildträgers.

In Abbildung 29 ist der Fadenverlauf eines auf dem Keilrahmen des Bildes vorgeleimten und grundierten Textils (Testgemälde „D6“) gezeigt und in Abbildung 30 der Fadenverlauf der industriell vorgeleimten Leinwand des Testgemäldes „H2“.



Abb. 29: Auf Keilrahmen des Bildes grundierter Bildträger, Quelle: [120], S. 46, Abbildung 63

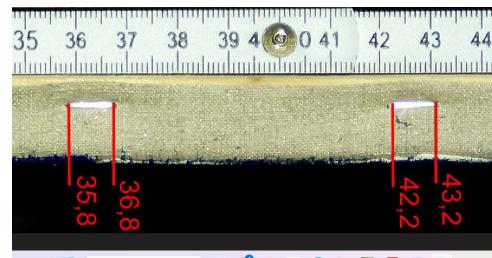


Abb. 30: Fadenverlauf einer industriell vorgeleimten Leinwand, Foto: D. Hedinger

Typisch für textile Bildträger, die auf dem Keilrahmen des Bildes vorgeleimt und grundiert wurden, ist der periodische Fadenverlauf in der Nähe der Spannnägel bzw. wie in diesem Fall der Tackernadeln. Diese Erscheinung wird als Spanngirlande bezeichnet. Die Amplitude des annähernd sinusförmigen Verlaufes der Fäden nimmt zur Mitte des Gemäldes ab. D. h. ab einer gemälde spezifischen Entfernung der Fäden von den Spannnägeln bzw. Tackernadeln besitzen die Fäden einen nahezu geraden Verlauf. Vorläufer der industriellen Vngrundierung waren übrigens bereits zu Rembrandts Zeit aufgrund ihrer Effizienz sehr beliebt.

Mit Hilfe automatisierter Garnzählverfahren können heutzutage die Fadenverläufe textiler Bildträger bestimmt werden [234]. Hieraus kann abgeleitet werden, welche Bildträger von der gleichen Leinwand stammen [98]. Dies ist in der Provenienzforschung ein wichtiger Aspekt. Ein Beweismittel für den Zusammenhang von Gemäldem können auch Spanngirlanden sein, da auch die vorgrundierten Textilien diese besitzen. Allerdings sind die Spanngirlanden nur dann sichtbar, wenn das verwendete Gewebe ein Randstück ist und daher eine bis maximal drei Kanten der großen vorgrundierten Leinwand verfügt.

**Schädigungen und Restaurierungsmaßnahmen** beeinflussen das mechanische Verhalten des gesamten Gemäldes. Der natürliche Zerfall eines Gemäldes kann nicht aufgehalten, sondern höchstens durch eine geeignete Lagerung verlangsamt werden. Im Laufe der Zeit prägen sich typische Schädigungen aus. Jede Schicht eines Gemäldes zeigt ein spezifisches Schädigungsverhalten in Abhängigkeit des oder der dominanten Zerfallsparameter.

Unnatürliche Schädigungen beschleunigen den natürlichen Alterungsprozeß und werden in der Regel durch unsachgemäße Behandlung während des Transportes, der Ausstellung und der Aufbewahrung im Depot verursacht. Vandalismus wie z. B. das Säureattentat am 06.04.1990 auf Rembrandt's „Nachtwache“ oder die Messerstechattacke auf dasselbe Gemälde am 14.09.1975 im Rijksmuseum Amsterdam gehört ebenfalls zu dieser Kategorie.

In Tabelle 2 sind Informationen über typische Schäden, deren Ursache und restauratorische Behandlung zusammengetragen. Darüber hinaus werden in Anhang A1 einige Schädigungen und deren Behandlung aus Tabelle 2 näher erläutert.

**Gemäldeanalyse und Zustandsdokumentation** besitzen in den Fachgebieten „Kunstgeschichte“, „Kunsttechnologie“, „Theorie und Geschichte der Konservierung“ und „Angewandte Konservierung und Restaurierung“ mittlerweile einen festen Platz. In der Vergangenheit haben sich die Wissenschaftler der Kunstgeschichte hauptsächlich auf das Erscheinungsbild eines Gemäldes konzentriert und dieses interpretiert. Seit der Erschließung der historisch-technischen Kunsliteratur werden die technischen Aspekte des Bildaufbaus hinzugezogen ([166], S. 9). Diese Literatur umfasst Überlieferungen wie Rezepte, Rechnungen über Einkäufe von Malmaterialien, Dokumentationen des Malers über die Herstellung der Bilder, briefliche Korrespondenzen (z. B. [237]) etc.

Auf ähnliche Dokumente, deren Autoren die Restauratoren vergangener Zeiten sind, stützen sich die Untersuchungen der Wissenschaftler im Bereich „Theorie und Geschichte der Konservierung“ (engl. scientists of conservation history) [236]. Seit Mitte des 20. Jahrhunderts ist die Untersuchung der Bildschichten und des Bildträgers mit hochempfindlichen Geräten hinzugekommen. Die Erforschung des mal- und materialtechnischen Aufbaus eines Gemäldes wird seidem mehr und mehr unter naturwissenschaftlichen Aspekten betrieben. Die naturwissenschaftliche Untersuchungs- und Analyseverfahren haben lange Zeit um Anerkennung gerungen. Wissenschaftler der Kunstgeschichte haben diese Methoden nur widerwillig als sinnvolle Ergänzung zur Stilkritik anerkannt ([166], S. 9/10).

Die moderne „Kunstgeschichte“ bezieht sowohl die Überlieferungen als auch die naturwissenschaftlich-technischen Methoden in ihre Forschungen ein (siehe z. B. [235]). Die aufwendigen Untersuchungen werden in der Regel an großen forschenden Museen wie dem Deutschen Museum in München oder dem Rijksmuseum in Amsterdam durchgeführt. Auch im Rahmen spezieller Forschungsprojekte, wie z. B. die Restaurierung von Ludwig Meidner's Barrikadenkampf an der Neuen Nationalgalerie in Berlin [213], [B24] oder das Projekt „Sonnenblumen“ am Van Gogh Museum in Amsterdam sowie an der National Gallery in London [238] werden Untersuchungen durchgeführt, die nicht in den Alltag der Restauratoren passen.

Zwei weitere Beispiele für die sehr aufwendigen Untersuchungen, die an Gemälden durchgeführt werden, sind die weitreichenden Analysen der Metallseifen des Kadmiumgelbs im rechten und besonders im mittleren Gemälde der Triptik „Evolution“ von Piet Mondrian (1911) am Kunstmuseum Den Haag [240] und die „Operation Nachtwache“ am Rijksmuseum Amsterdam (<https://www.rijksmuseum.nl/en/whats-on/exhibitions/operation-night-watch/research-techniques>). Mit Hilfe makrofotografischer Aufnahmen können z. B. die Positionen der Metallseifen in den Gemälden ermittelt und schließlich mikroskopische Proben entnommen werden. Die Untersuchungen der mikroskopischen Proben (Querschliff) mittels ATR-Infrarotspektroskopie, kombinierter

### 3 Gemälde

| Schicht     | Schaden   | Ursache   | Behandlung  |
|-------------|---|---|---|
| Bildträger  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Zersetzung der Fasern</li> <li>- Beulen, Falten</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Oxidation, Beschleunigung des Prozesses durch die Nähe zu den in der Malschicht gebundenen Sauerstoffmolekülen.</li> <li>- Nicht ausreichende Spannung des Bildträgers bedingt durch die Vorgänge in der Malschicht, Änderung der rel. Luftfeuchte, Deformation des Spann- bzw. Keilrahmens</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Randaufstückung</li> <li>- Doublierung</li> <li>- Marouflage</li> <li>- Übertragungen</li> <li>- Gewebepflaster</li> <li>- Einzelfadenverklebungen</li> <li>- Vernähung</li> </ul> |
|             | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Durchstoßungen, Fraßlöcher</li> <li>- Schmutztaschen</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Äußere Gewalteinwirkung, Ungeziefer</li> <li>- Schmutzsammlung zw. unterem Keilrahmen u. Gewebe</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Säuberung</li> </ul>   |
| Grundierung | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Bläschenbildungen</li> <li>- Farbige Veränderungen</li> <li>- Durchwachsen</li> <li>- Abpulvern, Kreiden</li> </ul>  |   |   |
| Malschicht  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Runzeln</li> <li>- Gilben, Transparenzerhöhung, Nachdunkeln</li> <li>- Krepierung (feine Mikrorisse)</li> <li>- Craquelé: Fühschwundrisse, Alterssprünge, Zerrsprünge</li> <li>- Schichtentrennung</li> <li>- Protrusionen</li> <li>- Bindemittelfersagen</li> </ul> |   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Festigung, Konsolidierung</li> <li>- Retusche</li> </ul>   |
| Firmis      | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Vergilben</li> <li>- Sprüinge, Krepierungen</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>Bildung von Oxidationsprodukten</li> <li>Versprödung</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Firmisabnahme</li> <li>- Festigung/Konsolidierung</li> </ul>   |

Tabelle 2: Schäden an Gemälde auf textilem Bildträger, deren Ursache und restauratorische Behandlung, Quelle: [166]

Rasterelektronenmikroskopie mit energiedispersiver Röntgenspektroskopie (SEM-EDX-Untersuchung) und der Synchrotron-Fotolumineszenz-Bildgebung zeigen den Schichtaufbau inkl. Schichtdicke und den Verfallfortschritt der Farbe. Insbesondere Delaminierungen zwischen der Grundier- und der Farbschicht sowie Farbverluste können mit diesen Methoden detektiert werden. Zwei typische Resultate solcher Untersuchungen an Van Gogh's Sonnenblumen sind in Abbildung 31 schematisch dargestellt. Der Bildaufbau einschließ-

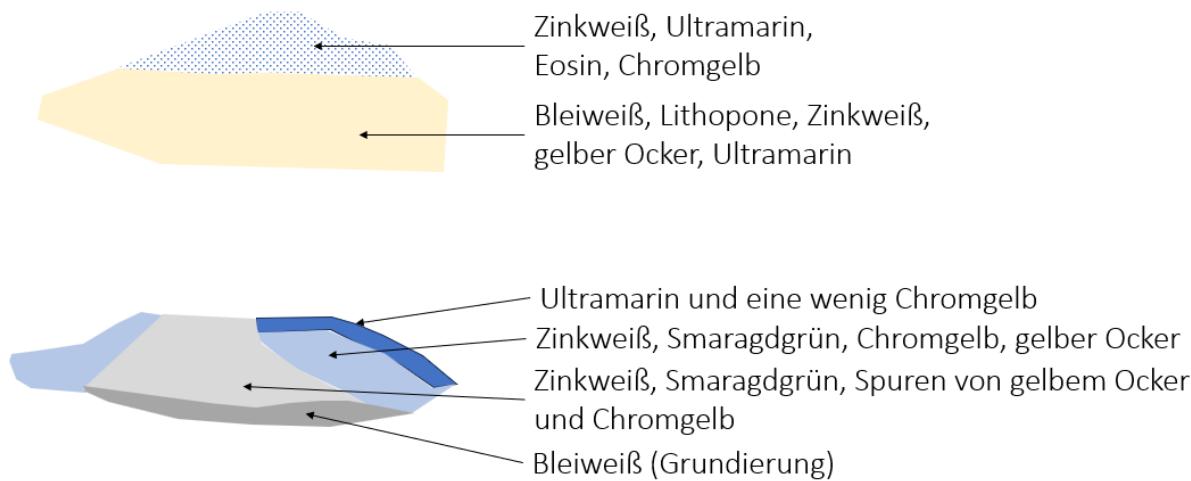


Abb. 31: Schematische Darstellung mikroskopisch betrachteter Querschliffe zweier Farbproben; oben: Van Goghs „Sonnenblumen“ in der National Gallery London, Quelle:[238], S. 54; unten: Probe von Van Goghs „Sonnenblumen“ im Van Gogh Museum Amsterdam, Quelle:[238], S. 97

lich der Feststellung von Untermalungen wird z. B. mit Hilfe der Infrarot-Reflektografie und diagnostischer Fotografie durchgeführt. Die Röntgenanalyse, Mikroskopie und Thermografie sind ebenfalls zerstörungsfreie, bewährte Untersuchungsmethoden [233].

**Weitere Untersuchungsmethoden**, wie die Shearografie wird in [85] als bildgebendes Verfahren im Vorher-Nachher-Vergleich für die Detektion von Schädigungen, die durch beispielsweise Transporte hervorgerufen werden, eingesetzt. Seit einigen Jahren wird vermehrt das Schwingungsverhalten von Kunstwerken zur Zustandsbeschreibung verwendet. In [99] wird die Entwicklung einer Methode zur Auffindung von Hohlstellen in Wandmalereien basierend auf Schwingungsmessungen dokumentiert.

Diesen hochtechnologischen Untersuchungen steht die Zustandsanalyse und -überwachung an Kunstwerken und Kulturobjekten in der „Angewandten Konservierung und Restaurierung“, d. h. die Konservierung und Restaurierung im Alltag der Museen, gegenüber. Üblicherweise wird in regelmäßigen Abständen und insbesondere vor und nach der Leihgabe durch Restauratoren die Untersuchung des Zustandes der Oberfläche im Auf-, Streif- und Durchlicht in Kombination mit einer Kamera, Lupe und/oder einem Mikroskop zum Einsatz. Die Abbildung 32 zeigt den Gemäldedummy F (Testgemälde 3) mit ausgeprägtem Craquelé und Deformationen nach einer mißglückten Doublierung im Normal-, Streif- und Durchlicht.

### 3 Gemälde



Abb. 32: Verschieden beleuchteter Gemäldedummy F (Testgemälde 3 in Konfiguration 2) mit ausgeprägtem Craquelé und Deformationen nach einer mißglückten Doublierung [84], Fotos: D. Hedinger

Mit diesen einfachen Mitteln werden Unebenheiten, wie Beulen und Falten, Protrusionen, Risse, Sprünge und Abplatzungen des Objektes deutlich sichtbar. Die detektierten Schädigungen, Unebenheiten und restauratorisch behandelten Regionen werden mittels einer Kartierung dokumentiert. Die Methoden zur Kartierung können in [88] S.269 ff. und zur Fachdokumentation in [167], S. 374 nachgelesen werden.

**Das Monitoring** des Klimas, des Lichtes, von aggressiven Stoffen usw. sind heutzutage ein Standard in der präventiven Konservierung insbesondere im Risikomanagement. Die natürliche Alterung ist die Hauptursache für die Schädigungen, welche durch die chemischen Reaktionen in und zwischen den Schichten (Grenzflächenphänomene) sowie durch natürliche Feuchtigkeits- und Temperaturschwankungen, Licht und aggressiven Stoffen in der Luft begünstigt werden können. Schädlinge und der biologische Abbau der organischen Stoffe (z. B. die des textilen Bildträgers) sind ebenfalls Teil der natürlichen Alterung. Die damit verbundene Modifizierung der chemischen Zusammensetzung der Bildschichten und des Bildträgers bewirkt die stete Veränderung der mechanischen Eigenschaften und daraus resultierend das statische und dynamische Verhalten der Gemälde.

Neben der Zustandsbestimmung der Objekte durch die Inaugenscheinnahme in zeitlich unregelmäßigen Abständen gibt es Bestrebungen ein Monitoring in der unmittelbaren Umgebung der Gemälde und Museumssubjekte zu realisieren. Beispiele für derartige Datenlogger sind der „Art Guardian“ [B32] und das Collection Care Project [B8]. Mit diesen Geräten kann beispielsweise das Mikroklima von Gemälden, die an Außenwänden hängen, überwacht werden. Da Außenwände im Winter um 6 bis 8°C kühler sind als es das übliche Museumsklima vorsieht, besteht die Gefahr von Thermospannungen und Fäulnis durch Kondenswasser. Abhilfe können Mikroklimaboxen oder -rahmen schaffen [147]. Eine weitere Möglichkeit besteht in der Installation von IoT-Sensornetzwerken, mit denen eine effiziente und zielgerichtete Überwachung der Kunstwerke und Kulturobjekte im Hinblick auf derzeit hauptsächlich Temperatur und Luftfeuchte [2], [169] erfolgen kann.

## 3.1 Testobjekte I: Originale Gemälde

Im Rahmen dieser Arbeit werden für die Analysen des Schwingungsverhalten von Gemälden auf textilem Bildträger neben den zerstörungsfreien Untersuchungen auf dem Gemäldeprüfstand nach KRACHT Schock- und Vibrationstests auf Shakeranlagen durchgeführt. Da reale, während der Durchführung von Gemäldetransporten gemessene Daten und standardisierte Prüfprofile für die Schock- und Vibrationstest verwendet werden, können Schädigungen während der Untersuchungen nicht ausgeschlossen werden. Dementsprechend werden in der Forschungsperiode 2 nicht nur 31 originale Gemälde sondern auch 18 Gemäldedummies untersucht.

Ein weiterer Grund für die Herstellung und Untersuchung von Gemäldedummies ist die Tatsache, dass die Messdaten originaler Gemälde in der Regel wie Patientendaten zu behandeln sind. Demgemäß dürfen diese nur selten ohne das entsprechende Museum in der Autorenschaft publiziert werden. In Abbildung 33 sind die untersuchten Gemälde dargestellt, deren Messergebnisse in dieser Arbeit vorgestellt werden dürfen. Die vollständige



Abb. 33: Untersuchte Gemälde (Selektion)

Liste der untersuchten Originale mit Untersuchungszeiträumen ist nachfolgend in Tabelle 3 dokumentiert.

## 3.2 Testobjekte II: Präparierte Gemäldedummies

Ergänzend zu den originalen Gemälden sind zwei Gruppen präparierte Gemäldedummies messtechnisch untersucht worden. Für die Dokumentation der Zustände der Gemäldedummies ist ein Fragebogen entwickelt worden. Die abgefragten Details sind:

- Titel, Künstler, Erschaffungsjahr,
- Abmessungen sowie Gewicht mit und ohne Zierrahmen,
- Angabe der Pigmente, Bindemittel und Schichtdicken,

### 3 Gemälde

| Bild-Nr. | Werk  | Maler         | Zeitraum          | Primärpartner                         | Ziel | Publikation  |
|----------|---|---------------|-------------------|---------------------------------------|------|--------------|
| 1        | „Barrakadenkampf“ und „Apokalyptische Landschaft“ | L. Meidner    | 12/2013 - 05/2014 | Neue Nationalgalerie, Berlin          | 1    | [B24]        |
| 2        | „Rot-schwarz“                                     | T. Hoppe      | 01-05/2016        | Klimatisiertes Testlabor, Hamburg     | 2    |              |
| 3        | „Haus mit rotem Dach“                             | T. Hoppe      | 01-05/2016        | Klimatisiertes Testlabor, Hamburg     | 2    |              |
| 4        | „Zell am See“                                     | H. Schacht    | 01-05/2016        | Klimatisiertes Testlabor, Hamburg     | 2    |              |
| 5        | „Fastnacht“                                       | M. Beckmann   | 02/2017 - 04/2018 | Kunsthalle Mannheim                   | 3    | [183], [B26] |
| 6        | „Bildnis Marie Henneberg“                         | G. Klimt      | 10-11/2019        | Kunstmuseum Moritzburg, Halle (Saale) | 4    |              |
| 7-9      | „Evolution“                                       | P. Mondriaan  | 02/2020 - 10/2020 | Rathgen-Forschungslabor, Berlin       | 4    |              |
| 10       | „Clara“   | J.-B. Oudry   | 11/2020           | Staatl. Museum Schwerin               | 6    |              |
| 11       | „Porträt des Schriftstellers Max Herrmann-Neiße“  | George Grossz | 02 - 03/2021      | Kunsthalle Mannheim & Turtle, NL      | 5    |              |
| 12       | „Der Fahnenträger“                                | Rembrandt     | 02 - 05/2021      | Rijksmuseum Amsterdam & Turtle, NL    | 5    |              |
| 13       | „Woman with a broom“                              | V. v. Gogh    | 02 - 09/2021      | Kröller-Müller Museum, Otterlo        | 5    | [23]         |
| 14       | „Digger“  | V. v. Gogh    | 02 - 09/2021      | Kröller-Müller Museum, Otterlo        | 5    | [23]         |
| 15       | „Wheat fields in a mountainous landscape“         | V. v. Gogh    | 02 - 09/2021      | Kröller-Müller Museum, Otterlo        | 5    | [23]         |
| 16       | „The Lover“                                       | V. v. Gogh    | 02 - 09/2021      | Kröller-Müller Museum, Otterlo        | 5    | [23]         |
| 17       | „Bridge at Arles“                                 | V. v. Gogh    | 02 - 09/2021      | Kröller-Müller Museum, Otterlo        | 5    | [23]         |
| 18       | „Terrace of a cafe at night“                      | V. v. Gogh    | 02 - 09/2021      | Kröller-Müller Museum, Otterlo        | 5    | [23]         |
| 19       | „Dünenlandschaft“                                 | P. Mondriaan  | 03/2023           | Kunstmuseum & HIZKIA, Den Haag        | 7    |              |
| 20       | „Wheatfield under thunderclouds“                  | V. v. Gogh    | 10/2022 - 07/2023 | Van Gogh Museum, Amsterdam            | 5    | [23]         |
| 21       | „Wheatfield with crows“                           | V. v. Gogh    | 10/2022 - 07/2023 | Van Gogh Museum, Amsterdam            | 5    |              |
| 22       | „View of Arles“                                   | V. v. Gogh    | 10/2022 - 07/2023 | Van Gogh Museum, Amsterdam            | 5    |              |
| 23       | „Daubignys garden“                                | V. v. Gogh    | 10/2022 - 07/2023 | Van Gogh Museum, Amsterdam            | 5    |              |
| 24       | „Die Nachtwache“                                  | Rembrandt     | 07/2022 - 11/2023 | Rijksmuseum Amsterdam                 | 3    |              |
| 25       | „Femme dans un fauteuil“                          | P. Picasso    | 10/2023           | Beyeler Fondation Basel               | 5    |              |
| 26       | „Improvisation 10“                                | W. Kandinsky  | 10/2023 - 01/2024 | Beyeler Fondation Basel               | 5    |              |
| 27       | „Stillleben mit Pfirsichen“                       | R. Levy       | 06/2020 - 12/2024 | Jüdisches Museum Berlin               | 3    | [141]        |
| 28       | „Polnischer Jude“                                 | H. Struck     | 06/2020 - 12/2024 | Jüdisches Museum Berlin               | 3    |              |
| 29       | „Porträt Georg Wertheim“                          | E. Orlik      | 06/2020 - 12/2024 | Jüdisches Museum Berlin               | 3    | [142]        |
| 30       | „Mutter und Tochter“                              | J. Budko      | 06/2020 - 12/2024 | Jüdisches Museum Berlin               | 3    |              |
| 31       | „An der Waisenbrücke“                             | J. Steinhardt | 06/2020 - 12/2024 | Jüdisches Museum Berlin               | 3    |              |

Tabelle 3: Projektdaten zu den untersuchten originalen Gemälden

- Quantitative Kartierung (mit Angabe der Koordinaten) der unterschiedlichen Farbbereiche (nach Art der Pigmente und der Dicke des Farbauftrages (fein oder pastos)), Schädigungen wie Craquelé, Deformationen in der Leinwand, Bildschichttrennungen etc., der vergangenen restauratorischen Maßnahmen (insbesondere ob eine Doublie rung vorgenommen worden ist) und Lage der Spannnägel/Tackernadeln,
- Beschaffenheit des textilen Bildträgers: Art der Bindung, Anzahl der Fäden in Kett- und Schussrichtung, Verlauf der Fäden im Randbereich und im übrigen Bereich des Gemäldes, mittlere Dicke des Bildträgers, Qualität der Aufspannung (straß („wie eine Trommelmembran“), normal, schlaff), Angabe über Falten, Beulen und andere Deformationen

und zielen bereits auf die Modellierung in Abschnitt 6 ab. Dieser Fragebogen ist den zuständigen Restauratoren mit der Bitte um Beantwortung zur Verfügung gestellt worden.

Zur Präparierung der Gemäldedummies zählt neben der Herstellung nach bestimmten Rezepturen auch die künstliche Alterung. Die Verwitterung (Synonyme: künstliche Alterung, beschleunigte Alterung) der Gemäldedummies ist an die im Ingenieurwesen üblichen Umwelttests angelehnt. Der Begriff „Umwelttests“ umreißt eine Reihe von Methoden, deren Ziel es ist, Materialien, Beschichtungen, Prototypen und Produkte auf Ihre Tauglichkeit für ihren späteren Einsatz und die Nachhaltigkeit zu testen. Diese Untersuchungen werden z. B. in Umweltprüflaboren durchgeführt. Je nach Einsatzort und Gefährdungsanalyse werden Klimatests, Schock- und Vibrationstests, Salznebelprüfungen, Bestrahlungen mit UV-Licht etc. durchgeführt. Die Prüfparameter werden in Normen und Richtlinien geregelt.

In den Restaurierungs- und Konservierungswissenschaften wird die beschleunigte Alterung von Bindemitteln, Pigmenten etc. durchgeführt, um Retuschen an die natürlich gealterte Farbkomposition eines Gemäldes anzugeleichen. Des Weiteren wird versucht, Grenzwerte für Expositionszeiträume zu bestimmen. Allerdings zeigen Forschungsarbeiten wie [47] und [266], dass ein Vergleich zwischen natürlicher und beschleunigter Alterung nur bedingt möglich ist.

Für eine befriedigende Beschleunigung der Alterungsprozesse müssen die Umweltfaktoren Temperatur, Luftfeuchte, Licht insbesondere die UV-Strahlung und Begasung mit Schadstoffen signifikant verändert werden. Hierdurch können unnatürliche Prozesse in Gang gesetzt werden. D. h. es werden Prozesse aktiviert, die bei dem musealen Normklima ( $\theta = 20^\circ\text{C}$ ,  $\text{rh}=50\%$ ) nicht stattfinden. Dennoch sind beschleunigte Alterungen mit Temperaturen bis  $\theta = 80^\circ\text{C}$ , und keiner zusätzlich Befeuchtung sowie die Temperatur-Luftfeuchte-Kombinationen ( $\theta = 40^\circ\text{C}$ ,  $\text{rh}=55\%$ ), ( $\theta = 40^\circ\text{C}$ ,  $\text{rh}=75\%$ ), und ( $\theta = 60^\circ\text{C}$ ,  $\text{rh}=55\%$ ) ungefährlich und gebräuchlich bis üblich [89]. Darüber hinausgehend unterliegt die künstliche Alterung in der Konservierung laut Zumbühl folgendem Ansatz: „[...] The complexity lies within the multifactorial interrelationship of sequential reaction steps, which cannot be accelerated equally. Nevertheless, accelerated ageing techniques are indispensable in conservation research if the focus and interpretation is set to a specific focus.[...]\“ ([266], S. 146).

Ein experimenteller Nachweis für die Abhängigkeit des Schwingungsverhaltens von Öl gemälden auf textilem Bildträger (Leinwand in Panamabindung) von der (künstlichen) Alterung ist in der Dissertation der Autorin [120] erbracht worden. Hierin wird die Veränderung der ersten charakteristischen Schwingfrequenz von Gemäldedummies in den

### 3 Gemälde

einzelnen Alterungsstufen als Merkmal herangezogen und beobachtet. Die Veränderung der Ersten ist in der Abbildung 34 gezeigt. Die Gemäldedummies sind in Abbildung 35 zu sehen.

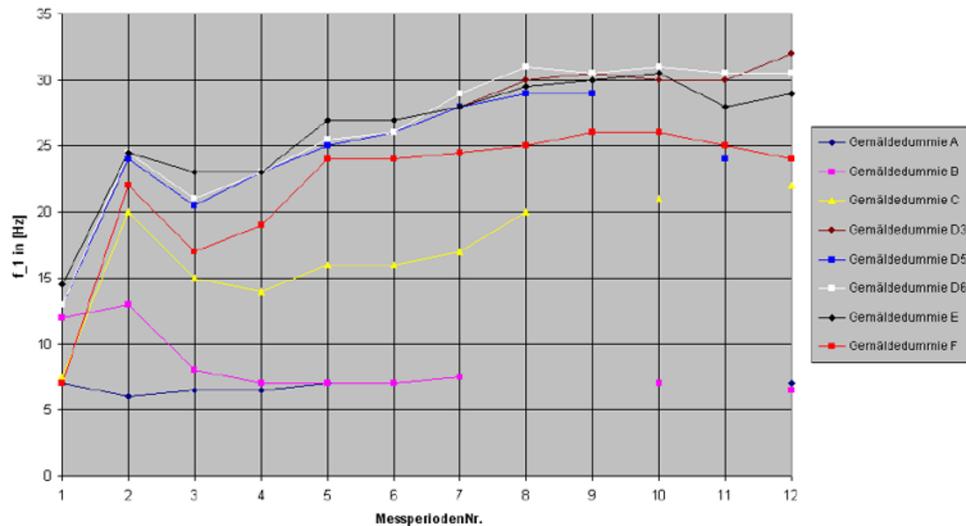


Abb. 34: Veränderung der ersten charakteristischen Schwingfrequenz der Gemäldedummies (Abbildung 35 in Abhängigkeit der Alterungsstufen, Quelle: [120]

In Messperiode 1 sind die ersten charakteristischen Schwingfrequenzen der ungealterten (frischen) Testobjekte bestimmt worden. Zwischen den jeweiligen nachfolgenden Messperioden sind die Testobjekte im Trocknungsschrank bei 80°C gelagert worden, wodurch die chemische Trocknung des Bindemittels (Leinöl) beschleunigt worden ist.

Erwartungsgemäß steigen bei allen Testobjekten die 1. Eigenfrequenz in Messperiode 2, da das Wasser verdunstet. In Messperiode 3 sinken die 1. Eigenfrequenzen wieder. Der Oxidationsprozess hat mit der Aufnahme von Sauerstoffmolekülen aus der Luft begonnen. Die Dichte der Malschicht hat sich durch die zusätzlichen Sauerstoffmoleküle erhöht.

Der anschließende Polymerisationsprozeß lässt die Malschicht versteifen. Nach etwa 450 Tagen Lagerung im Trocknungsschrank beträgt die Glasübergangstemperatur je nach Pigment zwischen 120 und 140°C. Die des Leims und der Grundierung beträgt etwa 50°C. Demzufolge liegen bei musealem Normklima ( $\theta = 20^\circ\text{C}$ ,  $\text{rh}=55\%$ ) alle Komponenten der Bildschicht im glasartigen (spröden) Zustand vor. Die Versprödung der Bindemittel in den Bildschichten und der Doublierung ist ein wichtiger Grund für die Einstufung eines Gemäldes in die Kategorie „nicht transportfähig“ durch die Restauratoren.

Die Versteifung des Bindemittels verursacht den Anstieg der 1. Eigenfrequenz der Testobjekte mit Bildschicht. Ab dem 145. Tag der beschleunigten Alterung im Trocknungsschrank werden Alterssprünge (Craquelé) sichtbar. Der Steifigkeitsverlust in der Bildschicht durch das Wachstum des Craquelés ist jedoch geringer als die Versteifung der Bildschicht durch die anhaltende chemische Trocknung des Bindemittels. Dies kehrt sich in das Gegenteil ab dem 412. Tag der künstlichen Alterung.

Bei einem Testobjekt (D5) konnte in [120] der Gesamtsteifigkeitsabfall der Bildschicht durch Dauerschwingversuche und das daraus resultierende forcierte Wachstum der Alterungssprünge beschleunigt werden. Dementsprechend konnte hier der größte Abfall der 1.

### 3.2 Testobjekte II: Präparierte Gemäldedummies

Eigenfrequenz von Mesperiode 9 zu Messperiode 11 detektiert werden. Diese Erkenntnis wurde im Rahmen der vorliegenden Habilitationsschrift Abschnitt 4.1 aufgegriffen.

#### 3.2.1 Gruppe 1

Basis der Gruppe 1-Testobjekte sind die Gemäldedummies aus [120]. Diese besitzen folgende Merkmale (siehe Tabelle 4) und werden in der Abbildung 35 gezeigt.

|                                       |  |
|---------------------------------------|--|
| <b>Größe HxBxT</b>                    | 40,5 cm x 30,3 cm x 2,1 cm   |
| <b>Größe Gefach HxBxT</b>             | 31,3 cm x 21,4 cm x 1,9 cm   |
| <b>Rahmen</b>                         | Keilrahmen   |
| <b>Aufspannung</b>                    | mittels Tackernadeln a. d. Rückseite d. Keilrahmens  |
| <b>Gewicht</b>                        | 745 g  |
| <b>Bildträger</b>                     |  |
| <b>Faser</b>                          | Leinen   |
| <b>Bindung</b>                        | Panama   |
| <b>Anzahl Fäden je cm<sup>2</sup></b> | Kette (vertikal): 8, Schuß (horizontal): 2 x 6   |
| <b>Drehung der Fäden</b>              | Z-Drehung  |
| <b>Malschichten</b>                   |  |
| <b>Vorleimung</b>                     | 3 Schichten: 40 g Knochen je 1 l H <sub>2</sub> O  |
| <b>Grundierung</b>                    | 3 Schichten Halbkreidegrund auf Leimwasserbasis mit Zinkweiß (Mussini 102, Serie 2)                  |
| <b>Farbschichten</b>                  | Ölfarbe: Mussini (Schmincke) Kobaltblau hell, 480, Serie 5, Böhmisches grüne Erde und Siena gebrannt |
| <b>Firnis</b>                         | ja   |

|                                  |   |
|----------------------------------|---|
| <b>Dummies hergestellt von:</b>  | Uwe Hand, Dozent f. Maltechnik, UdK Berlin  |
| <b>Monat Fertigstellung</b>      | 08/2008   |
| <b>Fachlich unterstützt von:</b> | K. Mösl, Alte Nationalgalerie Berlin und P. Demuth  |
| <b>Alterung</b>                  |   |
| <b>Klima</b>                     | Anhang A2   |
| <b>Dauerschwingtests</b>         | Anhang A2   |
| <b>Schädigungen</b>              | Öl deutlich vergilbt<br>⇒ Kobaltblau ist deutlich grünlich<br>starke Ausprägung von Craquelé<br>lange Rissverläufe (hpts. horizontal)<br>stark hochgezogene Bruchränder |

Tabelle 4: Zusammenfassung der Merkmale der Gemäldedummies Gruppe 1 im Ausgangszustande, Quellen: [120], [84]

### 3 Gemälde

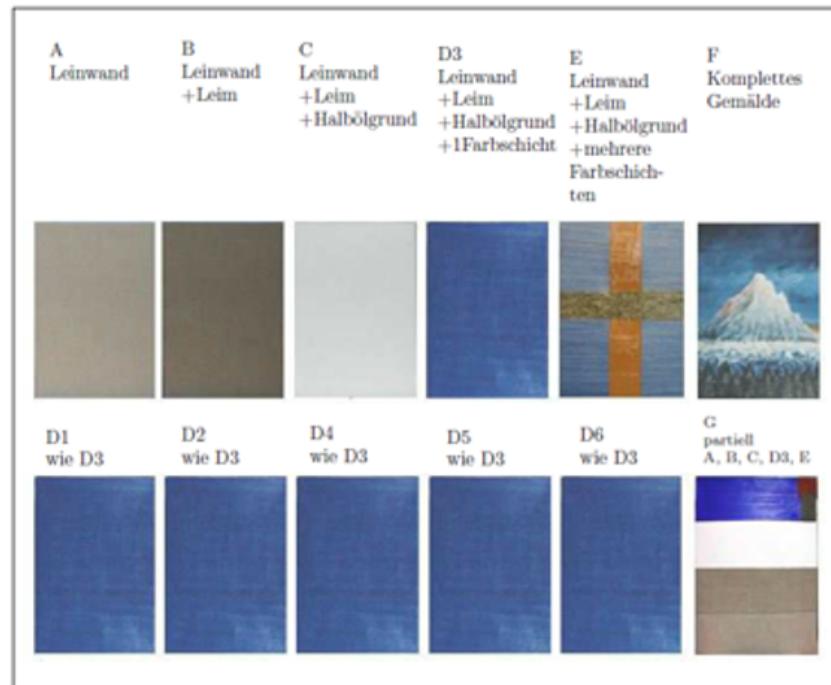


Abb. 35: Gemäldedummies aus der Forschungsperiode 1, Quelle: [120]

Die Gemäldedummies D6 und F sind für die messtechnischen Untersuchungen in der vorliegenden Arbeit folgende Modifikationen unterzogen worden.

**In D6** ist mit Hilfe einer Vorrichtung und einem Modalhammer ein Riss eingebbracht worden. Das Vorgehen ist in den Abbildungen 36 bis und 37 zu sehen. Die Umsetzung der kinetischen Energie des Hammerschlages in Wärmeenergie bei der Risseinbringung ist beachtlich. Der Kraftverlauf des Hammerschlages ist in Abbildung 38 gezeigt und daneben in Abbildung 39 ein Wärmekamerabild, welches direkt nach der Risseinbringung in Dummy D6, aufgenommen wurde. Die Schädigungen an D6 durch den Hammereinschlag sind in Tabelle 5 und in den Abbildungen 40 bis 41 dokumentiert. Der Riss und die

|  |   |
|--|---|
| <b>Schaden durch<br/>Risseinbringung</b> | Delle 1 cm tief<br>durch starke Verdehnung des Rahmens,<br>3,5 cm langer horizontaler Riss,<br>34 gerissene Kettfäden,<br>4 stark verdehnte und<br>z. T. gerissene doppelte<br>Schussfäden,<br>Malschichtausbrüche i. d. Rissumgebung, Malschicht verdehnt,<br>neue Craquelésprünge |
|--|---|

Tabelle 5: Zusammenfassung des Zustandes von „D6“ nach der Risseinbringung, Quelle: [84]

### 3.2 Testobjekte II: Präparierte Gemäldedummies



Abb. 36: Versuchsaufbau zur Risseinbringung an der Rückseite von D6

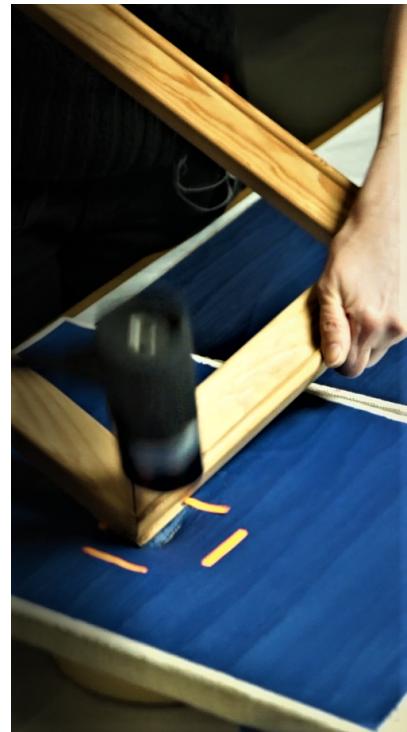


Abb. 37: Einbringen des Risses in den Dummy D6



Abb. 38: Kraftverlauf des Hammerschlags bei der Risseinbringung

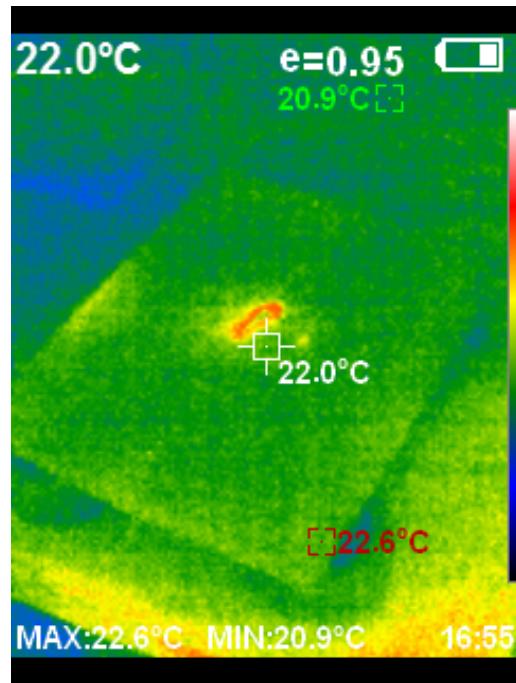


Abb. 39: Wärmekamerabild von D6, unmittelbar nach der Risseinbringung

### 3 Gemälde

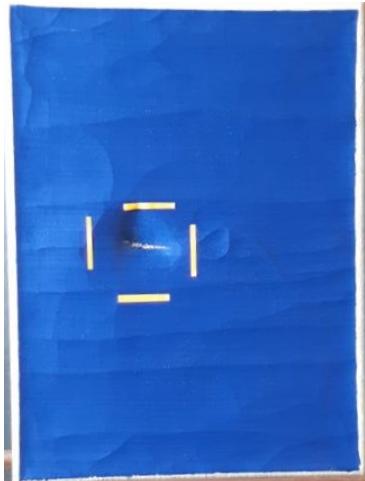


Abb. 40: Gemäldedummy D6 mit Riss - Vorderseite



Abb. 41: Gemäldedummy D6 mit Riss - Rückseite

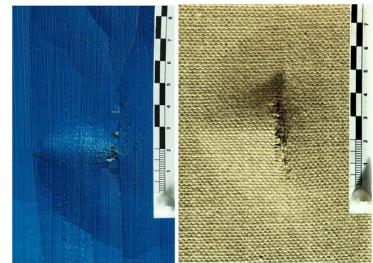
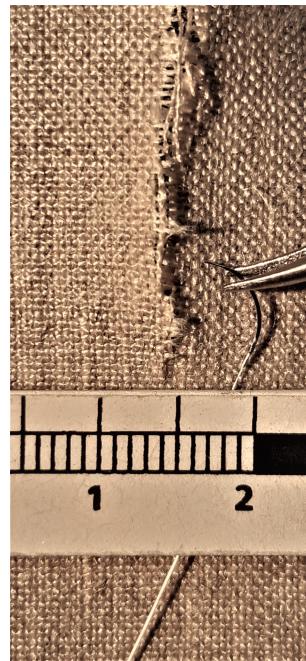


Abb. 42: Ausschnitt Riss Gemäldedummy D6



D. Hedinger bei der Rissvernähung



Blick durch das Mikroskop,  
Foto rotiert



Ergebnis

Abb. 43: Rissvernähung mit Hilfe des Mikroskopes

durch den Hammereinschlag geschädigten Malschichtbereiche sind anschließend von D. Hedinger, freiberufliche Restauratorin in Stuttgart, vernäht, planiert und gekittet worden. Eindrücke der Einzelfadenvernähung sind in Abbildung 43 festgehalten. Die gesamte Vorgehensweise und diesbezüglichen wissenschaftlichen Untersuchungen sind in [121] publiziert worden.

### 3.2.2 Gruppe 2

Die Testgemälde der Gruppe 2 sind die von M. Vaudremer, freiberufliche Restauratorin in Utrecht (NL), hergestellten und in Abbildung 44 auf dem Tisch liegend zu sehenden Gemäldedummies sowie die von K. Sautter, Restauratorin am Kunstmuseum Bern, Bern (CH), im Rahmen ihrer Masterarbeit [195] angefertigten und untersuchten Objekte. Die Herstellungsparameter und Zustände beider Testgemäldetypen sind in den Tabellen 6 und 7 dokumentiert.

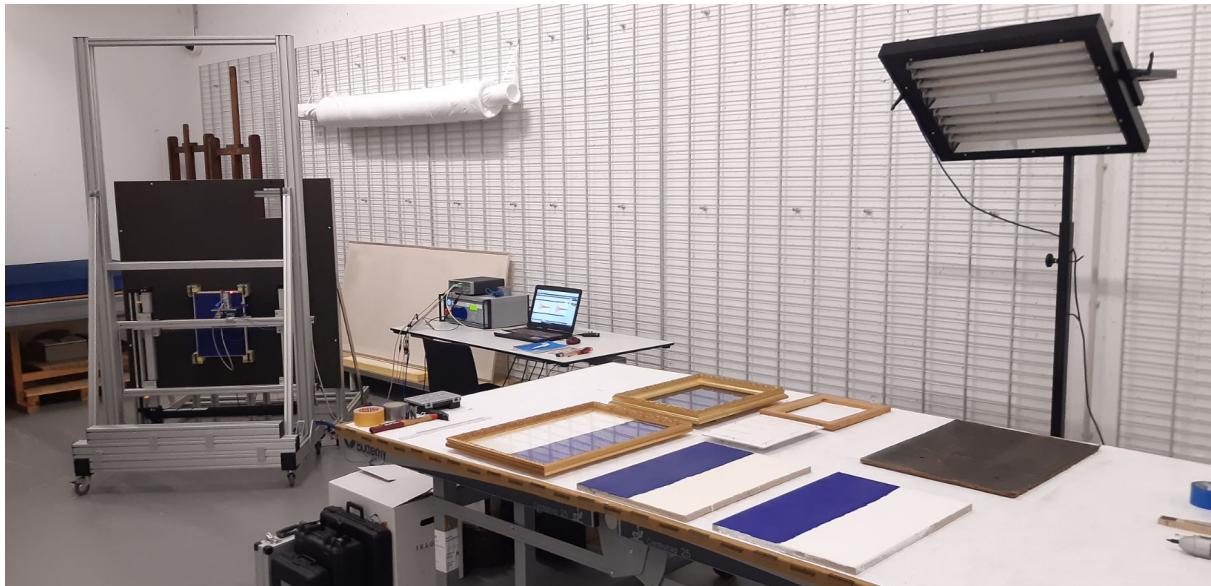


Abb. 44: Schwingungsmessungen an den Vaudremer-Attrappen im Depot der Kunsthalle Mannheim

|                                       |  |
|---------------------------------------|--|
| <b>Größe HxBxT</b>                    | G 1 bis 6: 40 cm x 30,5 cm x 1,7 cm<br>H 1 bis 6: 60 cm x 40 cm x 1,7 cm |
| <b>Rahmen</b>                         | Keilrahmen   |
| <b>Aufspannung</b>                    | mittels Tackernadeln a. d. Seitenfläche d. Keilrahmens                   |
| <b>Gewicht</b>                        | 500 bis 520 g  |
| <b>Bildträger</b>                     |  |
| <b>Faser</b>                          | Leinen   |
| <b>Bindung</b>                        | Leinwand   |
| <b>Anzahl Fäden je cm<sup>2</sup></b> | Kette (vertikal): 24<br>Schuß (horizontal): 22                           |
| <b>Drehung der Fäden</b>              | Z-Drehung  |

In G2 wurde auf die gleiche Weise wie in D6 ein Riss eingebracht. Die Schädigungen durch den Hammereinschlag sind in Tabelle 8 sowie in den Abbildungen 45 bis 47 dokumentiert.

### 3 Gemälde

|                                  |   |
|----------------------------------|---|
| <u>Malschichten</u>              |   |
| <u>Vorleimung</u>                | industriell   |
| <u>Grundierung 1</u>             | industriell   |
| <u>Grundierung 2</u>             | Winsor & Newton Oil Painting, Primer auf Alkydbasis, dick und gleichmäßig verteilt, liegend getrocknet.<br>2. Schicht ohne Zwischenschliff zur Reduktion der interlaminaren Haftung). |
| <u>Farbschichten</u>             | Ölfarbe: Mussini (Schmincke): Kobaltblau hell, 480, Serie 5 und Zinkweiß 102, Serie 2.<br>Schicht 1 wurde ausgemagert,<br>Schicht 2 u. 3 gleichmäßig verstrichen.                     |
| <u>Firnis</u>                    | nein  |
| <b>hergestellt von:</b>          | Madeleine Vaudremer,<br>Gemälderestauratorin, Utrecht   |
| <b>Monat Fertigstellung</b>      | 05/2020   |
| <b>Fachlich unterstützt von:</b> | R. Hoppe, Kunstmuseum Den Haag  |
| <u>Alterung</u>                  |   |
| <u>Klima</u>                     | Anhang C  |
| <u>Dauerschwingtests</u>         | nein  |
| <b>Schädigungen</b>              | Öl vergilbt, blau ins Grünliche   |

Tabelle 6: Merkmale und Zustandsdokumentation der Gemäldedummies Gruppe 2 nach Herstellung und Klimalagerung, Quellen: [231], [84]

|   |  |
|---|--|
| <b>Name</b>                                     | TG01   |
| <b>Größe, Gewicht</b>                           | Schwingfähige Fläche: Din A4, 178 g                                  |
| <b>Rahmen</b>                                   | Spannrahmen der Firma Lascaux  |
| <u>Bildträger</u>                               |  |
| <b>Faser, Bindung, Dicke</b>                    | Leinen, Leinwand, mittel   |
| <b>Leim</b>                                     | 6 %-iger Hasenleim   |
| <b>Grundierung</b>                              | 2 Schichten: 6 %-iger Hasenleim & Champagnerkreide, Verhältnis 1:1,5 |
| <b>Farbeschichten, Firnis, Künstl. Alterung</b> | Nein, nein, nein   |
| <b>hergestellt von:</b>                         | Katharina Sautter, Gemälderestauratorin, Bern                        |
| <b>Fertigstellung, Jahr</b>                     | 2013   |
| <b>Fachlich unterstützt von:</b>                | Dr. N. Bäschlin, Kunstmuseum Bern & HKB                              |

Tabelle 7: Herstellungsparameter der von K. Sautter gefertigten Testgemälde, Quellen: [195]

**F und H3** sowie das originale Gemälde „Zell am See“ sind mit einer Wachsdoubleitung (Belgisches Leinen, Flächengewicht 305  $\frac{\text{g}}{\text{m}^2}$ , reines Bienenwachs, beide Produkte von:

### 3.2 Testobjekte II: Präparierte Gemäldedummies

|                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| <b>Schaden durch Risseinbringung</b> | Delle 1 cm tief durch starke Verdehnung des Rahmens ist ein 7,5 cm langer winkeliger Riss mit 36 gerissenen Kettfäden und 117 gerissene Schussfäden, entstanden sowie Malschichtausbrüche in der Rissumgebung. Die Malschicht ist verdehnt und neue Craquelésprünge in der Umgebung des Metallrings sind entstanden. |
|--------------------------------------|--|

Tabelle 8: Zusammenfassung des Zustandes von „H2“ nach der Risseinbringung, Quelle: [84]

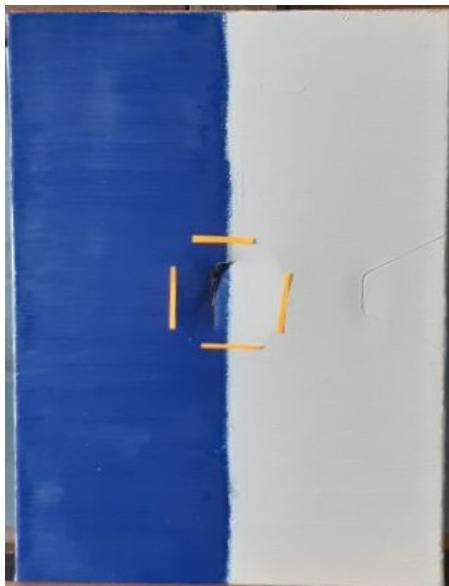


Abb. 45: Gemäldedummy G2 mit Riss - Vorderseite



Abb. 46: Gemäldedummy G2 mit Riss - Rückseite

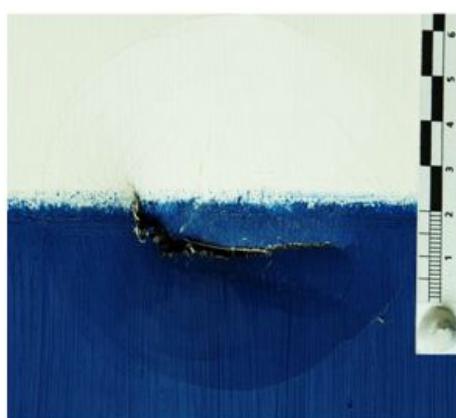


Abb. 47: Ausschnitt Riss Gemäldedummy G2

Deffner & Johann GmbH) durch die Restauratorinnen P. Marchand, Rotterdam (NL), and J. Schilder, Amsterdam (NL), ausgestattet worden. Mit Hilfe einer Klimalagerung am BFSV Verpackungsinstitut, Hamburg, sind die drei Testgemälde gealtert worden. Die aufgezeichneten Messdaten der Klimazyklen sind in Anhang B dokumentiert.

### 3 Gemälde

Beide Maßnahmen sind im Rahmen des Projektes „Optimising the protection of the Kröller-Müller Museum's wax-resin-lined van Gogh paintings from shocks and vibrations in transit“ durchgeführt worden [23].

**B, D5 und H4** sind für die Untersuchungen mit der Bildkorrelationsanalyse mit einem Punktemuster versehen worden. Die Abbildung 48 zeigt die verschiedenen Arbeitschritte zur Erzeugung des Musters.

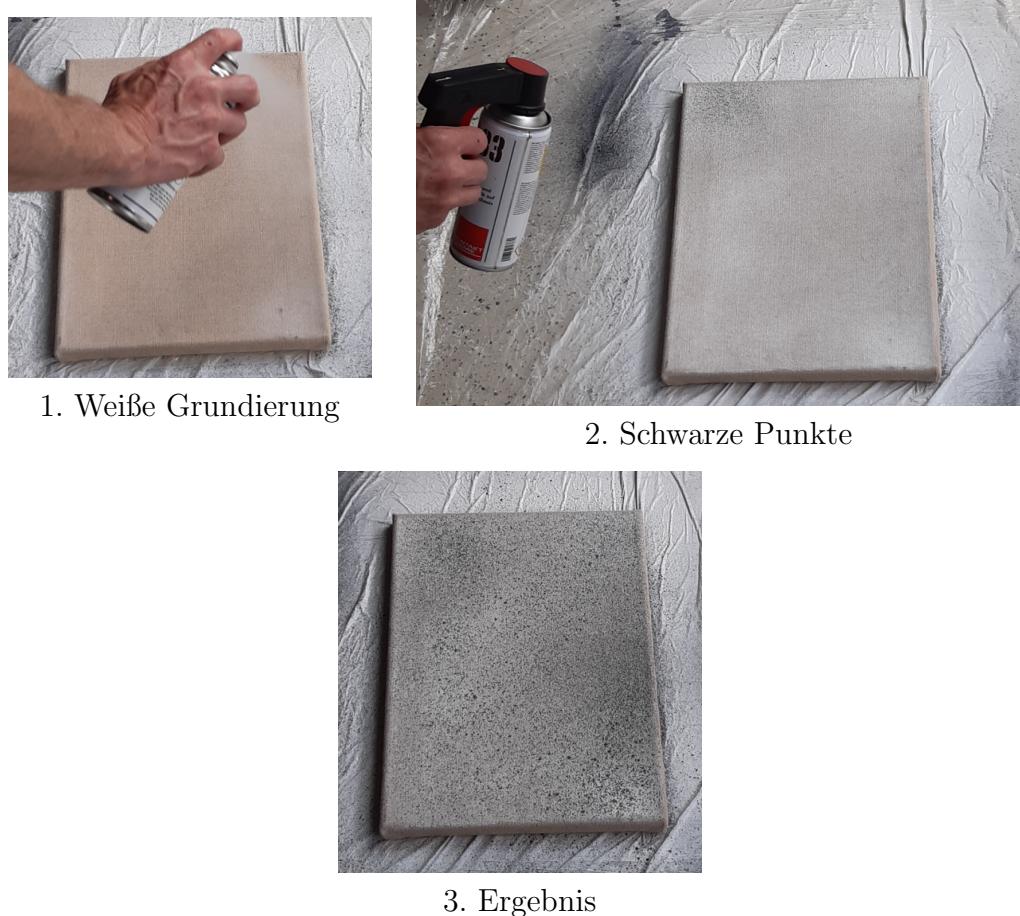


Abb. 48: Applizierung des Musters auf **B** für die Durchführung der Bildkorrelationsanalyse

# **4 Experimentelle Untersuchungen: Aufbauten und Durchführungen**

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit sind Schock- und Vibrationstests auf uni- und multiaxialen Shakeranlagen, messtechnische Untersuchungen mit dem Gemäldeprüfstand nach KRACHT, Dickenmessungen und nicht-zerstörungsfreien Zugtests an Mock-ups durchgeführt worden. Die Versuche werden nachfolgend kurz erläutert.

## **4.1 Schock- und Vibrationstests von Gemälden auf verschiedenen Shakeranlagen**

Mechanische Systeme verändern durch Umwelteinflüsse wie z. B. mechanische Dauerbelastungen ihre Eigenschaften. Ermüdungsbrüche und Haarrisse werden oftmals erst nach intensiver Beanspruchung sichtbar. Schock- und Vibrationstests werden in Umweltprüfungen von Prototypen und Verpackungen angewendet, um die Tauglichkeit und Langlebigkeit unter den späteren Einsatzbedingungen zu evaluieren. Schock- und Vibrationstests sind in Richtlinien und Normen definiert. Beispiele sind

- DIN EN-60068-2-6 und DIN EN-60068-2-64, DIN EN 61373, DIN EN 60945,
- MIL-STD-810,
- RTCA DO-160,
- DNV-CG-0339.

Schock- und Vibrationstest von Verpackungen sind z. B. in der DIN EN ISO 2247 und in der ASTM D4169-22 geregelt. Die in den Richtlinien enthaltenen Anregungsprofile sind das Ergebnis vielzähliger Messungen am betrachteten Einsatzort. Eine Datensammlung von mechanisch-dynamischen Belastungen während verschiedener Transportbelastungen ist in der Norm DIN 30786-2:2013-02 dokumentiert.

Die Schock- und Vibrationstests werden auf Shakeranlagen, auf einer schiefen Ebene oder auf Falltischen durchgeführt. Shakeranlagen sind mit einer Regeleinheit ausgestattet. Dieser wird ein Prüfprofil in Form eines Leistungsdichtespektrums (engl. Power Spectral Density, abgekürzt: PSD) oder eines gemessenen Zeitverlaufes meistens von Beschleunigungen vorgegeben. Der Beschleunigungs-Zeit-Verlauf wird in einer Dauerschleife abgefahrt. Ein Kontrollsensor, der in der Regel an der steifsten Stelle der Shakerplattform befestigt wird, gibt die Ist-Werte zurück an den Regler, der aus dem Soll-Ist-Vergleich, das Steuerungssignal für den Shaker berechnet und an diesen sendet.

In Schock- und Vibrationstests werden Prototypen und Verpackungen im Anschluss an die mechanisch-dynamische Belastung auf ihre Funktionstüchtigkeit und sichtbare

#### 4 Experimentelle Untersuchungen: Aufbauten und Durchführungen

Schädigungen geprüft. Ziele der mechanisch-dynamischen Prüfungen im Rahmen der Gemäldeforschung sind

1. die qualitative Untersuchung der Wellenausbreitung und des Dauerschwingungsverhaltens von Gemäldedummies bei uniaxialer Anregung,
2. die Untersuchung des thermomechanischen Verhaltens von Gemäldedummies bei uniaxialer Anregung,
3. die quantitative Untersuchung der Veränderung der Wellenausbreitung in Gemälde-dummies bei uniaxialer Anregung vor und nach Schockeinwirkung und
4. die quantitative Untersuchung der Wellenausbreitung in Gemäldedummies bei triaxialer Anregung.

**Die uniachsial angeregte Wellenausbreitung** und das Dauerschwingungsverhalten von Testgemälden werden auf dem Prüfstand in Abbildung 49 qualitativ untersucht. Die Un-

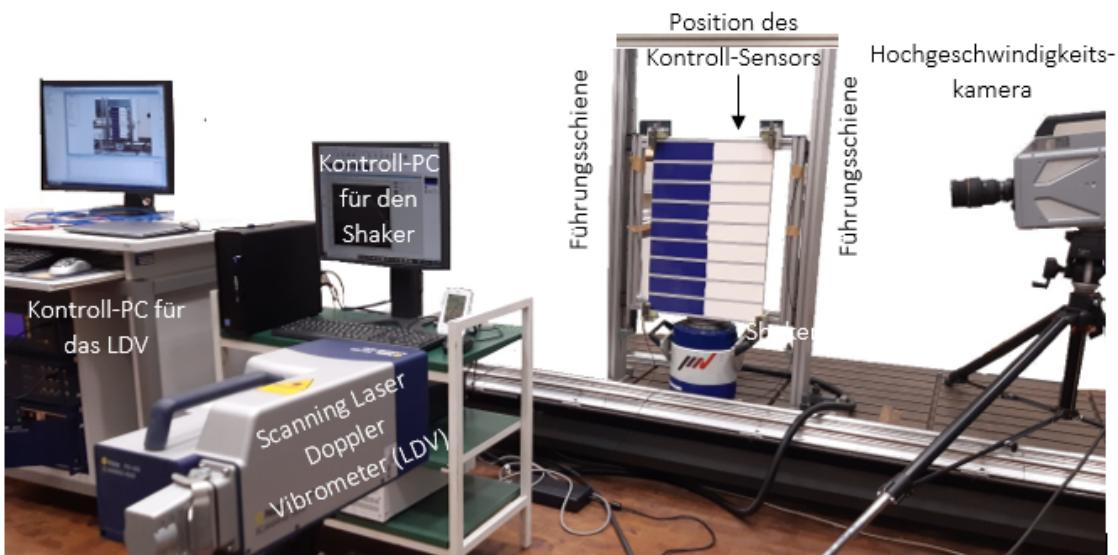


Abb. 49: Versuchsanordnung für die qualitative Untersuchung der Wellenausbreitung und die Dauerschwingungstests bei vertikaler Anregung

tersuchungen sind im Zeitraum vom 01.02. bis zum 31.03.2021 am Lehrstuhl für „Mechanik“ von Prof. Lammering an der Helmut-Schmidt Universität in Hamburg durchgeführt worden. Neben den beiden Prüfprofilen in Abbildung 50 ist ein weißes Rauschen mit einem Frequenzband von 10 Hz bis 300 Hz mit einem RMS-Wert von  $0,01 \text{ g}^2$  als Soll-Profil vorgegeben worden, wobei  $g=9,81 \text{ m/s}^2$  ist. Die Wellenausbreitung ist mit einer Hochgeschwindigkeitskamera beobachtet worden. Die Ergebnisse werden in Abschnitt 5.2 erläutert.

Das Dauerschwingungsverhalten der Testgemälde wird gemäß folgender Kriterien untersucht:

- Fortschritt bereits existierenden Risse, Sprünge und Delaminierungen,
- neue Schädigungen und die

#### 4.1 Schock- und Vibrationstests von Gemälden auf verschiedenen Shakeranlagen

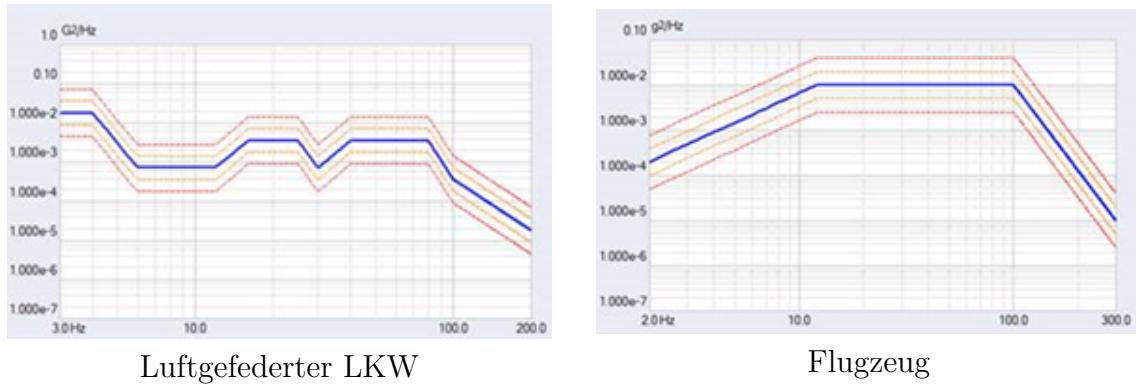


Abb. 50: Level 2 - Prüfprofile aus der ASTM D4169-22

- Veränderungen der Übertragungsfunktionen insbesondere der Eigenfrequenzen.

Die Ergebnisse mit Angabe der Einwirkzeiten sind ebenfalls in Abschnitt 5.2 dokumentiert.

**Die Auswirkungen von Schockbelastungen** auf Testgemälde sind im Rahmen der Masterarbeit [195] untersucht worden. Einige der Schockbelastungen sind vertikal mit der Hydropulsanlage am Fachgebiet Mechatronische Maschinendynamik der TU Berlin (Abbildung 51) ausgeführt worden. Zur Beurteilung des Schwingungsverhaltens sind die Test-



Abb. 51: Hydropulsanlage mit Testgemälde an der TU Berlin, Quelle: [195], S. 35

gemälde vor und nach der Schockeinwirkung mit den Gemäldeprüfstand nach KRACHT untersucht worden. Die Untersuchungsergebnisse sind in Abschnitt 5.3 dargestellt.

**Die kombinierte Klima- und Vibrationsprüfung** hat die Untersuchung des Schwingungsverhaltens von Testobjekten in Abhängigkeit definierter klimatischer (Temperatur,

#### 4 Experimentelle Untersuchungen: Aufbauten und Durchführungen

relative Luftfeuchte) Umgebungsbedingungen ermöglicht. Hierfür ist die einachsige Anregung in vertikaler Richtung auf einem Shaker mit aufgesetzter Klimakammer durchgeführt worden. Da hier das Ziel die Analyse der Auswirkungen ausschließlich der Vibrationen der Testobjekte auf die Oberflächentemperatur gewesen ist, ist von der Klimakammer das museale Normklima während des Vibrationstests realisiert worden. Der Versuchsaufbau mit dem Testgemälde **F** ist in Abbildung 52 dargestellt. Die Tests sind auf der Anlage der AUCOTEAM GmbH in Berlin im Wintersemester 2022/23 durchgeführt worden. Nach 1, 2, 5 und 10-minütiger Anregung mit dem genannten weißen Rauschen und den



Abb. 52: Testgemälde **F** in der Klimakammer (AUCOTEAM GmbH, Berlin) für den kombinierten Klima-Vibrationstest

Prüfprofilen aus Abbildung 50 sind die Oberflächentemperatur der Testgemälde mit der Thermokamera PCE-TC 33 N gemessen worden. Die Ergebnisse sind in Abschnitt 5.5 dokumentiert.

**Die triaxiale Anregung** der Testgemälde ist am 30.06. und 01.07.2021 von dem 3-Achs-Shaker, Model TS-3000-3.2H-CE des Herstellers IMV im Versuchszentrum der Bosch GmbH, Schieberdingen ausgeführt und von der Firma IMV gesponsort worden. Die Steuerung der Anlage hat Herr Martin Engelke, IMV, übernommen.

Hauptuntersuchungsgegenstand ist die Analyse der Wellenausbreitung und das damit verbundene Verformungsverhalten der Testgemälde aufgrund einer triaxialen rauschförmigen Anregung, die während realen Transportsituationen gemessen worden ist. Ein Beispielprotokoll der Anregung auf der Shakeranlage ist in Abbildung 53 dokumentiert. Die Testgemälde **B**, **F**, **G2** sind in Vorversuchen in einem barocken Zierrahmen (siehe Abbildung 52 montiert ist, in verschiedenen Kisten und Transportszenen untersucht worden. Der

#### 4.1 Schock- und Vibrationstests von Gemälden auf verschiedenen Shakeranlagen

| Reference waveform type | Measured waveform (Item2) |               |
|-------------------------|---------------------------|---------------|
| Sampling frequency      | 1024.00 Hz                |               |
| Total length            | 8.911e+4 ms(91254 points) |               |
|                         | Min.                      | Max.          |
| Acceleration            | -3.4107 g                 | 1.7053 g      |
| Velocity                | -0.4969 m/s               | 0.4718 m/s    |
| Displacement            | -1.283e+3 mm              | 6.8787 mm     |
| Reference waveform type | Measured waveform (Item4) |               |
| Sampling frequency      | 1024.00 Hz                |               |
| Total length            | 8.911e+4 ms(91254 points) |               |
|                         | Min.                      | Max.          |
| Acceleration            | -0.8943 g                 | 0.6083 g      |
| Velocity                | -0.2615 m/s               | 0.5520 m/s    |
| Displacement            | -915.2657 mm              | 30.7905 mm    |
| Reference waveform type | Measured waveform (Item6) |               |
| Sampling frequency      | 1024.00 Hz                |               |
| Total length            | 8.911e+4 ms(91254 points) |               |
|                         | Min.                      | Max.          |
| Acceleration            | -1.1218 g                 | 0.7787 g      |
| Velocity                | -0.2762 m/s               | 0.2841 m/s    |
| Displacement            | -949.3733 mm              | -6.281e-11 mm |

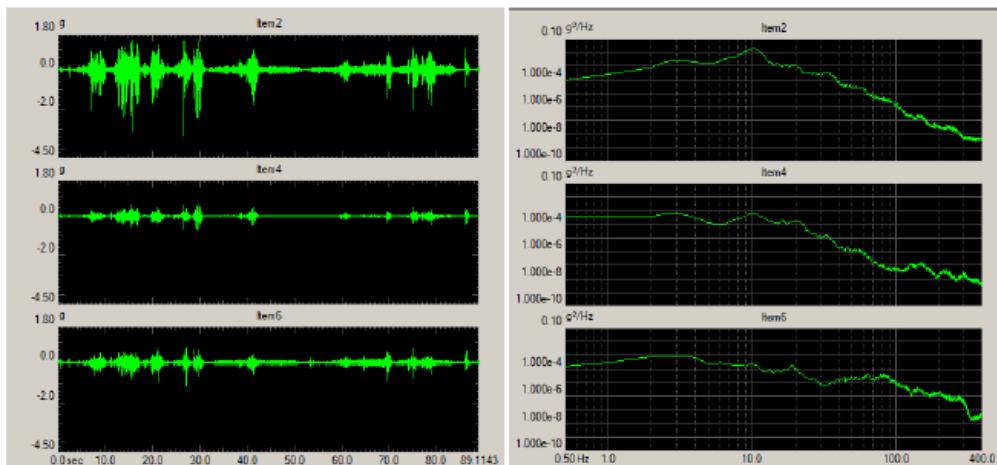


Abb. 53: Protokoll über das Anregungssignal für einen Versuch auf Triax-Shaker-Anlage,  
Quelle: M. Engelke, IMV

Sensor für die Messung des Sollsignals ist während der Vorversuche und der Versuche auf der Triax-Shaker-Anlage an derselben Stelle auf der Rückseite der oberen Strebe des Zierrahmens platziert gewesen. Auf diese Weise wird sichergestellt, dass die Anregungssignale auf der Shaker-Anlage realistisch sind.

Das Verformungsverhalten der Testgemälde ist in den drei Hauptachsen dieser mit der Bildkorrelationsanalyse (engl. Digital Image Correlation, Abkürzung: DIC) untersucht worden. Die Funktionsweise der DIC kann z. B. in [207] nachgelesen werden.

Die Datenerfassung ist von Ralf Lichtenberger, LIMESS GmbH, vorgenommen worden. Zur Verifizierung der Messungen mittels DIC ist die Schwingungsantwort des Testgemäldes zudem in dessen Mittelpunkt mit Hilfe eines auf einem biegesteifen Adapter mitgeführten Triangulationslasers gemessen sowie mit einem Laserdopplervibrometer, das außerhalb der Versuchsanlage gestanden hat, mitgeführt worden. Die Versuchsanordnung wird in Abbildung 54 präsentiert. Die Ergebnisse der Bildkorrelationsanalyse können in

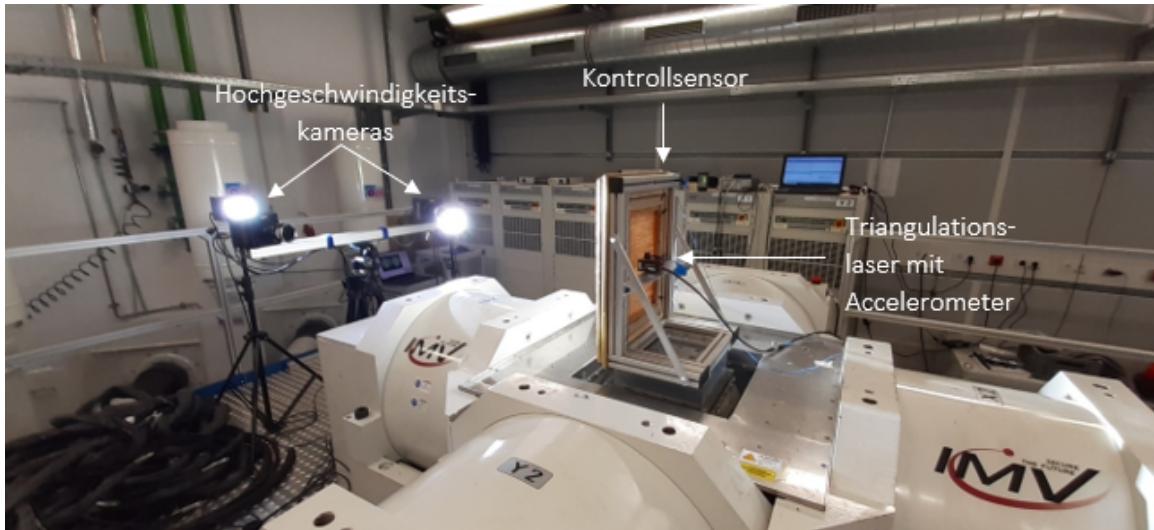


Abb. 54: Versuchsanordnung für die Untersuchungen des dreidimensionalen Verschiebungsfeldes von Testgemälden mit 3-Achs-Shakeranregung uniaxialen Dauerschwingversuche

Abschnitt 5.3 nachgelesen werden.

## 4.2 Gemäldeprüfstand nach Kracht

Der in [120] entwickelte Gemäldeprüfstand funktioniert gemäß dem Prinzip der experimentellen Modalanalyse [50]. Das weich gelagerte Testobjekt wird auf der Rückseite des Rahmens in einem Punkt, der sich auf der unteren Keilrahmenleiste ca. 5 bis 10 cm von einer Ecke entfernt befindet, mit einem Shaker senkrecht zur Bildebene angeregt. Die eingravierte dynamische Kraft wird mit einem Kraftsensor, der über einen Stinger sowohl mit dem Shaker als auch mit dem Gemälderahmen fest verbunden ist, gemessen. Die Schwingungsantwort des Gemäldes wird auf der Vorderseite berührungslos mit einem oder drei Triangulationslasern erfasst. Im Details werden die verwendeten Messgeräte in Abbildung 55 präsentiert.



Abb. 55: Im Gemäldeprüfstand verwendete Geräte für die Anregung und Antwortmessung

Gemäß [120] ist ein Abstand zwischen zwei örtlichen Messpunkten von maximal 5 mm in beide Hauptrichtungen der Gemäldefläche erforderlich. Dies führt sehr schnell zu ei-

nigen 1000 Messpunkten, an denen der bzw. die Triangulationslaser positioniert werden müssen. Die automatische Positionierung der Lasersensoren erfolgt mit einer lineraren Positioniereinheit (LPE).

Der in [120] entwickelte Gemäldeprüfstand verfügt über einen Scanbereich von 1,00 m x 1,00 m. Der Nachteil dieses großen Scanbereiches sind die mangelnde Verwindungssteifheit der LPE und die daraus resultierenden niederfrequenten Eigenschwingungen mit großen Übertragungsfaktoren (siehe [120], Abschnitt 3.1.4). Die LPE, die im weiterentwickelten Gemäldeprüfstand verwendet wird, verfügt über einen Scanbereich von 50 cm x 50 cm, wodurch sich das Eigenschwingungsverhalten des Prüfstandes nicht mehr störend auf die Gemäldeanalyse auswirkt.

Da Gemälde in beiden Fällen üblicherweise größer als der jeweilige Scanbereich der LPE sind (Staffeleigemälde bis 1,50 m x 1,00 m; mittelgroße Formate von 1,50 m x 1,00 m bis 3,00 m x 2,00 m; Großformate ab 3,00 m x 2,00 m), ist die LPE jeweils an einer Halterung montiert, die eine manuelle Positionierung in der Höhe durch Schienen ermöglicht. Die Halterung selbst besitzt Rollen, so dass der Gemäldeprüfstand im Raum beliebig ausgerichtet werden kann. Auf diese Weise kann das Testobjekt im irdischen Gravitationsfeld variantenreich ausgerichtet werden. Die beiden Hauptpositionen des Gemäldeprüfstandes, „stehend“ und „liegend“, sind in Abbildung 56 dokumentiert.

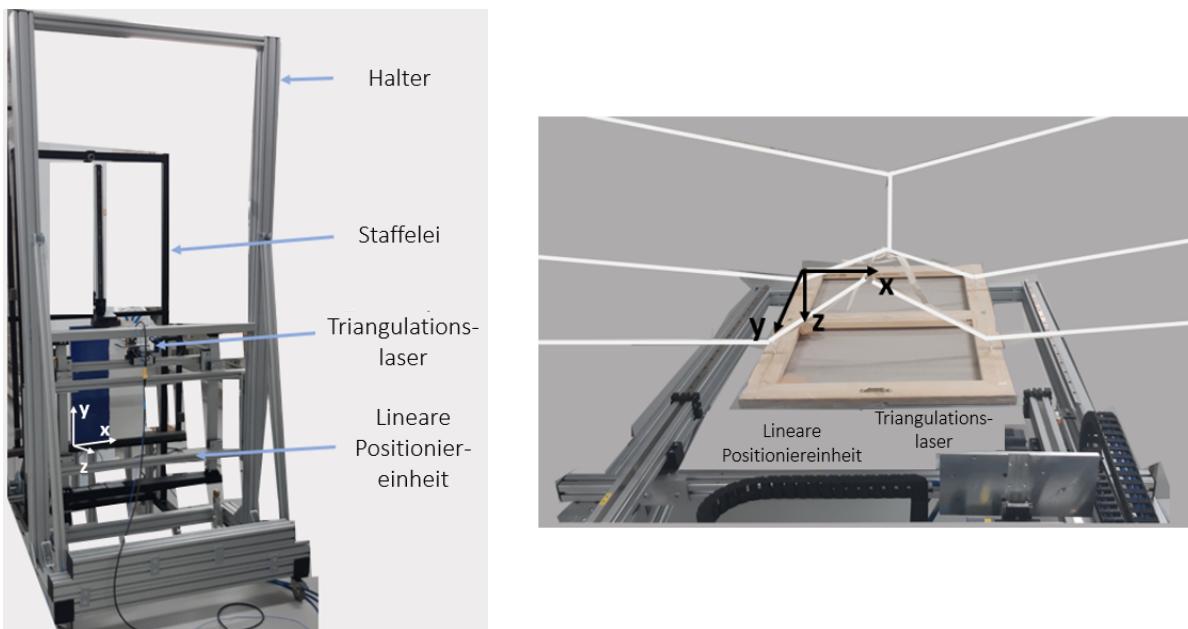


Abb. 56: Gemäldeprüfstand in stehender (links) und liegender (rechts) Position während der Messungen an dem Gemäldedummy H2 der Gruppe 2 ([123], S. 8, Fotos: K. Kracht)

Für die schwingungstechnische Untersuchung von großformatigen Gemälden, wie z. B. der „Nachtwache“ (1642) von Rembrandt (Größe H x B = 378 cm x 453 cm, ausgestellt im Rijksmuseum, Amsterdam (NL)), sind zwei lineare Positioniereinheiten verwendet worden. Die große LPE („imaging beam“) des Rijksmuseums, Amsterdam (NL) hat die Aufgabe die kleine LPE des Gemäldeprüfstandes vor insgesamt im Fall der „Nachtwache“ 80 Messausschnitten zu positionieren. Die Anwendung der kleinen LPE ist aufgrund des

engen Messpunktegitters ( $\Delta x=5$  mm,  $\Delta y=5$  mm,  $\sum \text{Messpunkte} \approx 750.000$ ) und damit verbundenen kleinen Verfahrwege notwendig. Der Versuchsaufbau für die Schwingungsuntersuchungen an der „Nachtwache“ ist in Abbildung 57 dargestellt.

## 4.3 Physikalische Materialtests

Physikalische Materialtests werden angewendet, um die Eigenschaften eines Materials in Bezug auf ein physikalisches Phänomen zu untersuchen, Materialmodelle zu entwickeln und die Parameter eines Modells zu bestimmen (modelbasierte Parameteridentifikation [165]). Im Rahmen dieser Arbeit sind die elastischen, plastischen und Reibeigenschaften von verschiedenen Materialien untersucht worden.

**Den elastischen und plastischen Eigenschaften** eines Materials wird in der Technischen Mechanik meistens ein linearer Zusammenhang zwischen verformender Kraft und Verformung (Hooke'sches Gesetz) unterstellt.

In der Technik werden beschichtete Textilien für z. B. medizinische Produkte (Pflastermaterialien), Segel, Zelte, Sport- und Militärbekleidung, Outdoorausrüstung, Filtermembrane etc. eingesetzt. In diesen Bereichen und im Baubereich in puncto Membrandächer ist die Kenntnis und Simulation des Materialverhaltens von technischen Textilien unabdingbar. Für die Modellierung technischer Textilien und Vliesstoffe werden mikro- und makroskalige sowie skalenübergreifende Methoden angewendet.

Im Bereich „Gemälde“ hat sich Chiriboga in [36] mit der Materialmodellierung von Gemälden auseinandergesetzt. Chiriboga schlägt die Modellierung als homogene Kirchhoffplatte mit linearen, orthotropen Materialeigenschaften sowie die Anwendung der „Mischungsregel“ vor. Dementsprechend sind die elastischen Parameter  $E_1, E_2, \nu_{12}, G_{12}$  experimentell zu bestimmen. Dafür unternimmt er uni- und biaxiale Zug- und Biegeversuche gemäß den ASTM-Standards (D1682-64, D1388-96).

In [58] entwickelt Flock aufgrund des Variantenreichtums an bemalten und restaurierten Textilien in der Kunst ein systematisiertes Vorgehen zur Bestimmung der elastischen Parameter. Hierfür verwendet sie uni- und biaxiale Kurzzeit-Zugversuche und konzipiert einen neuen Versuchsaufbau für biaxiale Langzeitversuche. Hierbei geht Flock stets von einem linearen isotropen Materialverhalten aus.

In der Tat geht dem Design eines Versuchsaufbaus zur Ermittlung des Materialverhaltens eine Modellierung voraus, um die Anzahl der zu bestimmenden Parameter und damit den Messaufwand einzuschränken. Für die Modellierung und Beeinflussung des makroskopischen Schwingungsverhaltens von Gemälden (kleinste lokale Auflösung ist 3 mm) werden im Rahmen dieser Arbeit folgende Materialuntersuchungen durchgeführt:

- Gemäldeproben: quasistatische und dynamische einachsiale Zugversuche in zwei Richtungen,
- Vliesstoffe für Schwingschutzkonstruktion: quasistatische und dynamische einachsiale Druckversuche,
- Plattenmaterialien für Rückseitenschutzkonstruktionen: quasistatische einachsiale Zugversuche,

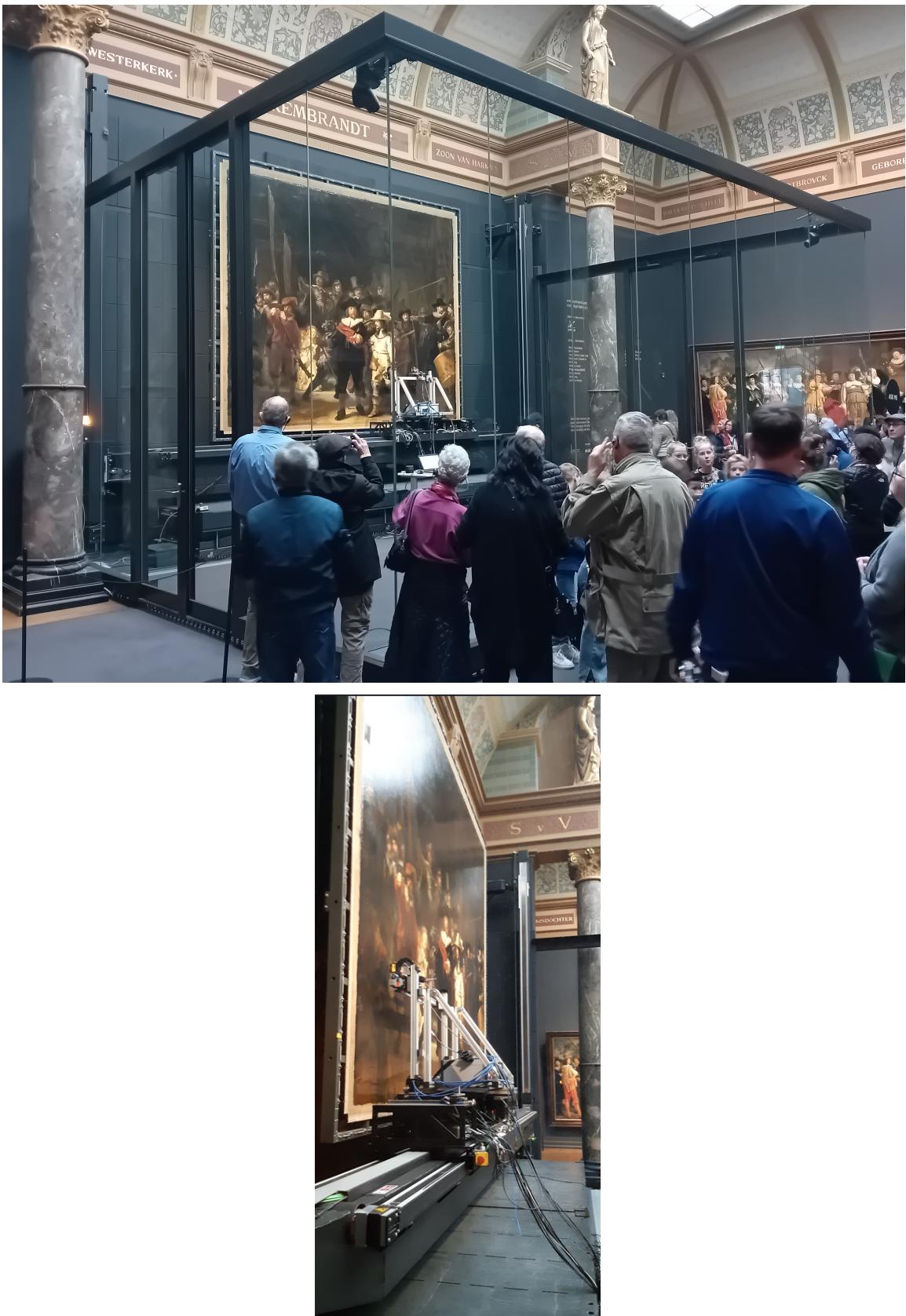


Abb. 57: Schwingungsuntersuchungen an der „Nachtwache“ von Rembrandt van Rijn im Rijksmuseum, Amsterdam (NL) bei laufendem Besucherverkehr, Fotos: K. Kracht

## 4 Experimentelle Untersuchungen: Aufbauten und Durchführungen

- Drahtseifedern: quasistatische und dynamische einachsiale Zugversuche,
- Vliesstoffe und Testgemälde: Reibversuche.

Die betrachteten Materialien werden als makroskopisch isotrop angenommen werden, obwohl dies unter Umständen eine zu große Vereinfachung darstellt.

In Abbildung 58 ist ein Beispiel für eine Zugprüfung einer Leinwandprobe, die in einer großen Anzahl am Fachgebiet Kontinuumsmechanik und Materialtheorie (Prof. W. H. Müller) der TU Berlin im Rahmen der Gastprofessur der Autorin (WiSe 2020/21 und SoSe 2022) durchgeführt worden ist, dokumentiert. Die Raumtemperatur und relative Luftfeuchte haben  $\theta = 20^\circ\text{C} (-^+ 2^\circ\text{C})$ ,  $\phi = 33\% (-^+ 10\%)$  betragen. Der Kraftsensor



Abb. 58: Versuchsaufbau für Zugtests an beschichteten und unbeschichteten Gemäldeproben

auf der linken Seite ist fest verbaut. Der weggeregelte Kolben auf der rechten Seite ist beweglich gelagert. Der Kolben zieht an der gehaltenen Probe und dokumentiert den Verfahrweg. Die Verfahrgeschwindigkeit beträgt 20 mm/min. Zeitsynchron über gibt der Kraftsensor das gemessene kraftproportionale Spannungssignal an die Datenerfassungseinheit. Die Abmessungen der Gemäldeproben sind durchschnittlich  $L \times B = 110 \text{ mm} \times 6 \text{ mm}$  mit einer maximalen Abweichung von 5 % in beide Richtungen.

Über die Zugversuche hinaus sind Bestrebungen, den Versuchsaufbau aus Abbildung 58 für Scher- und Biegeversuche zu modifizieren, angestellt worden. Allerdings hat sich herausgestellt, dass das Nutzsignal für eine wissenschaftliche Verwertung zu klein ist. Der Anteil der Zugbelastung der Probe und die Verformung der Bewegungsumlenkperipherie haben einen zu großen Anteil an dem gemessenen kraftproportionalen Spannungssignal des Kraftsensors.

Da im Rahmen dieser Arbeit keine weiteren Mittel zur Verfügung gestanden haben, müssen die unternommenen Zugeversuche genügen, um das Materialverhalten der Testgemälde zu beschreiben. Die Messergebnisse sind in Abschnitt 5.6 dokumentiert.

**Vliesstoffe** aus Polyester sind beliebte Materialien in der Restaurierung, obwohl sie meistens für einen kurzen Zeitraum nach ihrer Herstellung Essigsäure ausgasen. Dies haben Untersuchungen (Oddy-Test und Gaschromatographie/Massenspektroskopie) am Deutschen Museum in München, Rijksmuseum in Amsterdam (NL) und Rathgen Forschungs-

Labor in Berlin ergeben. Essigsäure kann mit den organischen Materialien eines Gemäldes reagieren und diese abbauen. Da bislang keine alternativen Materialien zur Überbrückung von feinen Rissen (Fehlstellenergänzung), Kaschierungen, für die Unterlage fragiler Objekte [B14], [B15] und die effektive Bedämpfung der Bildträgerschwingungen gefunden worden sind sowie der ausdünstende Essigsäuredampf sehr gering ist, werden diese Vliese dennoch nach Ablagerung in offenen Systemen verwendet.

Gemäß ISO-Norm 9092 und CEN EN 29092 lautet die offizielle Definition: „Ein Vliesstoff ist ein Flächengebilde aus Fasern, Endlosfilamenten oder geschnittenen Garnen jedweder Natur oder jedweden Ursprungs, die in ein Vlies geformt oder verfestigt worden sind, mit allen möglichen Mitteln außer durch Weben, Wirken oder Stricken.“. Eine Stimme aus der Praxis, der internationale Verband der Vliesstoffindustrie (EDANA [B16]) schreibt „Vliesstoffe sind einzigartige, hoch technisierte und konstruierte Flächengebilde aus Fasern oder Filamenten, welche über weite Bereiche von Anwendungen und Produkten eingesetzt werden.“ ([63], S. 2). Diese Beschreibung spiegelt nicht nur eine Leidenschaft für Vliesstoffe wieder sondern auch die Tatsache, welche durch die Normung unterstrichen wird, dass es sich bei Polyestervliesen um Konstruktionswerkstoffe handelt. Dies impliziert, dass Polyestervliese mit gewünschten mechanischen Eigenschaften konstruiert und hergestellt werden können müssten.

Die im Weiteren betrachteten Akustikvliese „Caruso Isobond“ WLG 35, WLG 40 und WLG 45 (Hersteller: Caruso GmbH, Ebersdorf (D) [B17]) bestehen zu 100 % aus Polyesterfasern. In der Abbildung 59 werden die Akustikvliese präsentiert. Die Vliese bestehen

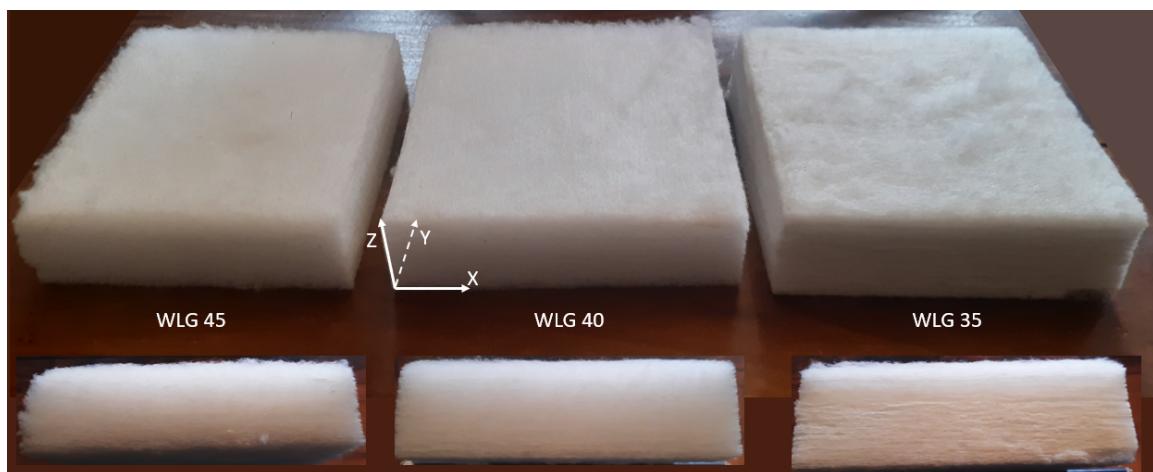
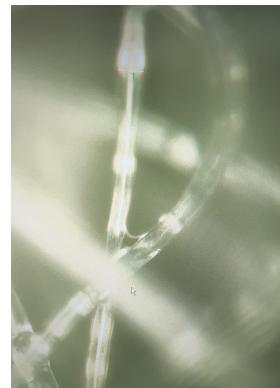


Abb. 59: Untersuchte Akustikvliese „Caruso Isobond“ WLG 35, WLG 40 und WLG 45

aus Schichten mit einer Dicke von 5 mm, welche bis zu einer Vliesthöhe von 50 mm aufgebaut werden können. Die Oberfläche ist flauschig. Der Schichtaufbau ist im unteren Bereich des Vlieses in der Seitenansicht deutlich erkennbar. Die Steifigkeit ist abhängig von der z-Koordinate. Die Steifigkeit nimmt in Richtung der Oberseite (positive z-Richtung) ab.

Die Fasern sind innerhalb einer Schicht zufällig angeordnet. Eine Aufnahme des Vlieses unter dem Mikroskop ist in Abbildung 60 dokumentiert. Die Dicke der Fasern beträgt 2,2 bis 3,2  $\mu\text{m}$ . Die Faser besitzen Noppen, die den Zusammenhalt der Fasern bewirken und eine Formstabilität über einen langen Zeitraum gewährleisten. Die erhältlichen Ma-

#### 4 Experimentelle Untersuchungen: Aufbauten und Durchführungen



Caruso Dibond WLG 45 bei 500-facher Vergrößerung

Versuchsaufbau

Abb. 60: Untersuchung des Akustikvlieses mit dem Mikroskop (Keyence VH-Z500) am Fachgebiet für Systemdynamik und Reibungsphysik, TU Berlin

terialdaten sind in Tabelle 9 dokumentiert. Die Vliesstoffe sind zwar mitnichten isotrop,

| Vlies                    | WLG 45  | WLG 40 | WLG 35 |
|--------------------------|---|--------|--------|
| Dichte kg/m <sup>3</sup> | 17,3  | 23,3   | 43,7   |
| Brennbarkeit             | schwer entflammbar, erfüllt DIN 4102, Teil 1, u. a. |        |        |
| UV-Stabilität            | ja  |        |        |
| Verrottungssicherheit    | ja  |        |        |
| Recyclefähigkeit         | ja, umweltverträglich                               |        |        |
| Schadstofffreiheit       | ja  |        |        |
| Sortenreinheit           | ja, nach Öko-Tex Standard 100                       |        |        |

Tabelle 9: Erhältliche Materialeigenschaften des Akustikvlies „Caruso Isobond“ [B18]

homogen und besitzen keine linearen Eigenschaften, aber in erster Näherung müssen an dieser Stelle die Steigigkeitsinformationen aus einem Durckversuch genügen. Dementsprechend wird die Gültigkeit des Hookschen Gesetzes für ein isotopes Material auch für die Vliese angenommen.

Die für die Gemäldeproben genutzte Zugmaschine kann problemlos zu einer Druckprüfungsmaschine umgesetzt werden, wie in Abbildung 61 gezeigt ist. Die quadratische Druckplatte für die Prüfung der Vliesstoffe besitzt eine Kantenlänge von 30 cm. Die Probengröße ist ebenfalls B x H = 30 cm x 30 cm groß. Die Ergebnisse der Prüfungen sind in Abschnitt 5.6 dokumentiert.

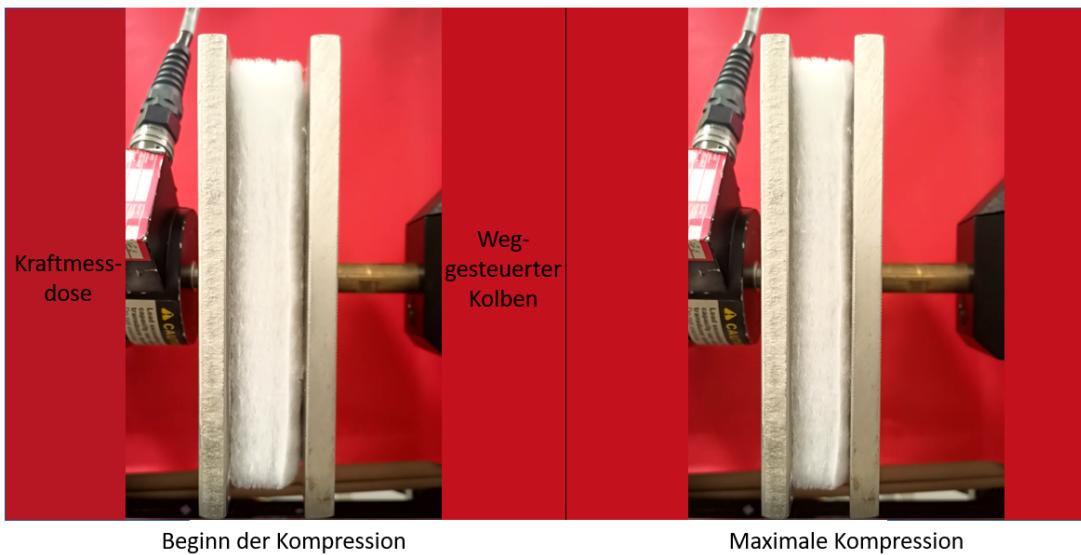


Abb. 61: Druckprüfung an einem Akustikvlies

**Rückseitenschutzplatten** für Gemälde, abgekürzt: Rückseitenplatten oder engl. backingsboards, bestehen meistens aus Polykarbonat oder Pappe [134]. Beispiele für Plattenware, die für Rückseitenschutzplatten von Gemälden Verwendung finden, sind

- Stegplatten aus Polycarbonat, z. B. [B21],
- Wellpappe, z. B. [B20],
- Wabenplatten aus Karton, z. B. [B19], aber auch
- CFK-Verbundplatten sind möglich.

Die innere Struktur der Platte ist für die Steifigkeit und das Steifigkeit-Masse-Verhältnis entscheidend. Im Hinblick auf die Festigkeit und günstiges Eigenschwingungsverhalten (Eigenfrequenzen der Rückseitenschutzplatten > 45 Hz), handelt es sich bei der Konstruktion einer gemäldespezifisch optimalen Rückseitenschutzplatte um ein klassisches Gestaltungsproblem des Leichtbaus. Für den Fall, dass für so ein Vorhaben keine Projektmittel zur Verfügung stehen, muss auf existierende grundsätzlich geeignete Plattenware, wie die, die in Abbildung 62 gezeigt ist, zurückgegriffen werden.

Genau wie bei den Vliestoffen ist mit Oddy-Tests und gaschromatographischen Untersuchungen festgestellt worden, dass jegliche im Handel erhältliche Plattenware aus Pappe und Karton entgegen der Herstellerangaben Essigsäure und 2-Ethyl-Hexyl-Ester ausdunsten. Dennoch kann auf diese Lösung nicht verzichtet werden, da das Steifigkeits-Masse-Verhältnis viel besser ist als von den Polykarbonatplatten. Dementsprechend werden die gleichen Vorsichtsmaßnahmen ergriffen, wie bei den Vliestoffen.

Steifigkeitseigenschaften der Plattenware werden in der Regel vom Hersteller nicht zur Verfügung gestellt. Daher wird dieselbe Modellannahme wie bei den Vliestoffen getroffen und es werden Drucktests durchgeführt. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 63 gezeigt.

Die zylinderförmige Druckplatte besitzt einen Durchmesser von 6 cm. Die Probengröße ist B x H = 15 cm x 15 cm groß.

Die Ergebnisse der Prüfungen sind in Abschnitt 5.6 dokumentiert.

#### 4 Experimentelle Untersuchungen: Aufbauten und Durchführungen

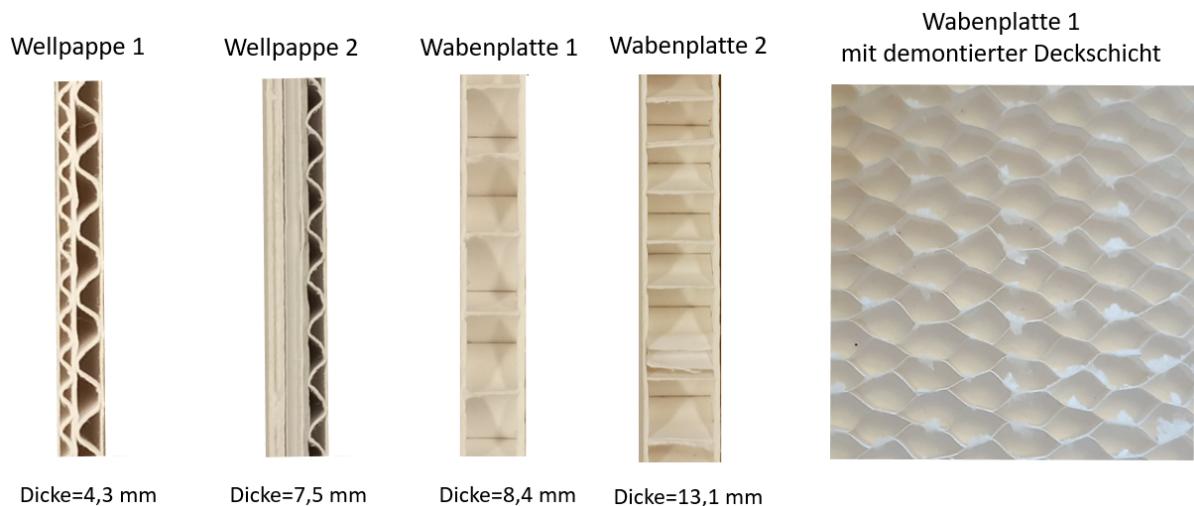


Abb. 62: Schicht- und Flächenstrukturen einiger untersuchter Rückseitenschutzplatten für Gemälde

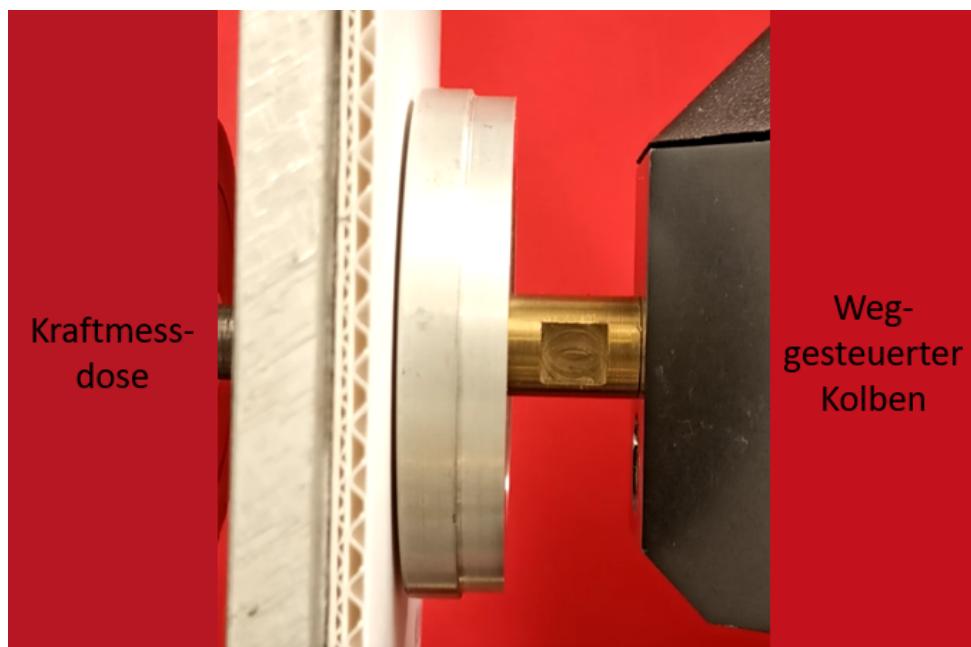


Abb. 63: Druckprüfung an einem Wabekarton (Dicke 13 mm) der Firma Klug - Conservation

**Drahtseilfedern** sind im Transport- und Maschinenwesen sehr beliebte elastische Lagerlemente, da sie einerseits effektiv für die Schwingungsisolation ab einem relativ niedrigen Frequenzbereich eingesetzt werden können, über eine gewisse Dämpfung durch trockene Reibung verfügen und durch ihr stark progressives Steifigkeitsverhalten im Zugfall Schockamplituden effektiv begrenzen und reduzieren. Darüber hinaus sind Drahtseilfedern dauerhaftfest, unempfindlich gegenüber klimatischen Veränderungen und altern nicht.

All diese Eigenschaften sind starke Vorteile gegenüber den üblicherweise verwendeten Verpackungsmaterialien aus geschlossenzelligem Schaumstoff (z. B. Plastazote® und

Ethafoam®). Drahtseilfedern können eingesetzt werden, um die Schwingungsantwort von Gemälden und Museumsobjekten in Transportkisten gezielt so zu beeinflussen, dass die resultierenden mechanischen Spannungen in den Kunstwerken während der Verbringung so klein wie möglich sind.

Für die Auslegung einer solchen Lagerung muss das Steifigkeitsverhalten der Federn bekannt sein. Da Drahtseilfedern (Abbildung 64), wenn sie jeweils als diskretes Lagerelement betrachtet werden, über 6 Freiheitsgrade verfügen, sind die zugehörigen Steifigkeitstests relativ aufwendig. In der Regel stellen Hersteller die Daten nicht zur Verfügung. Auf der

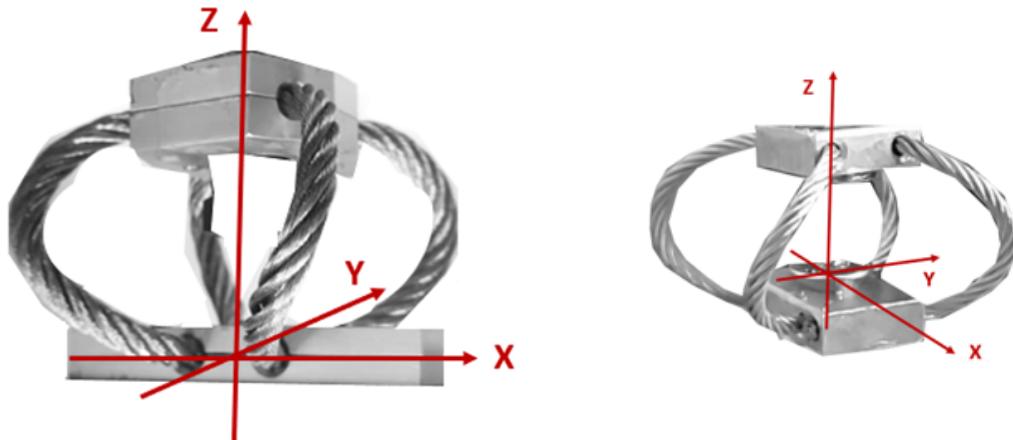


Abb. 64: Getestete Drahtseilfedern mit ihren Bezugssachsen: Typ 1 (links), Typ 2 (rechts)

anderen Seite wäre es ideal Drahtseilfedern mit gewünschtem Steifigkeitsverhalten herzustellen. Dies ist aber bislang nur auf dem iterativen experimentellen Wege gelungen [B1].

In den Abbildungen 65 und 66 sind die verschiedenen Steifigkeitsuntersuchungen insbesondere der Beanspruchungsrichtungen der zwei am meisten im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Drahtseilfedertypen in der Polycal-Bauform dokumentiert.

Drahtseilfedern in Helical-Bauform eignen sich nicht für den Transport von Gemälden, da die Querempfindlichkeit zu groß ist und Instabilitäten entstehen können. Die Ergebnisse der Prüfungen im Rahmen dieser Arbeit sind in Abschnitt 5.6 dokumentiert.

**Haftung und Reibung** werden in der linearen Theorie mit dem Coulombschen Haftungsbzw. Reibungsgesetz beschrieben. Ziel der Reibungsversuche ist die Bestimmung der Haftungs- bzw. Reibungskonstante oder des -beiwertes.

In der vorliegenden Fragestellung besteht das Interesse in der Haftung eines Vliesstoffes an der Leinwand darin, dem Relaxationsprozess des Textils entgegenzuwirken und die Schwingungen der Leinwand effektiv zu reduzieren. Für eine erste Behandlung des Themas wird der in Abbildung 67 gezeigte Versuchsaufbau am Fachgebiet Systemdynamik und Reibungsphysik (Prof. V. Popov) der TU Berlin im Rahmen von Studienabschlussarbeiten, die die Autorin als Gastprofessorin an der TU Berlin betreut hat (WiSe 2020/21 und SoSe 2022), durchgeführt.

Haftungs- und Reibungskoeffizienten können in der Regel nur experimentell ermittelt werden. Sie hängen von den beiden KontaktPartner ab. In Abbildung 67 werden das doublierte

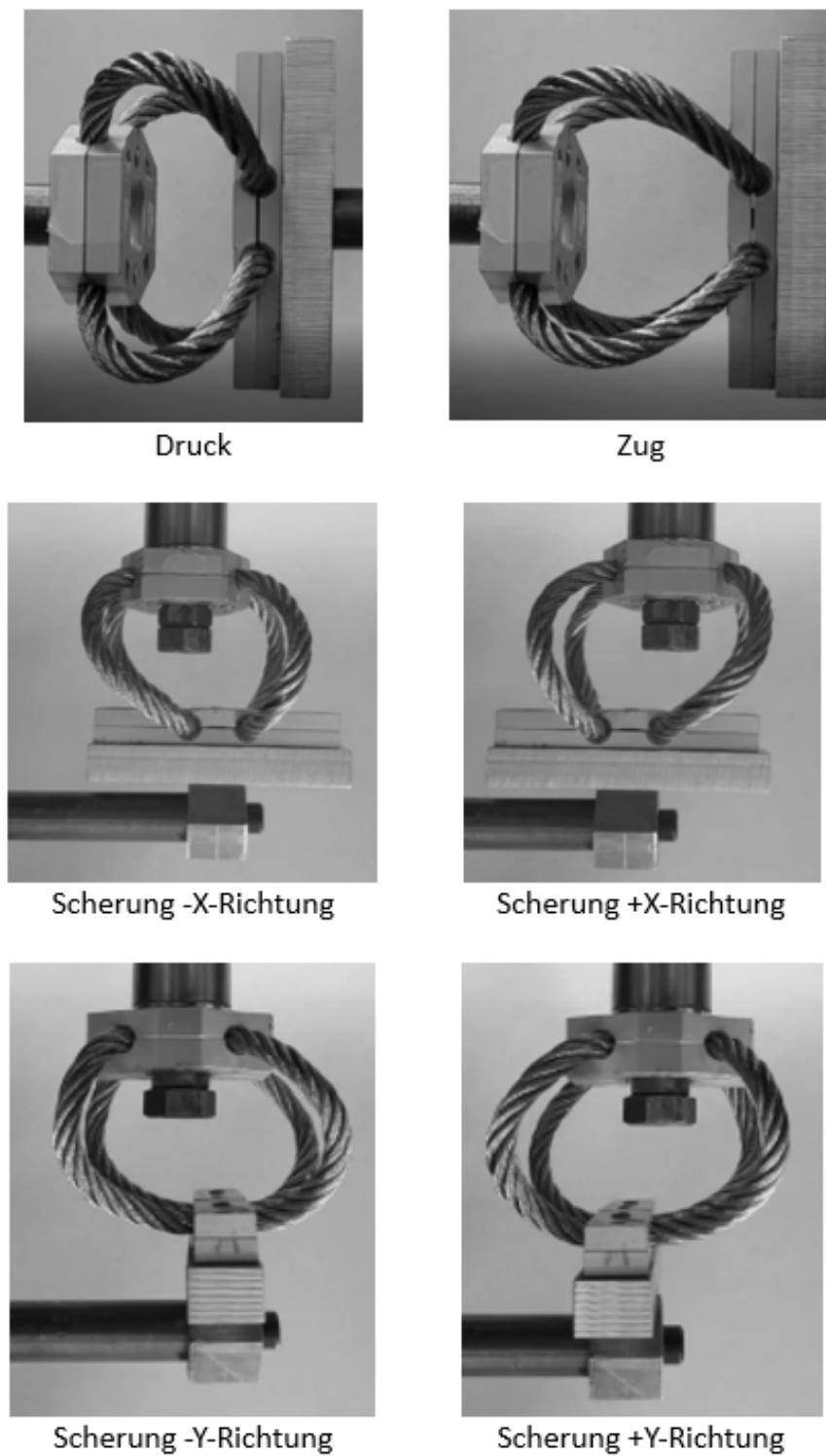


Abb. 65: Getestete Beanspruchungsrichtungen der Drahtseilfeder Typ 1 (Höhe: 64 mm, Seildicke: 6,0 mm), Videos: Muvvala, Bildbearbeitung: K. Kracht



Druck



Zug



Scherung -X-Richtung



Scherung +X-Richtung



Scherung -Y-Richtung



Scherung +Y-Richtung



Torsion



Kippung um die X-Achse



Kippung um Y-Achse

Abb. 66: Getestete Beanspruchungsrichtungen der Drahtseilfeder Typ 2 (Höhe: 20 mm, Seildicke: 2,0 mm), Videos: Y. Qaddoura, Bildbearbeitung: K. Kracht

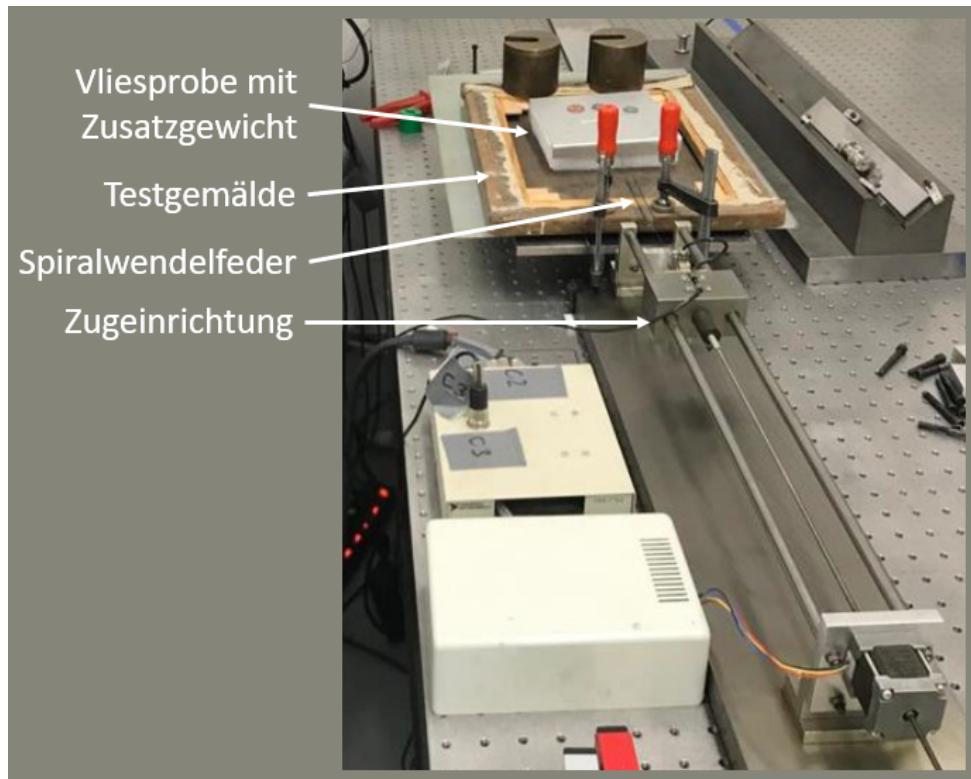


Abb. 67: Versuchsaufbau für die Reibversuche, Quelle: S. C. Franco

Testgemälde F und ein Akustikvlies untersucht. Eine effektive Bestimmung der gesuchten Koeffizienten ist die Ausnutzung des Stick-Slip-Effektes. Dazu wird die Vliesprobe mit einem definierten Gewicht an die Rückseite des Testgemäldes gedrückt. Anschließend wird die Vliesprobe mit einer Geschwindigkeit von 0,5 mm/s über das Testgemälde gezogen. Zwischen Vliesprobe und Schrittmotor ist eine Spiralwendelfeder eingebaut. Die Feder längt sich so lange, bis die Federrückstellkräfte so groß sind, dass die Vliesprobe in Bewegung gesetzt wird. In Konsequenz verringern sich die Federkräfte bis die Vliesprobe wieder in Ruhe ist. Der Kraftverlauf im Zugseil wird gemessen.

Da sowohl die Fasern des Vlieses als auch des Testgemäldes eine Richtung besitzen, werden alle Kombinationen aus „parallel zur Zugrichtung“ und „senkrecht zur Zugrichtung“ getestet. Die Ergebnisse der Reibversuche sind in Abschnitt 5.6 dokumentiert.

# **5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen**

Der Fokus der Auswertung der experimentellen Untersuchungen liegt auf

- der statischen Verformung in stehender und liegender Position der Gemälde,
- dem dynamischen Verhalten der Gemälde mit dem Studium der Wellenausbreitung und der Wellenreflexion an den Rändern im Zusammenhang mit der Ausprägung charakteristischer Schwingungsmoden und
- Aspekten des Materialverhaltens in Bezug auf Dauerschwingungen, Thermomechanik, Elastizität, Plastizität und Dämpfung der Testgemälde sowie von Materialien zur Beeinflussung des mechanischen Verhaltens von Gemälde.

Grundlage für die Wahl der Kriterien, unter denen die statische Verformungen, Wellenformen und Schwingungsmoden der verschiedenen Testgemälde betrachtet und verglichen werden, sind die Feldgleichungen der verschiedenen Plattentheorien. Die Haupteinflussgrößen sind die Steifigkeit, Dichte, Größe und Aufspannung zur Abschätzung und genauen Berechnung der Dynamik der Gemälde am wichtigsten. Aufgrund der Größe und der Aufspannungsart, werden die Testobjekte der Tabelle 10, die die priorisierten Informationen über die Testobjekte enthält, in die Gruppen:

- Gruppe 1: Testobjekte 1 bis 7
- Gruppe 2: Testobjekte 8 bis 10
- Gruppe 3: Testobjekt 12

sortiert.

Messergebnisse liegen von den Testobjekten der Tabelle 10 in den Konfigurationen, die in Tabelle 11 deklariert werden, vor.

## 5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

| Information                      | Nr.1 B                          | Nr.2 D6                         | Nr.3 F                               |
|----------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------|
| <b>Vorspannung</b>               | schlaff                         | normal                          | normal                               |
| <b>Rahmen</b>                    | Keilrahmen                      | Keilrahmen                      | Keilrahmen                           |
| <b>Größe o. Zierrahmen (BxH)</b> | 30 cm x 40 cm                   | 30 cm x 40 cm                   | 30 cm x 40 cm                        |
| <b>Anzahl Doublierungen</b>      | 0                               | 0                               | 1, part. delaminiert                 |
| <b>Farbe/Bindemittel/Dicke</b>   | Hautleim, normal                | Öl, normal                      | Öl, fein & pastos                    |
| <b>Schädigungen</b>              | nein                            | Craquelé &<br>vernähter Riss    | Craquelé &<br>Abplatzungen           |
| Information                      | Nr.4 G2                         | Nr.5 H2                         | Nr.6 H3                              |
| <b>Vorspannung</b>               | normal                          | normal                          | normal                               |
| <b>Rahmen</b>                    | Keilrahmen                      | Keilrahmen                      | Keilrahmen                           |
| <b>Größe o. Zierrahmen (BxH)</b> | 30 cm x 40 cm                   | 40 cm x 60 cm                   | 40 cm x 60 cm                        |
| <b>Anzahl Doublierungen</b>      | 0                               | 0                               | 1                                    |
| <b>Farbe/Bindemittel/Dicke</b>   | Öl, normal                      | Öl, normal                      | Öl, normal                           |
| <b>Schädigungen</b>              | verklebter Riss                 | Verdehnungen                    | nein                                 |
| Information                      | Nr.7 TG01                       | Nr.8 Rot-Schwarz                | Nr.9 Zell am See                     |
| <b>Vorspannung</b>               | normal                          | stark                           | normal                               |
| <b>Rahmen</b>                    | Keilrahmen                      | Keilrahmen                      | Keilrahmen                           |
| <b>Größe o. Zierrahmen (BxH)</b> | 60 cm x 40 cm                   | 40 cm x 60 cm                   | 90 cm x 70 cm                        |
| <b>Anzahl Doublierungen</b>      | 0                               | 0                               | 1                                    |
| <b>Farbe/Bindemittel/Dicke</b>   | Öl, fein                        | Acryl, pastos                   | Öl, normal                           |
| <b>Schädigungen</b>              | nein                            | nein &                          | Craquelé &<br>Abplatzungen           |
| Information                      | Nr.10 Revolution                | Nr.11 Fastnacht                 | Nr.12 anonymisiert                   |
| <b>Vorspannung</b>               | teilw. schlaff                  | teilw. schlaff                  | normal                               |
| <b>Rahmen</b>                    | Keilrahmen                      | Keilrahmen                      | Draht und Federn                     |
| <b>Größe o. Zierrahmen (BxH)</b> | 116 cm x 80 cm                  | 100 cm x 160 cm                 | ca. 430 cm x 360 cm                  |
| <b>Anzahl Doublierungen</b>      | 0                               | 0                               | 1                                    |
| <b>Farbe/Bindemittel/Dicke</b>   | Öl, beidseitig<br>bemalt        | Öl, normal                      | Öl, normal                           |
| <b>Schädigungen</b>              | diverse siehe<br>Abschnitt 10.1 | diverse siehe<br>Abschnitt 10.2 | Beulen, Craquelé<br>Vernähungen etc. |

Tabelle 10: Priorisierte Informationen über die Gemäldestestobjekte in Abbildung 33

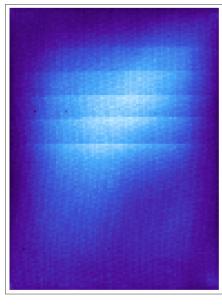
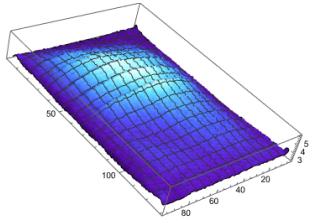
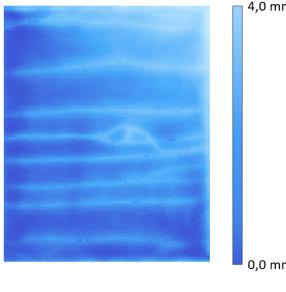
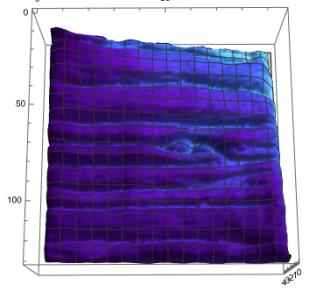
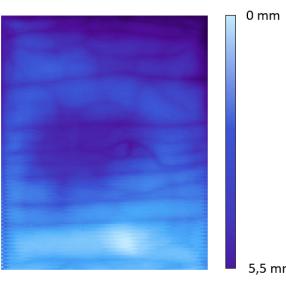
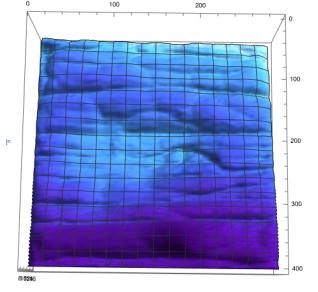
| Testobjekt                | Konfig. 1  | Konfig. 2                                      | Konfig. 3                               |
|---------------------------|--|--|---|
| <b>Nr.1 B</b>             | Zustand nach FP 1                                |  |   |
| <b>Nr.2 D6</b>            | Zustand nach FP 1                                | Mit vernähtem Riss<br>(siehe Abschnitt 3.2.2)  |   |
| <b>Nr.3 F</b>             | Doubliert  | Doubliert & gealtert                           |   |
| <b>Nr.4 G2</b>            | Mit verklebten Riss                              |  |   |
| <b>Nr.5 H2</b>            | Nach Herstellung &<br>Alterung (Abschnitt 3.2.2) |  |   |
| <b>N.6 H3</b>             | Doubliert  | Doubliert & gealtert                           |   |
| <b>Nr.7 TG01</b>          | Nach Herstellung &<br>(Abschnitt 3.2.2)          | Nach Schocksequenz<br>(Abschnitt 4.1)          |   |
| <b>Nr.8 Rot-Schwarz</b>   | Nat. Alter 10 Jahre                              |  |   |
| <b>Nr.9 Fastnacht</b>     | Nat. Alter 92 Jahre<br><br>Vor Restaurierung     | Nat. Alter 93 Jahre<br><br>Nach Restaurierung  | Wie Konfig. b &<br>mit Rückseitenschutz |
| <b>Nr.10 Zell am See</b>  | Nat. Alter 85 Jahre                              | Doubliert                                      | Doubliert & gealtert                    |
| <b>Nr.11 Revolution</b>   | Nat. Alter 100 Jahre<br><br>Vor Restaurierung    | Nat. Alter 100 Jahre<br><br>Nach Restaurierung |   |
| <b>Nr.12 anonymisiert</b> | Nat. Alter etwa 400 Jahre                        |  |   |

Tabelle 11: Untersuchte Konfigurationen der Testgemälde

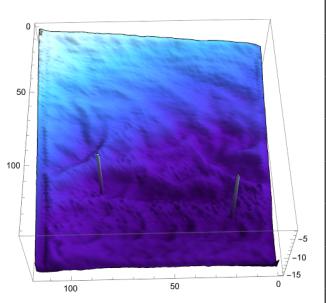
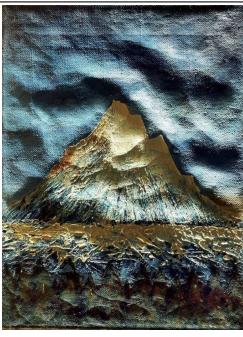
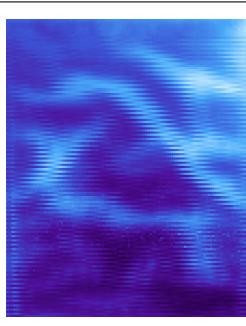
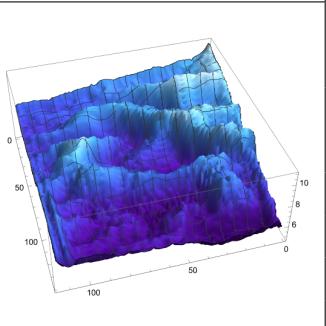
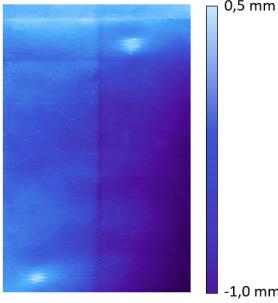
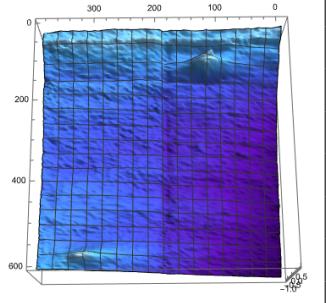
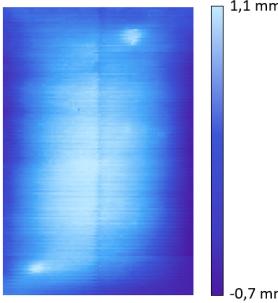
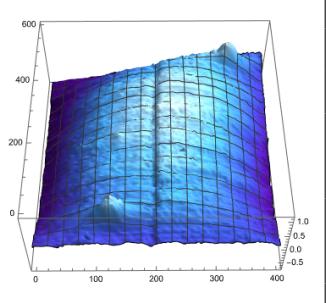
## 5.1 Statische Grundauslenkung

Die statische Grundauslenkung der Vorderseite ausgewählter Testgemälde in zum Teil unterschiedlichen Konfigurationen ist in Tabelle 12 dokumentiert. Die Kontur der Vorderseite ist bei einer sehr hohen Auflösung mit einem Fingerabdruck vergleichbar [251].

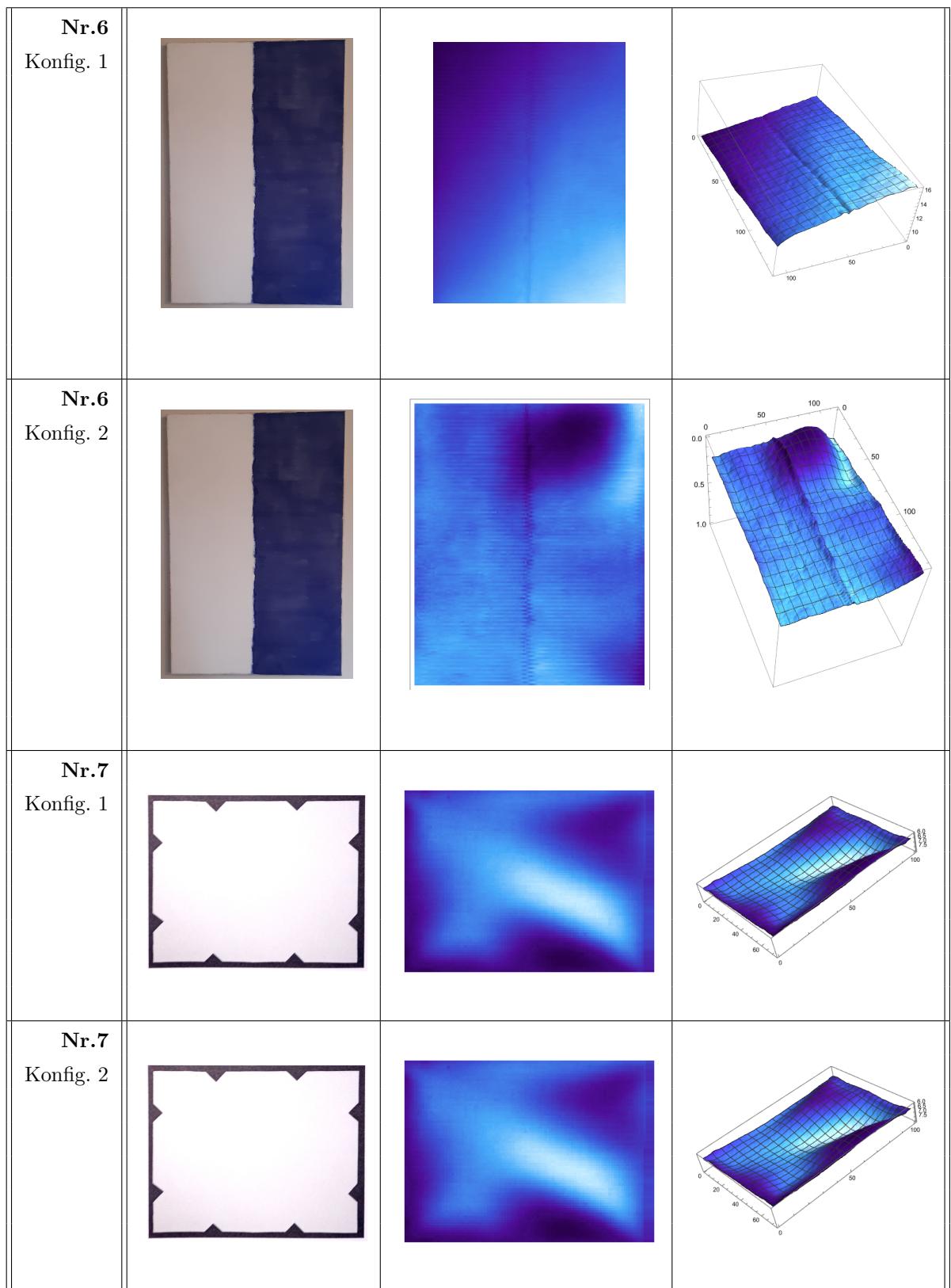
Die Kontur der Rückseite ist entweder glatt oder die Verwölbungen passen sich denen der Vorderseite an. Dies hängt u. a. von der Art der Schüsselbildung ab (siehe Anhang A1, Abbildung 271) und muss gemäldespezifisch analysiert werden. Ideal ist eine synchrone Messung der Kontur der Vorder- und Rückseite. Die Notwendigkeit einer synchronen Messung erschließt sich aus der häufig beobachteten Tendenz von Gemälden, ad hoc Beulen und Falten auszuprägen [132]. Die Durchführung derartiger Messungen übersteigt allerdings den zeitlichen und finanziellen Rahmen dieser Arbeit.

| Testobjekt                             | Foto  | 2-D Ansicht  | 3-D-Ansicht   |
|--|---|--|---|
| Nr.1<br>Konfig. 1<br>mit<br>DIC-Specke |   |    |   |
| Nr.2<br>Konfig. 1                      |  |  |  |
| Nr.2<br>Konfig. 2<br>mit<br>DIC-Specke |  |  |  |

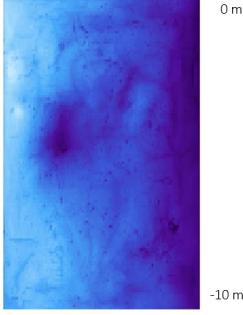
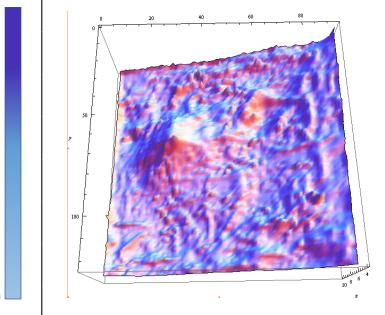
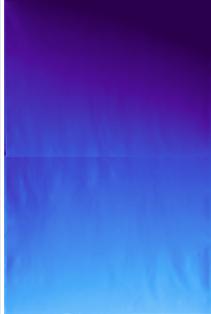
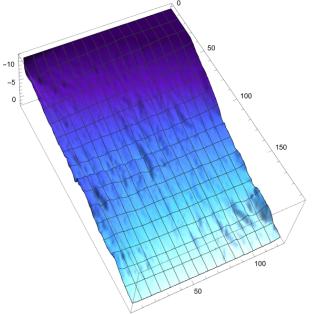
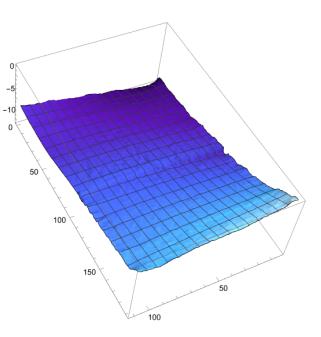
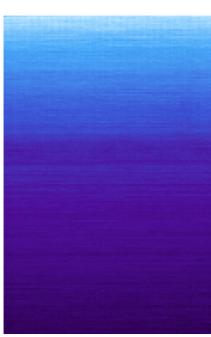
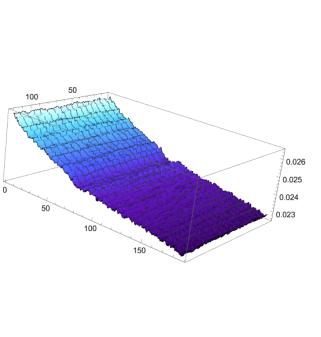
## 5.1 Statische Grundauslenkung

|                                     |   |   |  |
|-------------------------------------|---|---|--|
| <b>Nr.3</b><br>Konfig. 1            |    |    |    |
| <b>Nr.3</b><br>Konfig. 2            |   |   |   |
| <b>Nr.5</b><br>Konfig. 1<br>stehend |  |  |  |
| <b>Nr.5</b><br>Konfig. 1<br>liegend |  |  |  |

## 5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen



## 5.1 Statische Grundauslenkung

|                   |   |   |  |
|-------------------|---|---|--|
| Nr.8<br>Konfig. 1 |    |    |    |
| Nr.9<br>Konfig. 1 |   |   |   |
| Nr.9<br>Konfig. 2 |  |  |  |
| Nr.9<br>Konfig. 3 |  |  |  |

## 5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

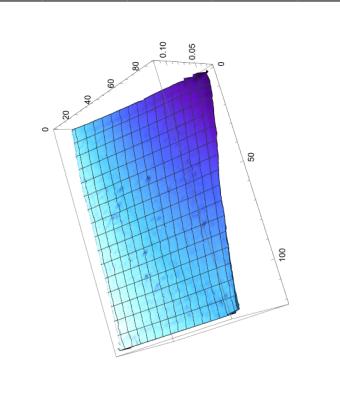
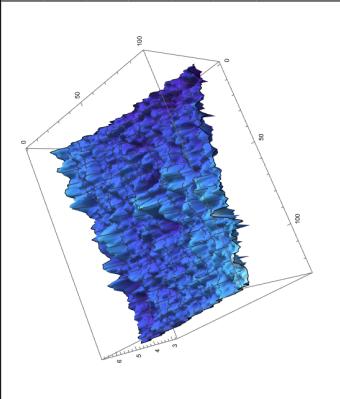
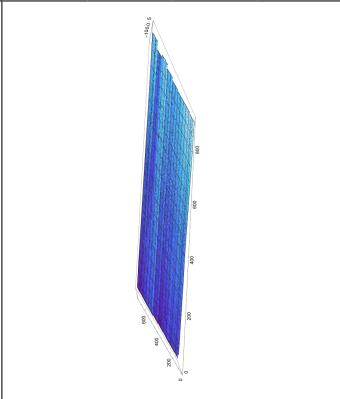
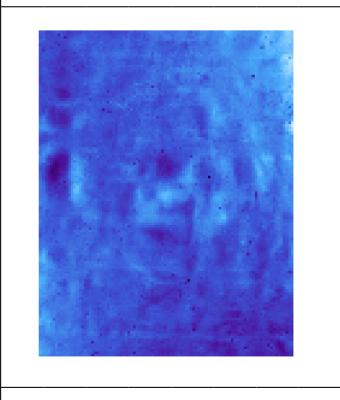
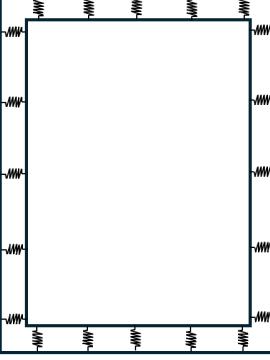
|  |  |   |
|--|--|---|
|                                     |                                     |                                     |
|                                    |                                    |                                    |
| <b>Nr.10</b><br>Konfig. 1<br><br> | <b>Nr.11</b><br>Konfig. 1<br><br> | <b>Nr.12</b><br>Konfig. 1<br><br> |

Tabelle 12: Statische Verformung der Testgemälde

**Testgemälde 1** beult aus und weist Falten im statischen Gleichgewicht auf. Das Beulen ist auf eine mangelnde Vorspannung, d. h. im vorliegenden Fall ist die Bildfläche größer als die Fläche, die vom Keilrahmen aufgespannt wird, zurückzuführen. Die Falten entstehen durch die punktuelle Befestigung des Bildträgers an dem leicht verzogenen Keilrahmen mittels Tackernadeln.

**Testgemälde 2** ist in den Konfigurationen 1: „Ausgangszustand nach FP 1“ und 2: „Genähter Riss mit gekitteter und planierter Farbschicht“ untersucht worden. In Konfiguration 1 ist das Craquelé, der verzogene Keilrahmen und Verwölbungen der bemalten Leinwand erkennbar. Die Verwölbungen besitzen Auslenkungen in der Größenordnung der Dicke der bemalten Leinwand. Ausgezeichnete Falten sind nicht sichtbar. In Konfiguration 2 sind im oberen Gemäldebereich Sprünge in der Farbschicht hinzugekommen. Außerdem ist der planierte Bereich deutlich zu erkennen. Ausgezeichnete Falten sind nicht detektiert worden, die Verwölbungen sind durch die Planierungen im Rissbereich eher geringer geworden.

**Testgemälde 3** ist in der Konfiguration 1: „Frisch doubliert“ und in Konfiguration 2: „Doubliert & gealtert“ untersucht worden. In beiden Konfigurationen ist der stark verzogene Keilrahmen gut sichtbar. Die pastosen Farbbereiche sowie leichte Verwölbungen der Leinwand kennzeichnen die statische Gleichgewichtslage der Konfiguration 1. Die Verwölbungen der Leinwand haben sich während der künstlichen Alterung stark vergrößert. An den Stellen mit lokal maximalen Verwölbungen ist die Haftung der zweiten Leinwand an der ersten nicht mehr gegeben.

Für **Testgemälde 4** liegen keine Untersuchungsergebnisse in Bezug auf die statische Grundauslenkung vor.

**Testgemälde 5** weist in Konfiguration 1 sowohl in stehender als auch in liegender Position zwei kappenförmige Beulen in der Leinwand und den Malschichten auf. Verwölbungen im Übergangsbereich von der oberen Keilrahmenstrebe zur freien Fläche sind vor allem in der stehenden Position zu erkennen. Der Bauch, der sich in der liegenden Position aufgrund der Wirkung des Gravitationsfeldes der Erde herausbildet, verstärkt die Sichtbarkeit der erhöhten Steifigkeit des Übergangsbereiches von der weißen Seite zur blauen Seite durch eine gebildete Rille.

**Testgemälde 6** besitzt in seiner Konfiguration 1 denselben Aufbau wie das Testgemälde 5. Deutlich erkennbar ist die Rille im Übergangsbereich von weiß zu blau. Ansonsten ist die Kontur weitestgehend glatt. Nach der Doublierung und künstlichen Alterung (Konfiguration 2) weist Testgemälde 6 im oberen Bereich eine starke Beule auf. Dies erinnert an die Verwölbungen des Testgemäldes 3, wobei Testgemälde 6 keine Delaminierungen besitzt. Die in Konfiguration 1 detektierte Rille ist nun nach außen gekehrt und als „Kamm“ erkennbar. Zudem ist der Keilrahmen in Konfiguration 2 verzogen.

## 5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

**Testgemälde 7** besitzt in beiden Konfigurationen die gleiche Kontur. Die Einwirkung einer Schocksequenz hat keine detektierbaren Veränderungen der Oberfläche bewirkt. Die gesamte Bildfläche ist verzogen und besitzt Falten in Richtung beider Hauptdiagonalen.

**Testgemälde 8** besitzt in der oberen Hälfte links eine Beule, die mit bloßem Auge nicht sichtbar ist. Der Oberflächenscan des statischen Grundzustandes zeigt zudem die Verteilung der pastosen Malerei.

**Testgemälde 9** ist in den Konfigurationen 1: „Vor Restaurierung“, 2: „Nach Restaurierung“ und 3: „Nach Restaurierung mit Verglasung, Rückseitenschutz und Schwingschutz (Füllung der Gefache mit Polyestervlies)“ untersucht worden. In Konfiguration 1 treten Falten und Unebenheiten insbesondere in den Übergangsbereichen von farbig zu weiß bemalten Flächen und an den Rändern hervor. Durch restauratorische Maßnahmen (siehe Abschnitt 10.2) sind die Unebenheiten und Falten eliminiert worden. Allenfalls im mittleren Bereich ist eine horizontal verlaufende Rille erkennbar. Des Weiteren ist eine Restortion des Rahmens zu sehen. In Konfiguration 3 ist die Gesamtverformung des Gemäldes angewachsen. Die Ursachen für die in Konfiguration 2 und 3 detektierten Verformungen sind in Abschnitt 10.2 erläutert.

**Testgemälde 10** ist hauptsächlich durch seinen windschiefen Keilrahmen statisch grundverformt, wodurch sich eine diagonale Falte ausgehend von der linken unteren Ecke gebildet hat. Des Weiteren sind einige pastos bemalte Stellen vorhanden.

**Testgemälde 11** besitzt ebenfalls einen leicht windschiefen Keilrahmen. Falten haben sich nicht ausgebildet, aber Beulen. Die Farbe ist zum Teil pastos aufgetragen und/oder besitzt Protrusionen durch Metallseifen. Die Oberfläche ist demgemäß sehr uneben. Die bemalte Rückseite des Gemäldes beeinflusst die Oberfläche der Vorderseite ebenfalls. Dieser Aspekt kann aus finanziellen und zeitlichen Gründen nicht in dem in Abschnitt 10.1 beschriebenen Projekt berücksichtigt werden.

**Testgemälde 12** ist das einzige untersuchte Gemälde, welches alternativ zum Keil- oder Spannrahmen, wie in Abschnitt 6.1 beschrieben, aufgespannt ist. Durch die Federkonstruktion an den Rändern sind keine Falten in dem abgebildeten Konturplot sichtbar. Dies liegt allerdings auch an den Größenverhältnissen. Eine Beule mit einer Auslenkung von 3 mm in der oberen linken Ecke ist sehr klein im Verhältnis zu den geometrischen Abmaßen des Bildes. Insgesamt ist die untere linke Ecke im Vergleich zu den anderen um 1 cm aus der Ebene verschoben.

## 5.2 Dynamische Antworten auf Anregungen mit einem Rauschsignal

Die Anregung des Testgemäldes in der Versuchseinrichtung der Abbildung 49 erfolgt zwar durch den Shaker vertikal in der Bildebene, allerdings ist der Keilrahmen von Test-

### 5.3 Dynamische Eigenschaften: Wellencharakter und charakteristische Schwingungsmoden

gemälde B leicht verdreht und die Leinwand weist Wölbungen senkrecht zur Bildebene auf. Hierdurch wird das Testgemälde B auch senkrecht zur Bildebene angeregt. Aus diesem Gründen sind Transversalwellen, die sich innerhalb der Bildebene fortbewegen, die Hauptantwort des Testgemäldes. Eine Sequenz der Wellenantwort des Testgemäldes B bei vertikaler Schwingungsanregung ist in Abbildung 68, links dokumentiert. Die Schwin-

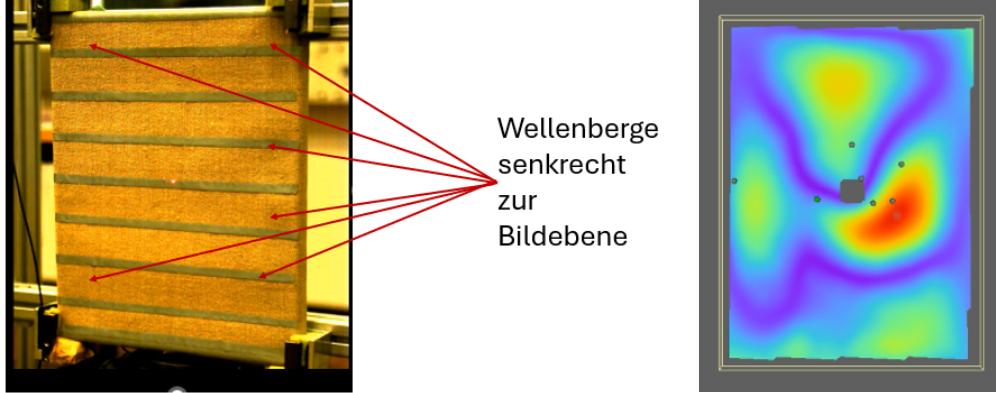


Abb. 68: Sequenzen der Wellenantworten von Testgemälde 1 bei unidirektionaler (links) und tridirektionaler (rechts) Schwingungsanregung

gungsantwort von Testgemälde B bei einer triaxialen Anregung auf der Versuchsanlage in Abbildung 54 besitzt ebenfalls Verschiebungs- und Verzerrungskomponenten in drei Raumrichtungen. Das Wellenausbreitungsverhalten ähnelt dem der monoaxialen Anregung sehr stark. In Abbildung 68, rechts, ist die Sequenz der Verschiebungskomponente senkrecht zur Bildebene der Antwort von B mit dem Zeitstempel  $t = 1,45\text{ s}$  präsentiert. Der rote Bereich markiert die maximale Auslenkung. Die maximale Amplitude beträgt 2 mm.

Die Messungen an den drei getesteten Gemäldedummies zeigen, dass die Verschiebungen in die Richtungen der Bildebene für alle Zeiten maximal 10 % der Verschiebungen senkrecht zur Bildebene betragen. Während des Durchschwingens durch die Mittelebene sind die Verschiebungen in allen drei Raumrichtungen in der gleichen Größenordnung. Exemplarisch sind in den Abbildungen 69 und 70 jeweils eine Bildsequenz mit der betragsmäßig maximalen und minimalen Durchbiegungen des Testgemäldes 2 zu sehen. Insbesondere die Sequenz mit dem Durchschwingen der bemalten Leinwand durch die Mittelebene (Abbildung 70) zeigt die Abweichungen von einer linearen Plattentheorie (Abschnitt 2). Die Abbildungen 71 bis 76 untermauern diesen Aspekt. Die Dehnungen während des Durchschwingens durch die Mittelebene sind offensichtlich größer als die in der Sequenz der maximalen Verschiebung.

## 5.3 Dynamische Eigenschaften: Wellencharakter und charakteristische Schwingungsmoden

Die Analyse der dynamischen Eigenschaften der Testgemälde dient dem Ziel der Modellierung der Gemälde, Interpretation der erzwungenen Schwingungen und der Möglichkeit aus diesen Informationen, Maßnahmen für den langfristigen Erhalt abzuleiten.

## 5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

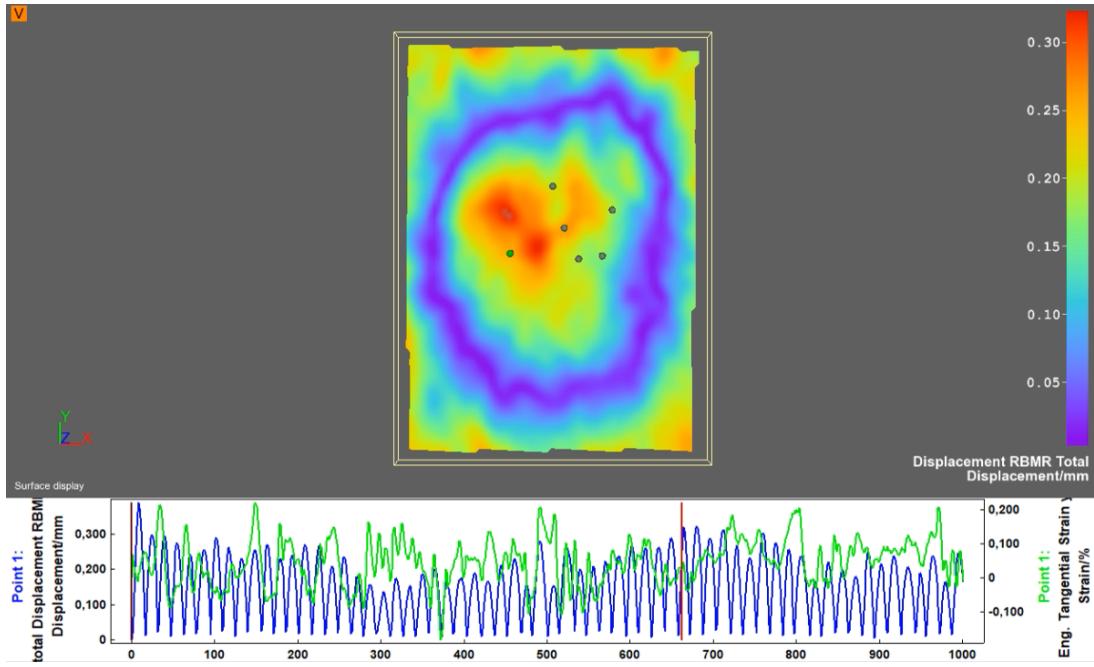


Abb. 69: Maximale betragsmäßige Verformung von Testgemälde 2

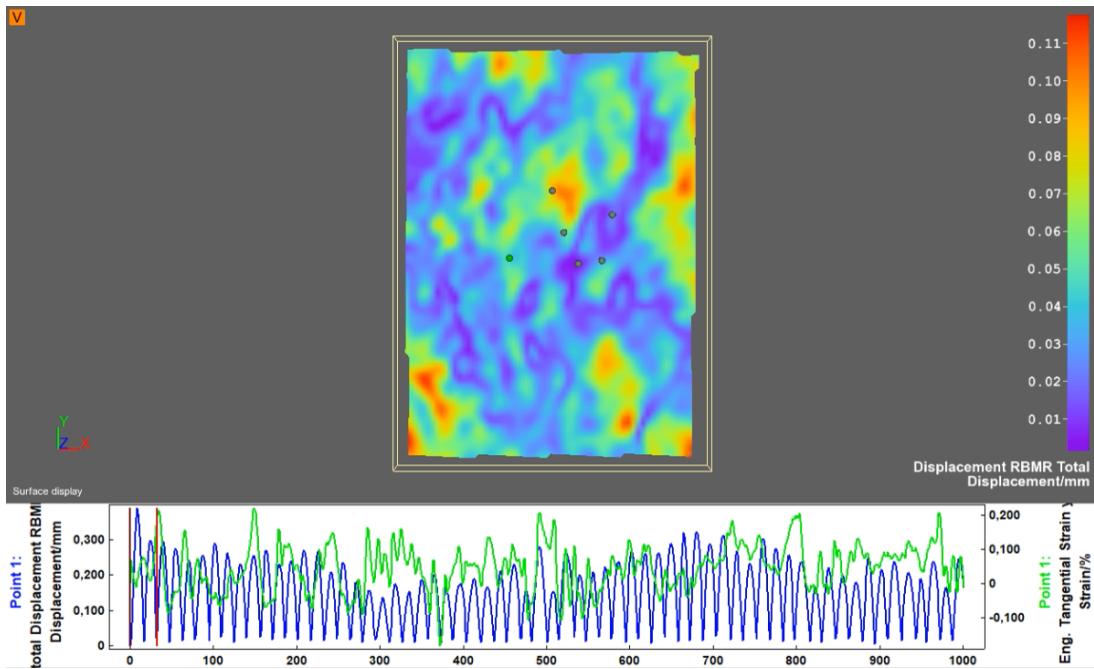


Abb. 70: Minimale betragsmäßige Verformung von Testgemälde 2 (Mittelebenendurchgang)

Aufgrund ihrer groben äußereren Merkmale gehören Gemälde zu den Flächentragwerken (Abschnitte 1.3.2 und 6). Im Detail betrachtet, ist davon auszugehen, dass Abweichungen von einer homogenen Platte auch zu Abweichungen im Wellencharakter und in den charakteristischen Schwingungsmoden führen. Dementsprechend sind in den Tabellen 13 bis 30 jeweils drei signifikante Sequenzen der mit dem Gemäldeprüfstand nach KRACHT (Abschnitt 4.2) gemessenen transversalen Wellen mit den zum entsprechenden Zeitpunkt wir-

### 5.3 Dynamische Eigenschaften: Wellencharakter und charakteristische Schwingungsmoden

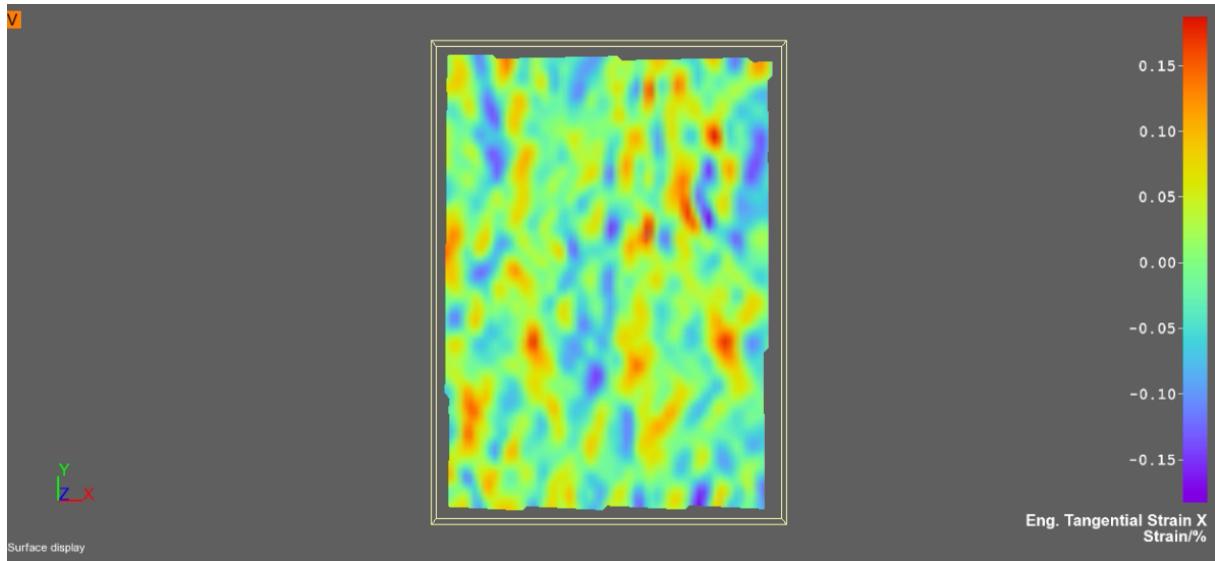


Abb. 71:  $\frac{\partial w(x,y,t)}{\partial x}$  zum Zeitpunkt der maximalen betragsmäßige Verformung von Testgemälde 2

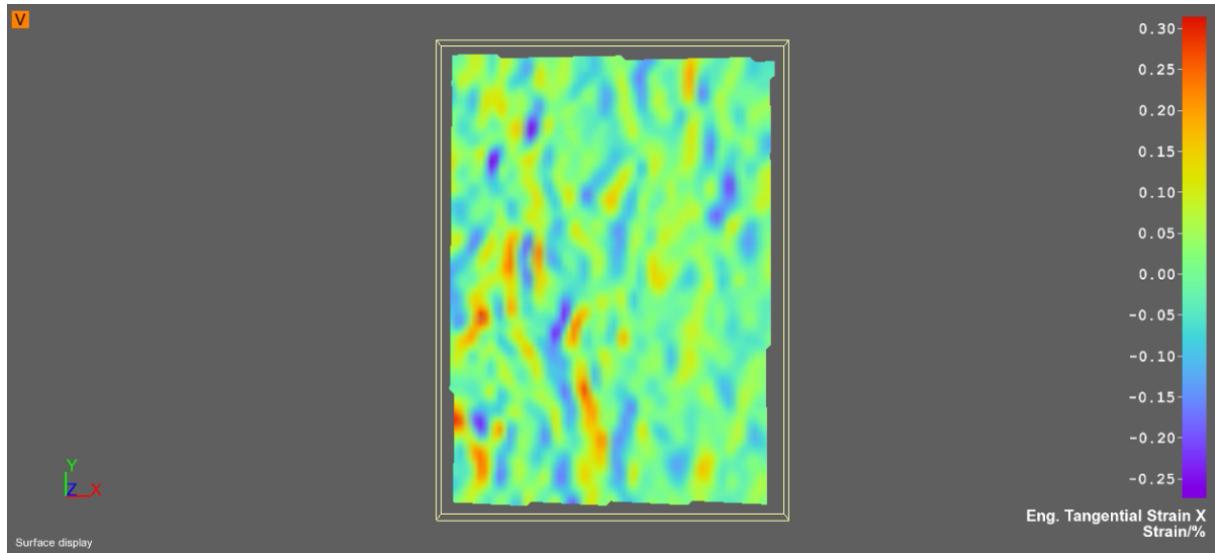


Abb. 72:  $\frac{\partial w(x,y,t)}{\partial x}$  zum Zeitpunkt der minimalen betragsmäßigen Verformung von Testgemälde 2 (Mittelebenendurchgang)

kenden Anregungsfrequenzen  $f_{A_{1,2,3}}$  abgebildet sowie die drei charakteristischen Schwingungsmoden, deren charakteristische Schwingungsfrequenzen zu den Anregungsfrequenzen  $f_{A_{1,2,3}}$  benachbart sind.

**Testgemälde 1** besticht durch eine lockere Aufspannung und punktuellen Befestigungen der Leinwand an einem verzogenen Keilrahmen. Die Steifigkeit der Beschichtung (gealteter Hasenleim und ein sehr dünn aufgetragenes Punktemuster für die Untersuchungen mittels Bildkorrelationsanalyse) ist nahezu Null. Da die Steifigkeit des Gewebes ebenfalls sehr klein ist, resultieren die Rückstellkräfte hauptsächlich aus der Vorspannung.

## 5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

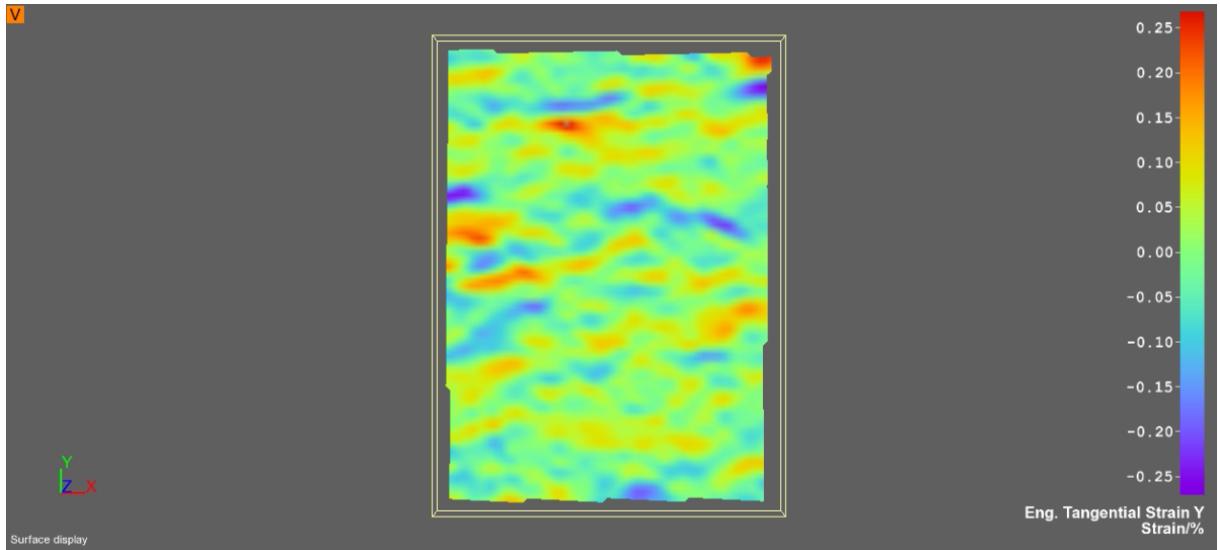


Abb. 73:  $\frac{\partial w(x,y,t)}{\partial x}$  zum Zeitpunkt der maximalen betragsmäßige Verformung von Testgemälde 2

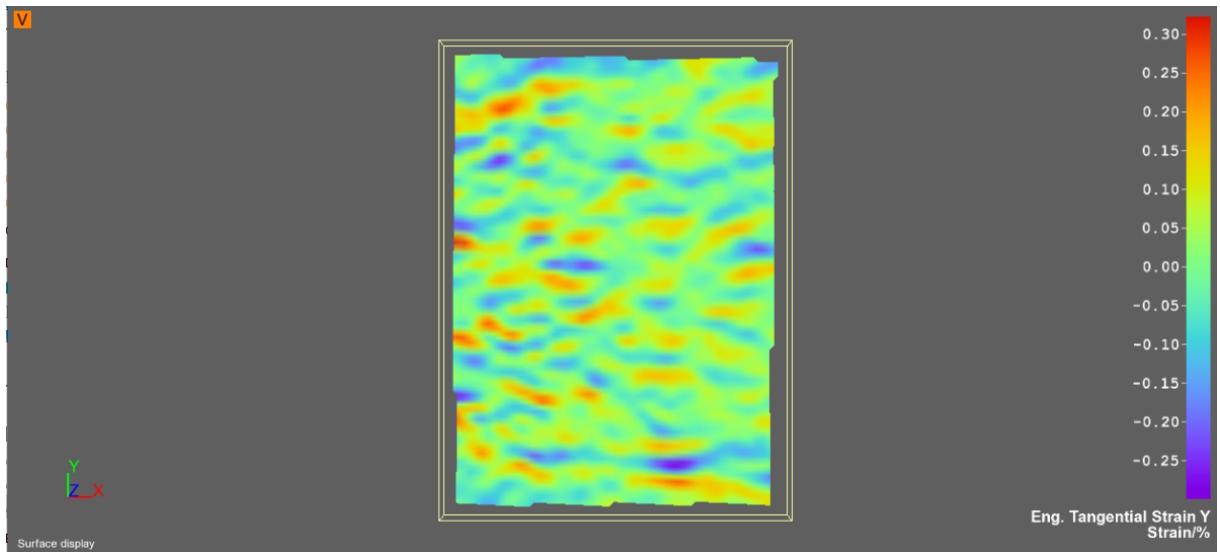


Abb. 74:  $\frac{\partial w(x,y,t)}{\partial y}$  zum Zeitpunkt der minimalen betragsmäßigen Verformung von Testgemälde 2 (Mittelebenendurchgang)

Die punktuelle Vorspannung verursacht bereits in der statischen Grundauslenkung horizontal verlaufende Falten 12. Diese treten auch in der Wellenform und den charakteristischen Schwingungsmoden auf. Des Weiteren folgen aus dem tordierten Keilrahmen asymmetrische char. Schwingungsmode.

Die Wellenberge rotieren entlang des Randes entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn. Aus dieser Beobachtung folgt, dass der Keilrahmen wie ein fester Rand wirkt.

**Testgemälde 2** weist in Konfiguration 1 drei erste, mit der einfachen Plattentheorie verträgliche charakteristische Schwingungsformen auf. Ein Unterschied sind die horizontal

### 5.3 Dynamische Eigenschaften: Wellencharakter und charakteristische Schwingungsmoden

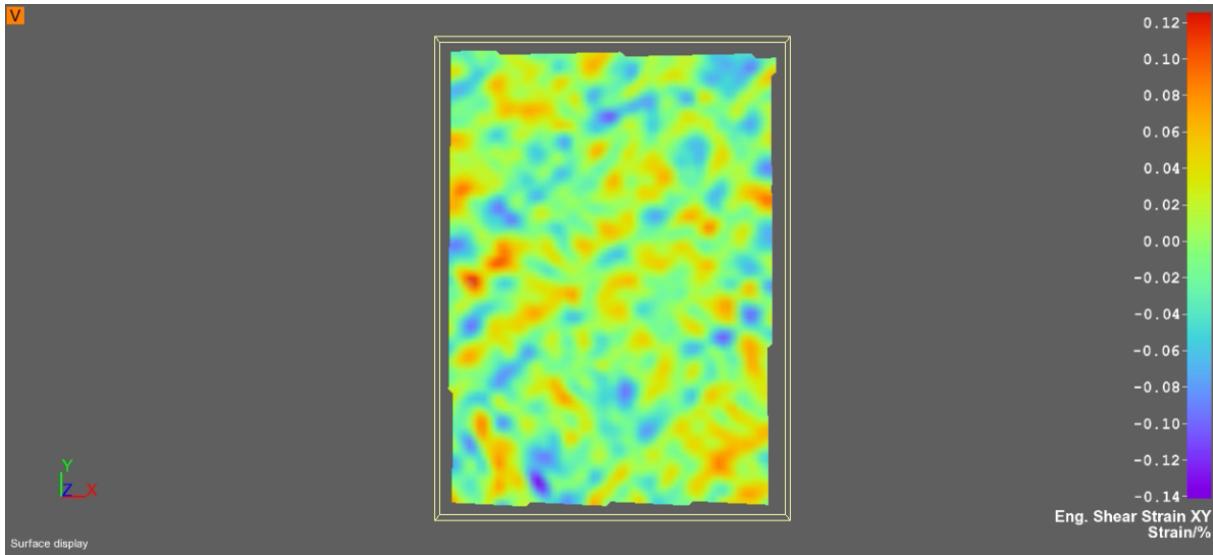


Abb. 75:  $\frac{\partial w^2(x,y,t)}{\partial x \partial y}$  zum Zeitpunkt der maximalen betragsmäßige Verformung von Testgemälde 2

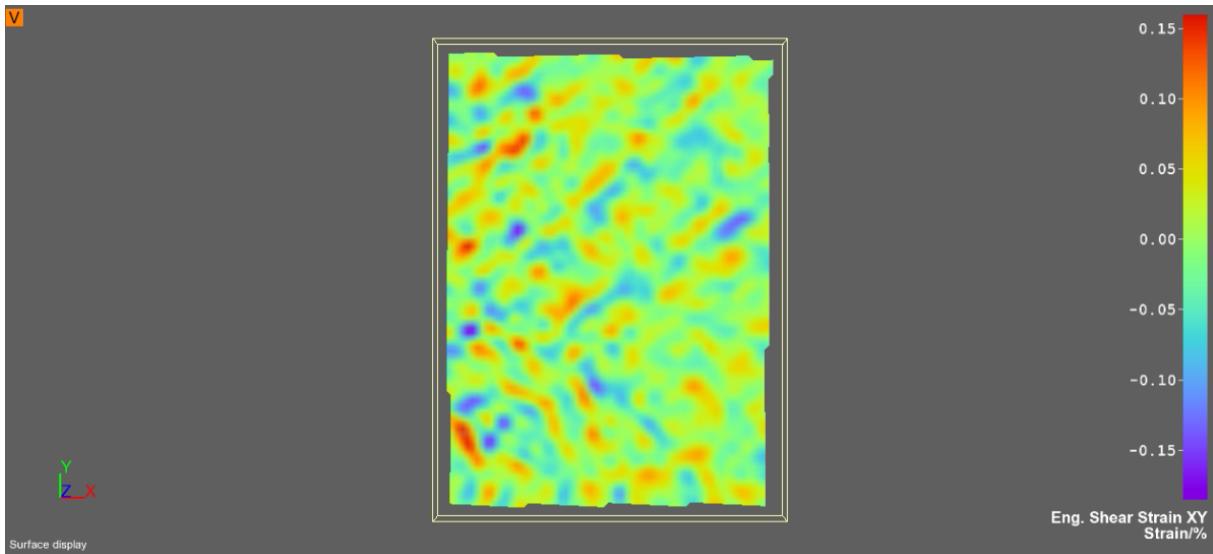


Abb. 76:  $\frac{\partial w^2(x,y,t)}{\partial x \partial y}$  zum Zeitpunkt der minimalen betragsmäßigen Verformung von Testgemälde 2 (Mittelebenendurchgang)

verlaufenden Falten, die mit der Lage der Tackernadeln korrespondieren. Die erste und zweite Sequenz der Wellenbewegung korrespondiert mit der zweiten charakteristischen Schwingungsform. Die Wellen rotieren auch bei diesem Testgemälde entgegen dem Uhrzeigersinn. Die dritte Sequenz der Wellenbewegung lässt sich nicht mit den charakteristischen Schwingungsmoden erklären. Möglicherweise handelt es sich hier um ein Durchschwingen der bemalten Leinwand durch die Rahmenebene in eine neue statische Gleichgewichtslage.

Der genährte Riss und die gekitteten sowie planierten Farbbereiche in der Mitte des Bildes führen zu einer Veränderung der charakteristischen Schwingungsmoden. Der Schwingungsbauch der ersten Mode ist in den oberen Teil des Bildes verschoben. Die Bäuche der

## 5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

zweiten Mode liegen dichter bei einander. Die dritte Mode zeigt nicht mehr drei untereinander legende Bäuche sondern zwei nebeneinander liegende. Die drei Schwingungsformen zeigen schwach eine horizontal verlaufende Anomalie im oberen Viertel des Bildes. In den drei Sequenzen der Wellenbewegung tritt die Anomalie deutlich hervor. Ansonsten rotieren die Wellen entgegen dem Uhrzeigersinn. Die Wellenform ist offenkundlich eine Kombination der drei detektierter Eigenschwingungen.

**Testgemälde 3** ist durch die Doublierung versteift worden. Vor der Doublierung hat die erste charakteristische Schwingungsfrequenz  $f_1=24$  Hz betragen (siehe [120], S. 52). Nach der Doublierung (Konfiguration 1) ist  $f_1=60$  Hz und nach der Doublierung & künstlichen Alterung (Konfiguration 2)  $f_1 > 60$  Hz.

Während die charakteristische Schwingungsmodus mit  $f_1=60$  Hz in den Wellenformen der Konfiguration 1 deutlich hervortritt, ist dies bei der Ausbildung der Wellenformen in Konfiguration 2 nicht der Fall. Die anregende Kraftamplitude mit  $|F| = 1$  N und der angeregte Frequenzbereich mit  $0,1 \text{ Hz} < f_A < 62,5 \text{ Hz}$  sind zu klein. Lediglich die elastische Lagerung mit  $f_1=40$  Hz verstärkt die Anregung. In den abgebildeten Sequenzen der Wellenbewegung tritt die Kontur des Testgemäldes deutlich hervor.

In den Wellenbewegungen beider Konfigurationen bewegt sich ein breiter horizontaler Streifen im oberen Drittel des Bildes mit einer etwas größeren Amplitude als in den anderen Bereichen. In Konfiguration 2 bewegt sich zusätzlich im unteren Drittel des Bildes ein horizontaler, streifenförmiger Bereich mit einer geringeren Amplitude als der Rest.

**Testgemälde 5** besitzt eine ausgezeichnete Rotation der Wellen entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn. Deutlich setzt sich die Wellenebewegung aus den drei gezeigten charakteristischen Schwingungsmoden zusammen. Eine Auswirkung der beiden kappenförmigen Beulen, die im Ergebnis der Untersuchung des statischen Gleichgewichtes detektiert wurden sind, sind die unsymmetrischen Schwingungsbäuche bzw. Wellenberge und -täler.

**Testgemälde 6** zeigt in beiden Konfigurationen eine ausgeprägte Rotation der Wellenbäuche und -täler entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn. Die drei abgebildeten charakteristischen Schwingungsmoden sind in der jeweiligen Wellenbewegung zu erkennen. Die charakteristischen Schwingungsmoden sind durch die Doublierung verändert. Ähnlich wie bei dem Testgemälde 3 sind die Schwingungsmaxima dichter aneinandergerückt. Die erste charakteristische Schwingungsmodus erscheint mit der Doublierung harmonischer. Die Rille im Übergangsbereich von weiß zu blau, die mit dem Scan der statischen Gleichgewichtslage detektiert worden war, zeichnet sich in beiden Konfigurationen auch in den Wellen- und Schwingungsformen ab.

**Testgemälde 7** ist vor und nach einer Belastung mit einer Schocksequenz untersucht worden. Die Analyse des statischen Gleichgewichtes zeigt keine Unterschiede. Die Wellen- und charakteristischen Schwingungsformen sind allerdings deutlich unterschiedlich. Die gezeigte Welle des Bildes in Konfiguration 1 nimmt die Form des Schwingungsbauches bzw. das Schwingungstales der ersten charakteristischen Schwingungsmodus ein. Diese rotiert, begrenzt durch den Keilrahmen, entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn.

### 5.3 Dynamische Eigenschaften: Wellencharakter und charakteristische Schwingungsmoden

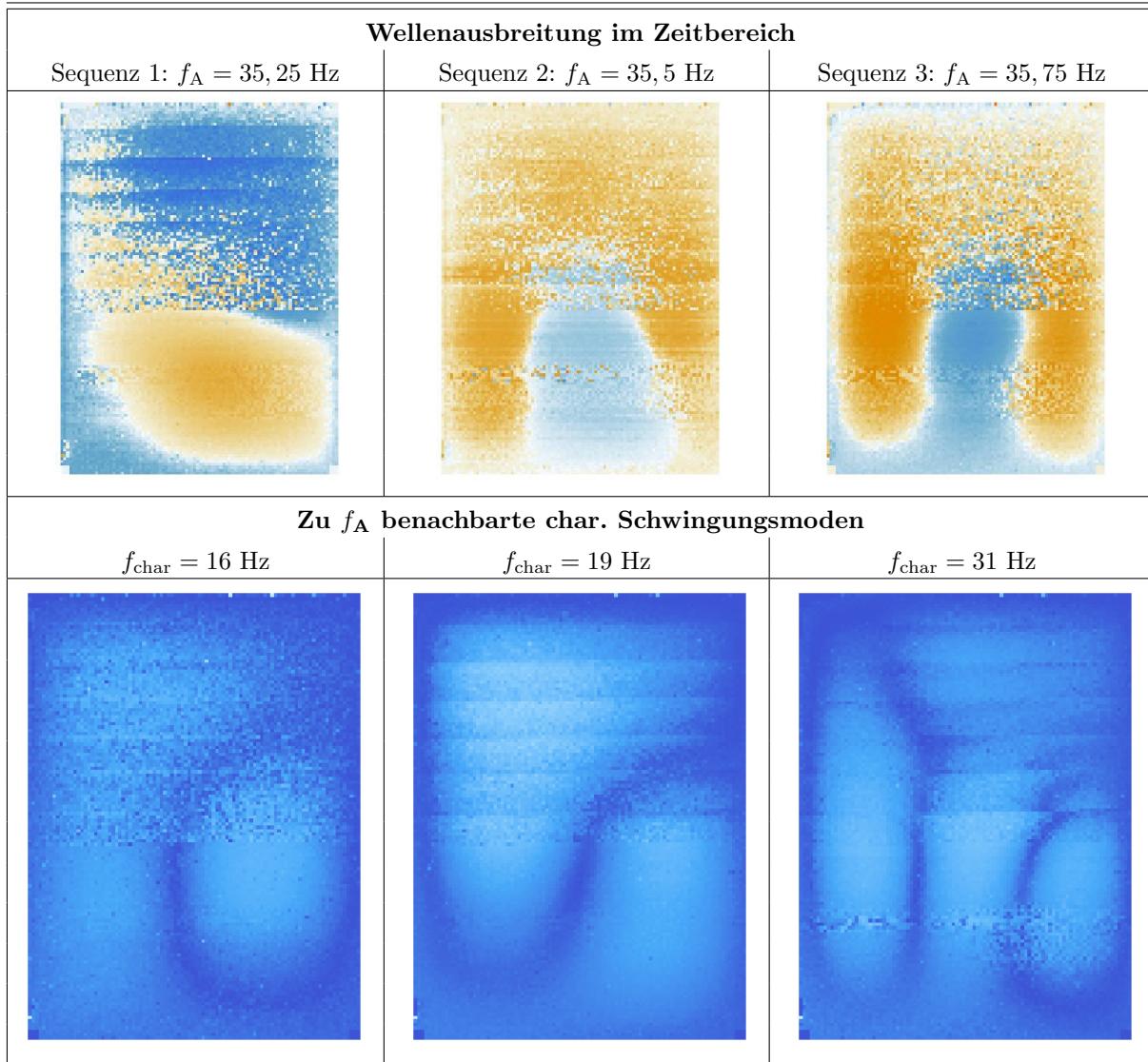


Tabelle 13: Wellenausbreitung im Zeitbereich und char. Schwingungsmoden von **Testgemälde 1** in Konfiguration 1

Die Wellenform und die charakteristischen Schwingungsmoden der Konfiguration 2 sind entartet. Die Formen sind asymmetrisch. Genau wie in den Untersuchungsergebnissen der Testgemälde 1 und 2 treten horizontal verlaufende Falten, die durch die Schocksequenz verursachte schlechte Vorspannung und die punktuellen Halterungen im Lasceaux Spannrahmen verursacht worden sind, deutlich hervor.

Die jeweils erste charakteristische Schwingungsmodus vor und nach der Schockfrequenz sind in Abbildung 77 einander gegenübergestellt. Die Veränderungen durch die Schocksequenz werden somit sehr klar.

**Testgemälde 8** besitzt trotz der Beule und rauen Oberfläche (vgl. Tabelle 12) eine glatte Welle, die der ersten charakteristischen Schwingungsmodus entspricht und entgegengesetzt zum Uhrzeigersinn rotiert. Lediglich ein kleiner horizontal verlaufender Bereich im oberen Viertel des Bildes schwingt stets gegenphasig zum Rest. Eine Gewebeanalyse zeigt, dass

## 5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

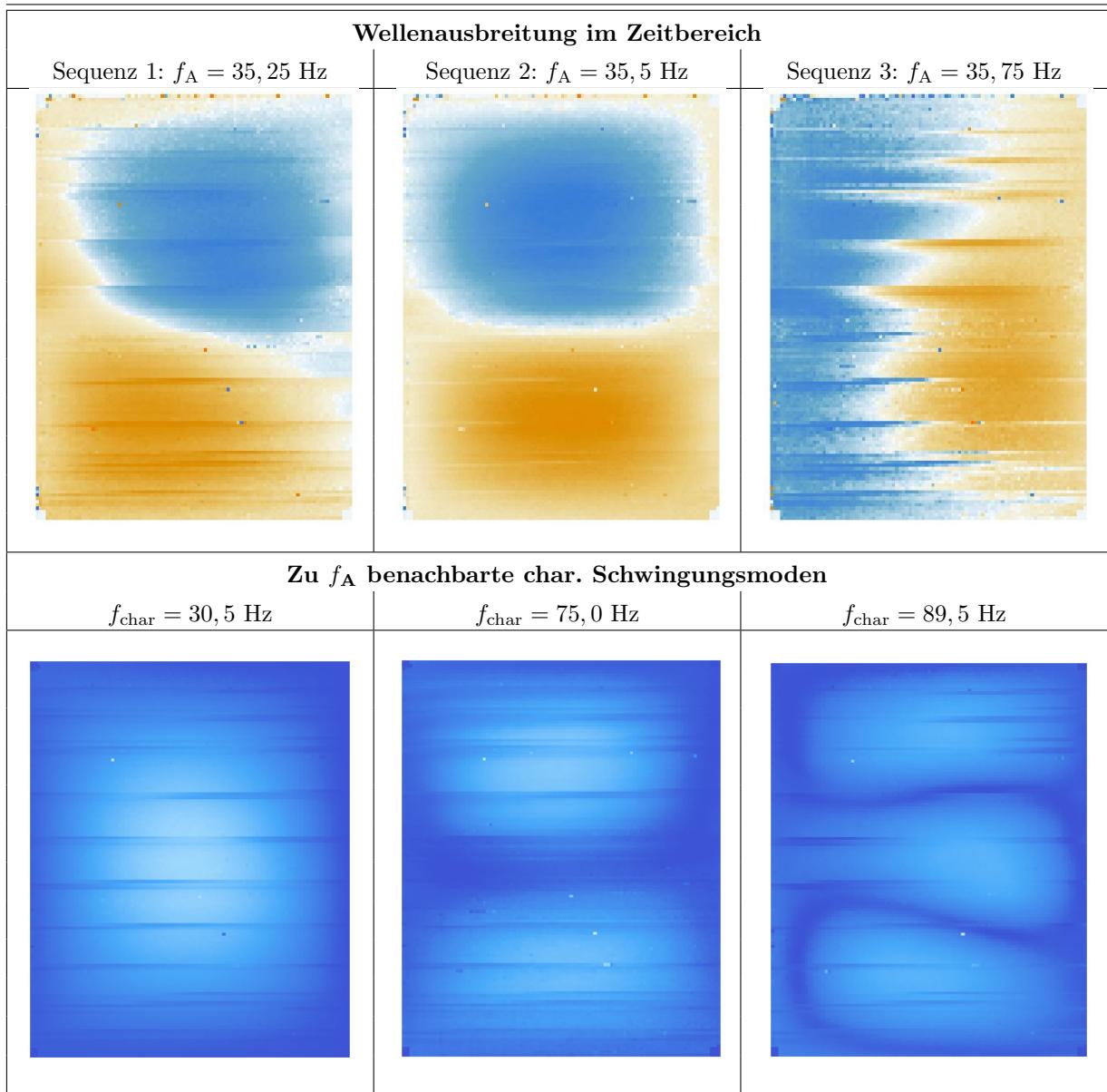


Tabelle 14: Wellenausbreitung im Zeitbereich und char. Schwingungsmoden von **Testgemälde 2** in Konfiguration 1

in diesem Bereich Webfehler im Textil vorhanden sind. Die Beule und raue Oberfläche bewirken ab der dritten charakteristischen Schwingungsform kantige Schwingungsbäuche und -täler.

**Testgemälde 9** ist in den Konfigurationen 1: „Vor Restaurierung“, 2: „Nach Restaurierung“ und 3: „Nach Restaurierung mit Verglasung, Rückseitenschutz und Schirmschutz“ untersucht worden. Aufgrund der Größe des Bildes ist zuerst das dynamische Verhalten der oberen Hälfte und anschließend das der unteren Hälfte gemessen worden. Die Ergebnisse werden durch die Methode des „Wallpapern“ zusammengesetzt, was sich durch einen horizontalen Strich in der Mitte der Graphiken bemerkbar macht.

### 5.3 Dynamische Eigenschaften: Wellencharakter und charakteristische Schwingungsmoden

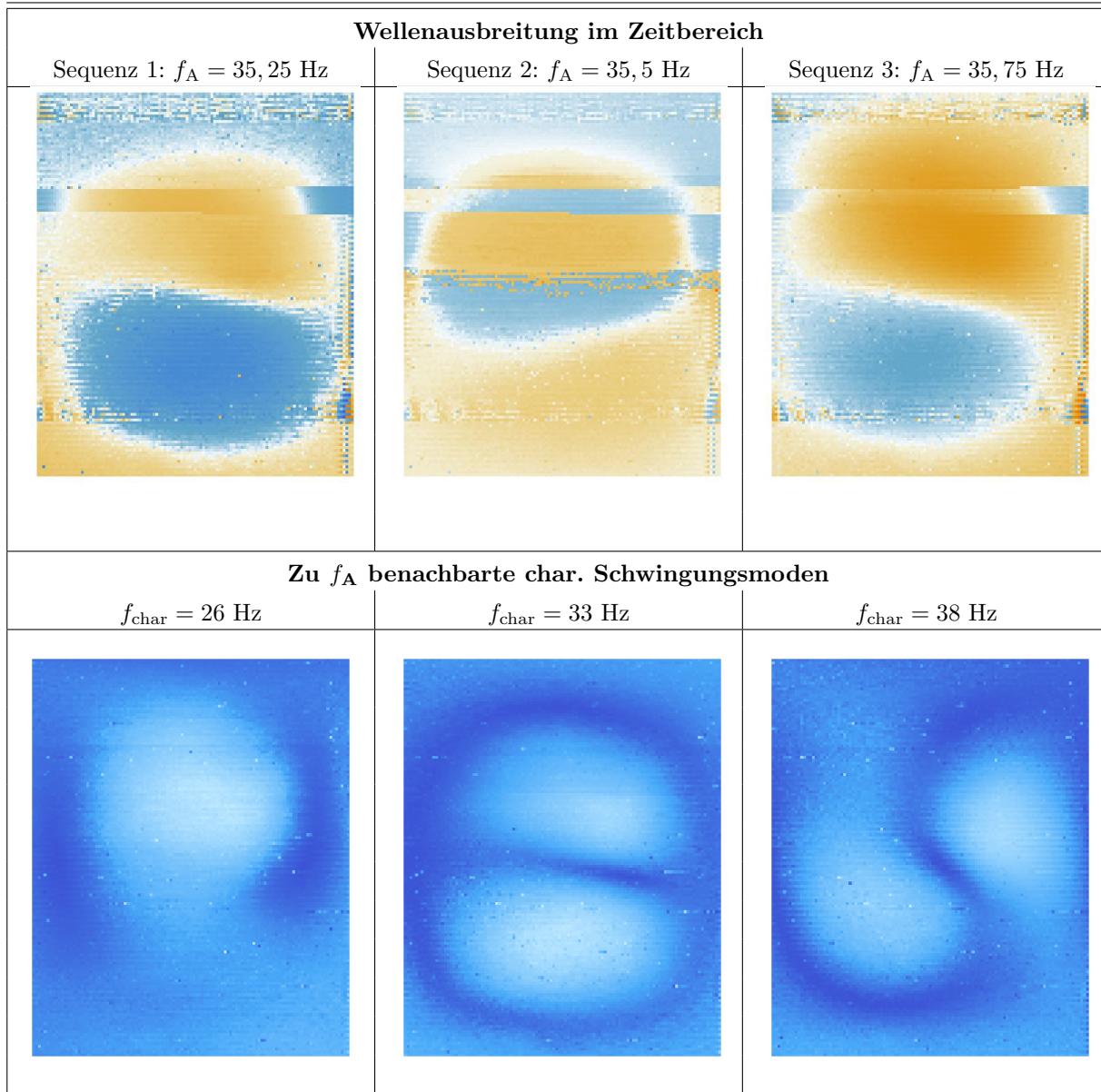


Tabelle 15: Wellenausbreitung im Zeitbereich und char. Schwingungsmoden von **Testgemälde 2** in Konfiguration 2

Obwohl stets dieselben Anregungs- und Lagerungsparameter verwendet worden sind, scheint das dynamische Verhalten der oberen und unteren Hälfte nicht dasselbe zu sein bzw. der mittlere Bereich die Schwingungsenergie nicht optimal von der unteren zur oberen Hälfte weiterzuleiten. Dies ist insbesondere in Konfiguration 1 der Fall. Ergänzend zu den Wellenformen und charakteristischen Schwingungsmoden der Tabelle 24 in 2-D Ansichten, wird die erste charakteristische Schwingungsmodus der Konfiguration 1 in Abbildung 78 in einer 3-D Ansicht dargestellt. Im mittleren Teil des Bildes erscheint die Bewegung unregelmäßig. Da in dieser Graphik ausschließlich die Schwingungsanteile angezeigt werden, die mit 2,8 Hz schwingen, bedeuteten diese Inhomogenitäten ein nichtlineares und möglicherweise chaotisches Verhalten.

## 5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

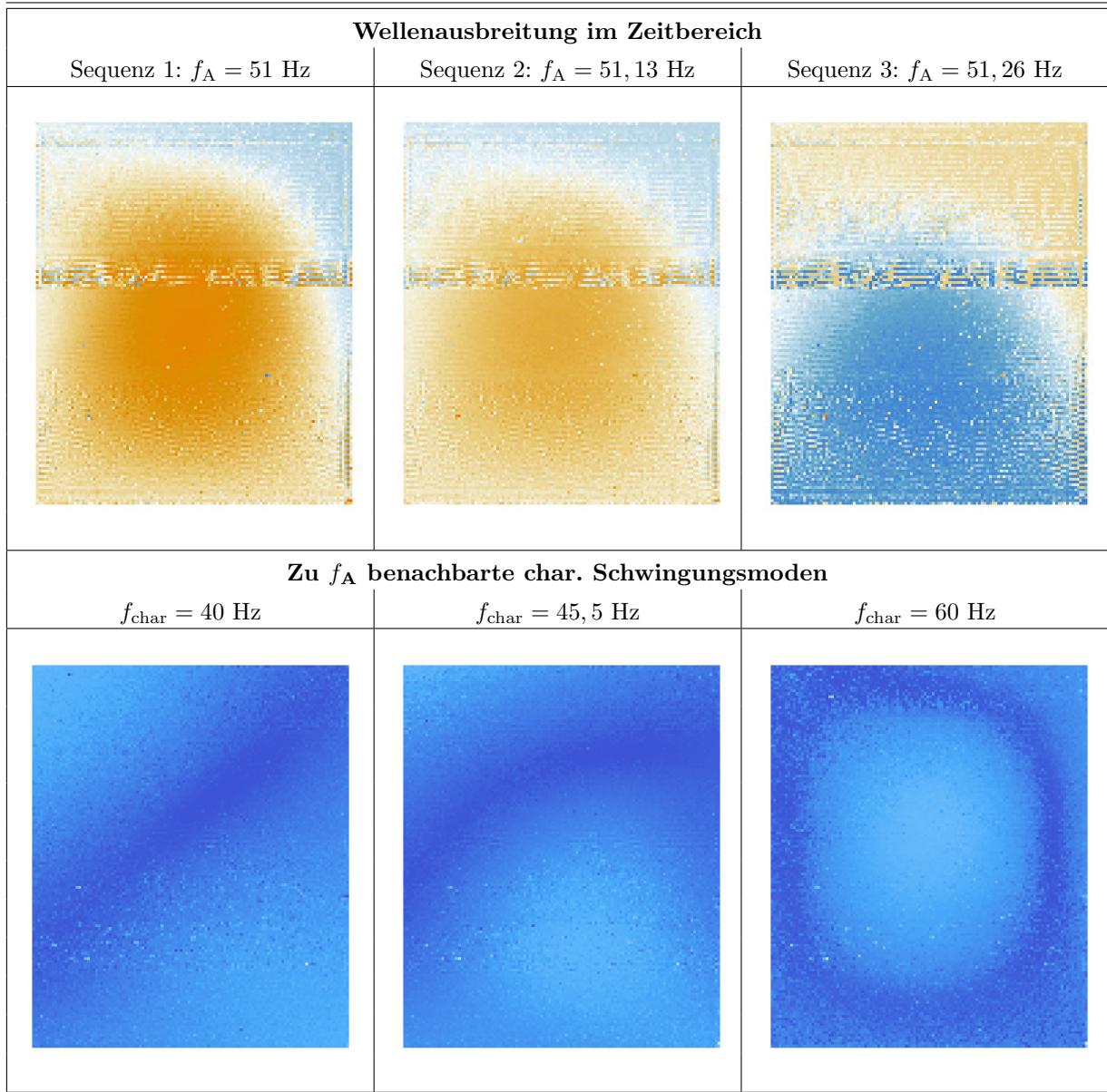


Tabelle 16: Wellenausbreitung im Zeitbereich und char. Schwingungsmoden von **Testgemälde 3** in Konfig. 1

Die Ursache hierfür ist in der Materialität der bemalten Leinwand zu finden. Der Keilrahmen des Testgemäldes 9 besitzt in der Mitte eine Querstrebe. Untersuchungen [140] zeigen, dass das Mikroklima des bemalten Textils im Bereich der Streben des Keil- oder Spannrahmens stark von den Bereichen außerhalb des Rahmens abweicht. In der Regel sind die betroffenen Regionen in der Nähe des Rahmens stärker zerfallen als der Rest, was eine regionale Vorspannung in der Leinwand und Steifigkeit der Farbe und damit die Rückstellkräfte gegen Null bewirkt.

Die Restaurierung, welche eine Neuauflassung des Gemäldes und die Kittung loser bzw. instabiler Farbbereiche beinhaltet (10.2), bewirkt die Glättung der Wellen- und charakteristischen Schwingungsformen. Auch der Bereich in der Mitte zeigt ein „ruhigeres“ Schwingungsbild (Tabelle 25). D. h. die Anzahl der Schwingungsbäuche ist geringer. Auch wird

### 5.3 Dynamische Eigenschaften: Wellencharakter und charakteristische Schwingungsmoden

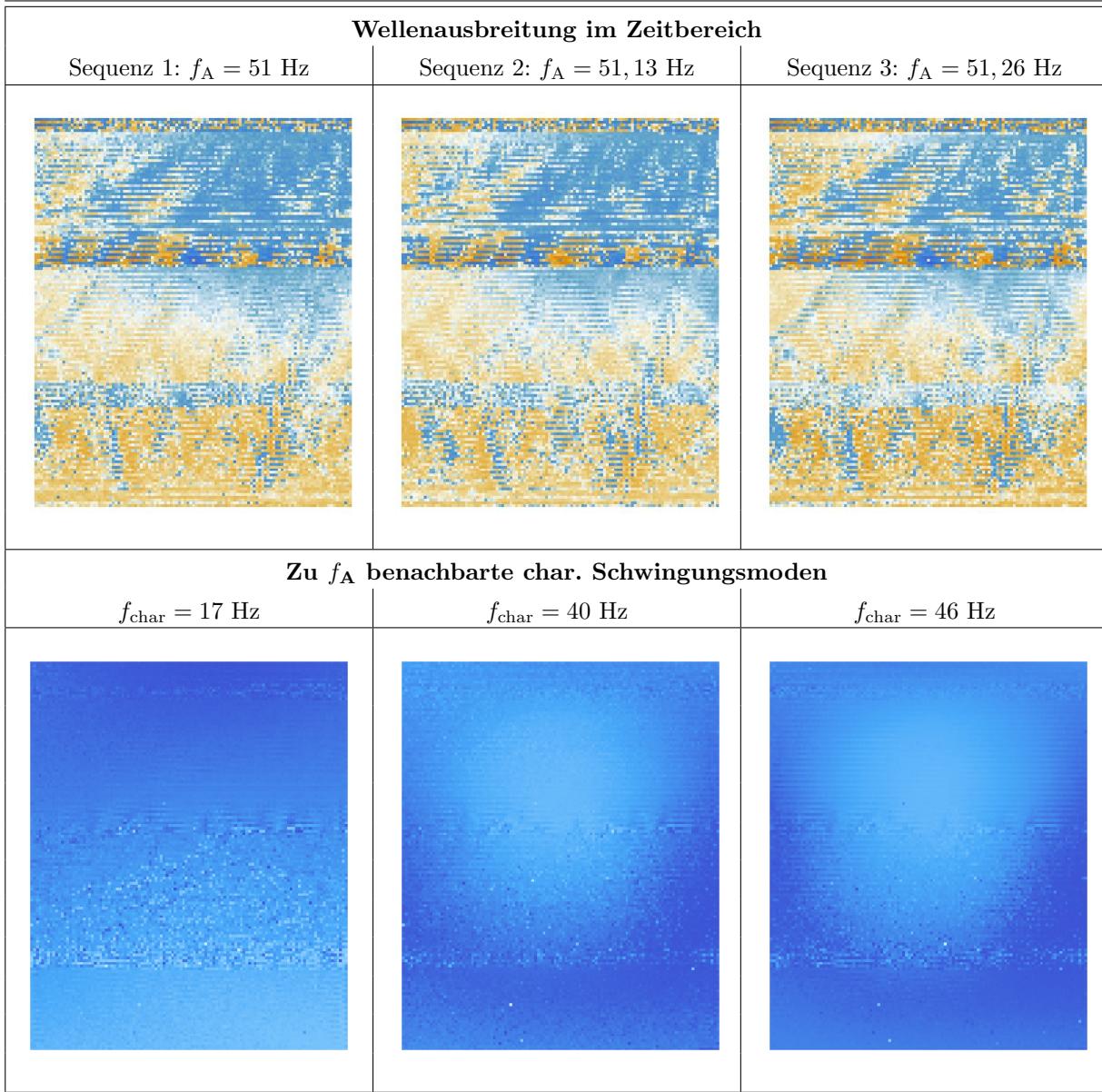


Tabelle 17: Wellenausbreitung im Zeitbereich und char. Schwingungsmoden von **Testgemälde 3** in Konfig. 2

die Rotation der Wellen entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn deutlich. Das harmonischere Schwingungsverhalten wird noch einmal in Abbildung 79 deutlich, die die erste charakteristische Schwingungsform des Gemäldes in Konfiguration 2 in einer 3-D Ansicht darstellt. Trotz der restauratorischen Maßnahmen ist der mittlere Bereich nicht vollständig geglättet. Für die Bedämpfung der Leinwandschwingungen wird zusätzlich eine Akustikvliesmatte in jedes der beiden Gefache auf die Rückseite des Gemäldes gelegt (vgl. Abschnitt 10.2). Wie die Wellen- und charakteristischen Schwingungsformen in der Tabelle 27 zeigen, bewirkt die zusätzliche Dämpfung eine weitere Harmonisierung. Auch die 3-D Ansicht der ersten charakteristischen Eigenmode in Abbildung 80 zeigt außerdem sehr deutlich, dass die chaotischen Schwingungen in der Mitte des Bildes nicht mehr vorhanden sind. Dennoch zeigt die erste charakteristische Schwingungsform mehr als einen

## 5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

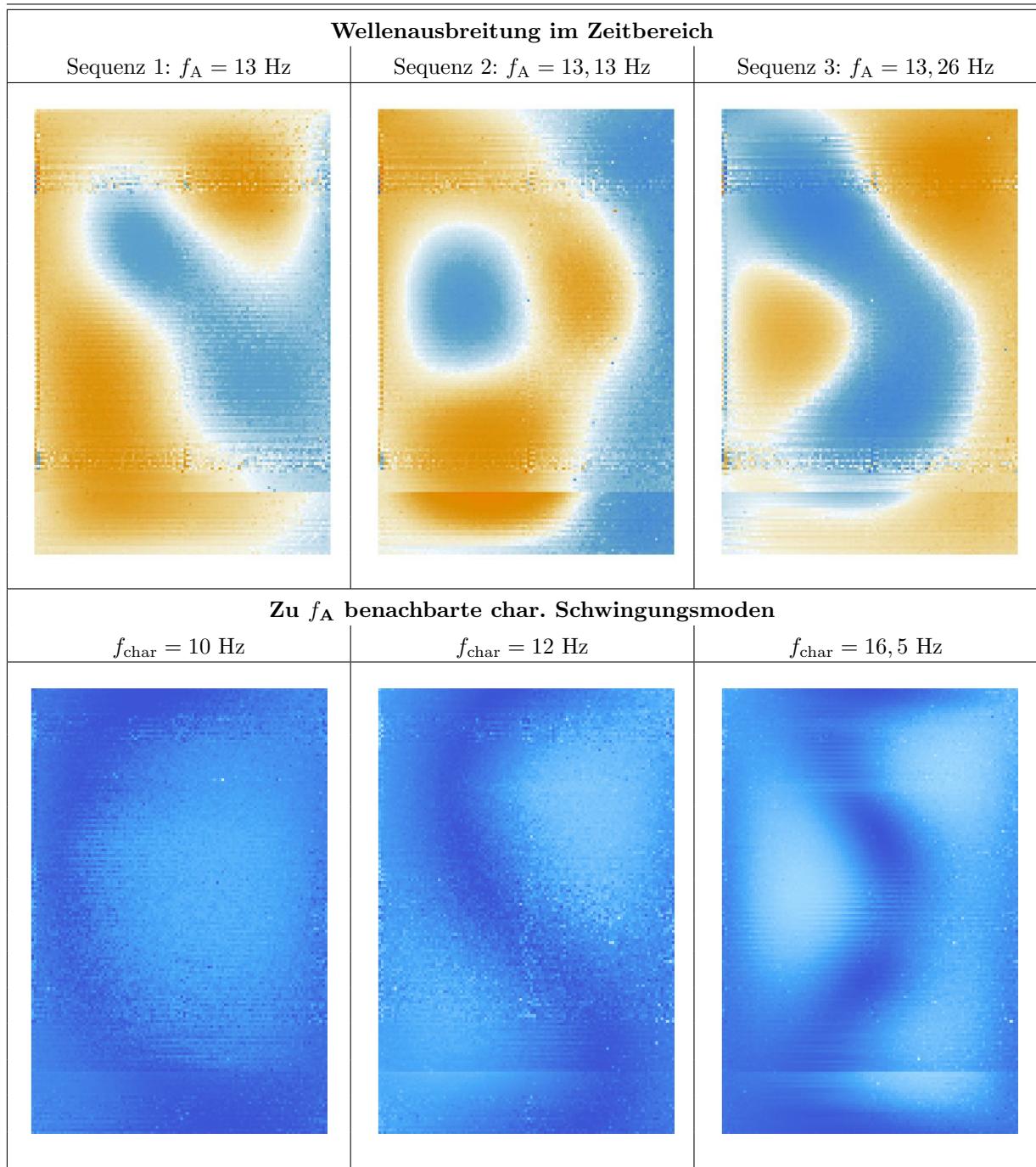


Tabelle 18: Wellenausbreitung im Zeitbereich und char. Schwingungsmoden von **Testgemälde 5** in Konfig. 1

Schwingungsbauch in der Mitte. Dies liegt an der fehlenden Unterfütterung der Leinwand im Bereich der Querstrebe.

Im abschließenden Schritt der präventiven Konservierung ist eine Akustikvliesmatte zwischen Leinwand und Querstrebe eingelegt worden, so dass die Leinwand in diesem Bereich ebenfalls direkt bedämpft wird. Im Endergebnis schwingt nun, wie die Tabelle 80 und die

### 5.3 Dynamische Eigenschaften: Wellencharakter und charakteristische Schwingungsmoden

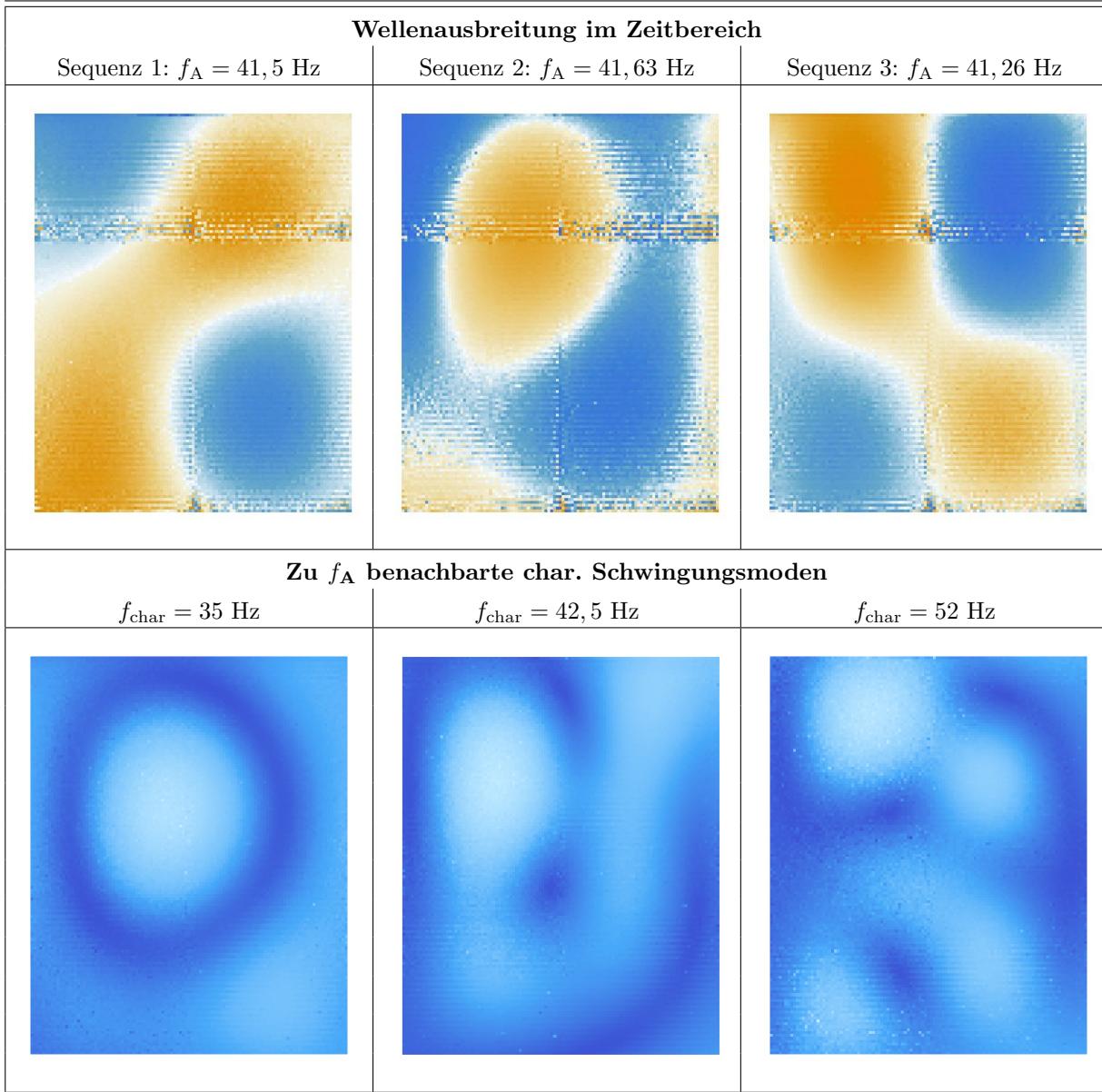


Tabelle 19: Wellenausbreitung im Zeitbereich und char. Schwingungsmoden von **Testgemälde 6** in Konfig. 1

Abbildung 27 zeigen, auch die Mitte des Bildes gleichmäßig und die Schwingungsenergie wird homogen verteilt, so dass sich lokal keine Spannungsspitzen herausbilden.

**Testgemälde 10** besitzt gemäß Abschnitt 5.1 einen windschiefen Keilrahmen aufgrund dessen die Leinwand eine diagonal verlaufende Falte aufweist. Die in Tabelle 28 abgebildeten Sequenzen lassen keine offensichtlichen Rückschlüsse auf die Falte zu. Sichtbar ist aber eine im oberen Fünftel des Bildes horizontal verlaufende Anomalie, die auch in den drei abgebildeten charakteristischen Schwingungsformen zu sehen ist. Hier tritt allerdings zusätzlich eine horizontal verlaufende Anomalie im unteren Drittel des Bildes auf. In Konsequenz bilden sich in den charakteristischen Schwingungsformen drei getrennt

## 5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

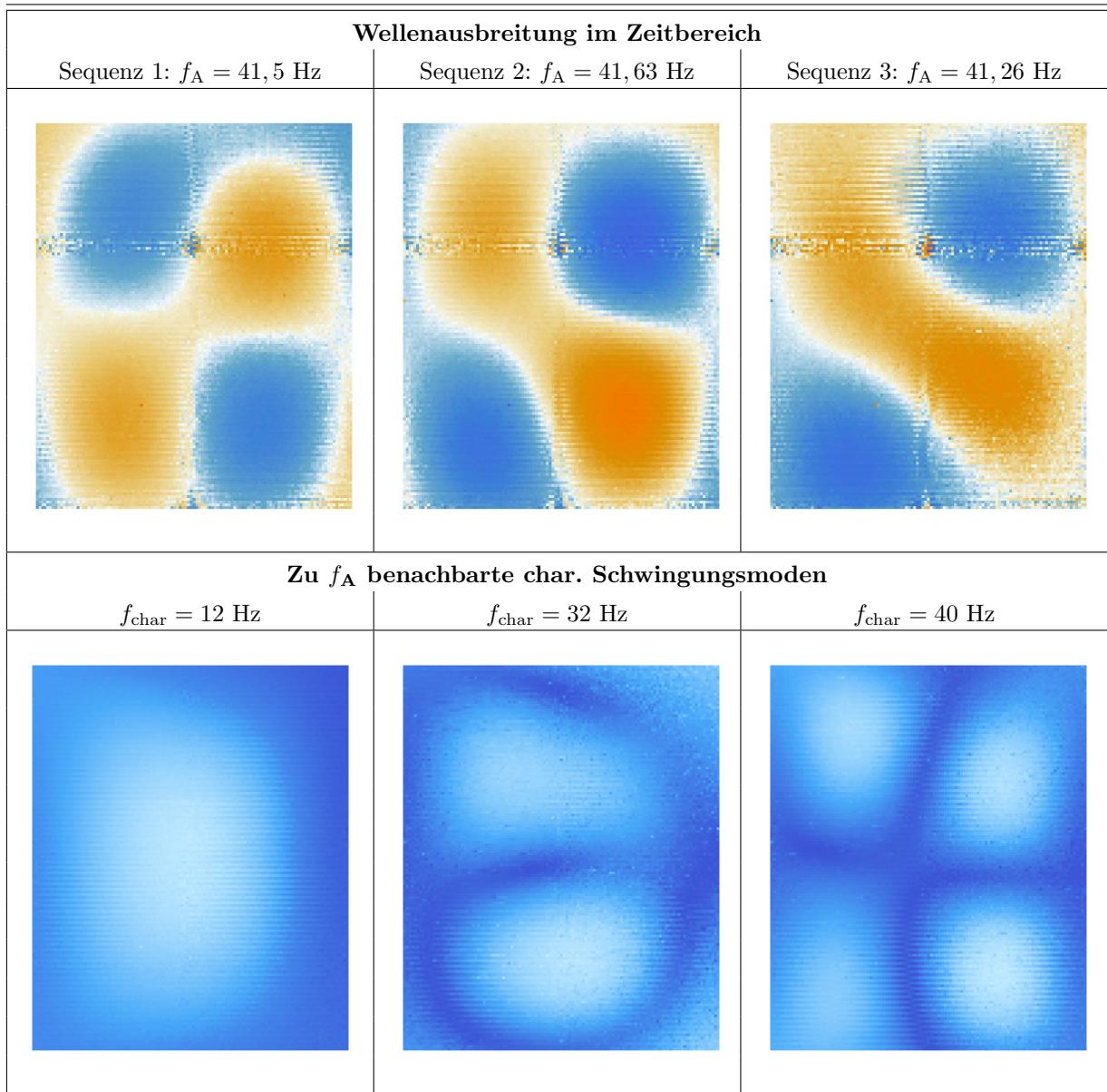


Tabelle 20: Wellenausbreitung im Zeitbereich und char. Schwingungsmoden von **Testgemälde 6** in Konfiguration 2

voneinander schingende Bereiche auf. Aufgrund des Zustandes des Gemäldes kann dies nur mit der lokal sehr verschiedenen Vorspannung zu tun haben.

**Testgemälde 11** zeigt nach der Restaurierung, die u. a. eine Neuaufspannung und die Festigung von loser Farbe beinhaltet, dem Uhrzeigersinn entgegen gesetzt rotierende Wellenformen, die allerdings nicht augenscheinlich mit den charakteristischen Schwingungsmoden, deren Schwingungsfrequenzen in der Nachbarschaft der Anregungsfrequenzen liegen, zusammenzuhängen scheinen. Anormal schwingende Bereiche der charakteristischen Schwingungsmoden fallen auch in den Wellenformen auf. Die Verbesserung des Schwingungsverhaltens durch die Restaurierung wird z. B. in der jeweils ersten gemessenen charakteristischen Schwingungsmodus vor und nach der Restaurierung, die in Abbildung

### 5.3 Dynamische Eigenschaften: Wellencharakter und charakteristische Schwingungsmoden

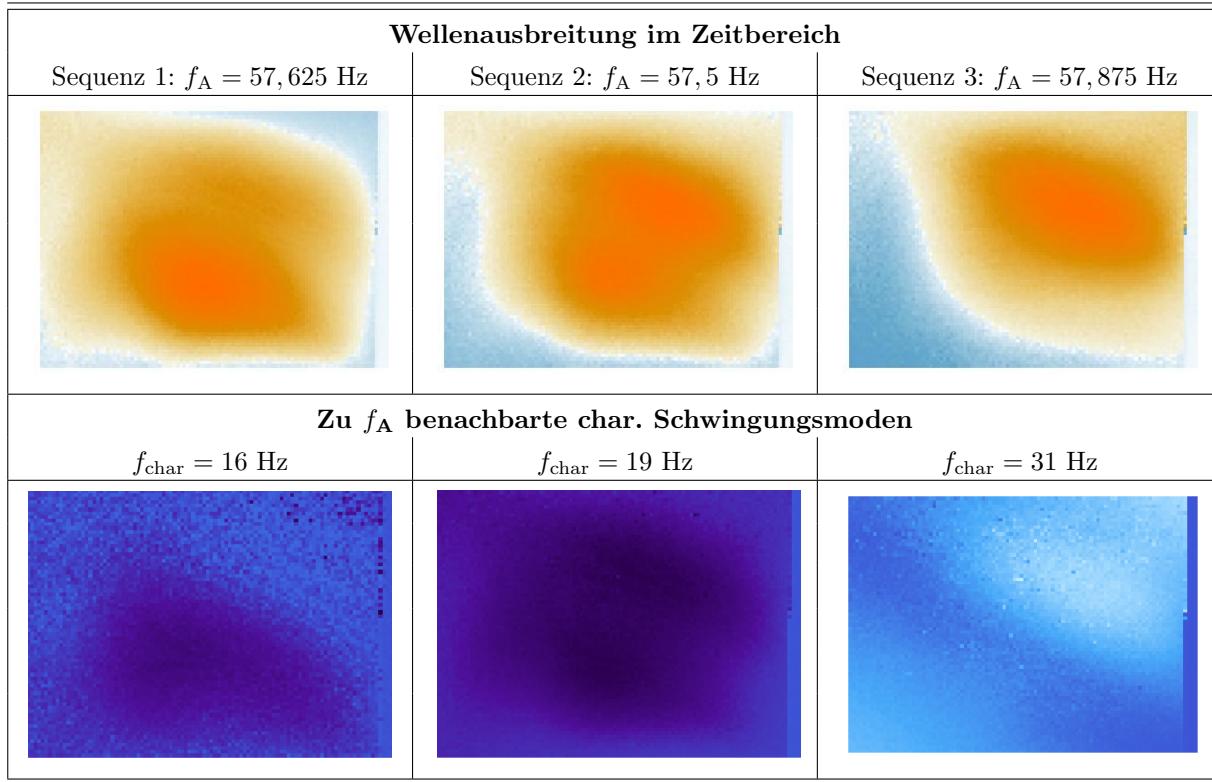


Tabelle 21: Wellenausbreitung im Zeitbereich und char. Schwingungsmoden von **Testgemälde 7**

in Konfiguration 1

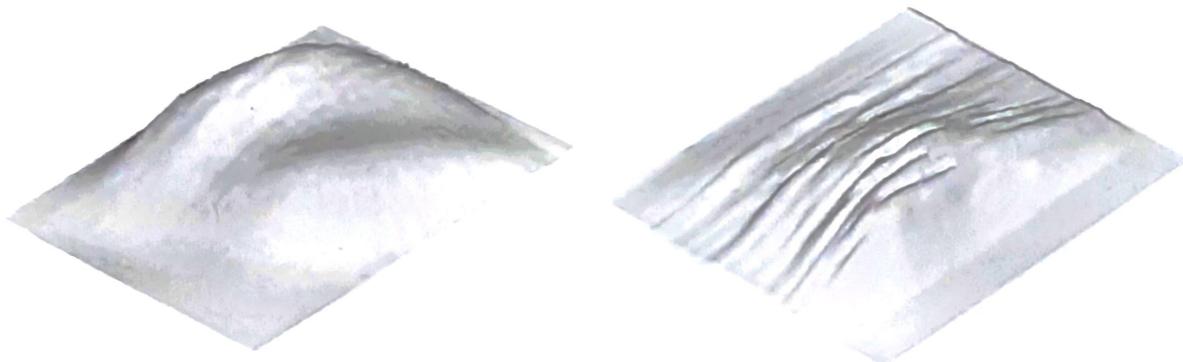


Abb. 77: Erste char. Schwingungsmoden vor der Schockeinwirkung (links) und anschließend (rechts), Quelle: [195]

82 zu sehen seien, deutlich. Vor der Restaurierung ist lose Farbe vor allem im oberen mittigen Bereich des Gesicht mit verschiedenen bildgebenenden Messverfahren gefunden worden (siehe Abschnitt 10.1). In diesem Bereich weist die charakteristische Schwingungsmodus unregelmäßige Bewegungen auf. Im unteren Drittel des Gemäldes besitzt die Schwingungsform horizontal verlaufende Falten. Die alternativen Untersuchungsmethoden haben die Vermutung einer unzureichenden bzw. nicht-intakten Aufspannung bestätigt.

## 5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

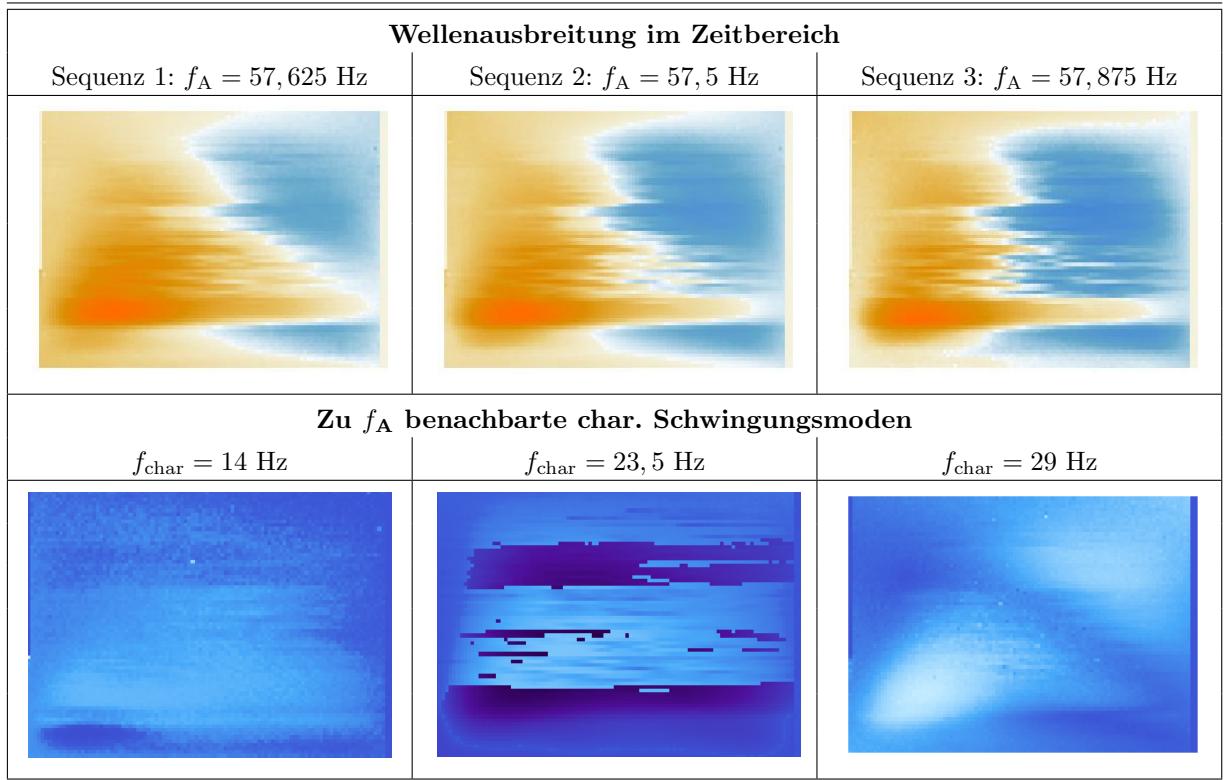


Tabelle 22: Wellenausbreitung im Zeitbereich und char. Schwingungsmoden von **Testgemälde 7**

in Konfiguration 2

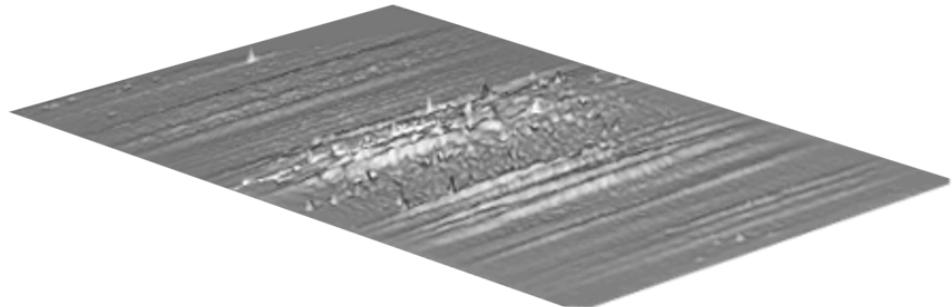


Abb. 78: 3-D Ansicht der ersten char. Schwingungsform des Testgemäldes 9 in Konfiguration 1

**Testgemälde 12** besitzt im Gegensatz zu allen anderen Testgemälden keinen festen Keil- oder Spannrahmen. In den Kanten des Gemäldes ist jeweils ein Stahldraht mit einem Durchmesser von 5 mm eingenäht. In äquidistanten Abständen sind 21 bzw. 22 vorgespannte Stahlwendelfedern mit einer Steifigkeit von 1 mm/N je Kante an den Stahldrähten montiert und verbinden diese mit dem Rahmen einer Wandstaffelei aus Stahl.

Die Federn ermöglichen die manuelle Anpassung der Vorspannung an die Umgebungsbedingungen, die Relaxation des Textils und weitere spezifische Bedürfnisse des Gemäldes. Der positive Effekt dieser Aufspannungsvariante ist eine äußerste ebene Präsentation des Bildes. Alte Falten und Beulen sind eliminiert worden.

### 5.3 Dynamische Eigenschaften: Wellencharakter und charakteristische Schwingungsmoden

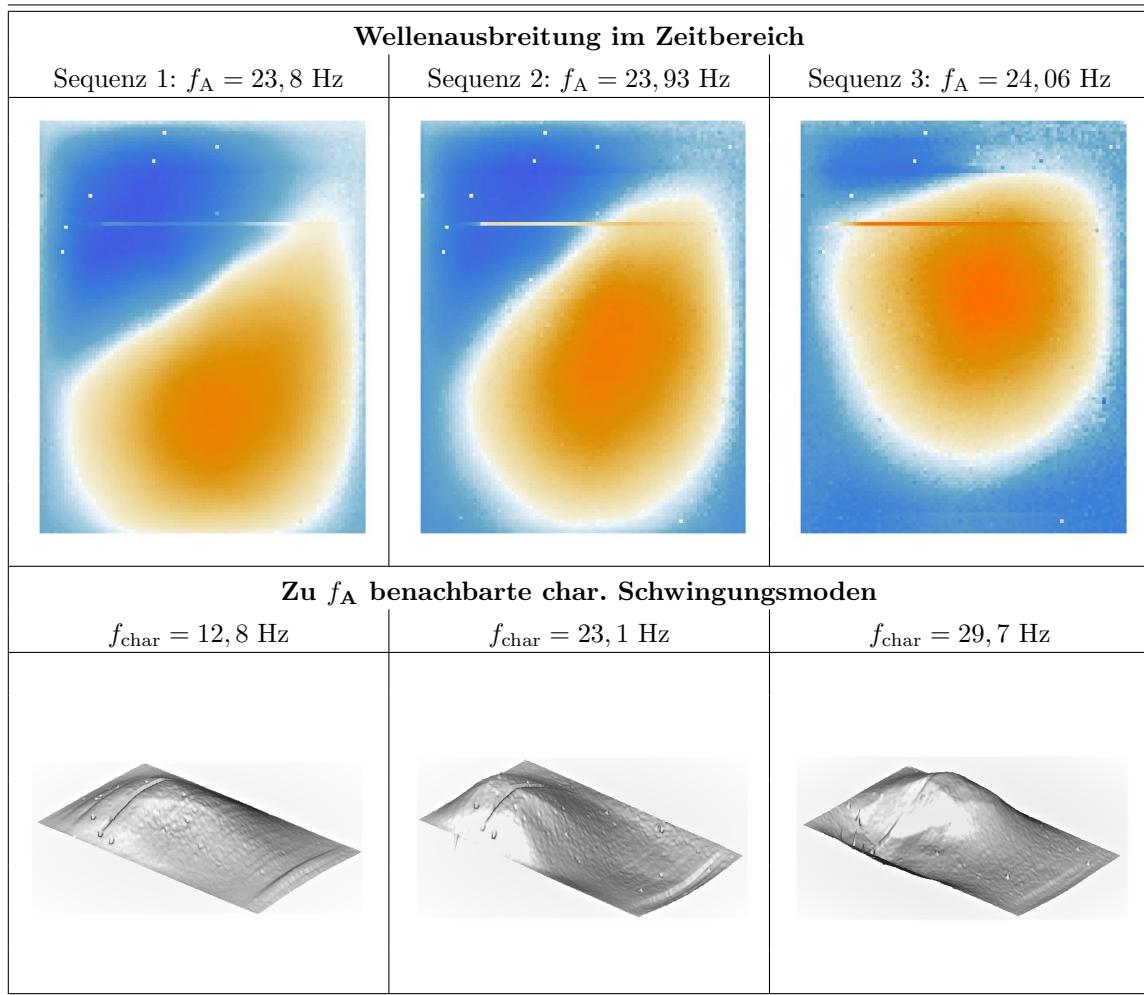


Tabelle 23: Wellenausbreitung im Zeitbereich und char. Schwingungsmoden von **Testgemälde 8** in Konfig. 1

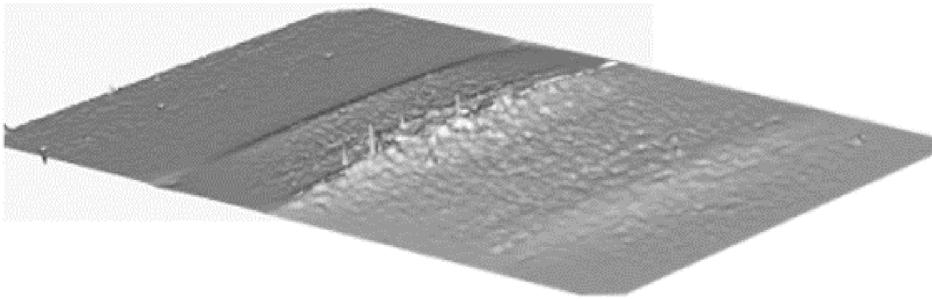


Abb. 79: 3-D Ansicht der ersten char. Schwingungsform des Testgemäldes 9 in Konfiguration 2

Der Nachteil der Aufspannung der Gemäldes mit Hilfe der „weichen“ Drähte und der elastischen Federn ist die Reflexion der Wellen an den Rändern, wie die drei Sequenzen der Wellen in Tabelle 30 zeigen. Auf diese Weise können „Monsterwellen“ entstehen, wie sich auch in der dritten Wellensequenz im oberen Drittel der Wellenform abzeichnet.

## 5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

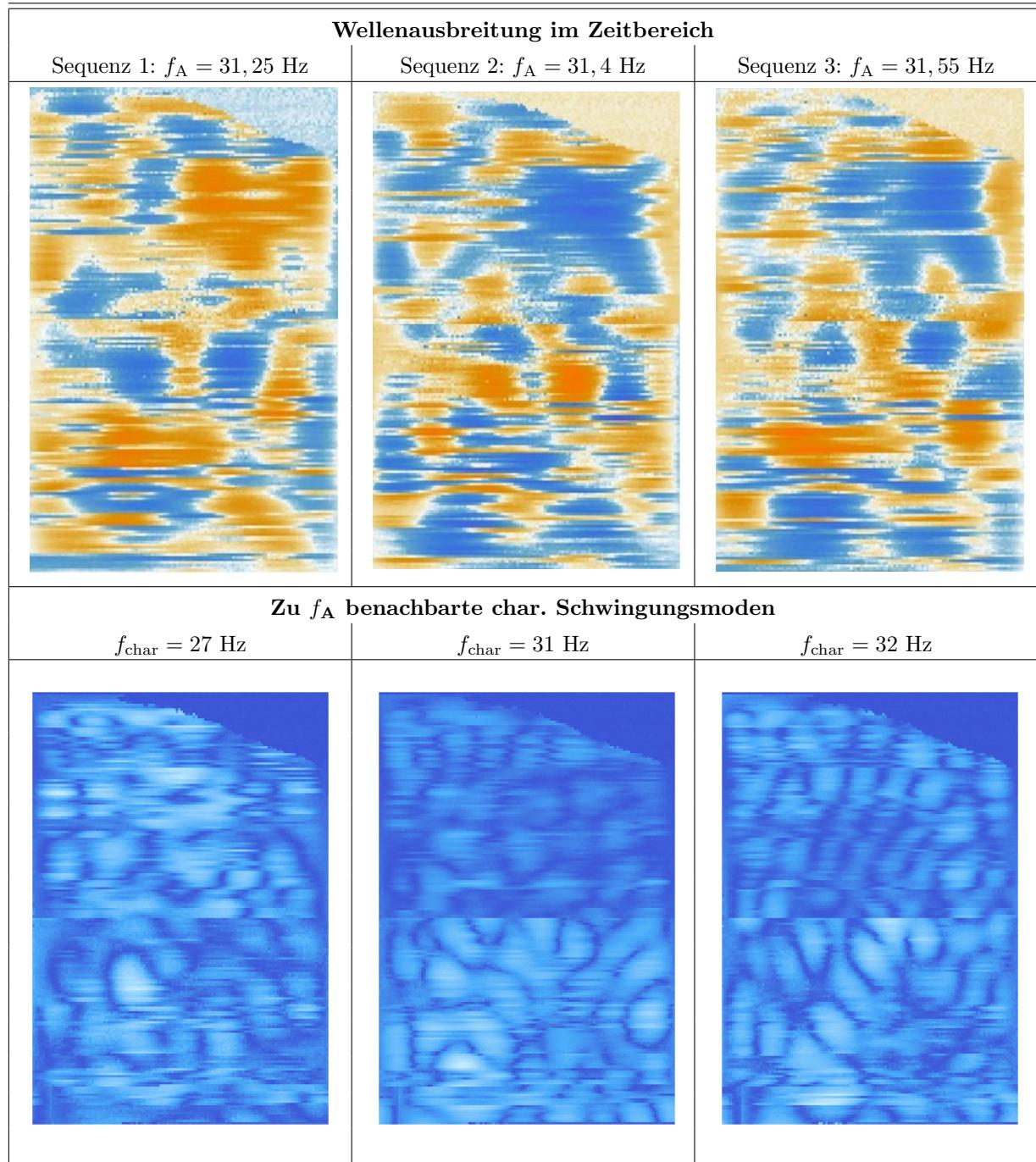


Tabelle 24: Wellenausbreitung im Zeitbereich und char. Schwingungsmoden von **Testgemälde 9** in Konfig. 1

### 5.3 Dynamische Eigenschaften: Wellencharakter und charakteristische Schwingungsmoden

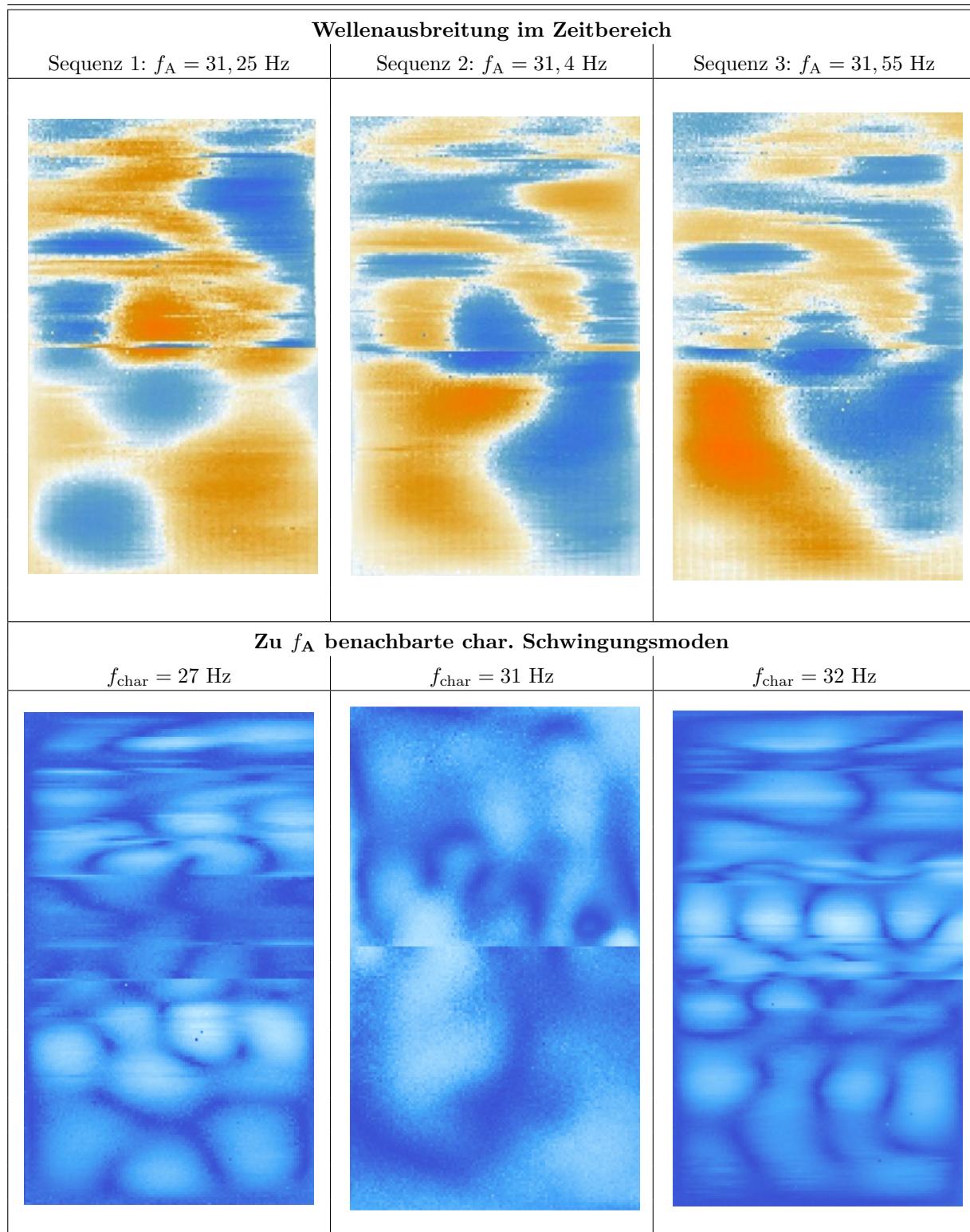


Tabelle 25: Wellenausbreitung im Zeitbereich und char. Schwingungsmoden von **Testgemälde 9** in Konfig. 2

## 5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

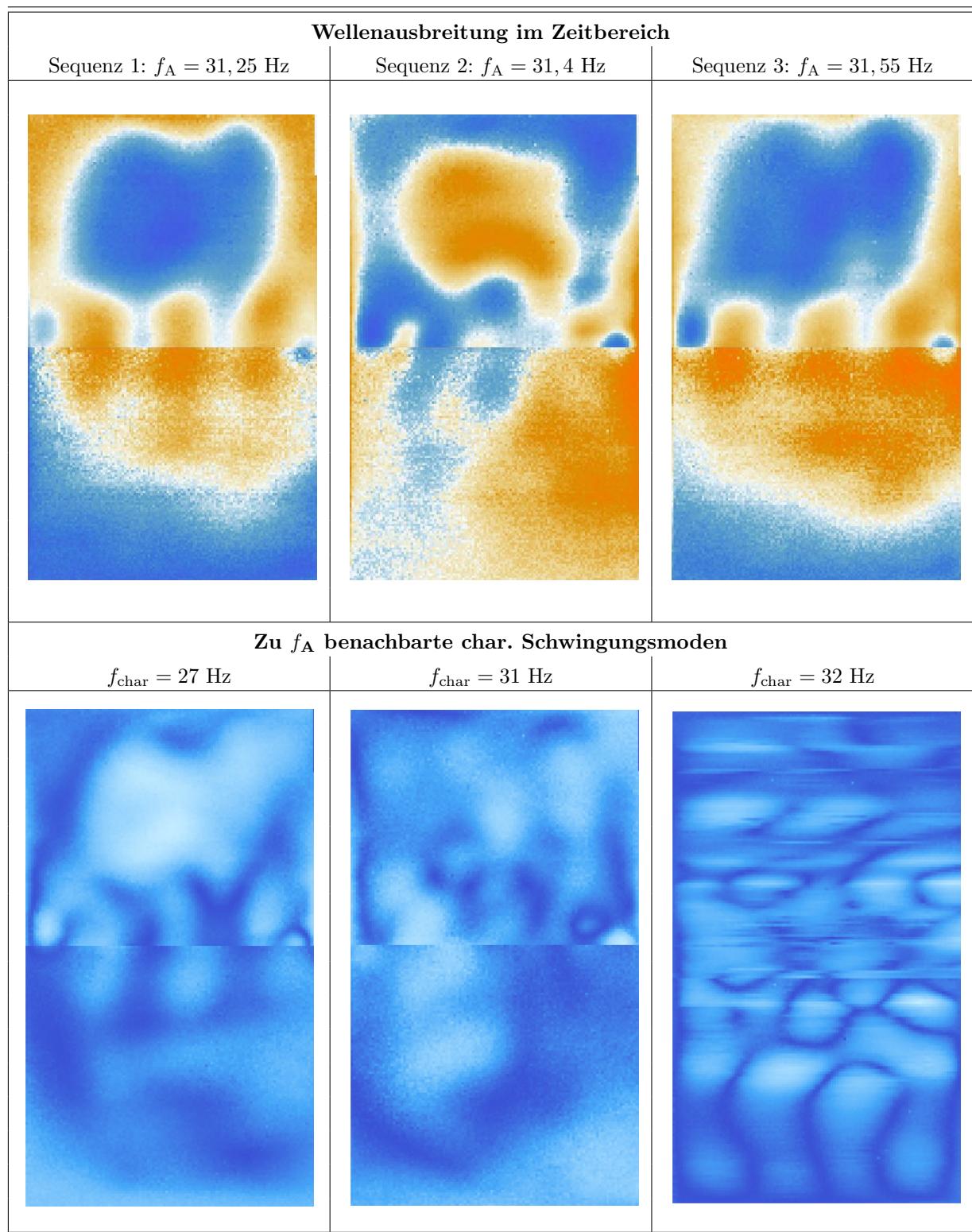


Tabelle 26: Wellenausbreitung im Zeitbereich und char. Schwingungsmoden von **Testgemälde 9** in Konfig. 3

### 5.3 Dynamische Eigenschaften: Wellencharakter und charakteristische Schwingungsmoden

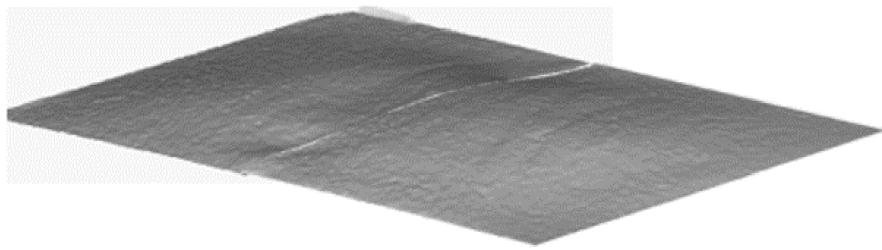


Abb. 80: 3-D Ansicht der ersten char. Schwingungsform des mittleren Bereiches des Testgemäldes 9 in Konfiguration 3

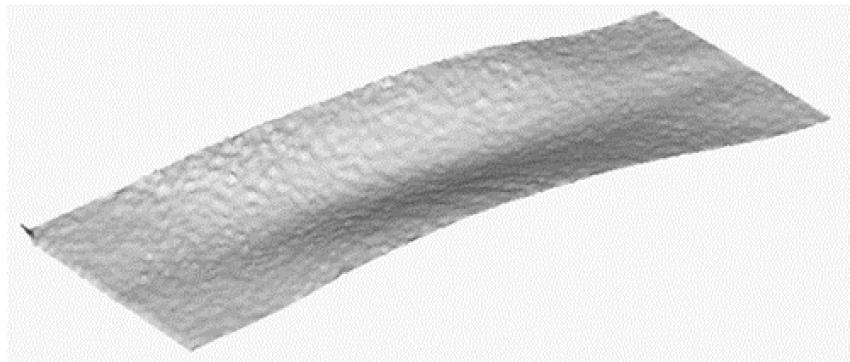


Abb. 81: 3-D Ansicht der ersten char. Schwingungsform des Testgemäldes 9 in Konfiguration 3

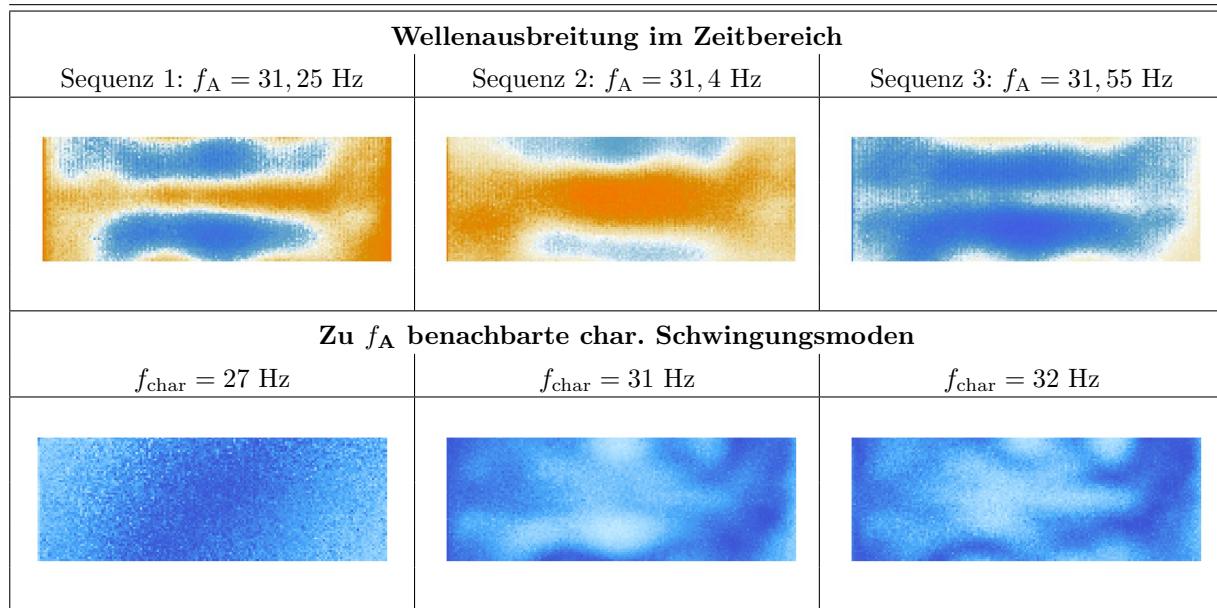


Tabelle 27: Wellenausbreitung im Zeitbereich und char. Schwingungsmoden des mittleren Bereiches von **Testgemälde 9** in Konfig. 3

## 5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

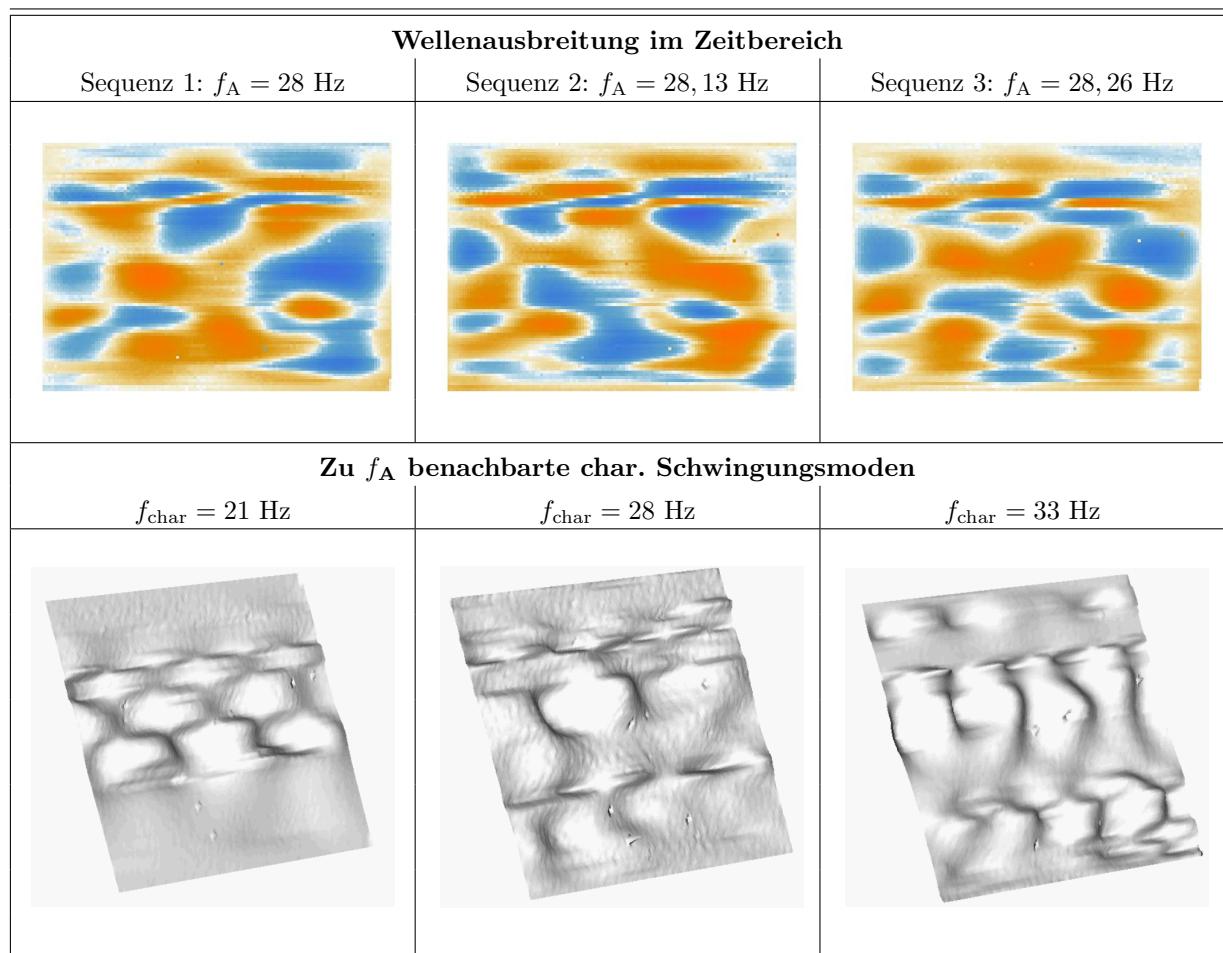


Tabelle 28: Wellenausbreitung im Zeitbereich und char. Schwingungsmoden von **Testgemälde 10** in Konfiguration 1

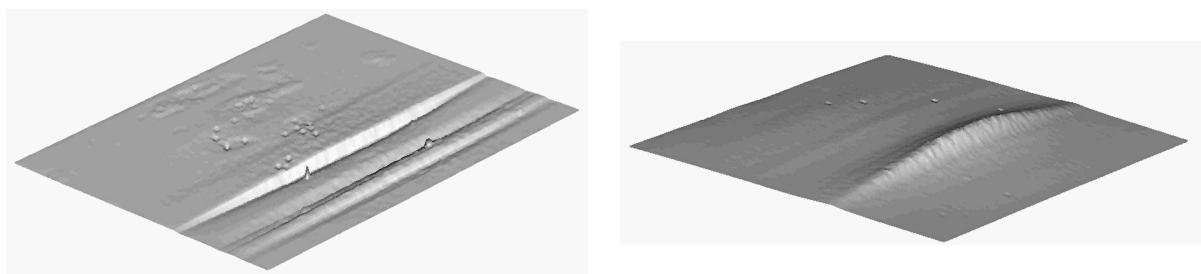


Abb. 82: Erste char. Schwingungsmoden von Testgemälde 11 vor der Restaurierung (links) und anschließend (rechts)

5.3 Dynamische Eigenschaften: Wellencharakter und charakteristische Schwingungsmoden

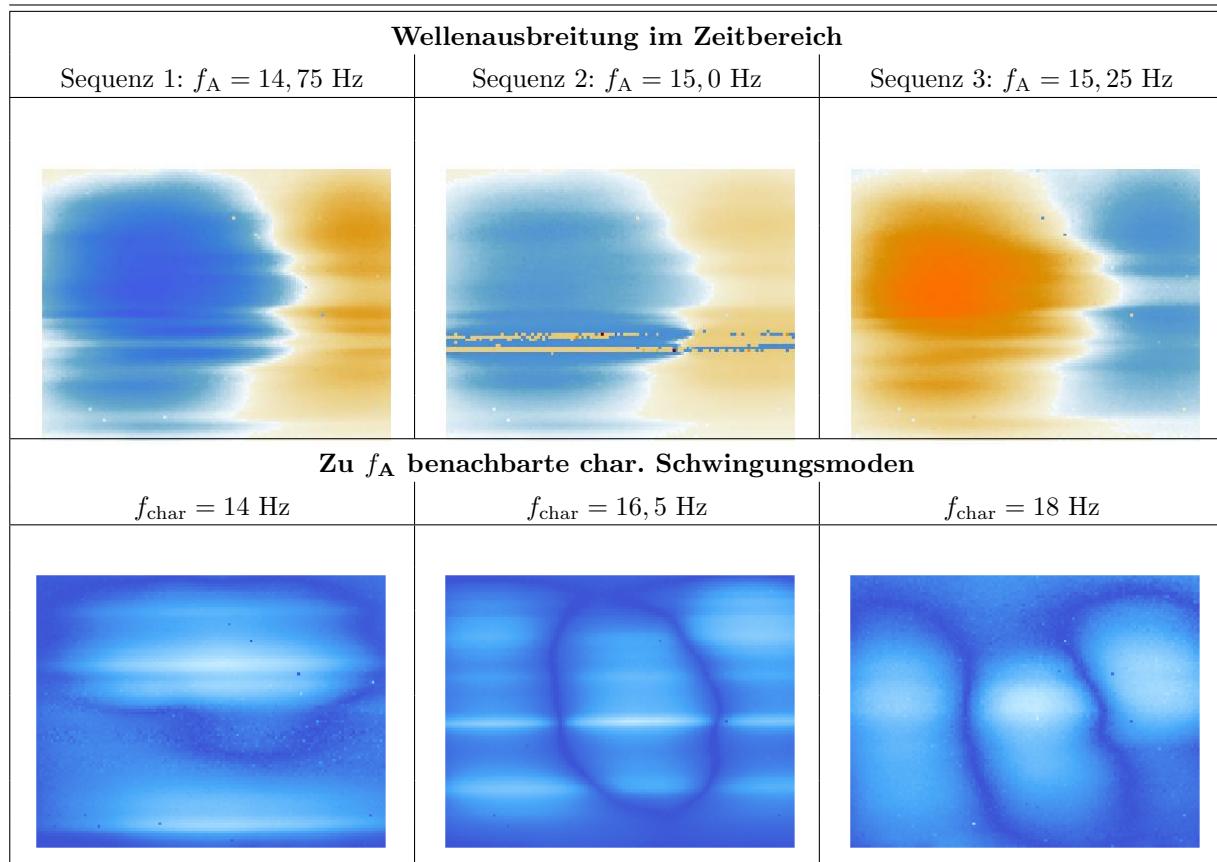


Tabelle 29: Wellenausbreitung im Zeitbereich und char. Schwingungsmoden von **Testgemälde 11** in Konfig. 2

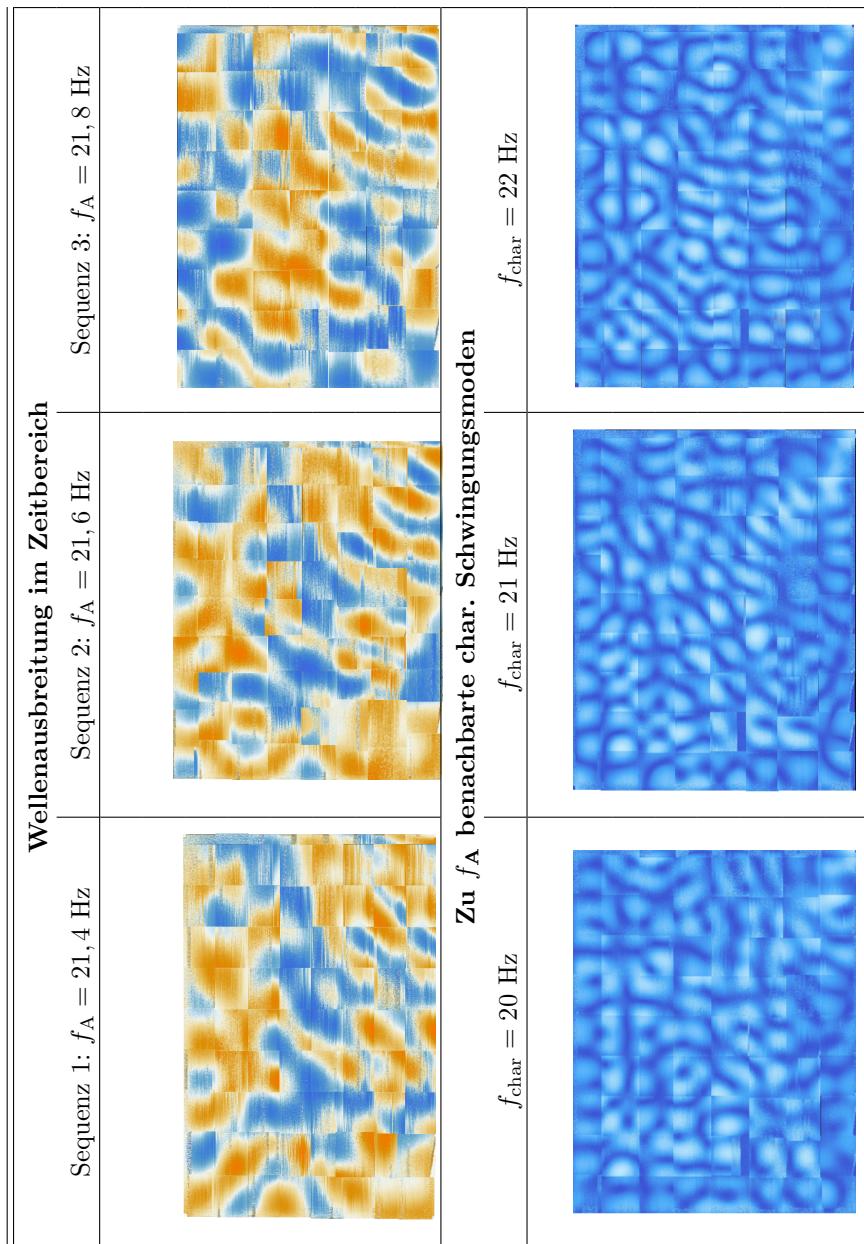


Tabelle 30: Wellenausbreitung im Zeitbereich und char. Schwingungsmoden von Testgemälde 12 in Konfig. 1

**Zusammengefasst** besitzen die folgenden Parameter in Bezug auf die Beeinflussung des dynamischen Verhalten von Gemälden Priorität:

1. Geometrische Abmessungen,
2. Doublierungen mit Anzahl der doublierten Leinwände,
3. Randbedingungen (fester Rand mittels Keil- oder Spannrahmen oder nachgiebiger Rand mittels elastischer Aufhängung),
4. Vorspannung, die ortsabhängig und abhängig vom Verformungsfeld ist, d. h. im dynamischen Fall ist die Vorspannung zeitvariant,
5. Beulen und Falten in der statischen Grundauslenkung,
6. lose und/oder instabile Malschicht.

Diese sechs Haupteinflussparameter sind bei allen untersuchten Gemälde der Tabelle 3 festgestellt worden.

## 5.4 Dauerschwingungsverhalten

Die Tabelle 31 dokumentiert die Veränderungen der Testgemälde, die vor, während und nach den Dauerschwingungstests (DST) durch Sichtprüfung, Hochgeschwindigkeitskameraaufnahmen und Messungen mit dem scannenden Laser-Doppler Vibrometer detektiert werden konnten. Ein Beispiel für die Größe und Form der verlustigen Farbflocken von Test-

| Test-gemälde | Dauer d. DST | Dauer bis zur Schädigung | Schädigung  | Art der Detektion               |
|--------------|--------------|--------------------------|---|---------------------------------|
| 1            | 72 h         | 72 h                     | Verlust d. Vorspannung                                    | Abfall 1. char. Freq.           |
| 2            | 120 h        | Nach 24 h                | Farbverluste  | Sammeln d. Farbflocken          |
| 3            | 72 h         | Nach 6 h<br>Nach 24 h    | Neues Craquelé<br>Farbverluste                            | Fotos<br>Sammeln d. Farbflocken |
| 4            | 120 h        | Nach 6 h<br>Nach 24 h    | Neues Craquelé<br>Aufweiten &<br>Verlängerung d. Craquelé | Fotos                           |
| 5            | 36 h         | —                        | Keine   |                                 |

Tabelle 31: Ergebnisse der einachsigen Dauerschwingungstests (DST)

gemälde 3 während des Dauerschwingungstests ist in Abbildung 83 gezeigt. Im Falle des vergrößerten Craquelé bleibt zu prüfen, ob dies eine Folge der mechanisch-dynamischen Belastung ist oder eine Folge der Wärme, die der Shaker während seines Betriebes produziert und an die Umgebung abgibt, sowie der tageszeitbedingten Luftfeuchteschwankungen. Das Labor, in dem die DST statt gefunden haben, ist nicht klimatisiert. Wie der Film „Vom Atmen der Bilder“ von Volker Schaible (<https://www.restauratoren.de/das-atmen-der-bilder-video/>) eindrucksvoll zeigt, kann eine Aufweitung des bestehenden Craquelé auch durch Klimaschwankungen hervorgerufen werden.

## 5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen



Abb. 83: Beispiele für verlustige Farbflocken von Testgemälde 3 während der DST

Zur genaueren Untersuchung der Ursache des vergrößerten Craquelé werden die thermo-mechanischen Tests durchgeführt und nachfolgend die Ergebnisse erläutert.

### 5.5 Thermo-mechanisches Verhalten

Um die äußeren klimatischen Bedingungen auszuschalten, werden die Vibrationstests auf einem Shaker mit aufgesetzter Klimakammer bei der AUCOTEAM GmbH in Berlin durchgeführt. Die Klimakammer wird so gesteuert, dass während des gesamten Vibrationstests die Temperatur und relative Luftfeuchte in dem Prüfraum mit den Testgemälden das museale Normklima ( $\theta = 20^\circ \text{ C}$ ,  $\phi = 55\%$ ) eingehalten wird. Es werden dieselben Prüfprofile, wie während des Dauerschwingungstests abgefahren.

Die Untersuchungen sind im Rahmen der Veranstaltung „Mechanische Schwingungen von Kunstwerken und Kulturobjekten messen, analysieren und verstehen“ (Dozentin: Dr. Kersstin Kracht) im Wintersemester 2022/23 an der TU Berlin für Studierende des Ingenieurwesens und Studierende der Restaurierung von der HTW Berlin während einer Exkursion durchgeführt worden. Die Prüfdauer ist auf jeweils 10 Minuten verringert worden, da die Shakeranlage inkl. Prüfer von der AUCOTEAM GmbH für insgesamt zwei Stunden kostenlos zur Verfügung gestellt werden konnte.

Zur Beantwortung der Frage, ob die mechanisch-dynamische Anregung eines Testgemäldes unter Ausschluss klimatischer Veränderungen in der Lage ist, materielle Veränderung zu bewirken, ist in Abbildung 84 links ein Foto mit dem Testgemälde 2 vor dem Test und rechts ein Foto nach dem Test zu sehen. Ein Vergleich der beiden Bilder lässt den Betrachter zu dem Schluss kommen, dass das Craquelé auf dem Foto nach dem Test breiter erscheint. Offenbar haben sich die Ufer der Sprünge in der Malschicht aufgestellt.

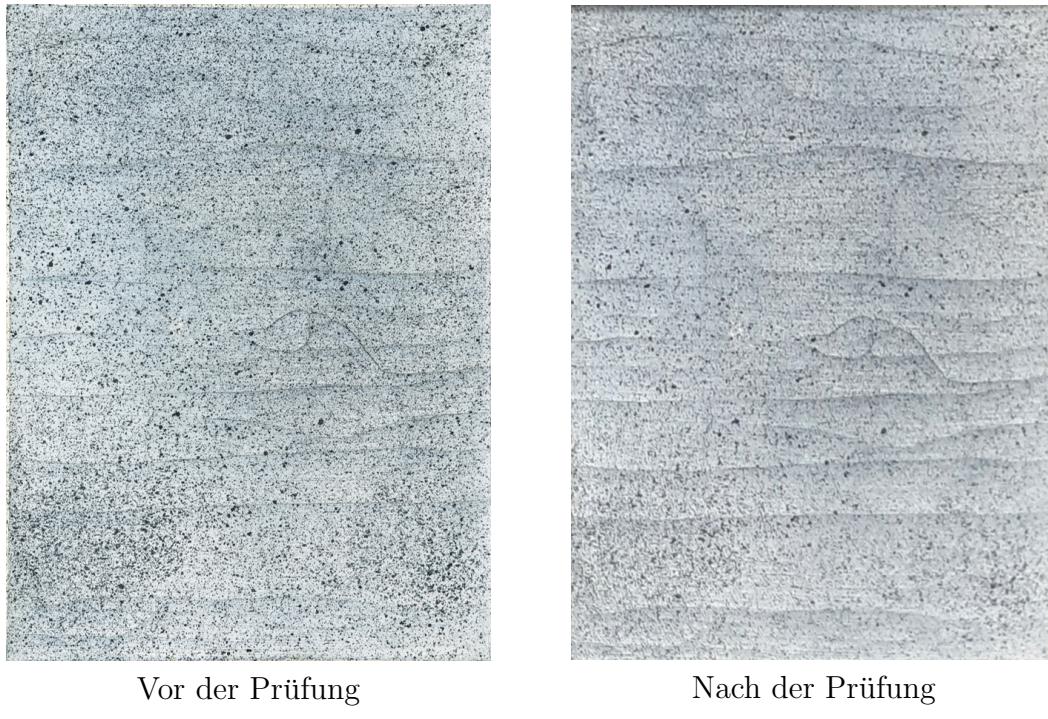


Abb. 84: Testgemälde D5 vor und nach der kombinierten Klima-Vibrations Prüfung

Die mechanisch-dynamische Belastung von Gemälden kann dementsprechend nicht nur Farbabplatzungen bewirken, sondern auch das Craquelé vergrößern. Dies deckt sich mit den Beobachtungen in ([120], S. 51-53).

Die Versuche auf der Shakeranlage mit einer Klimakammer ermöglichen außerdem die Untersuchung der Testgemälde im Hinblick auf lokale Temperaturveränderungen. Diese Frage ergibt sich aus folgender Logik: Wenn delamierte Bereiche, z. B. zwischen Malschicht und Bildträger oder zwischen dem originalen Textil und dem doublierten, während der mechanisch-dynamischen Belastung Stoßkontakte ausführen oder aneinander reiben, wird Wärme produziert. Des Weiteren ist Ölfarbe im chemisch getrockneten Zustand ein Duroplast. Während einer mechanisch-dynamischen Bewegung produzieren die langketigen Moleküle ebenfalls durch Reibung Wärme. Ob diese Effekte messbare Temperaturveränderungen hervorrufen, wird mit Thermoscans, die mit der Thermokamera PCE-TC 33N erstellt werden, untersucht. Ein Beispiel eines Thermoscan ist in Abbildung 85 gezeigt. Für die Aufnahme eines Fotos ist der Versuch unterbrochen und die Tür der Klimakammer geöffnet worden.

Im Bereich der Delaminierungen zwischen originalem und doubliertem Textil ist bei Testgemälde 3 eine Temperaturerhöhung festzustellen. Bei Testgemälde 2 ist dies trotz der geweiteten Rissufer nicht der Fall. Allerdings ist aufgrund der sehr kleinen Rissuferflächen und der kurzen Prüfdauer von einer sehr kleinen Wärmeproduktion auszugehen. Die verwendete Thermokamera ist aller Voraussicht nach nicht empfindlich genug für derartige Untersuchungen. Die Versuche sollten mit einer sensitiveren Thermokamera, die in der Temperaturkammer integriert ist, wiederholt werden. Im Rahmen dieser Arbeit ist dies aus Zeit- und Kostengründen nicht möglich.

## 5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

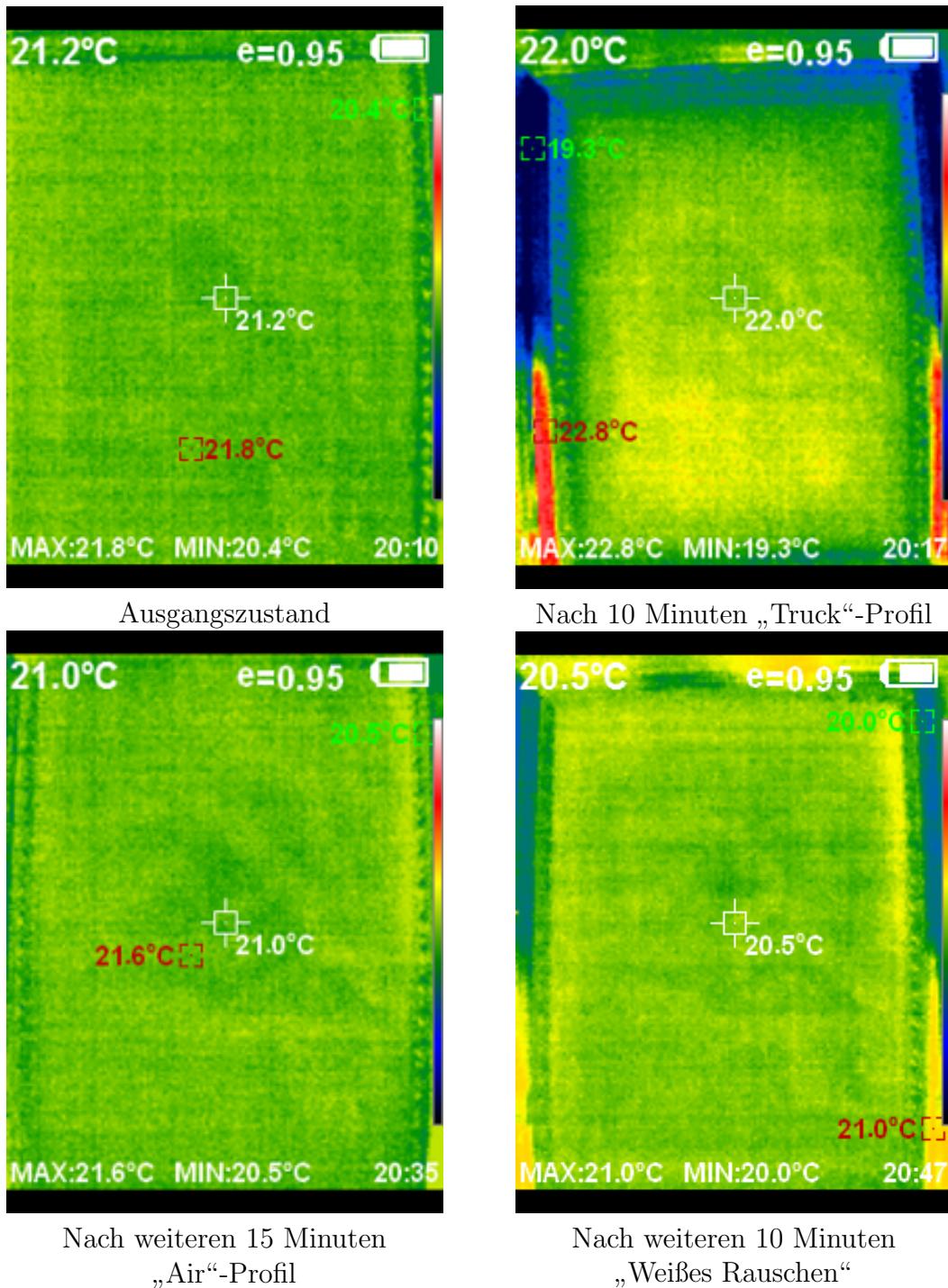


Abb. 85: Thermoscans während der kombinierten Klima-Vibrationsprüfungen dem Testgemälde F

Im letzten Versuch wird die Raumtemperatur vor dem Test des Testgemälde 2 um  $\Delta T = 9$  K erwärmt und vor dem Test des Testgemäldes 5 um 1 K verringert. Anschließend wird von beiden Testgemälden ein Thermoscan angefertigt. Das Ergebnis ist in Abbildung 86 zu sehen. In Testgemälde 2 sind die hervorstehenden Bereiche insbesondere in der Umgebung

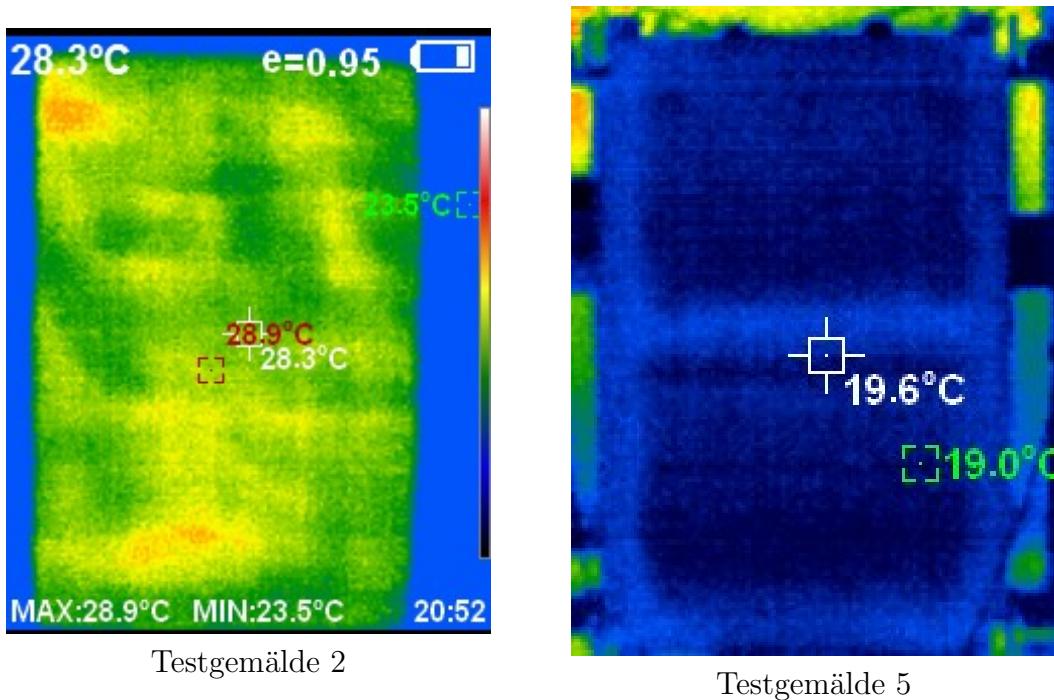


Abb. 86: Temperaturverteilung auf der jeweiligen Vorderseite von Testgemälde 2 und 5 nach Wärmezu- bzw. -abfuhr

der aufstehenden Rissufer und Beulen eine deutlich höhere Temperatur gemessen worden als in den ebenen Bereichen.

Die Temperaturverteilung auf der Vorderseite von Testgemälde 5 zeigt klar, dass die Querstrebe auf der Rückseite eine Wärmesenke ist.

## 5.6 Elastizität, Plastizität und Dämpfung

**Die Gemäldeproben**, die für die Zugtests verwendet worden sind, stammen von baugleichen, maximal künstlich gealterten Testgemälden der FP 1 (A bis F) und der FP 2 (G und H).

Das Ergebnis eines zyklisch be- und entlastenden Zugtests (oder dynamischer Hysteresestest) an einer Leinwandprobe (Gemäldedummie G und H) ist in Abbildung 87 dargestellt. Auffallend ist die bleibende Verformung nach dem ersten Zyklus, obwohl die Kraft 0 N beträgt. Hierin wird die plastische Verformung des Gewebes durch Zugbelastungen sichtbar.

Die Diagramme in den Abbildungen 88 bis 99 sind durch quasistatische Zugversuche bis zum Reißen der Probe ermittelt worden, wobei:

- Abbildung 88 bis 92 Spannungs-Dehnungs-Diagramme verschieden beschichteter Leinwandproben,
- Abbildung 93 bis 96 Spannungs-Dehnungs-Diagramme verschieden beschichtetes Leinen in Panamabindung mit **normalkonzentriertem** Leim (40 g/l) und

## 5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

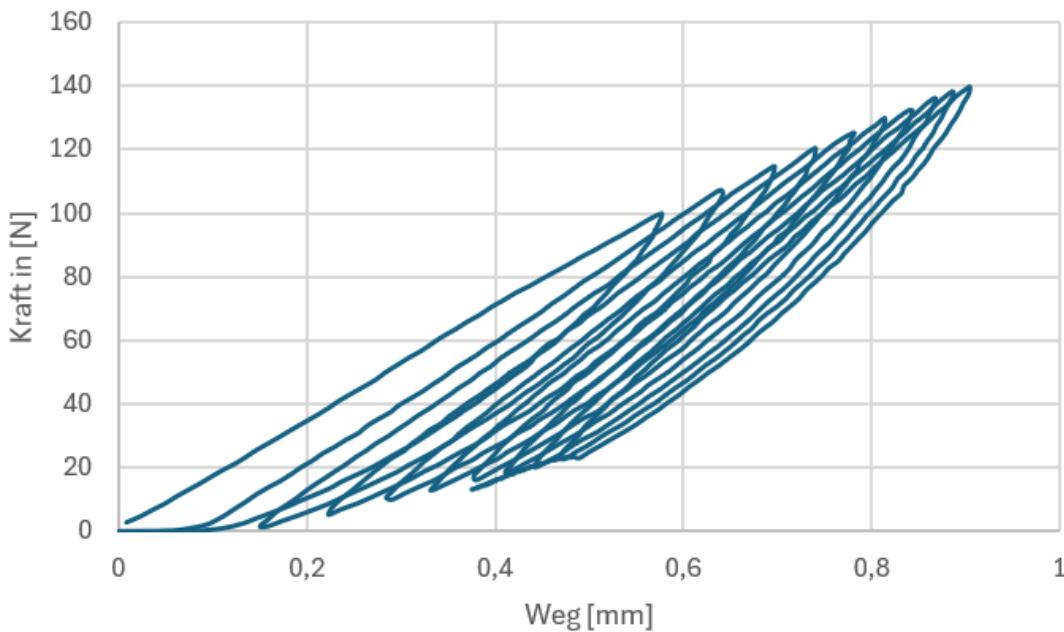


Abb. 87: Dynamischer Hysteresetest 10-maliger Durchlauf an einer Leinwandprobe

- Abbildung 97 bis 99 Spannungs-Dehnungs-Diagramme verschieden beschichtetes Leinen in Panamabindung mit **hochkonzentriertem** Leim (70 g/l) zeigen. Die Messdaten beweisen die Abhängigkeit der Steifigkeit bemalter Textilien von der Kett- und Schussrichtung sowie von der Zusammensetzung der Malmittel. Insgesamt ist ein stark nichtlineares Materialverhalten festzustellen.

In Abschnitt 6.4 werden die experimentell bestimmten Materialdaten in Berechnungen weiterverwendet. Im Fall einer nichtlinearen Analyse gehen die Daten direkt in die Rechenmodelle ein. Im Fall einer Linearisierung wird zuerst der Arbeitspunkt in dem Diagramm bestimmt und schließlich in diesem über die Steigung der Tangente der oder die Steifigkeitsparameter bestimmt.

Die Proben sind so aus dem Gewebe geschnitten und getestet worden, dass die Zugrichtung einmal mit der Schussfadenrichtung (**blau**) und einmal mit der Kettfadenrichtung (**orange**) übereinstimmt. Je Zugversuch sind drei Proben untersucht worden. Die gemittelten Daten sind in den Abbildungen 88 bis 99 dargestellt.

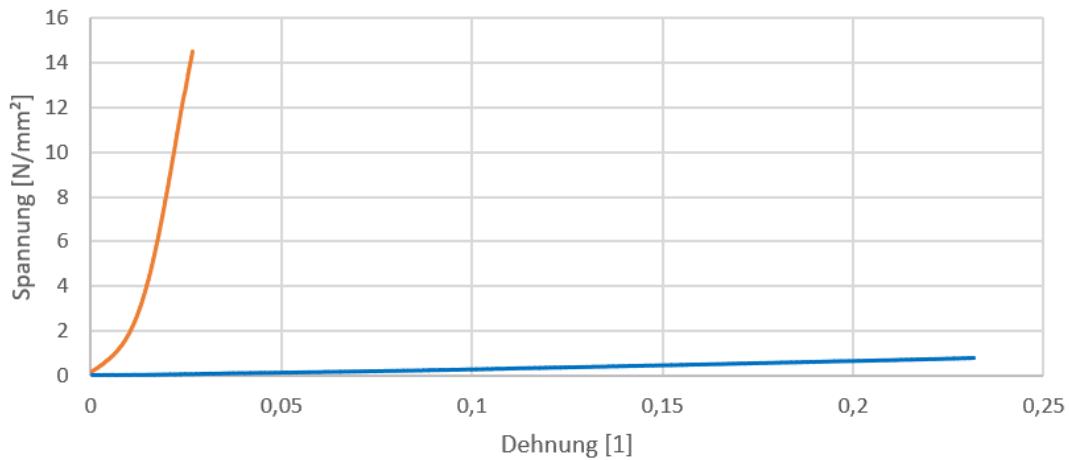


Abb. 88: Industriell vorgeleimte Leinwand

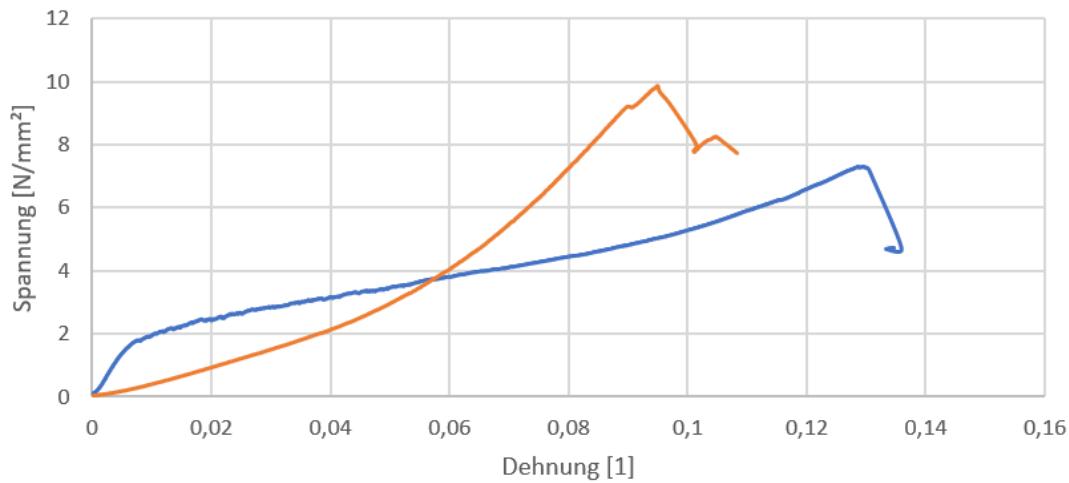


Abb. 89: Industriell vorgeleimte Leinwand mit Grundierung

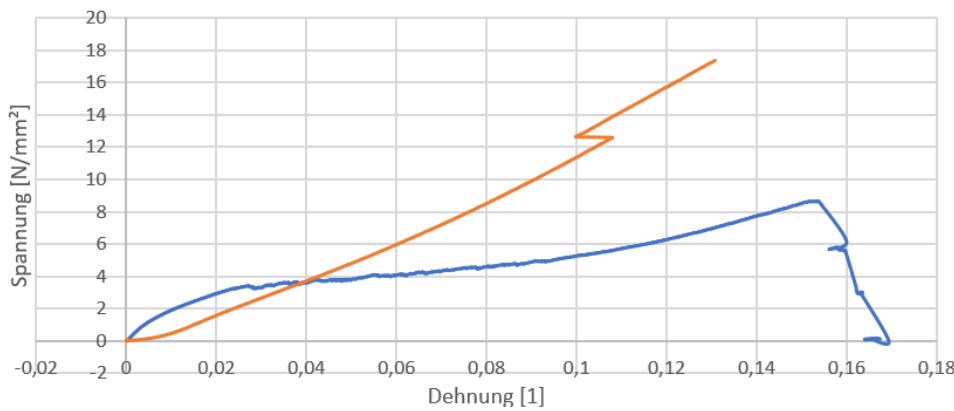


Abb. 90: Industriell vorgeleimte Leinwand mit Grundierung und einer Farbschicht Umbra

## 5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

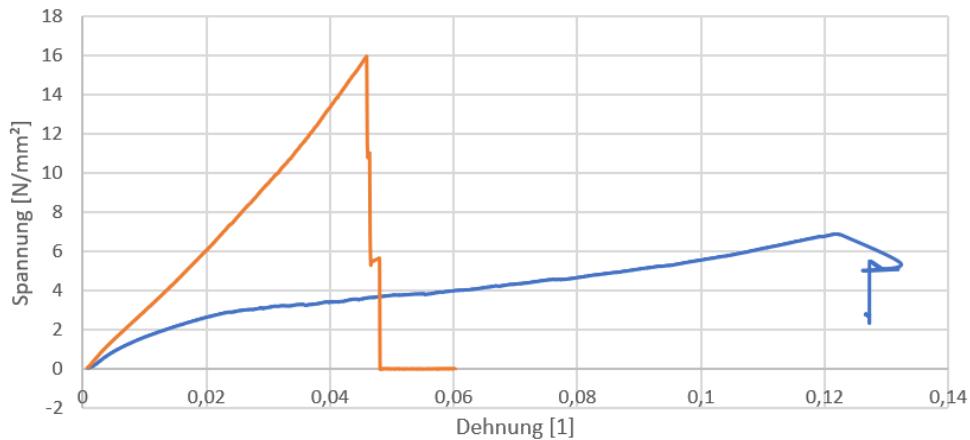


Abb. 91: Industriell vorgeleimte Leinwand mit Grundierung und einer Farbschicht Kobaltblau

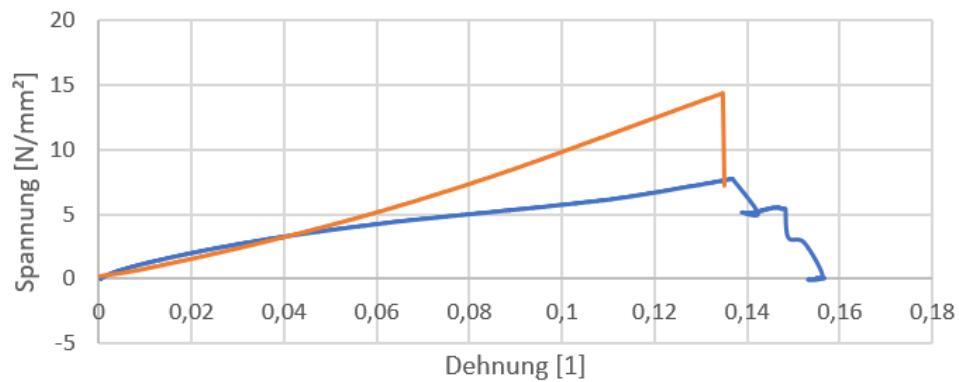


Abb. 92: Industriell vorgeleimte Leinwand mit Grundierung und einer Farbschicht Böhmisches grüne Erde

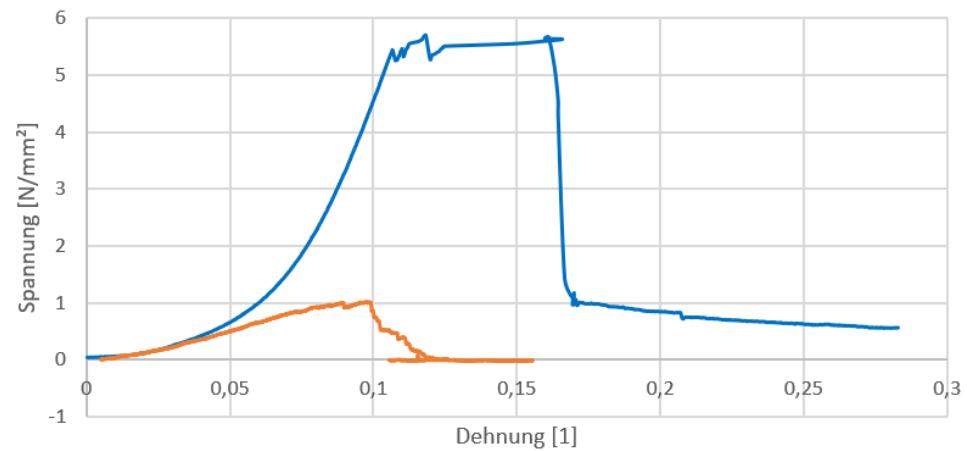


Abb. 93: Leinen in Panamabindung

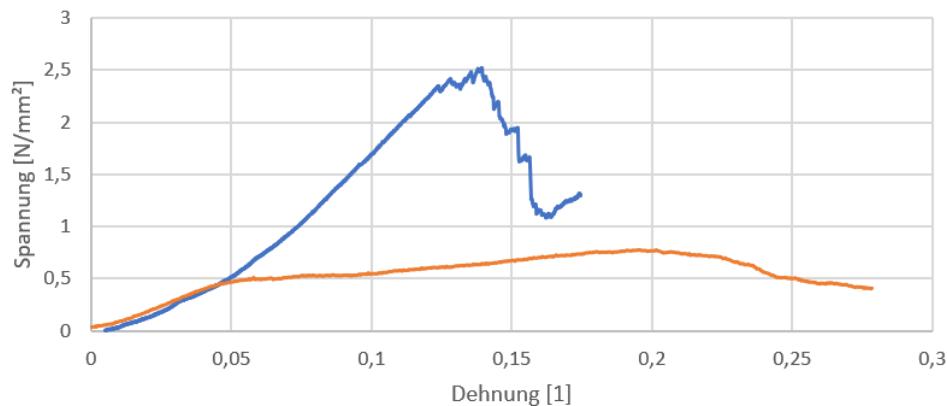


Abb. 94: Leinen in Panamabindung und geleimt (40 g/l)

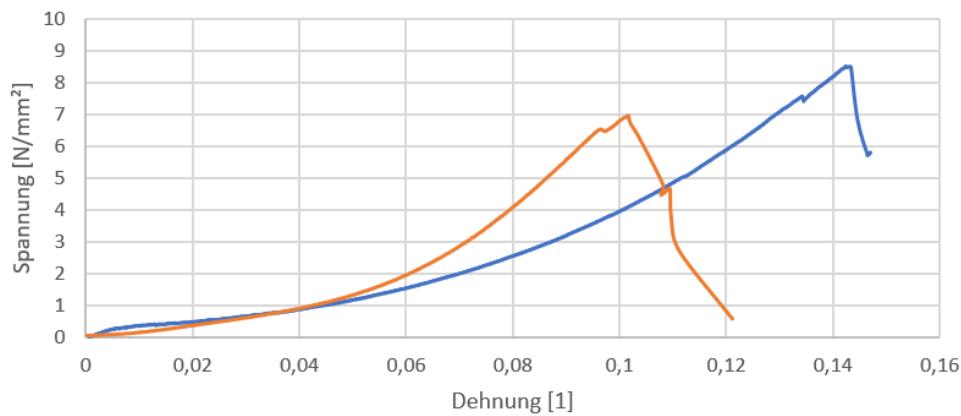


Abb. 95: Leinen in Panamabindung, geleimt (40 g/l) und mit Grundierung

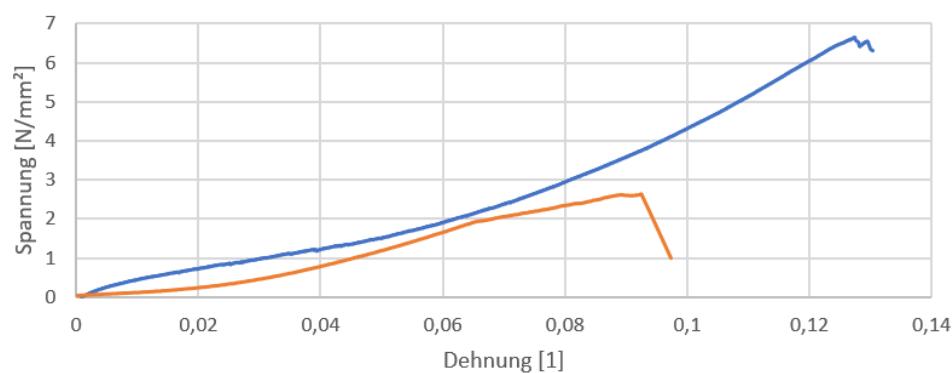


Abb. 96: Leinen in Panamabindung, geleimt (40 g/l), mit Grundierung und Kobaltblau

## 5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

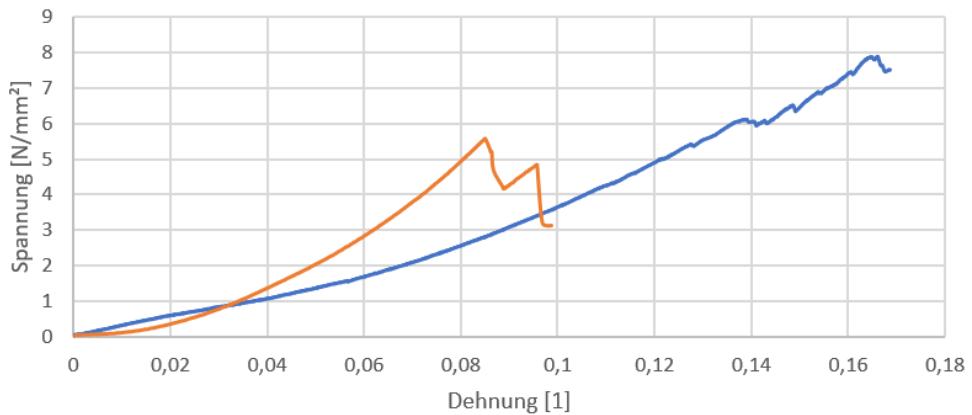


Abb. 97: Leinen in Panamabindung und geleimt (70 g/l)

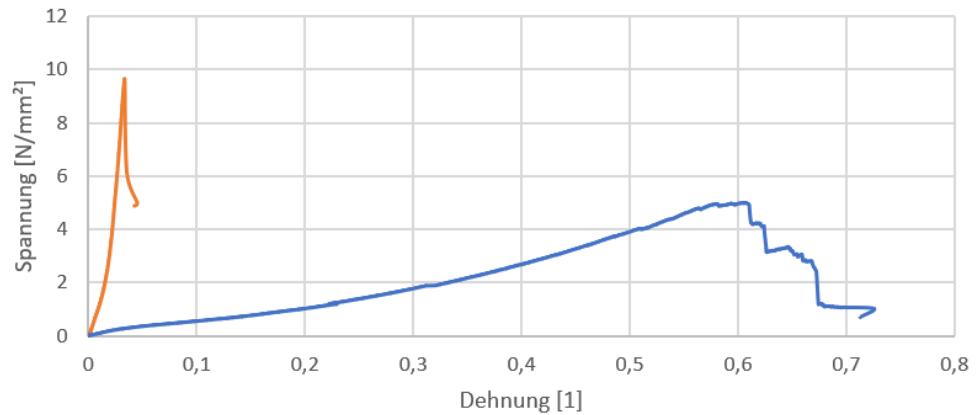


Abb. 98: Leinen in Panamabindung, geleimt (70 g/l) und mit Grundierung

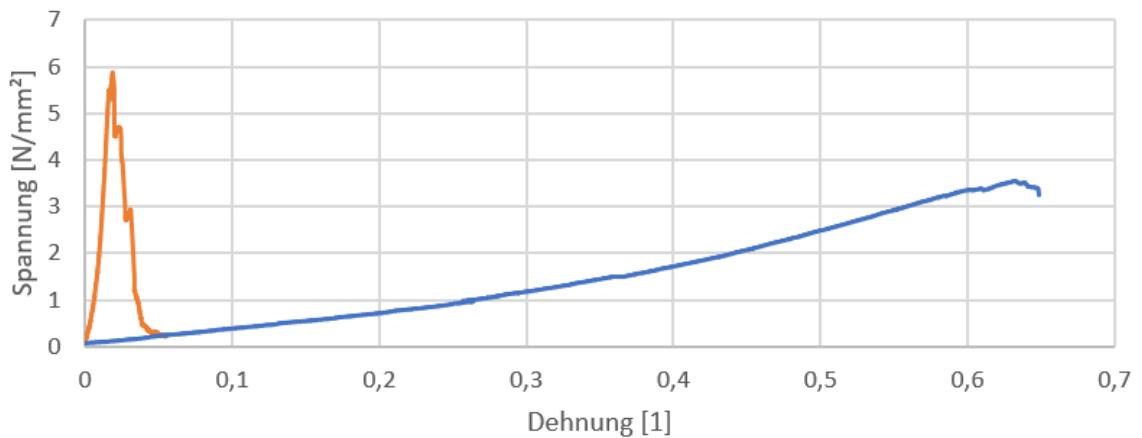


Abb. 99: Leinen in Panamabindung, geleimt (70 g/l), mit Grundierung und Kobaltblau

**Vliesstoffe**, die als Schwingungsschutz für Gemälde fungieren, werden in das bzw. die Gefache auf der Rückseite eingelegt. Um ein Verrutschen zu verhindern, werden die Vliesmatten an die Rückseitenschutzplatte angenäht oder mittels Klettband angeheftet. Aufgrund der Lage zwischen der Rückseite der bemalten Leinwand und der Rückseitenschutzplatte werden die Vliesstoffe hauptsächlich auf Druck beansprucht.

Die quasistatischen und dynamischen Druckversuche (Vergleich Abschnitt 4.3) haben zum Beispiel das Kraft-Verschiebungsdiagramme in Abbildung 100 hervorgebracht. Für die

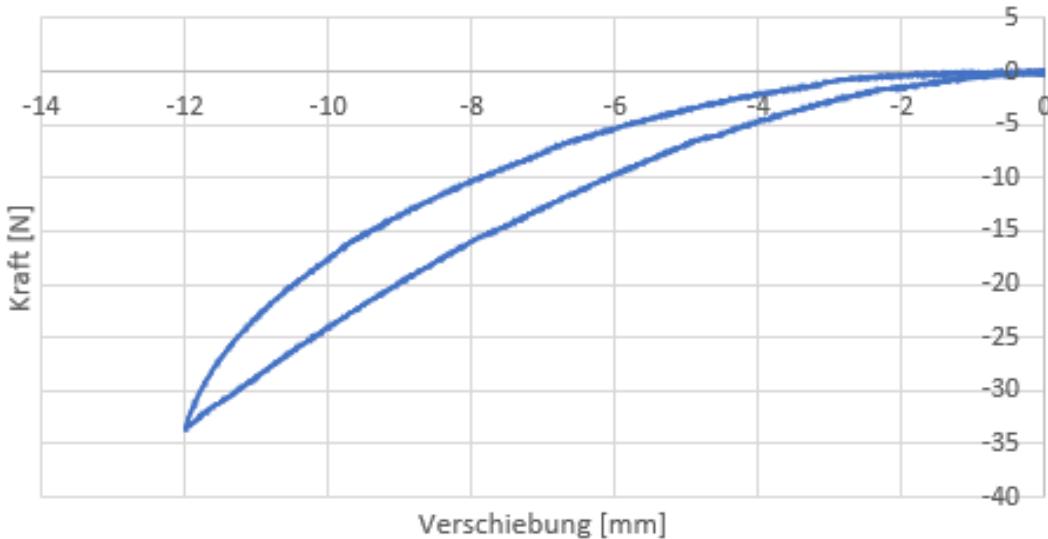


Abb. 100: Kraft-Verschiebungs-Diagramm aus dem Drucktest an Caruso WLG 45 mit einer Vliesmattendicke von 25 mm

Modellierung wird von einem linearem Zusammenhang zwischen Kraft und Verschiebung ausgegangen, d. h. in einem Arbeitspunkt, der abgeschätzt wird, wird linearisiert. Für die Berücksichtigung eines viskoelastischen Verhaltens werden die dynamischen Druckversuche über die Berechnung des komplexen Elastizitätsmodul ausgewertet.

**Die Reibungsversuche** sind im Rahmen der von der Autorin betreuten Projektarbeit [61] durchgeführt, ausgewertet und dokumentiert worden. Ein beispielhafter Reibbeiwert-Zeit-Verlauf ist in Abbildung 101 dargestellt.

Der Stick-Slip-Effekt wird ersichtlich aus dem Anstieg des Reibungskoeffizientens bis zu einem lokalen Maximum und dem anschließenden Abfall bis zu einem lokalen Minimum. Der lokal maximale Wert entspricht dem Haftungskoeffizienten. Ist dieser Wert erreicht, setzt sich die Probe in Bewegung und gleitet über das Testgemälde. Erreicht der Reibungskoeffizient ein lokales Minimum, endet die Gleitung und die Probe ist in Ruhe. Das erste lokale Maximum ist stets der größte Wert, da die Probe zeitlich am längsten in Ruhe war und die Fasern des Vliesstoffes den größten Zeitraum besitzen, um sich mechanisch mit dem Gewebe zu verbinden.

Die experimentell ermittelten mittleren Haftungskoeffizienten  $\bar{\mu}_H$  sind in Tabelle 32 dokumentiert.

## 5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

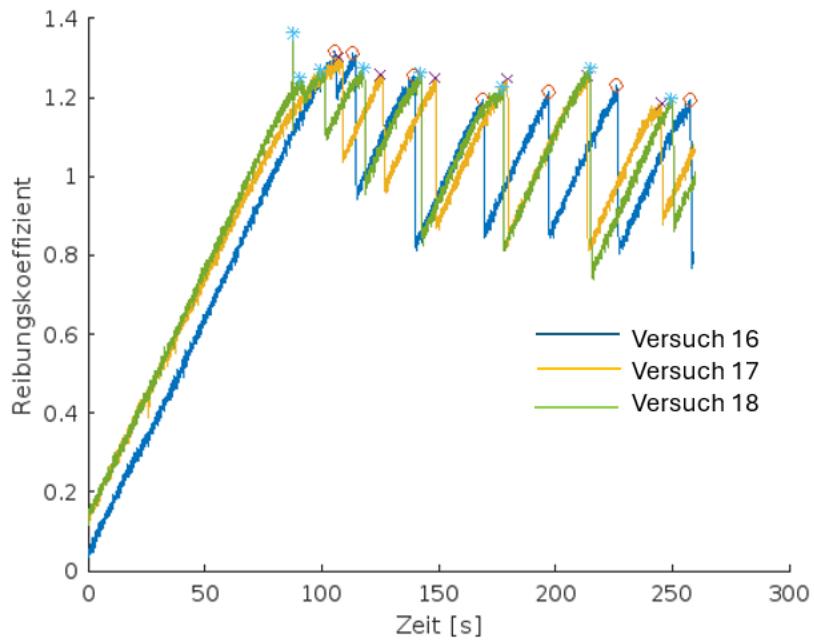


Abb. 101: Beispielhafte Reibbeiwert-Zeit-Verläufe mit Caruso WLG 35, Quelle: [61]

| Versuchnr.<br>Versuchnr. | Vlies<br>Vlies | Zugrichtung rel.<br>zur Vliesfaser | Testgemälde<br>Testgemälde | Zugrichtung rel.<br>zur Kettrichtung | $\bar{\mu}_H$<br>$\bar{\mu}_H$ |
|--------------------------|----------------|------------------------------------|----------------------------|--------------------------------------|--------------------------------|
| 1                        | WLG 45         | parallel                           | 4                          | parallel                             | 1,50                           |
| 2                        | WLG 45         | parallel                           | 4                          | senkrecht                            | 1,69                           |
| 3                        | WLG 45         | parallel                           | 1                          | senkrecht                            | 1,64                           |
| 4                        | WLG 45         | parallel                           | 1                          | parallel                             | 1,61                           |
| 5                        | WLG 45         | parallel                           | 3                          | parallel                             | 1,22                           |
| 6                        | WLG 45         | parallel                           | 3                          | senkrecht                            | 1,35                           |
| 7                        | WLG 40         | parallel                           | 4                          | parallel                             | 1,37                           |
| 8                        | WLG 40         | parallel                           | 4                          | senkrecht                            | 1,57                           |
| 9                        | WLG 40         | parallel                           | 1                          | senkrecht                            | 1,57                           |
| 10                       | WLG 40         | parallel                           | 1                          | parallel                             | 1,69                           |
| 11                       | WLG 40         | parallel                           | 3                          | parallel                             | 1,15                           |
| 12                       | WLG 40         | parallel                           | 3                          | senkrecht                            | 1,34                           |
| 13                       | WLG 35         | parallel                           | 4                          | parallel                             | 1,44                           |
| 14                       | WLG 35         | parallel                           | 4                          | senkrecht                            | 1,79                           |
| 15                       | WLG 35         | parallel                           | 1                          | senkrecht                            | 1,58                           |
| 16                       | WLG 35         | parallel                           | 1                          | parallel                             | 1,80                           |
| 17                       | WLG 35         | parallel                           | 3                          | parallel                             | 1,26                           |
| 18                       | WLG 35         | parallel                           | 3                          | senkrecht                            | 1,42                           |

Tabelle 32: Experimentell ermittelte mittlere Haftungskoeffizienten  $\bar{\mu}_H$ , Quelle: [61]

Aus den Messdaten wird er sichtlich, dass der mittlere Haftungskoeffizient  $\bar{\mu}_H$  zwischen Vliesstoff und textilem Bildträger stets größer als 1 ist und am größten ist, wenn

- die Vliesstofffasern dicht sind,
- das Gewebe fein ist,
- das Gewebe nicht mit Wachs-Harz doubliert ist und
- die Vliesfasern senkrecht zum Kettfaden ausgerichtet sind.

**Rückseitenschutzplatten** von Gemälden werden in der Regel hauptsächlich auf Biegung beansprucht. Da kein Biegeprüfstand zur Verfügung steht, werden Drucktests ausgeführt. Beispielhaft werden in Abbildung 102 drei ermittelte Kraft-Verschiebungs-Verläufe dargestellt.

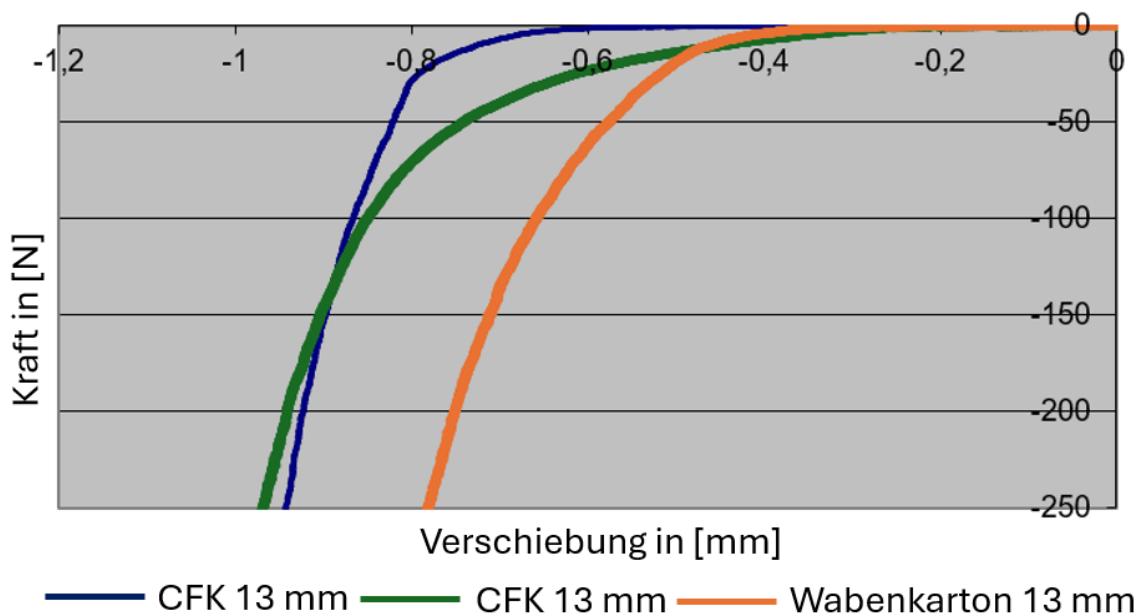


Abb. 102: Beispielhafte Kraft-Verschiebungs-Verläufe verschiedener Materialien für Rückseitenschutzplatten

Für die Modellierung wird genau wie bei den Vliesstoffen von einem linearem Zusammenhang zwischen Kraft und Verschiebung ausgegangen, d. h. in einem Arbeitspunkt, der abgeschätzt wird, wird linearisiert. Für die Berücksichtigung eines viskoelastischen Verhaltens werden die dynamischen Druckversuche über die Berechnung des komplexen Elastizitätsmodul ausgewertet.

**Drahtseilfedern** in Polycal-Bauform bestehen aus zwei Halterungsplatten, die durch ein Seil miteinander verbunden sind. Das Seil wird so durch die Halterungsplatten gezogen, dass vier Verbindungselemente entstehen. Die Form und Abmaße der Halterungsplatten sowie die Lage der Löcher, durch die das Seil gezogen wird, haben einen sehr großen Einfluss auf die Raumkurven, die die vier Verbindungselemente beschreiben. Die Form der Raumkurve und der Seildurchmesser sowie die Art des Drahtseils beeinflussen die Steifigkeit der Drahtseilfeder. In Abbildung 103 ist der Querschnitt des Drahtseils der

## 5 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

Drahtseilfeder Typ 2 gezeigt. An diesem Foto wird die Komplexität des Aufbaus und damit der Bewegung eines Drahtseils, welches in einer Drahtseilfeder eingesetzt wird, deutlich.

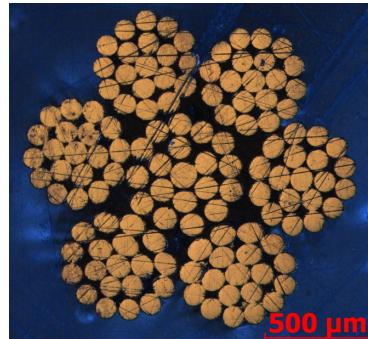


Abb. 103: Drahtseilquerschnitt der Drahtseilfeder Typ 2, Foto: A. Juritza

In seiner Bachelorarbeit [182] hat Qaddoura das quasistatische Verhalten einer spezifischen Polycal Drahtseilfeder in Abhängigkeit der angesprochenen Einflussparameter untersucht. Die Beeinflussung der die Form der Verbindungselemente beschreibenden Raumkurve ist in der Projektarbeit [93] für einen bestimmten Typ untersucht worden. Die Autorin ist Betreuerin beider Arbeiten, die im Ergebnis die schwierige Vorhersagbarkeit und Berechenbakeit des Steifigkeitsverhalten von Drahtseilfedern in Polycal-Bauform unterstreichen. Für die Erarbeitung von Lösungen dieser Problematik bedarf es gesonderter Forschungsprojekte.

Im Rahmen dieser Arbeit werden zur Charakterisierung und Berücksichtigung des Steifigkeitsverhaltens der verwendeten Drahtseilfedern die experimentell ermittelten Daten herangezogen. Einige der hier verwendeten Kraft-Verformungskurven sind im Rahmen der von der Autorin betreuten Bachelorarbeit [163] erfasst worden. In Abbildung 104 sind Kraft-Verschiebungskurven, die an der Drahtseilfeder Typ 1 in achsialer Richtung mit verschiedenen Verfahrgeschwindigkeiten (20 mm/min und 1600 mm/min) ermittelt worden sind, beispielhaft angegeben. Die Feder wird mit konstanter Geschwindigkeit ge-

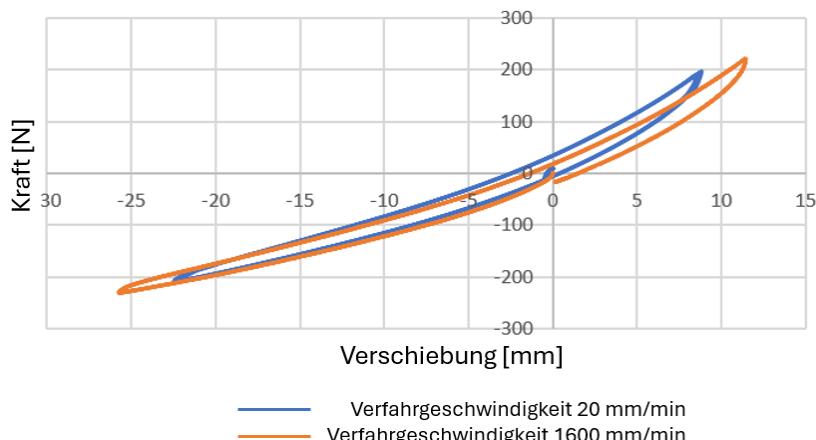


Abb. 104: Kraft-Verformungskurven der Drahtseilfeder in der Bauform von Typ 1, jedoch Höhe=73 mm in Abhängigkeit verschiedener Verfahrgeschwindigkeiten

drückt, entspannt, gezogen und wieder entspannt. Aufgrund der trockenen Reibung zwischen den Drähten ergeben sich die Hysteresekurven in Abbildung 104. Die Hysteresekurven sind nicht deckungsgleich, was auf die unterschiedlichen Verfahrgeschwindigkeiten zurückzuführen ist. Da die Abweichung schwach ist, wird in erster Näherung angenommen, dass der Kraft-Verformungszusammenhang nicht frequenzabhängig ist.

Im Folgenden wird der untere Ast der Hysteresekurve betrachtet. Der durch Druck ermittelte Ast wird in den ersten Quadranten gespiegelt, d. h. es werden die Beträge des Kraft- und des Verformungsverlaufes in Abbildung 105 betrachtet. Es wird festgestellt,

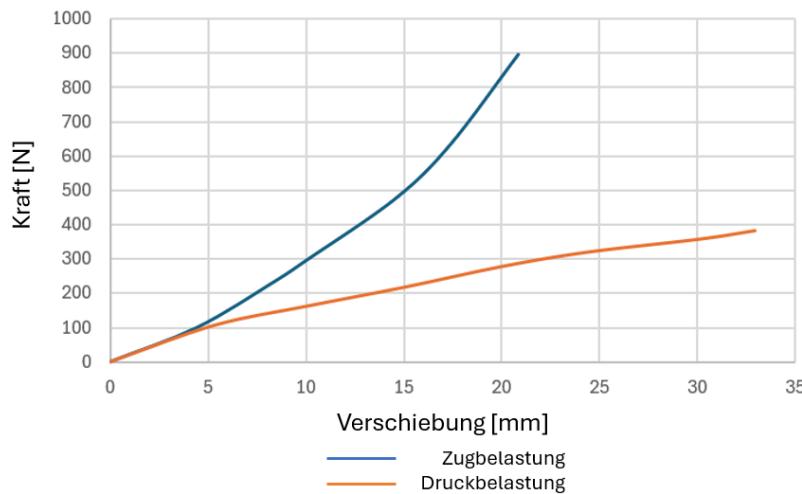


Abb. 105: Betrag einer Kraft-Verformungskurve der Drahtselfeder Typ 1

dass die Drahtselfeder bei einer Druckbelastung ein degressives Steifigkeitsverhalten aufweist und bei Zug ein progressives. Das „weiche“ Verhalten im degressiven Bereich (Druck) ermöglicht die bereits angesprochene hervorragende Eignung für den Einsatz zur Schwingungsisolation. Das „starre“ Verhalten im progressiven Bereich (Zug) sorgt für eine Begrenzung und sehr schnelle Reduzierung der Stoßamplitude. Ist die Stoßamplitude sehr groß, neigen die Drahtselfedern dazu „auf Block zu gehen“, d. h. die Halterungsplatten stoßen aneinander. Zur Vermeidung eines „harten“ Stoßes wird empfohlen auf die Halterungsplatten jeweils eine passende Kautschuckmatte mit Schockabsorptionsanteil zu befestigen.



# 6 Modellierung von Gemälden

Die Modellierung von Gemälden auf textilem Bildträger beginnt in den späten 1970er Jahren mit der Beforschung des bis heute ungelösten Problems, orts- und klimaabhängige Materialeigenschaften und Schichtdicken der aufgetragenen gealterten Malmaterialien für ein ganzen Gemälde zu messen oder zu simulieren. In dieser frühen Phase sind die Arbeiten von Mecklenburg & Tumosa [154] und ab Mitte der 1990er Jahre von Young [261], [262], [263] zu nennen. Ab Mitte der 1980er Jahre beschäftigen sich Wissenschaftler mit der Anwendung der klassischen Laminattheorie [157] und erklären das Schwingungsverhalten von Gemälden mit den Cladnischen Klangfiguren [150]. Die Konferenz „Art in Transit - Conference on The Packing and Transportation of Paintings“ (London, 1991) ist in der Restauratorenwelt ein historisches Ereignis, das bis heute mit den daraus hervorgegangenen Büchern [4] und [5] Standards stellt.

In den Jahren 2011 und 2013 werden unabhängig voneinander Dissertationen zur Simulation des Schwingungsverhaltens von Ölgemälden veröffentlicht. Während Kracht eine Messmethode zur Bestimmung hochauflösender charakteristischer Schwingungsmodi und -frequenzen entwickelt und die Charakterisierung des nichtlinearen Schwingungsverhaltens in [120] untersucht, konzentriert sich Chiriboga in [36] auf die Modellierung des Schwingungsverhaltens von zum Teil beschichteten Textilien mithilfe der Methode der finiten Elemente. Bei der Modellierung des Materialverhaltens verwendet Chiriboga die üblichen Mischregeln für Verbundwerkstoffe. Die Modellierungsgrundlage in Krachts und Chiribogas Arbeiten ist Mindlins Plattentheorie, wobei Kracht bereits die Bedeutung der Vorspannung herausgearbeitet und berücksichtigt hat.

Zehn Jahre später, im Jahr 2021, werden in der Masterarbeit von Hartlieb [83] sowie den Artikeln von Gao et al. [67] und schließlich dessen Dissertation [66] experimentelle Studien zum Schwingungsverhalten von drei Testgemälden in Abhängigkeit von Temperatur und rel. Luftfeuchte durchgeführt. Diese Forschungsgruppe initiiert hierbei den Begriff der „modalen Nichtlinearitäten“, womit die Abhängigkeit von charakteristischen Schwingungsfrequenzen und Übertragungsfunktionen von der Anregung, wie sie bereits in [120] erkannt worden ist, gemeint ist. Die Begriffskreation ist streitbar, da die Ursache der zu bezeichnenden Abhängigkeit in den nichtlinearen Systemeigenschaften liegt. Daraus ist das erkannte Phänomen weder modenabhängig noch liegt die Ursachen in den Eigenmoden. In den Veröffentlichungen von Hartlieb und Gao et al. sind darüberhinaus Forschungsaktivitäten hinsichtlich der Bewertung der Anregungen während des Transports der Testgemälde und des Ermüdungsbruchverhaltens dokumentiert.

Aufgrund der Bedeutung von Vorspannung und Vordehnung werden Gemälde auf textilen Bildträgern von Hornig-Klamroth im Jahr 2019 in seiner Studie [95] als Membran betrachtet. Dazu nutzt er die Arbeiten von Schoop [202], [203], Tänzer [219] und Hornig [94]. Hornig-Klamroth kommt zu dem Schluss, dass die Steifigkeit der Farbe bei der Modellierung nicht vernachlässigt werden sollte. Diesen Ratschlag aufgreifend und basie-

rend auf eigenen experimentellen Erfahrungen werden in den Studien von Lipp & Kracht [142], [141] originale Gemälde als Schalen gemäß der Theorie von Mindlin mit einer Vorspannung und isotropem Materialverhalten modelliert (siehe hierzu Abschnitt 10.3). Die Dichte, das Elastizitätsmodul und die Querkontraktionszahl des FEM-Modells werden mit Hilfe einer Modellaktualisierung (Model-Updating) so modifiziert, dass die berechneten und gemessenen charakteristischen Schwingungsmoden und -frequenzen bestmöglich übereinstimmen.

Eine andere Szenerie kreieren die Materialwissenschaftler, die eine Schnittmenge mit den Konservierungswissenschaftlern und Kunsttechnologen besitzen. Ein derzeit viel beforschtes Gebiet ist die Bildung von Schädigungen in Malmaterialien und die Zersetzung von Textilien. Zu nennen sind hier die Arbeiten von Fuster-Lopez, Andersen und Bosco mit z. B. [65], [25], [26]. Ein anderes aktuelles Forschungsgebiet ist die Modellierung von Malmaterialien und ihre Reaktion auf Klimaschwankungen. Im Bereich textiler Bildträger sind Wissenschaftler wie Bratasz und Lukomski mit beispielsweise [180] und [146] unterwegs, im Bereich Holz sind Arbeiten von Kaliske und Suiker, wie [131] sowie [145] zu nennen. Eng damit verbunden sind Forschungen zum Risikomanagement z. B. [33].

Auf restauratorischer, konservatorischer und kunsttechnologischer Seite gibt es sehr viel Literatur, die sich mit bestimmten Gemälden und deren Behandlung beschäftigt. Es geht hierin nicht unmittelbar um die Modellierung. Dennoch liefern diese Referenzen für die Mechanik wertvolle Hintergrundinformationen über den Aufbau von Gemälden. An dieser Stelle können nur einige Werke genannt werden: [17], [39], [78], [88], [166], [167], [235], [238].

Ein weiterer wichtiger Aspekt der Modellierung und Beeinflussung des mechanischen Verhaltens von Gemälden ist die Kenntnis der Anregungen. Die Erfassung experimenteller Daten während des Transports, der Ausstellung und der Lagerung von Kunstwerken und Kulturobjekten im Depot ist Gegenstand zahlreicher Arbeiten. Einen Überblick über die Forschung bis 2017 bietet der Artikel von Kracht & Kletschkowski [122]. Schwingungsmessungen und -minderungsmaßnahmen während Bauarbeiten sind Gegenstand des Papers von Higgit et al. [87]. In dem Artikel “Baseline limits for allowable vibrations for objects“ [254] gibt Wei Grenzwerte für zulässige Schwingungen von Objekten an. Diese Werte basieren auf zahlreichen Stichprobenmessungen in Museen. Einen Vorschlag für eine objektivierte Überwachung des Transports von Gemälden unterbreitet Heinemann et al. in [86].

Dieser kleine Einblick in den Stand der Wissenschaft mit der Angabe einiger wichtiger Arbeiten soll an dieser Stelle genügen, um in das Thema der Modellierung und Beeinflussung des mechanischen Verhaltens von Ölgemälden auf textilem Bildträger einzuführen. Im Folgenden wird der Ansatz, Gemälde als Flächentragwerk zu betrachten, aufgegriffen und diskutiert.

### 6.1 Das Flächentragwerk Gemälde

Gemälde besitzen in der Regel eine Geometrie mit Verwölbungen sowie anisotrope, nicht-lineare und inhomogen verteilte Materialeigenschaften. Die Dicke eines Gemäldes ist ortsbabhängig und der Materialaufbau in Dickenrichtung ist unsymmetrisch und inhomogen,

so das jegliche Vereinfachung wie die Annahme eines ebenen Spannungszustandes, unzulässig ist. Hinzukommt die ortsabhängige Vorspannung. Dementsprechend ist ein 3-D Kontinuum mit anisotropen, inhomogenen und nichtlinearen Massen-, Steifigkeits- und Dämpfungsverteilungen in drei Raumrichtungen ein adäquates Grundmodell, welches für jedes Gemälde angepasst werden kann. Als Grundmodell wird hier die Feldgleichung mit den Rand- und Anfangsbedingungen bezeichnet.

Für die Modellierung von Gemälden auf textilem Bildträger stehen im Rahmen dieser Arbeit die Versuche und Messdaten der Abschnitte 4 und 5 zur Verfügung. Der Versuchsaufbau mit drei Triangulationslasern (Abbildung 55 rechts) ermöglicht zwar die Messung der Bewegungen in der Bildebene und orthogonal dazu, allerdings ist aufgrund der Unebenheiten der Gemäldeooberfläche die Zusammenführung der Laserstrahlen in einem Messpunkt ohne geregelte Ausrichtung der Laser nicht möglich. Der hieraus resultierende Messfehler ist inakzeptabel.

Eine Alternative ist die Bildkorrelation (DIC). Diese setzt jedoch ein Specklemuster voraus, was bei künstlichen Testgemälden realisierbar ist, aber bei Originalen nicht. Die DIC-Messungen an den künstlichen Testgemälden haben ergeben, dass die Verschiebungen  $u(x, y, z, t)$ ,  $v(x, y, z, t)$  in der Bildebene außerhalb des Zeitraumes, wenn die bemalte Leinwand durch die Mittelebene schwingt, klein ist im Vergleich zur Verschiebung  $w(x, y, z, t)$  orthogonal zur Bildebene, d. h.  $u(x, y, z, t) < \frac{1}{10}w(x, y, z, t) \wedge v(x, y, z, t) < \frac{1}{10}w(x, y, z, t)$ . Während des Schwingens der bemalten Leinwand durch die Mittelebene besitzen die drei Verschiebungsgrößen  $u(x, y, z, t)$ ,  $v(x, y, z, t)$ ,  $w(x, y, z, t)$  dieselbe Größenordnung.

Sowohl die messtechnisch ermittelten Bewegungsinformationen als auch das gemessene Materialverhalten genügen zumindest im angestrebten Fall originaler Gemälde nicht ansatzweise, um das logisch-theoretisch überlegte 3-D Grundmodell mit Informationen anzureichern. Hieraus folgt ein Streben nach einem Grundmodell mit einer reduzierten Anzahl an Unbekannten.

Als kinematische Modelle kommen dementsprechend zweidimensionale, wie Membrane, Platten und Schalen, in Frage. Da die Abmessungen der Bildebene  $a$ ,  $b$  viel größer sind als die in Richtung der Dicke  $h$ , d. h.  $a > \frac{1}{10}h \wedge b > \frac{1}{10}h$ , begründet sich die Modellierung von Gemälden als Flächentragwerk auch rein formal.

Um der ortsabhängigen Steifigkeits- und Masseverteilung durch die inhomogene Verteilung der Malmittel, die lokal auftretenden Defekte und die lokal vorgenommenen Restaurierungen gerecht zu werden, bietet sich die Anwendung der Methode der finiten Elemente (FEM) an. Ein finites Element eines Gemäldes wird im Weiteren als Gemäldeelement bezeichnet. In Abbildung 106 werden drei mögliche Gemäldeelemente vorgestellt.

Der typische in Abbildung 28 gezeigte Gemäldeaufbau kann am besten durch das Mehrschichtenelement mit orthotroper Gewebeschicht (Abbildung 106, oben links) approximiert werden. Da sich im Allgemeinen die Masse und Steifigkeit der Schichten jeweils unterscheiden, ist der Schichtaufbau bezgl. der Mittelebene asymmetrisch. Hieraus resultiert eine Kopplung zwischen dem Platten- und Scheibenproblem.

Die Kopplung des Scheiben- und Plattenproblems ist auch dann der Fall, wenn die Leinwand nicht als matrixdurchtränktes Gewebe modelliert wird sondern als Laminat, welches aus zwei um  $90^\circ$  verschobene unidirektionale Einzelschichten (Abbildung 106, oben rechts) betrachtet wird. Diese Approximation erschließt sich aus der Anzahl der Unbekannten,

## 6 Modellierung von Gemälden

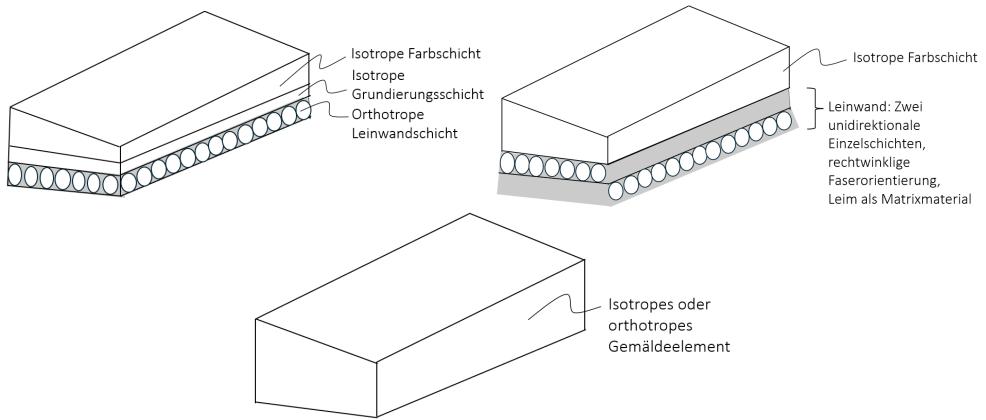


Abb. 106: Mehrschichtenelement mit orthotroper Gewebeschicht (oben links), Dreischichtenelement mit Gewebe aus zwei unidirektionalen Schichten (oben rechts) und isotropes Einschichtelement (unten Mitte)

die durch Materialtests zu bestimmen sind, um das orthotrope Verhalten des textilen Bildträgers zu beschreiben.

Eine weitere Vereinfachung ist die Betrachtung der bemalten Leinwand als isotropes Einschichtmodell (Abbildung 106, unten Mitte). Hierbei wird die Dicke weiterhin ortsveränderlich angesehen. Die Dichte und Steifigkeit der Einzelschichten wird mit je einem Wert approximiert.

In [123] werden verschiedene Gemäldegrundmodelle auf ihre Eignung zur Beschreibung der gemessenen Durchbiegung des liegenden Testgemäldes 5 untersucht (siehe Abbildung 12). Neben einem analytischen Modell, welches auf der konsistenten Plattentheorie (Abschnitt 1.3.2) basiert, werden verschiedene FEM-Modelle mit Volumen- und Schalen-Elementen aufgebaut. Die Autoren Kracht et al. kommen zu dem Schluss, dass ab einer statischen Grundverformung,  $w_{\max} > 10\%$  der Dicke des Gemäldes, die Grundverformung dem Schalenmodell aufgeprägt werden muss. Des Weiteren findet die Forschungsgruppe heraus, dass die Modellierung von Gemälden als Kirchhoff-Platte für grobe Abschätzungen genügend genau ist, solange die Leinwand nicht zu schwach aufgespannt ist.

Für die Berücksichtigung der Vorspannung gibt es grundsätzlich zwei Herangehensweisen:

1. die Vorspannung wird anteilmäßig im Elastizitätsmodul berücksichtigt und es werden die Navierschen Randbedingungen genutzt,
2. dem textilen Bildträger werden an den Positionen der Spannnägel oder Tackernadeln Dehnungen vorgegeben. Anhaltspunkte für die Werte der Vordehnungen liefern etwaige Spanngirlanden in der Nähe der Befestigungselemente. Alternativ können Vorspannkräfte vorgegeben werden. Anhaltspunkte für die Kraftamplituden geben ebenfalls die Spanngirlanden oder die Einschnürungen bzw. superharmonischen Anteile der Schwingungsformen bzw. Wellen. Zusätzlich werden an den Rändern alle Freiheitsgrade bis auf die Verschiebung in Vorspannungsrichtung gesperrt.

Für die Berücksichtigung der verschiedenen Steifigkeiten der Farben wird die bemalte Leinwand der Testgemälde gemäß der realen Farbverteilung in Flächen eingeteilt (siehe Abschnitt 6.4). Die Materialien werden als isotrop und homogen verteilt angenommen. Die

Verwendung einer Reissner-Schale mit isotropem Material hat sich bewährt. Es werden die Materialdaten der Testgemäldeproben aus Abschnitt 5.6 als Anhaltspunkt verwendet.

In der Regel besitzen undoublierte Gemälde eine Dicke von 1 bis 3 mm. Ein mit einer Leinwand doubliertes Gemälde hat meistens eine Dicke zwischen 4 und 7 mm. Die virtuelle Geometrie wird mit zweidimensionalen Dreiecks- oder Viereckselementen vernetzt. Die Netzdichte entspricht in der Regel der des Messgitters.

Sind Werte des Deformationsgradienten des Verschiebungsfeldes in der statischen Grundauslenkung eines Gemäldes im Bereich der Gemäldedicke festgestellt worden, so ist die statische Grundauslenkung in der Rechnung zu berücksichtigen. Dazu wird die gemessene statische Verschiebung der Mess- bzw. Knotenpunkte in Bezug auf die Mittelebene im FEM-Netz berücksichtigt.

Insbesondere wenn die Wellenformen und charakteristischen Schwingungsformen Einschnürfungen bzw. superharmonische Anteile im Ort aufweisen, ist die Vorpannung bzw. Vordehnung, wie oben in Punkt 2 beschrieben, in die Modellierung einzubeziehen. Anschließend wird in einer statischen Analyse mit einem impliziten nichtlinearen Gleichungslöser das Testgemälde virtuell vorgespannt. An dem Gemälde modell im vorgespannten Zustand werden schließlich die simulative Modalanalyse, Transportsimulationen und andere nichtlineare transiente Analysen durchgeführt.

## 6.2 Entscheidungsbaum für Gemälde

Die Entscheidung für ein Grundmodell wird auf der Basis eines von einem Restaurator ausgefüllten Fragebogens, a-priori-Wissen über das Materialverhalten aus Zugversuchen und Ergebnissen statischer und dynamischer Messungen getroffen. Der Entscheidungsbaum in Abbildung 107 spiegelt die Beschaffenheit und den Zustand des Gemäldes auf die Modellierung. Wenn ein oder mehrere Merkmale je weißen Kasten zutreffen, ist der Pfad mit „ja“ zu wählen. Andernfalls ist der Pfad mit „nein“ zu verfolgen. Jeder Pfad mündet in einem eigenen grauen Kasten, der ein Grundmodell empfieilt.

Das aus dem Entscheidungsbaum abgeleitete Grundmodell wird im Weiteren mit Hilfe des Model-Updatings unter dem Konzept des digitalen Zwillings gemäldespezifisch angepasst.

## 6.3 Digitale Zwillinge von Gemälden

Kunstwerke und Kulturobjekte sind einzigartig und damit unersetztbar. Hieraus resultieren die Forderungen, Gefahren im Vorfeld zu vermeiden und das Schädigungsrisiko zu minimieren. Die Anwendung vorausschauender und vorausberechnender Methoden ist ideal, um diese Forderungen insbesondere vor dem Hintergrund, Museen auf dem Niveau von Unternehmen zu betreiben [29], zu erfüllen. Aus Sicht der Mechanik scheint kaum etwas naheliegender zu sein als die Anwendung der eigenen Methoden im Rahmen des Konzeptes des digitalen Zwillings.

Obwohl große Ambitionen bestehen, die Terminologie in Bezug auf das Konzept des digitalen Zwillings über Anwendungsgrenzen hinweg zu standardisieren, ist bislang kein Stan-

## 6 Modellierung von Gemälden

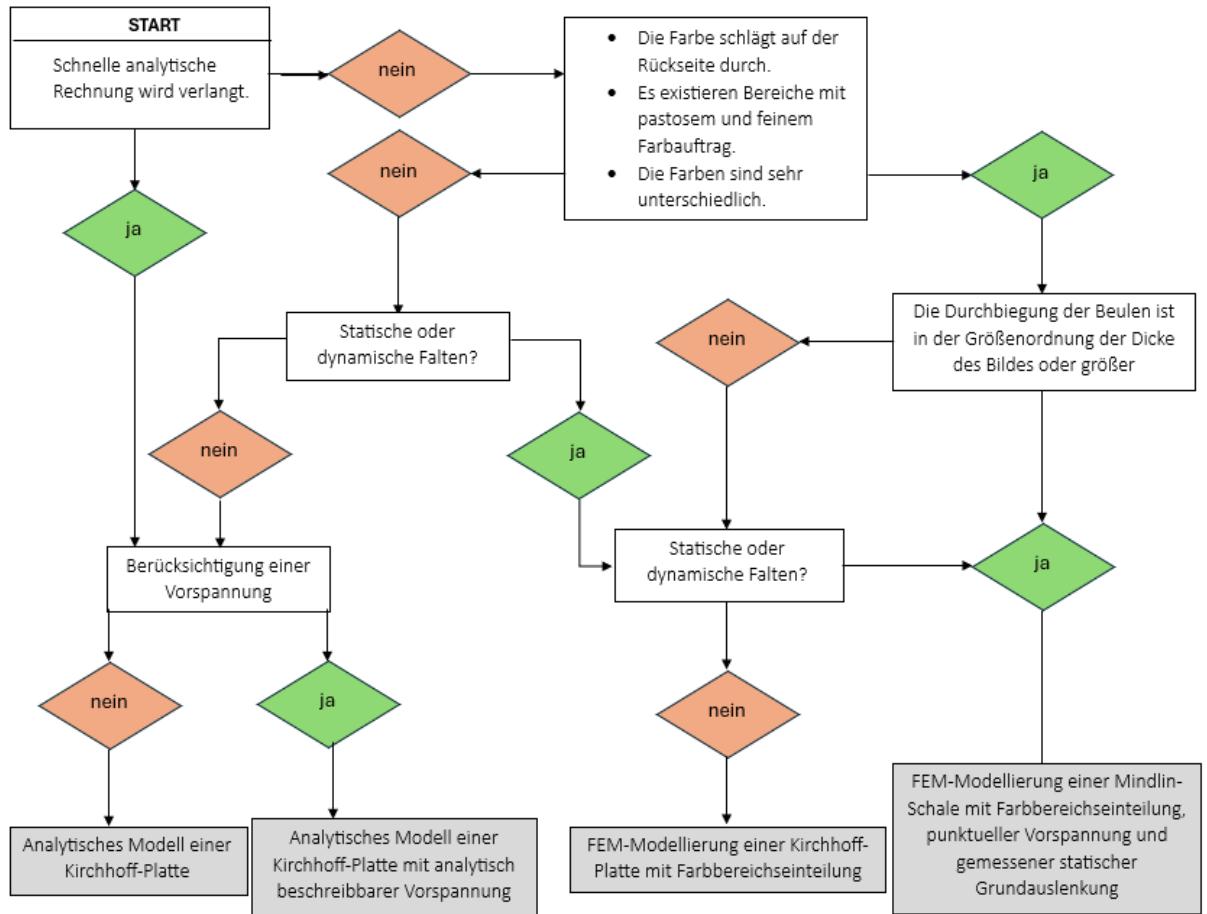


Abb. 107: Entscheidungsbaum zur Findung des Grundmodells eines spezifischen Gemäldes

dard definiert worden [41], [42]. Das Grundkonzept für die Entwicklung digitaler Zwillinge basiert auf [75]. Die Elemente des Konzeptes sind in Abbildung 3 dargestellt.

Das Konzept des digitalen Zwillinges ist eine logische Weiterentwicklung der Messdaten basierten Modellaktualisierung (Model-Updating), wie sie z. B. in dem Buch von Friswell und Mottershead [62] in Bezug auf das Schwingungsverhalten von mechanischen Systemen vorgestellt wird. Dieses Verfahren gehört zu den Methoden der modellbasierten parametrischen Systemidentifikation [165]. Eine Anwendung ist die experimentelle Modalanalyse, die durch Ewins am Imperial College, London, in den 1990er Jahren sehr bekannt wird [50].

Ist das mechanische Verhalten insbesondere das Schwingungsverhalten von mechanischen Systemen bekannt, können Kriterien abgeleitet werden, ab wann der Zustand als kritisch eingestuft wird. Dieser Ansatz und störende, nicht abschaltbare Einflüsse in der Umgebung führen zu den Entwicklungen: 1. Zustandsüberwachung (engl. Structural Health Monitoring (abgekürzt SHM) [52], [168], [194]) und 2. Betriebsmodalanalyse (engl. Operational Modal Analysis, abgekürzt: OMA [28]).

Die Idee ist, dass die indirekte Zustandsüberwachung wertvolle Informationen auch für die präventive Konservierung von Kunstwerken und Kulturobjekten generieren kann. Der

Stand der Technik diesbezüglich ist die große Anzahl an Sensoren, die über ein IoT-Netzwerk miteinander verbunden sind, und Klima- und Schadstoffparameter in (meistens forschenden) den Museen oder in Transportkisten beobachten und bewerten. „Indirekt“ bedeutet, dass die gemessenen physikalischen Parameter, wie Temperatur und relative Luftfeuchte, in das virtuelle Objekt eingegeben und die daraus resultierenden Veränderungen gegebenenfalls zu Anpassungen im Modell oder am realen Objekt führen. Dieses Verfahren ist also ein Model-Updating auf der realen und auf der virtuellen Seite, welches auch mit mechanischen Belastungen funktionieren kann. Die ganzheitliche Betrachtung von mechanischen Systemen in der realen und virtuellen Welt sowie der Informationsaustausch zwischen beiden Welten mit der Umsetzung resultierender Konsequenzen ist das Konzept des digitalen Zwilling.

Eine Grundvoraussetzung für ein gut arbeitendes Konzept ist ein die Realität (zumindest in den Hauptzügen) widerspiegelndes virtuelles Modell. In der Konservierung wird fälschlicherweise davon ausgegangen, dass hochauflösende Scans der Oberfläche der Kunstwerke einen virtuellen Zwilling ausmachen, z. B. [153] oder [B34].

Vielerorts - auch in den Ingenieurwissenschaften - ist nicht klar, dass ein virtueller Zwilling in der Physik nicht nur das gleiche Aussehen, sondern auch das gleiche Verhalten, die gleiche Umwelt und die gleichen Interaktionen wie der reale Zwilling besitzt.

Wie die Ausführungen bis hierher gezeigt haben, ist die Modellierung des mechanischen Verhaltens von Gemälden sehr komplex. Wird von einem Basismodell, wie in Abschnitt 6.1 und 6.2 hergeleitet, ausgegangen, können die Methoden des „Physical informed machine learning“ helfen, ein optimiertes Modell zu entwickeln. Problematisch ist die sehr große, dafür benötigte Menge an Messdaten. Im Kontext eines Expertengesprächs schätzt Prof. Merten Stender (TU Berlin), dass im Fall des Schwingungsverhaltens von Gemälden Messungen an mindestens 140 Werken ähnlichen Typs erforderlich sind. Diese Datenmenge steht derzeit nicht zur Verfügung, so dass im Folgenden eine semi-manuelle Methode zur Modelloptimierung vorgeschlagen wird.

**Ziel ist** die Entwicklung eines virtuellen Gemäldemodells, welches das gleiche statische und dynamische Biegeverhalten besitzt, wie das reale Gemälde. In Abbildung 108 ist gezeigt, wie der Model-Updating-Prozess und das Konzept des digitalen Zwilling ineinander zahnhen.

Für den Updating-Prozess werden Messdaten oder Messresultate, wie z. B. Eigenfrequenzen als Soll-Wert vorgegeben. Mit dem FEM-Grundmodell wird dieser Datensatztyp generiert. Dieser fungiert als Ist-Wert. Im Soll-Ist-Vergleich wird das Residuum berechnet. Ist das Konvergenzkriterium erfüllt, wird das angepasste Modell in das Konzept des digitalen Zwilling zurückgegeben. Ist das Konvergenzkriterium nicht erfüllt, werden die Parameterwerte so lange verändert bis es erfüllt ist.

Wie der nachfolgende Abschnitt 6.4 zeigen wird, ist im Rahmen dieser Arbeit ein Stand der Modellierung erreicht worden, der die Abbildung verschiedener makroskopischer Phänomene ermöglicht. Hierfür werden unterschiedliche Modelle benutzt. Damit ist die Entwicklung eines digitalen Schattens gelungen, der Weg zum digitalen Zwilling ist noch weit.

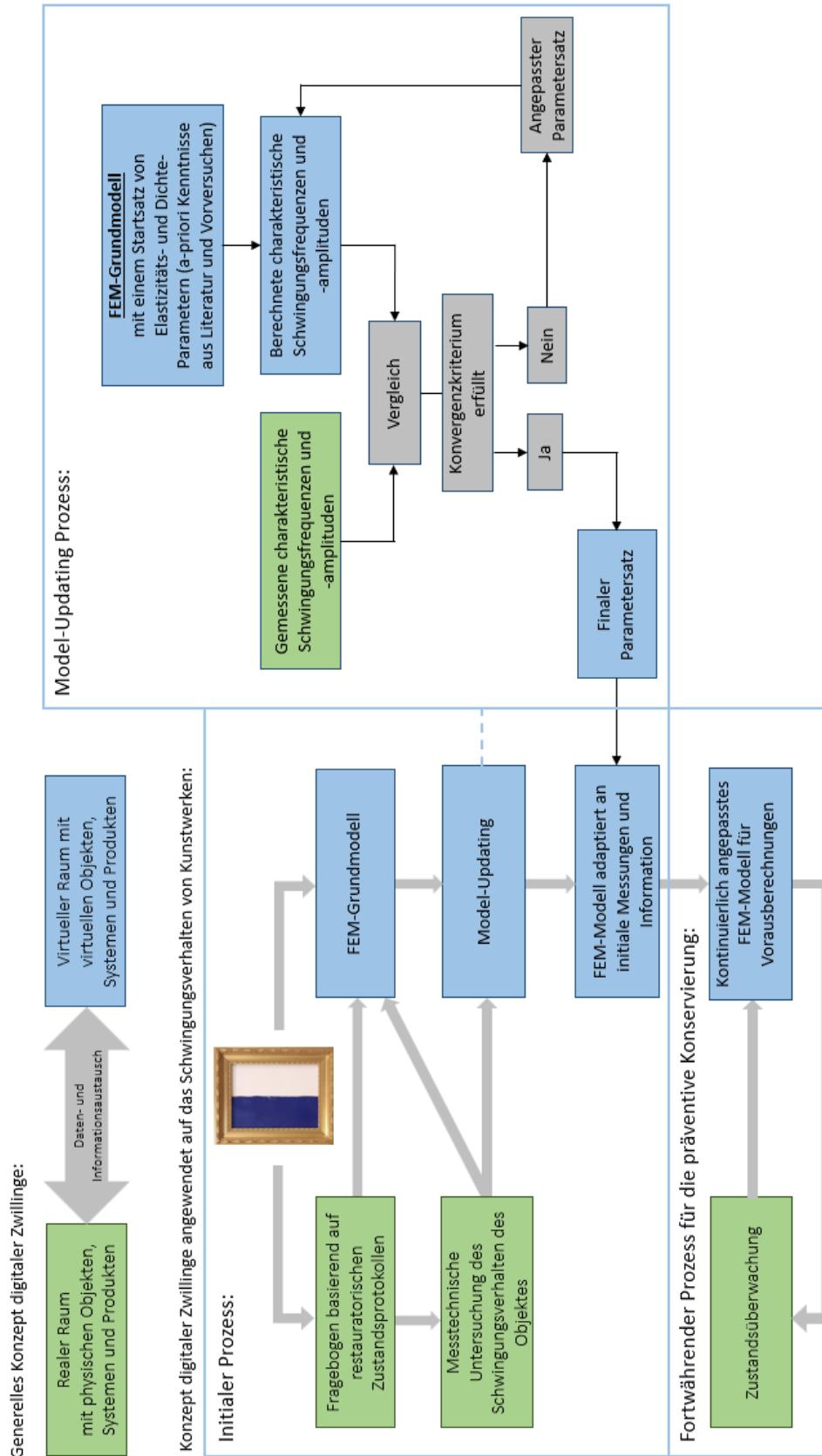


Abb. 108: Prozesse innerhalb des digitalen Zwillings Konzeptes

## 6.4 Beispielmodellierung der Testgemälde 2 und 3

Zur Versinnbildlichung des Modellierungsprozesses, der in Abbildung 108 dargestellt ist, ist die Modellbildung der Testgemälde 2 und 3 in der jeweiligen Konfiguration 1 und 0 (nach FP 1) Gegenstand dieses Abschnittes.

### Schritt 1: Auswertung des Restauratoren-Fragebogens

Dem von D. Hedinger beantworteten Fragebogen [84] sind neben den Grunddaten (Tabelle 4) zunächst die Aufteilung der bemalten Leinwand in Bereiche entsprechend der Malmaterialien im Speziellen der verwendeten Pigmente zu entnehmen. In Abbildung 110 ist die Approximation der Farbverteilung für das Testgemälde 3 dargestellt.

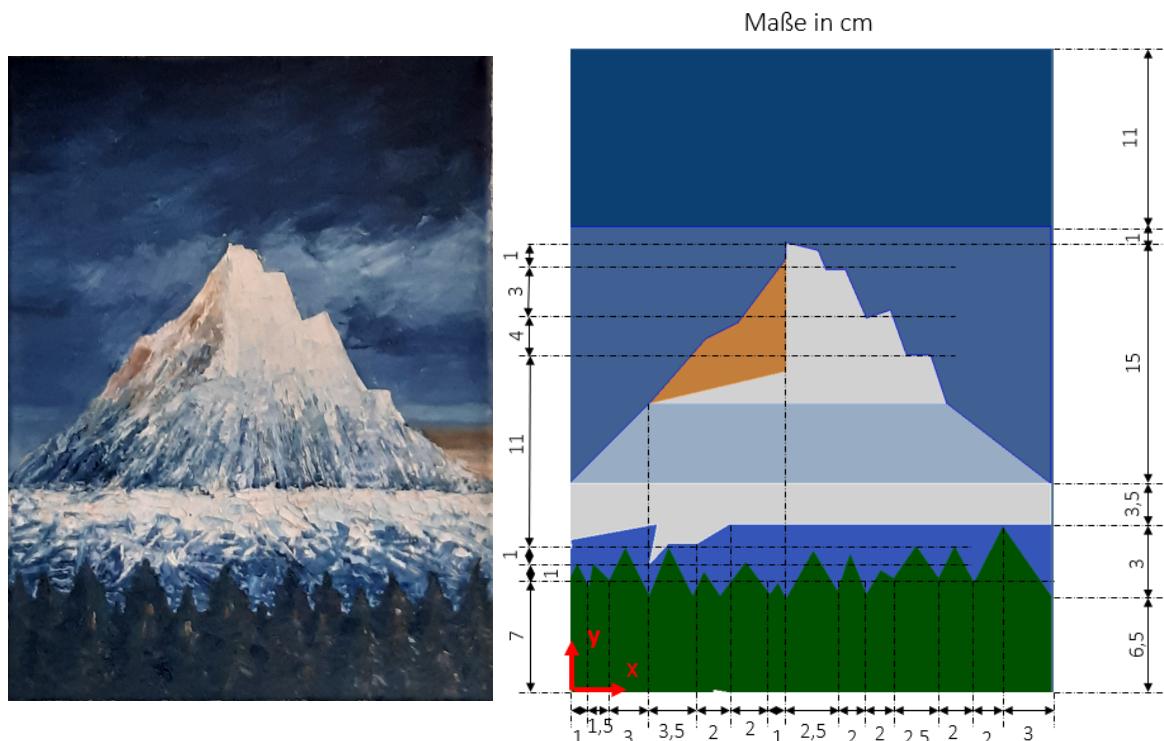


Abb. 109: Einteilung des Testgemäldes 3 in Farbbereiche

Weitere Informationen über z. B. die Lage der verschiedenen, verwendeten Pigmente und die Dickenverteilung des Testgemäldes 3 können in Abbildung 110 abgelesen werden. Testgemälde 2 ist diesbezüglich unspektakulär, da die Leinwand mit nur einer Ölfarbe (Kobaltblau) in konstanter Dicke (1.5 mm) bemalt worden ist.

Die Kartierung der Schädigungen ist bei beiden Testgemälden komplexer, da sie ein großes Craquelé-Netz und Verwölbungen aufweisen. Die Lage der deutlich hervortretenden Veränderungen können auch der gemessenen statischen Verformung in Tabelle 12 entnommen werden. Der Vollständig- und Übersichtlichkeit wegen ist die Lage der Schädigungen in Abbildung 111 kartiert. Da in Konfiguration 1 an beiden Testgemälden keine restauratorischen Maßnahmen durchgeführt worden sind, existiert eine entsprechende Kartierung nicht.

## 6 Modellierung von Gemälden

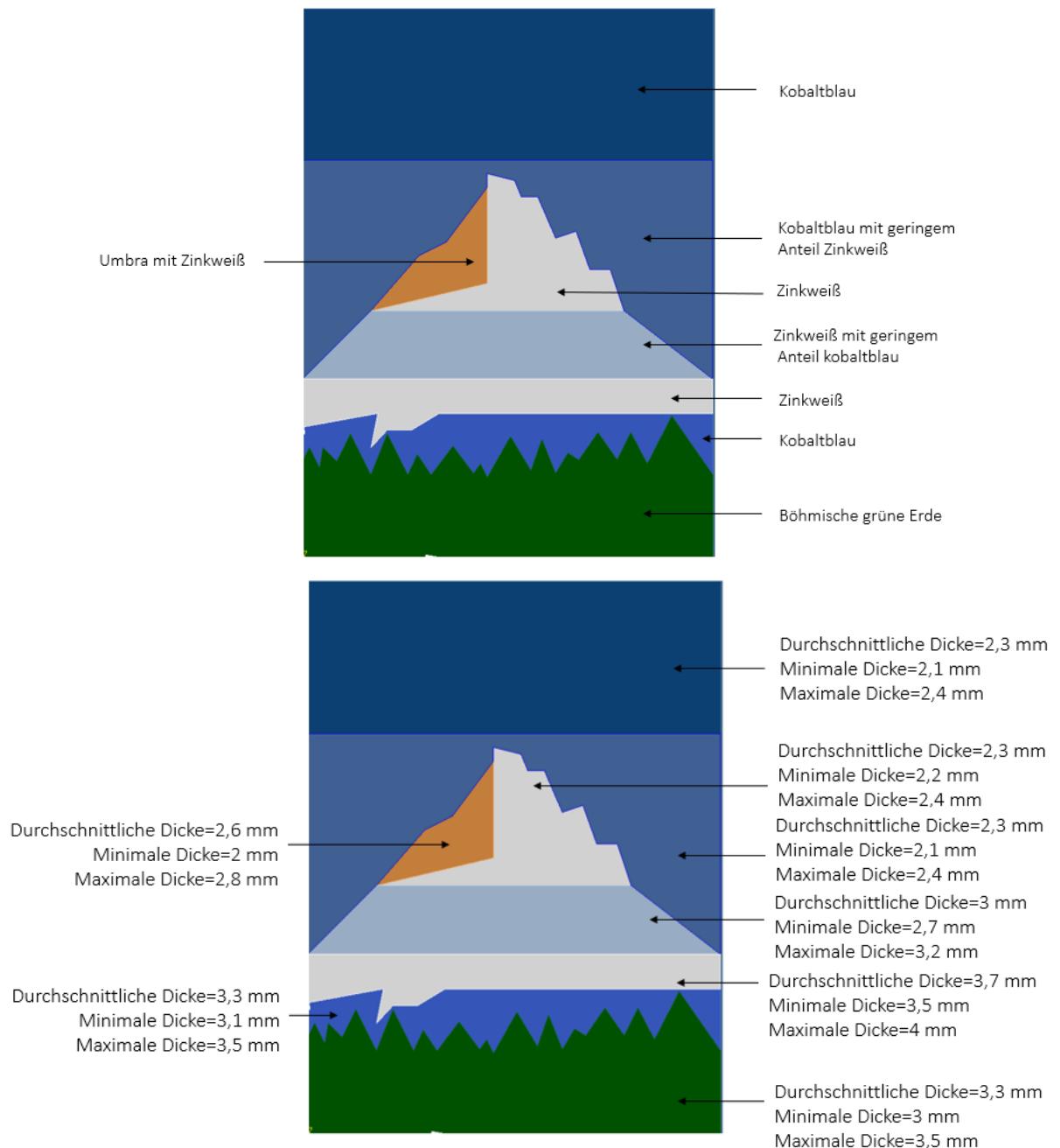


Abb. 110: Pigment- (oben) und Dickenverteilung (unten) des Testgemäldes 3

Wie in Abschnitt 5.3 experimentell nachgewiesen und herausgearbeitet worden ist, besitzt die Aufspannung der bemalten Leinwand und der Verlauf der Fäden einen signifikanten Einfluß auf das statische und dynamische Verhalten der Testgemälde. Die hierfür erforderlichen Informationen sind beispielhaft in den Abbildungen 112 und 113 dargestellt.

## 6.4 Beispielmodellierung der Testgemälde 2 und 3

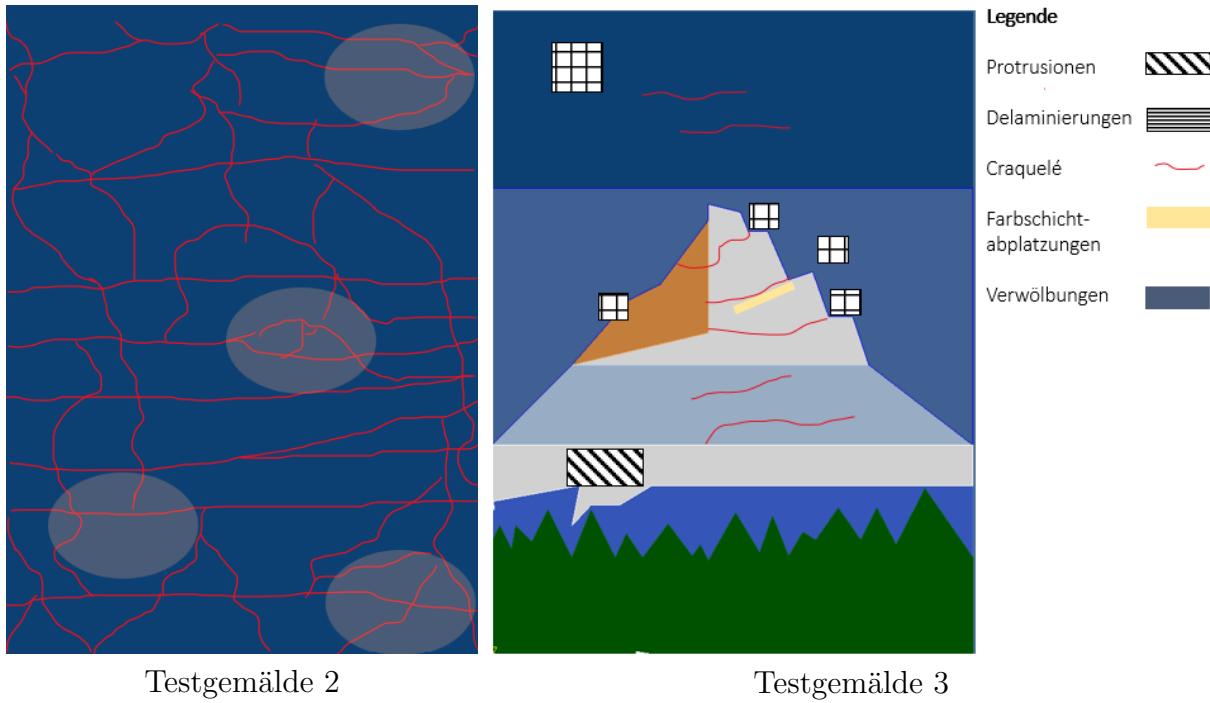


Abb. 111: Kartierung der vorhandenen Schädigungen

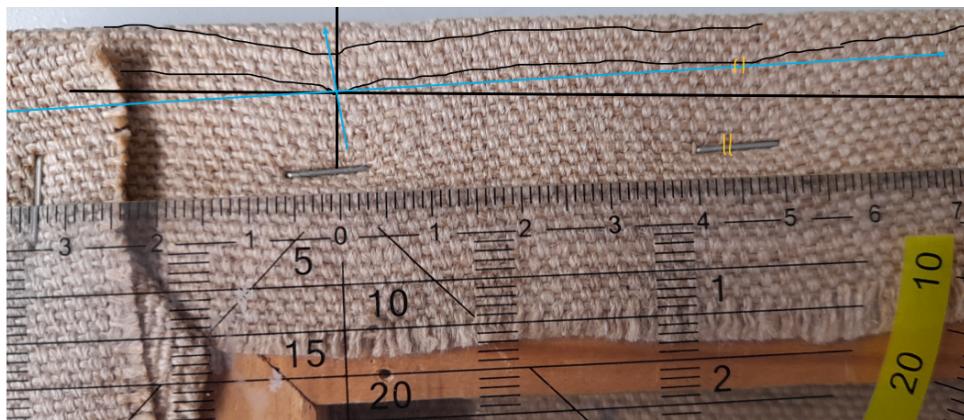


Abb. 112: Verlauf einer für das Testgemälde 2 repräsentativen Spanngirlande

### Schritt 2: Statisches und dynamisches Verhalten der Testgemälde

Die in Schritt 4 für das Model-Updating wichtigen ersten drei charakteristischen Schwingungsfrequenzen sind in Tabelle 33 aufgelistet. Die Verformungsfelder aus den Messungen

| Testgemälde | $f_1$ in [Hz] | $f_2$ in [Hz] | $f_3$ in [Hz] |
|-------------|---------------|---------------|---------------|
| 2           | 30,5          | 75,0          | 89,5          |
| 3           | 24,1          | 42,8          | 74,7          |

Tabelle 33: Erste drei charakteristische Schwingungsfrequenzen der Testgemälde 2 und 3 in Konfiguration 1

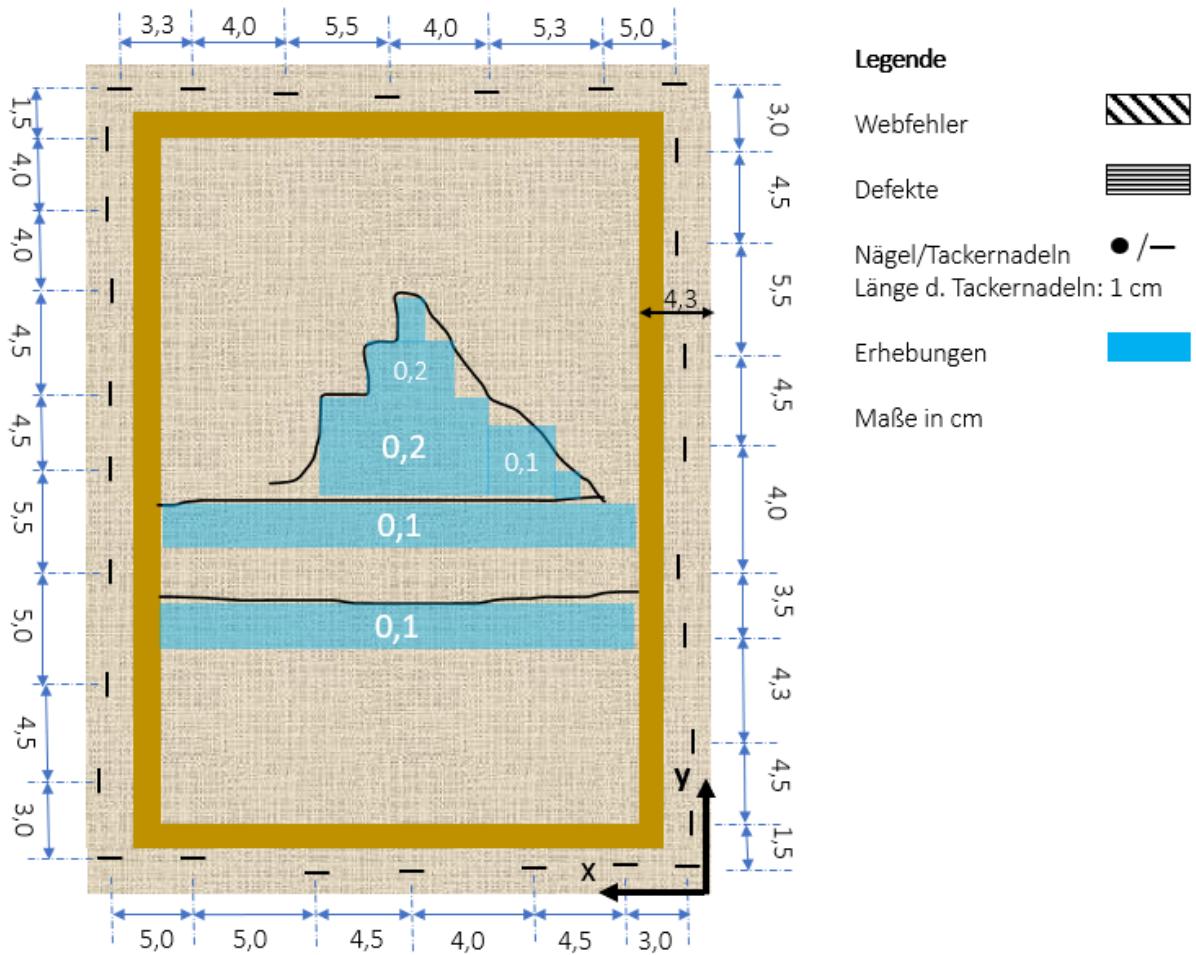


Abb. 113: Lage der Tackernadeln und auf der Rückseite erkenntliche Verwölbungen

des statischen und dynamischen Verhaltens des Testgemäldes 2 sind in Abschnitt 5 insbesondere in den Tabellen 12 und 14 dokumentiert. Die ersten drei detektierten charakteristischen Schwingungsformen des Testgemäldes 3 in Konfiguration 0 (nach Forschungsperiode FP 1) sind in Abbildung 114 dokumentiert.

### Schritt 3: Herleitung des Berechnungsmodells

Gemäß Entscheidungsbaum in Abbildung 107 ist zuerst klarzustellen, ob eine überschlagsmäßige Rechnung genügt oder ob gemälde spezifische Besonderheiten in die Modellierung eingehen sollen. Des Weiteren hängt die Beantwortung der Frage davon ab, ob ein analytisches Modell oder ein numerisches hergeleitet werden soll, auch von der Weiterverwendung ab.

Im vorliegenden Fall sollen die Modelle der Testgemälde in Abschnitt 7 mit FEM-Modellen einer Transportkiste und einer Gemäldeauszugsanlage zusammengeführt werden. Außerdem ist z. B. für die Untersuchung der Beeinflussung des Schwingungsverhaltens von Ölgemälden in Abschnitt 7.3 mit gemälde-spezifischen Rückseitenschutzkonstruktionen und Rahmungen beispielhaft ein FEM-Modell der TestGemälde notwendig. Dementsprechend wird im Folgenden jeweils ein FEM-Grundmodell hergeleitet.

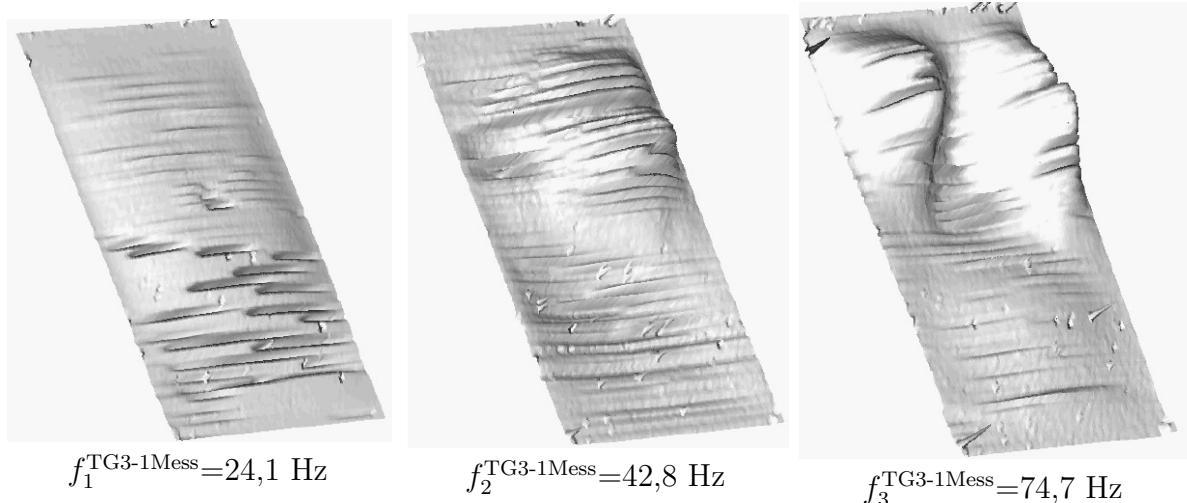


Abb. 114: Erste drei detektierte charakteristische Schwingungsformen des Testgemäldes 3 in Konfiguration 0 nach FP 1)

## Testgemälde 2

1. Geometrie und Vernetzung: Das Testgemälde 2 weist Verwölbungen auf, deren Beiträge die Größenordnung der Dicke des bemalten Bildträgers besitzen. Des Weiteren bewirkt das deutlich auf der Vorderseite erkennbare Craquelé auch auf der Rückseite Deformationen in entsprechender Größenordnung. Ein weiterer nicht zu vernachlässigender Aspekt ist der tordierte Keilrahmen mit resultierender erheblicher Verzerrung der Bildebene in Z-Richtung.

Diese komplexe statische Deformation des Testgemäldes ist bei der Modellierung zu berücksichtigen, da gemäß [123] die statischen Deformationen ab einer Größenordnung in Höhe der Dicke des Gemäldes einen nicht zu vernachlässigen Steifigkeitseffekt bewirken. Wie ebenfalls in [123] vorgeschlagen, werden die Koordinaten des Verschiebungsfeldes der gemessenen Oberflächenkontur (siehe Tabelle 12) für die Lage der Knoten des FEM-Netzes benutzt. Auf diese Weise geht die Grundverformung des Testgemäldes in die Berechnungen ein.

Das FEM-Netz selbst besteht wie das Messgitter (96 Messpunkte in X-Richtung und 115 Messpunkte in Y-Richtung) aus 10.830 Vierecken. Die Eckpunkte des FEM-Netzes sind gemäß der Z-Koordinate der gemessenen Kontour in Dickenrichtung verschoben. In Abbildung 115 sind die Oberflächenkontur und das daraus resultierende importierte FEM-Netz dokumentiert.

2. Dicke, Verhalten und Material: Die Bestimmung der Dicke des Testgemäldes an allen relevanten Stellen ist derzeit technisch nicht möglich. Da der Farbauflauf fein und gleichmäßig ist, sowie die Deformationen auf der Vorderseite in entsprechender Weise auch auf der Rückseite auftreten, wird davon ausgegangen, dass die Dicke in guter Näherung konstant  $d = 2 \text{ mm}$  ist.

Das Gewicht der bemalten Leinwand beträgt 159 g. Hieraus und aus den Abmessungen sowie der angenommenen Dicke resultiert eine Dichte  $\rho = 664 \text{ kg/m}^3$ . Des Weiteren wird die Poisson-Zahl mit  $\nu = 0,3$  angenommen.

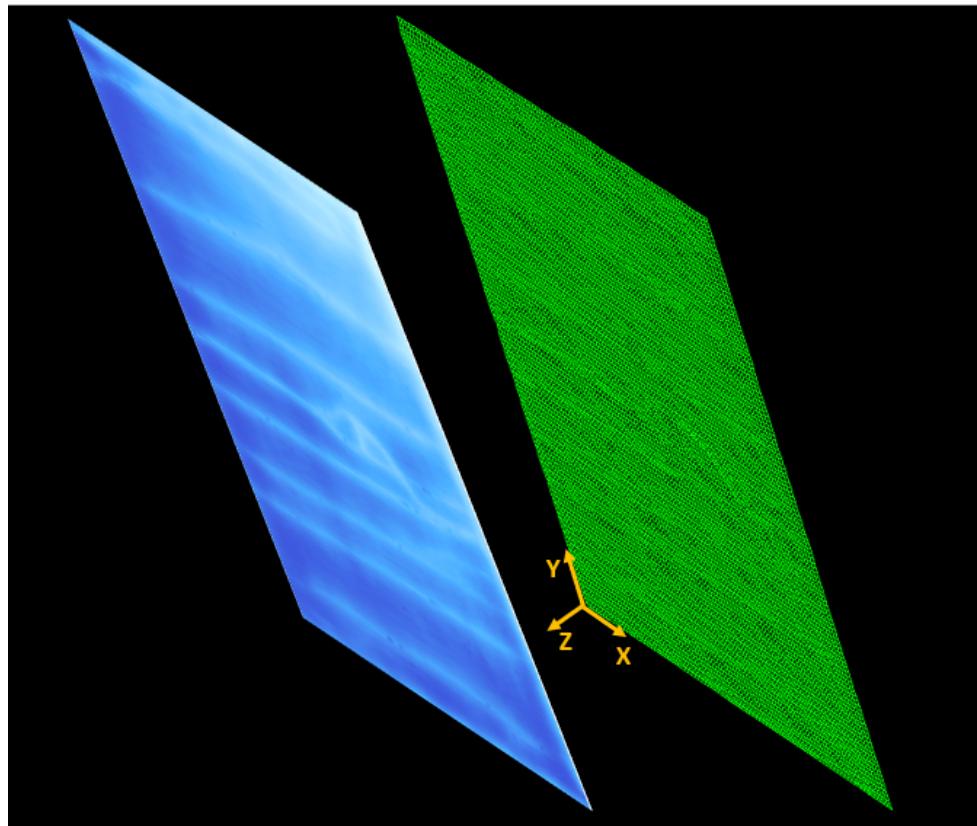


Abb. 115: Testgemälde 2: Oberflächenkontur und das daraus resultierendes importiertes FEM-Netz

Das Spannungs-Dehnungs-Diagramm der Materialkombination des Testgemäldes 2 ist in Abbildung 96 dokumentiert und wird für die Bestimmung des E-Moduls in Abhängigkeit der Vordehnung bzw. der Vorspannung herangezogen. Die Verläufe der beiden Graphen mit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung für die Kett- und die Schussrichtung ähneln sich im Vergleich zu den beschichteten Leinwandproben in Leinwandbindung sehr stark. Dementsprechend kann von einem orthotropen Materialverhalten abgesehen und dem importierten FEM-Netz das Verhalten einer homogenen, isotropen Mindlin-Schale zugewiesen werden.

Die Spanngirlanden geben darüber Auskunft, dass die Vordehnung bzw. -spannung an jeder Tackernadel unterschiedlich ist. Aufgrund des nichtlinearen Materialverhaltens, ist im Fall der Linearisierung für den entsprechenden Gemäldebereich einer Tackernadel ein entsprechender Arbeitspunkt mit resultierendem E-Modul zu bestimmen. Hierfür werden die finiten Elemente gruppiert.

3. Randbedingungen: Aufgrund der ausgeprägten höherharmonischen Anteile in der Wellenausbreitung und den charakteristischen Schwingungsmoden, die auf die Festigung des Bildträgers an dem Keilrahmen zurückzuführen ist, ist die periodische Vorspannung des Textils zu berücksichtigen. Es ist beobachtet worden, dass die Spanngirlande entlang der langen Kanten stark und entlang der kurzen Kanten sehr viel weniger stark ausgeprägt ist.

Die Verschiebung der Knoten an den Kanten parallel zu der jeweiligen Kante und in vertikaler Richtung unterbunden. Die Verschiebung der Knoten, die mit der Lage der Mitte der Tackernadeln übereinstimmen, wird vorgegeben. Die Amplitude der Verschiebung wird aus den Spanngirlanden (siehe Abbildung 112) bestimmt. Durchschnittlich beträgt der Abstand zwischen minimaler und maximaler Auslenkung der Fäden 1 mm. Dementsprechend wird für das FEM-Modell an den Knoten, die in der Mitte der Tackernadeln liegen, eine initiale Vorverformung des Textiles mit einem Wert von 1 mm angenommen.

In Abbildung 116 sind die Platzierung der Tackernadeln und das importierte FEM-Netz mit gekennzeichneten vogespannten Knoten.

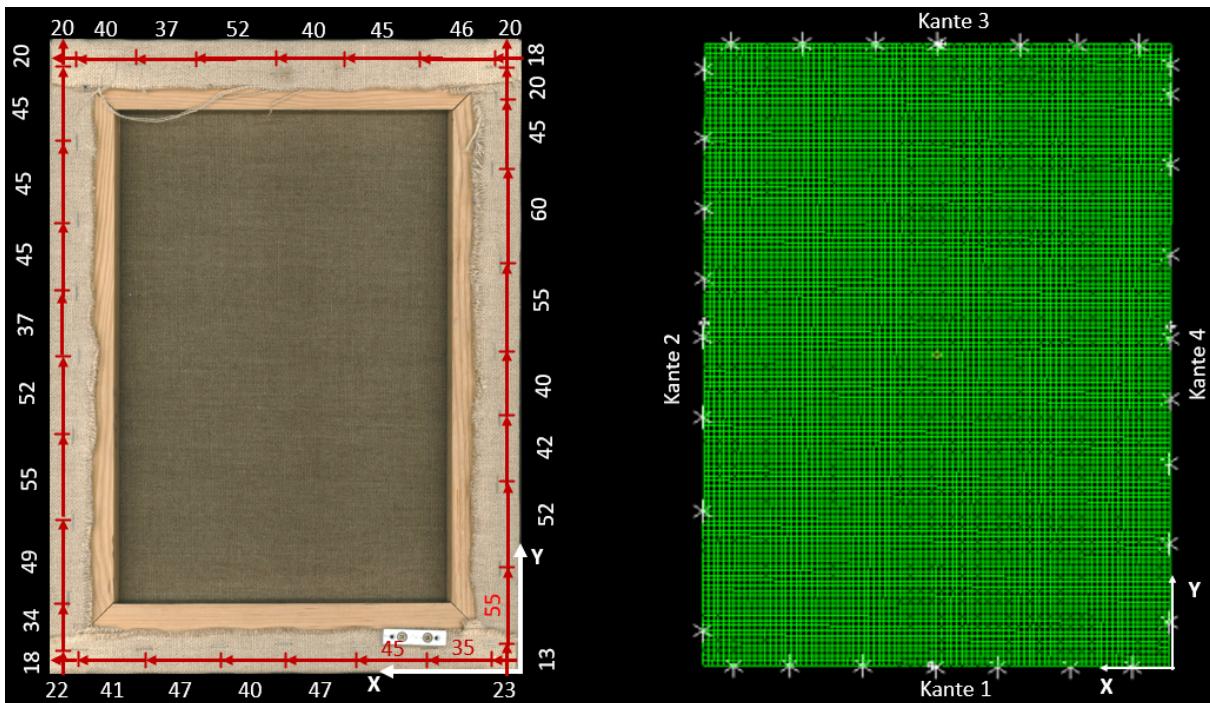


Abb. 116: Testgemälde 2: Rückseite mit Kennzeichnung der Lage der jeweiligen Tackernadeln (links), importiertes FEM-Netz mit gekennzeichneten vogespannten Knoten

### Testgemälde 3

- Geometrie:** Jeder Bereich des Testgemäldes 3 wird als Fläche definiert. Schließlich werden die einzelnen Flächen über kinematische Übergangsbedingungen miteinander zu einer Fläche zusammengefasst, wobei die Bereichseinteilung erhalten bleibt.
- Verhalten und Material:** Die Gesamtfläche mit Bereichsunterteilung wird als Mindlinsschale definiert. Das Material wird als isotrop angenommen. Die Gesamtmasse der bemalten Leinwand beträgt 216 g. Mit einer durchschnittlichen Dicke von 3 mm folgt eine Dichte  $\rho = 600 \text{ kg/m}^3$ .
- Vernetzung:** Die Geometrie wird mit Dreiecken und Vierecken vernetzt. Die durchschnittliche Kantenlänge eines Elementes beträgt 7 mm.

4. Randbedingungen: Da die Abbildung der globalen Verformung der charakteristischen Schwingungsmoden im Vordergrund steht werden die Navierschen Randbedingungen verwendet.

Die durchgeführten Schritte zur Erstellung des FEM-Modells von Testgemälde 3 sind in Abbildung 117 visualisiert.

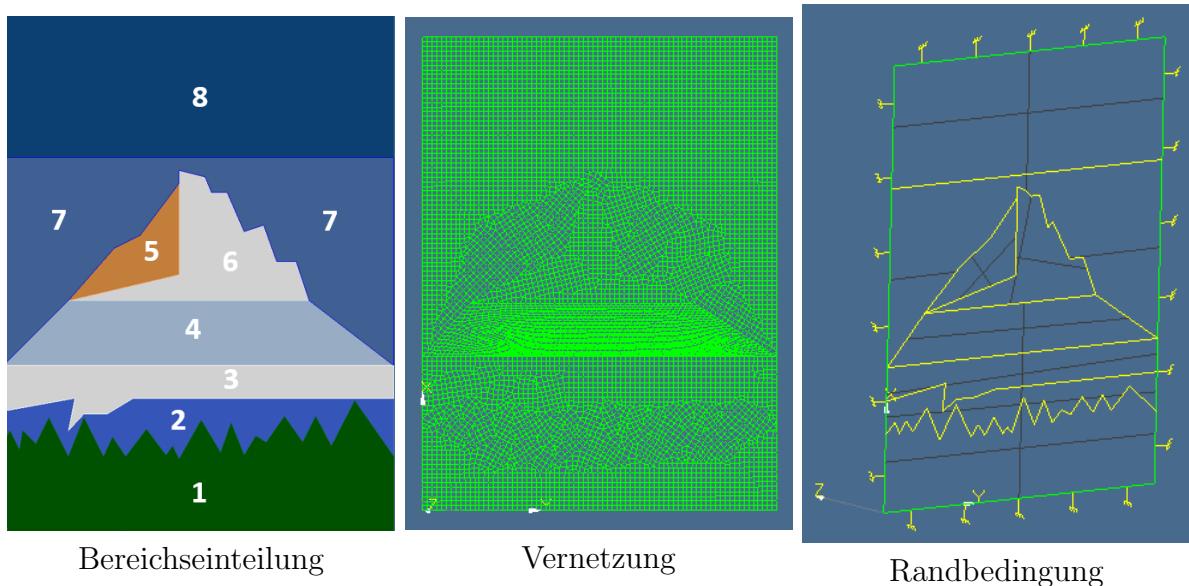


Abb. 117: Visualisierung der durchgeführten Schritte zur Erstellung eines FEM-Modells

### Schritt 4: Modalanalyse

Mit der simulativen Modalanalyse werden die Eigenformen und Eigenfrequenzen der initialen Gemäldegrundmodelle berechnet. Mit ihrer Hilfe und den gemessenen charakteristischen Schwingfrequenzen können die Grundmodelle an die Realität angepasst werden.

**Testgemälde 2** Im ersten Schritt werden die modalen Größen des Testgemäldes 2 berechnet, um im nicht vorgedehnten Zustand ein E-Modul zu bestimmen, mit dem das Grundmodell eine erste Eigenfrequenz besitzt, die der ersten gemessenen charakteristischen Schwingfrequenz (30,5 Hz) gleicht. Über einen iterativen Berechnungsprozess wird das E-Modul für Testgemälde 2 zu  $273 \text{ N/mm}^2$  bestimmt. In Abbildung 118 sind die ersten drei Eigenformen dargestellt.

**Testgemälde 3** Mit Hilfe der Modalanalyse wird ebenfalls das initiale E-Modul indirekt berechnet und zu einem Wert von  $169 \text{ N/mm}^2$  bestimmt. In Abbildung 119 sind die ersten drei Eigenformen dargestellt.

### Schritt 5: Die Modellanpassung (Model-Updating)

beschreibt den Vorgang, bei dem die Parameter eines Finite-Elemente-Modells so angepasst werden, dass seine Vorhersagen in Bezug auf Eigenwerte und Eigenvektoren mit

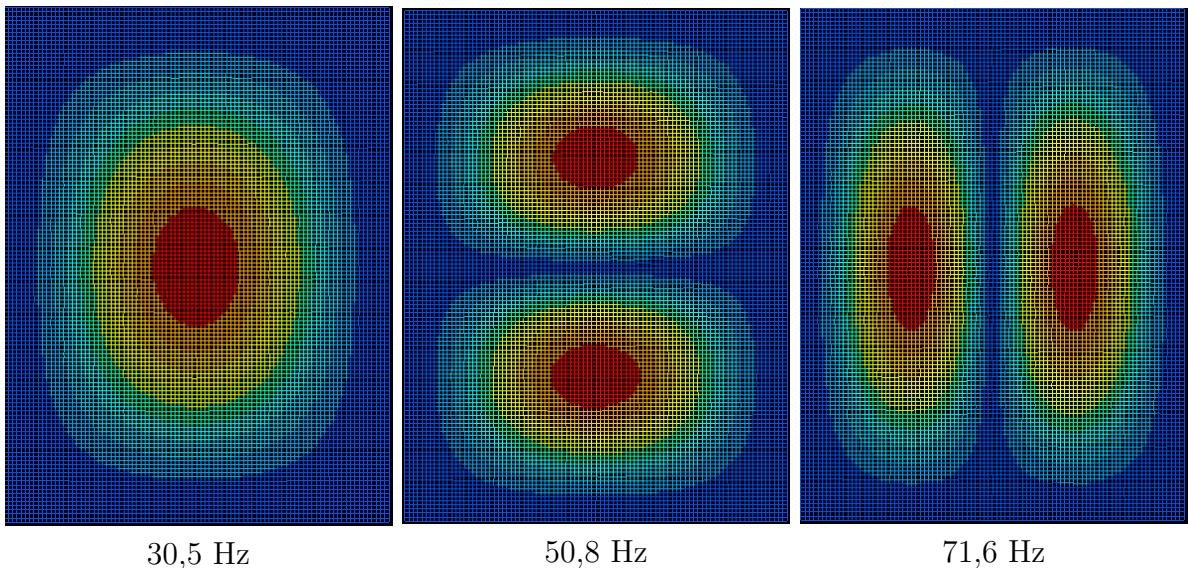


Abb. 118: Testgemälde 2: Erste drei berechnete Eigenformen des Grundmodells

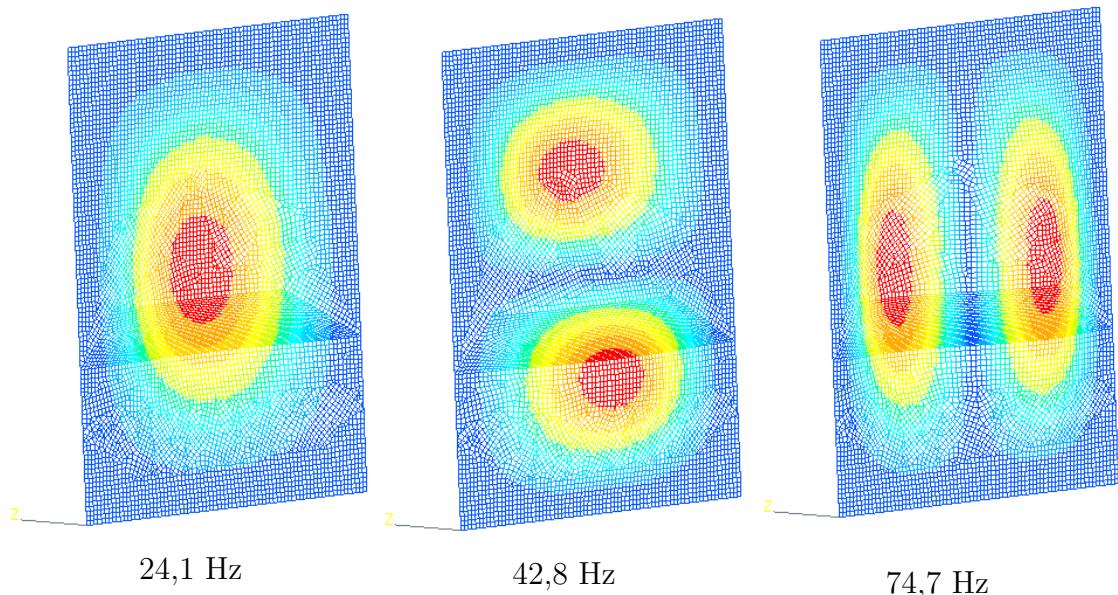


Abb. 119: Testgemälde 3: Erste drei berechnete Eigenformen des Grundmodells

denen durch experimentelle Modalanalysen erhaltene übereinstimmen. Im Weiteren wird dieses Verfahren benutzt, um die Modelle der Testgemälde 2 und 3 an die messtechnischen Ergebnisse des Abschnittes 5 anzupassen.

**Testgemälde 2** Die Modellanpassung für das Testgemälde 2 wird manuell vorgenommen. Zuerst wird das initiale Modell mit der punktuellen Vordehnung belastet. Mit einer impliziten nichtlinearen statischen Analyse wird der resultierende Grundspannungszustand berechnet. Hiernach schließt die Modalanalyse an. Die Tabelle 34 gibt eine Übersicht über die getesteten Parameterwerte. Die statische Analyse mit den Werten des Updates 4 und wertmäßig größeren Verhältnissen zwischen Vordehnung und E-Modul konvergiert nicht.

## 6 Modellierung von Gemälden

| Bezeichnung | Akronym | E-Modul                | Vordehnung<br>Kante 1 | Vordehnung<br>Kante 2 | Vordehnung<br>Kante 3 | Vordehnung<br>Kante 4 |
|-------------|---------|------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| Grundmodell | GM      | 273 N/mm <sup>2</sup>  | 0 mm                  | 0 mm                  | 0 mm                  | 0 mm                  |
| Update 1    | UP1     | 273 N/mm <sup>2</sup>  | -1 mm                 | 1 mm                  | 1 mm                  | -1 mm                 |
| Update 2    | UP2     | 33 N/mm <sup>2</sup>   | -1 mm                 | 1 mm                  | 1 mm                  | -1 mm                 |
| Update 3    | UP3     | 7,25 N/mm <sup>2</sup> | -0,2 mm               | 6 mm                  | 0,2 mm                | -6 mm                 |
| Update 4    | UP4     | 5,0 N/mm <sup>2</sup>  | -0,2 mm               | 7 mm                  | 0,2 mm                | -7 mm                 |

Tabelle 34: Getestete Parameterwerte

Demgemäß werden in den Abbildungen 120 bis 123 der jeweilige Vordehnungszustand und die drei ersten Eigenformen der Updates 1 bis 3 dokumentiert.

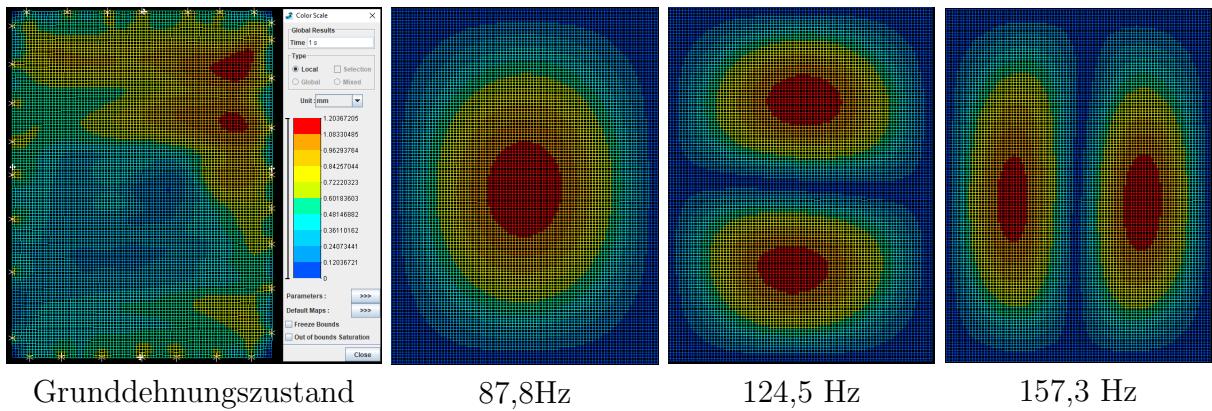


Abb. 120: Testgemälde 2: Grunddehnungszustand und erste drei berechnete Eigenformen des Grundmodells mit Vordehnung 1 und E=273 N/mm<sup>2</sup> (Update 1)

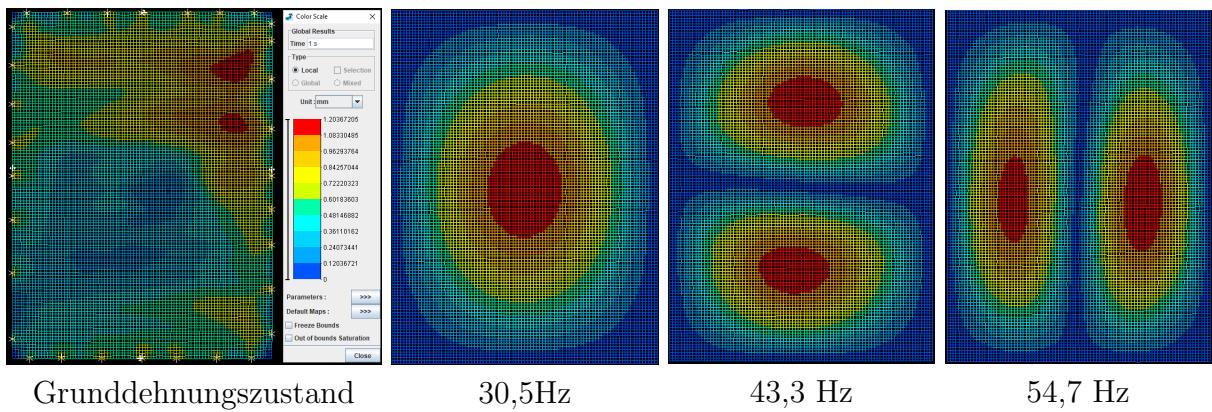


Abb. 121: Testgemälde 2: Grunddehnungszustand und erste drei berechnete Eigenformen des Grundmodells mit Vordehnung 1 und E=33 N/mm<sup>2</sup> (Update 2)

Durch die zusätzliche Vordehnung resultieren aus dem Modell in der Konfiguration Update 1 viel zu hohe Eigenfrequenzen. Anstelle von 30,5 Hz für die erste Eigenfrequenz ist ein Wert von 87,8 Hz berechnet worden. Die Extrema der Eigenformen sind wie erwartet im Vergleich zum initialen Modell leicht verschoben.

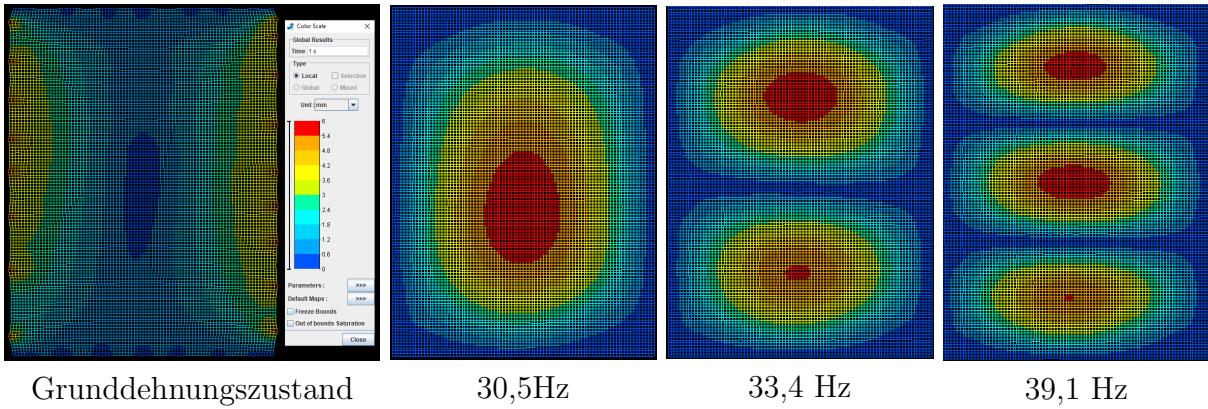


Abb. 122: Testgemälde 2: Grunddehnungszustand und erste drei berechnete Eigenformen des Grundmodells mit Vordehnung 2 und  $E=7,25 \text{ N/mm}^2$  (Update 3)

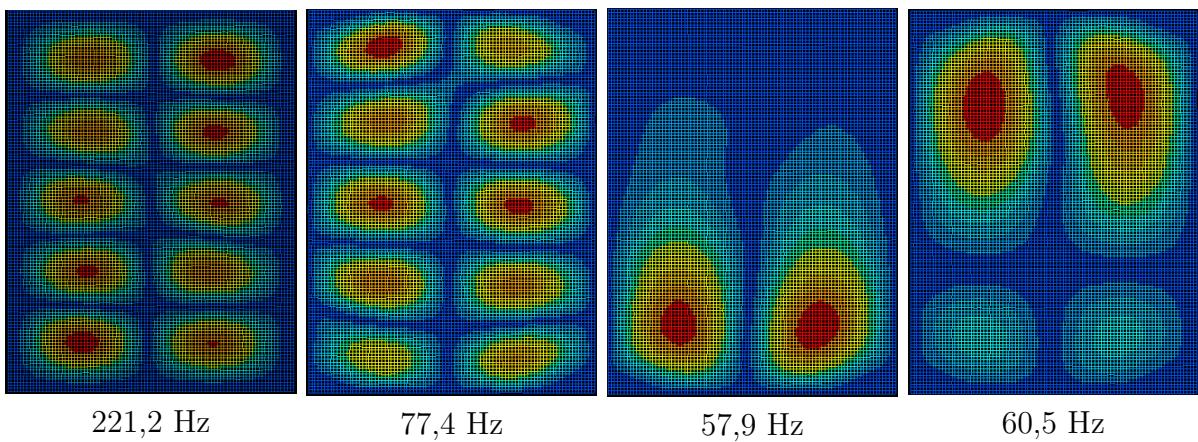


Abb. 123: Testgemälde 2: 14. Eigenform des Grundmodells, 11 Eigenform von Update 3 sowie 6. und 7. Eigenform von Update 3 (v. l. n. r.)

Im nächsten Schritt wird die Vorverformung beibehalten, aber der Wert des E-Moduls verkleinert bis die erste char. Eigenfrequenz 30,5 Hz beträgt. Dies ist schließlich für  $E = 33 \text{ N/mm}^2$  der Fall. Weder der statische Grunddehnungszustand durch die Vorverformung noch die Eigenformen haben sich gegenüber dem Ergebnis der Konfiguration Update 1 verändert.

Bei weiterer Erhöhung der Vorverformung und gleichzeitiger Verringerung des E-Moduls können immer wieder Kombinationen gefunden werden, bei der die erste Eigenfrequenz getroffen wird. Allerdings konvergiert der Gleichungslöser ab einer Vorverformung in Höhe von 7 mm nicht mehr.

Die Auswirkungen der hohen Vordehnung in der Konfiguration Update 3 sind vor allem in den höheren Eigenformen sichtbar. Für einen Vergleich werden in Abbildung 123 die 14. und 11. Eigenform des Grundmodells und der Konfiguration Update 3 gegenübergestellt sowie die 6. und 7. Eigenform. Das resultierende Deformationsfeld der 14. Eigenform des Grundmodells (Abbildung 123, 1. Bild v. links) weist so wie die 11. Eigenform  $5 \times 2$  Extrema auf. Jedoch sind die Knotenlinien bei der Eigenform der Konfiguration Update 3 weniger stark ausgeprägt. Dies hängt mit dem Phänomen zusammen, dass Eigenformen mit horizontal verlaufenden Extrema den unteren Frequenzbereich dominieren. Erst

ab der 6. Eigenfrequenz treten Formen mit vertikal verlaufenden Extrema auf. Aufgrund des Vorspannungsverlustes im Zentrum der bemalten Leinwand schwingen schließlich der oberen und untere Leinwandbereich in der 6. und 7. Eigenform unabhängig voneinander. Der Fall Update 3 stellt somit ein Extrem dar. Die Spanngirlanden des Testgemäldes 2 legen eine Vordehnung  $> 2 \text{ mm}$  nicht nahe. Letztendlich sind die Spanngirlanden auch nur ein Indiz für die Vordehnung bzw. Vorspannung, da sie sich während des Trocknungsvorganges in das Gewebe einprägen. Im Laufe der Zeit verändert sich aber die Aufspannung durch die Variation der Umgebungsbedingungen, Einwirkungen von Schocks und Vibrationen etc. Zudem sind nicht bei allen Gemälden auf textilem Bildträger Spanngirlanden zu erkennen. Dennoch ist eine Vordehnung bzw. -spannung existent.

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass die messtechnisch erfassten höherharmonischen Anteile in den char. Schwingungsformen rechnerisch nicht mit einer simulativen Modalanalyse, wobei die Dicke, das E-Modul und die lokale Vorverformung an den Tackernadeln je Kante als konstant angenommen werden, abzubilden sind.

Abhilfe könnte die implizit, nichtlineare Berechnung erzwungener Schwingungen, die der Messmethode gleicht, schaffen. Zudem ist das nichtlineare Materialverhalten der beschichteten Leinwand zu berücksichtigen, da durch die erzwungene Biegeschwingung in Kombination mit dem progressiven Materialverhalten der beschichteten Leinwand die eingeprägten Kräfte an den Tackernadeln in der Bildebene prägnanter wirken. Der Weg zum digitalen Zwilling von Gemälden wird jedoch absehbar über die Modellierung der Wellenausbreitung führen.

**Testgemälde 3** Im Fall des Testgemäldes 3 wird die Anpassung des Modells mit Hilfe des Optimierers „Boss 40“ von Siemens Software Industry automatisiert vorgenommen. Die Zielstellung des Optimierers ist, über die Veränderungen der E-Module und der Dichten der einzelnen Bereiche die ersten drei berechneten Eigenfrequenzen mit den ersten drei gemessenen charakteristischen Schwingungsfrequenzen in möglichst gute Übereinstimmung zu bringen. Der Optimierer wendet dafür die Methode der kleinsten Fehlerquadrate an.

Mit der Anpassung der Eigenfrequenzen werden automatisch auch die Eigenformen angepaßt. Die ersten drei Eigenformen des angepassten FEM-Modells von dem Testgemälde 3 nach 47 Iterationen sind in Abbildung 124 dokumentiert.

Es wird festgestellt, dass die 3. gemessene charakteristische Schwingungsform der vierten berechneten Eigenform ähnelt. Da dies der einzige signifikante Unterschied in Bezug auf die Eigenformen ist, wird das Resultat der Optimierung als zufriedenstellend eingeschätzt.

Nach den Erfahrungen mit der Modellanpassung des Testgemäldes 2 wird an dieser Stelle und im Rahmen dieser Arbeit akzeptiert, dass mit den vorgestellten linearen Methoden die höherharmonischen Anteile der charakteristischen Schwingungsformen nicht herbeigeführt werden können. Das über die Modalanalyse hinreichend angepaßte Modell des Testgemäldes 3 unterstützt eine schnelle Rechnung und wird daher in die Modelle anderer komplexer System, wie Transportkisten oder Gemäldezuganlagen integriert, um diese spezifisch für das Gemälde oder Objekt zu optimieren. Auf diese Weise kann die Schwingungsantwort von Gemälden positiv im Hinblick auf die Reduzierung der Beanspruchung dieser beeinflusst werden.

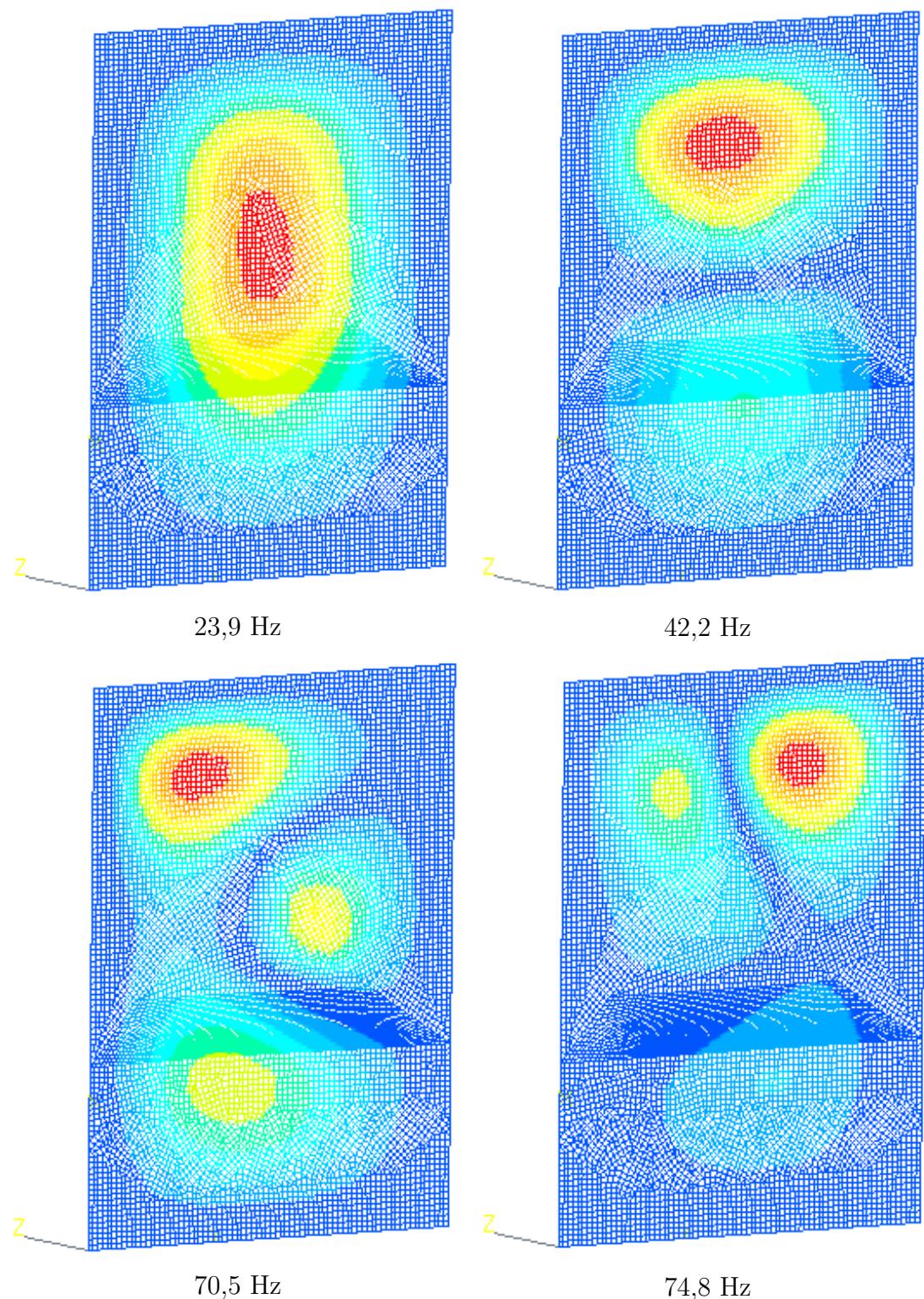


Abb. 124: Testgemälde 3: Erste drei bzw. vier Eigenformen des angepassten FEM-Modells nach 47 Iterationen



# 7 Beeinflussung der Schwingungsantwort von Gemälden

Der Schutz vor Schwingungen einschließlich der Lärmbelastung ist seit mindestens 85 Jahren ein wichtiges Forschungsthema im industriellen Bereich, im Bauwesen und im Automobilbau. Besonders im Bereich der Fahrzeugentwicklung sind die Erfolge der Schwingungstechnik sichtbar [221], (S. 3).

Während des Lkw-Transportes partizipieren die Museen zwar an dem hohen Standard der Lkws, doch ist dieses Niveau nicht der Stand der Technik in der Museumswelt. Wie jedes schwingungsfähige mechanische System, reagieren auch Gemälde und Museumsobjekte auf eine Anregung mit einer Antwort. Diese Ein- und Ausgangsbeziehung kann mit verschiedenen Maßnahmen, wie in Abbildung 125 an dem Beispiel eines Gemäldes gezeigt wird, beeinflusst werden. Grundsätzlich ist das Ziel die Verminderung der Schwingungs-

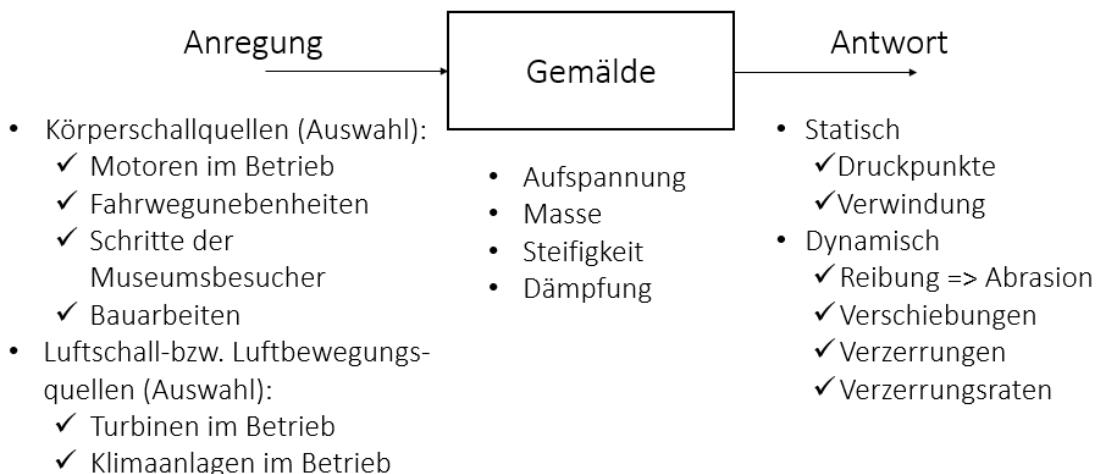


Abb. 125: Ein- und Ausgangsbeziehung eines Gemäldes

antwort der Gemälde und Museumsobjekte.

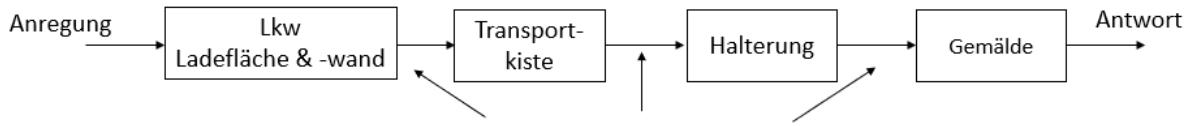
Gemäß VDI-Richtlinie 2062 Blatt 1 und 2 besitzt die Vermeidung der Anregung in Bezug auf die Minderung von Schwingungsantorten erste Priorität. Zur Eruierung der Möglichkeiten der Minderung der Anregung ist eine Transferpfadanalyse sindvoll. Drei Beispiele für Transferpfade sind in Abbildung 126 dargestellt.

Werkzeuge zur weiteren Reduzierung von Schwingungsantworten nach VDI 2062 Blatt 1 sind:

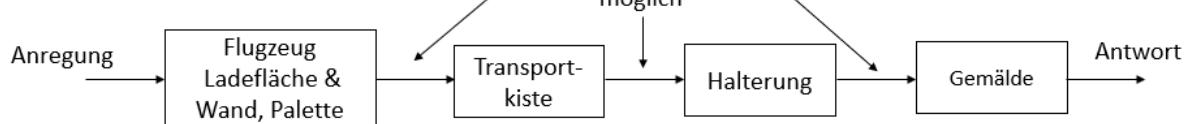
- Schwingungsisolierung (Quellen- und Empfängerisolation),

## 7 Beeinflussung der Schwingungsantwort von Gemälden

### LKW-Fahrt:



### Flug:



### Ausstellung:

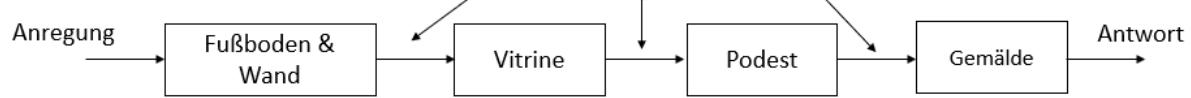


Abb. 126: Drei allgemeine Transferpfade in Bezug auf die Anregung von Gemälden

- Schwingungstilgung,
- Schwingungsdämpfung,
- Stukturmodifikation,
- Schwingungsentkopplung durch Fugen und gezielte Nutzung von Schwingungsknoten z. B. als Lagerpunkte.

Die Elemente der passiven Schwingungsbeeinflussung (Elemente ohne eine zusätzliche Energiequelle) wirken sich auf die Steifigkeit, Dämpfung und Masse aus.

Als elastische Elemente werden Elastomere, Metall- und Gummifedern, Schäume und Polstermaterialien verwendet. Die meisten der genannten Materialien vereinigen elastische und dämpfende Eigenschaften. Nachfolgend werden zuerst die Methoden der Schwingungsminderung vorgestellt.

**Die Schwingungsisolierung** wird in die Quellen- und Empfängerisolierung untergliedert. Bei der Quellenisolierung werden Maschinen, Fundamente und Podeste so aufgestellt, dass die davon bzw. darauf erzeugten Rüttelkräfte nicht in die Umgebung eingeleitet werden. Die Empfängerisolierung schützt derweil empfindliche Geräte und Güter, wie Kunstwerke und Kulturobjekte, vor den Schwingungen in der Umgebung .

Während der Präsentation in einer Ausstellung oder der Lagerung im Depot werden Kunstwerke und Kulturobjekten durch Bauwerksschwingungen während Bauarbeiten, durch den Verkehr und Besucher zu Schwingungen angeregt. Museen vermieten zudem große Säle und repräsentative Innenhöfe für Veranaltungen. Die dadurch angeregten Schwingungen bedürfen Aufmerksamkeit und Aufklärung des Museumspersonals.

Um dies zu erreichen hat die Autorin im Rahmen eines eingeladenen Vortrages mit dem Titel „Special exhibitions, Footsteps, Beats per Minute and Construction Work: art Objects in Motion – the Need of Vibration Reduction Methods“ auf der PACCIN-Konferenz im Jahr 2019 im Stedelijk-Museum in Amsterdam Salsa-Tänzer eingeladen.

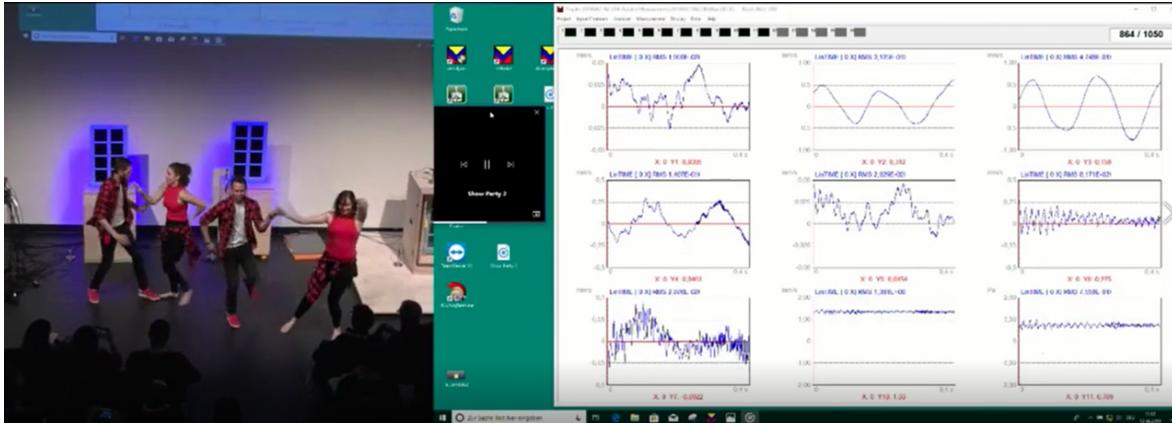


Abb. 127: Messung der Schwingungsanregung und -antwort verschieden gelagerter Podeste während einer Salsa Rueda mit HipHop-Elementen im Stedelijk Museum, Amsterdam [127]

Die Sprünge und kraftvollen Moves der Tänzerinnen und Tänzer regen den Fußboden zu Schwingungen an. Wie in Abbildung 127 zu sehen ist, wird hier die Empfängerisolation gewählt. Jedes einzelne Podest mit Objekt ist mittels verschiedener elastischer Elemente von dem Fußboden entkoppelt aufgestellt worden. Zudem sind die Podeste und der Fussboden mit Geophonen ausgestattet. Die Zuschauer haben die Messdaten in Echtzeit auf der Leinwand mitverfolgen und die Unterschiede des Übertragungsverhaltens der Entkopplungselemente sowie des Holz- und Stahlbetonfußbodens erkennen können.

In Abbildung 128 sind drei Graphen mit den unterschiedlichen Dämpfungswerten  $D_1 = 0, 1$  blau;  $D_2 = 0, 3$  orange;  $D_3 = 0, 7$  grün gezeigt. Die Dämpfung ist notwendig,

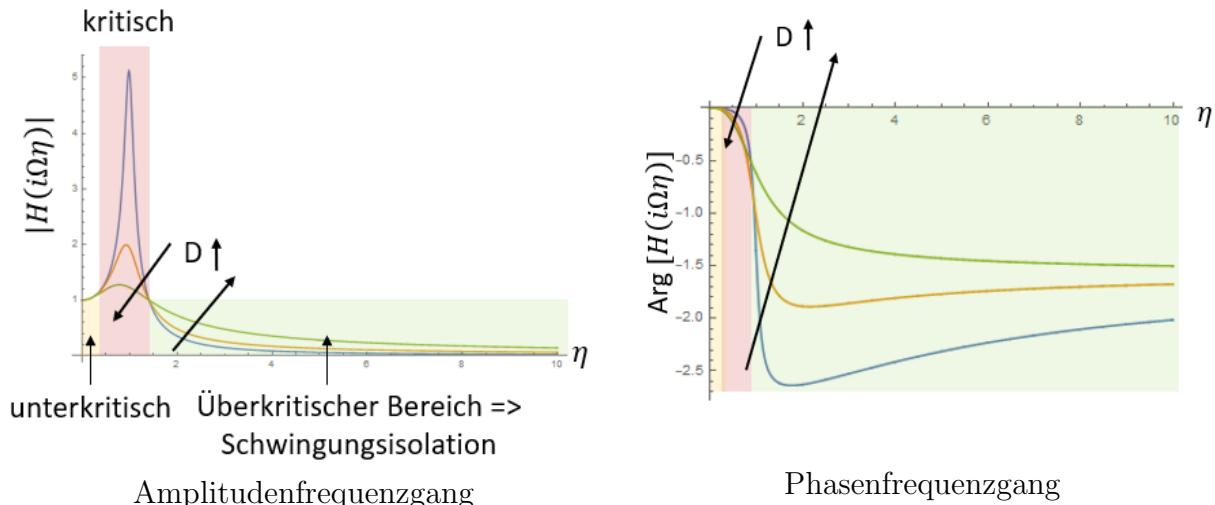


Abb. 128: Amplituden- und Phasenfrequenzgang von  $H(i\Omega\eta)$  mit ausgezeichneten Bereichen

um die Verstärkung der Amplituden im kritischen Bereich zu verringern. Auf der anderen Seite bewirkt die Dämpfung eine Verschlechterung der Isolationswirkung.

## 7 Beeinflussung der Schwingungsantwort von Gemälden

Die drei Bereiche der Graphen, unterkritisch, kritisch und überkritisch, sind farblich markiert. Im unterkritischen Bereich wird die Schwingungsanregung ohne eine Veränderung der Amplitude oder Phase an den Empfänger bzw. die Umgebung weitergetragen.

Durch den kritischen Bereich wird deutlich, dass jede Schwingungsisolierung zusätzliche Lagerungseigenfrequenzen mit sich bringt. Erst ab einem Frequenzverhältnis  $\eta > \sqrt{2}$  findet eine Reduzierung der Schwingungsantwort im Vergleich zur Anregung durch eine Massenkraftkompensation statt. Die Masse wird also so weich gelagert, dass sie der Anregung nicht mehr folgen kann.

Ein ingenieurtechnischer Erfahrungswert in Bezug auf die Wirksamkeit von Schwingungsisolierungen ist, dass für eine über 80-%ige Verminderung der Antwortschwingungen die Schwingungsisolierung so ausgelegt sein sollte, das die kritischen Frequenzen ein Fünftel der ersten Eigenfrequenz des Objektes mit elastisch verformter Eigenmode betragen.

**Der Tilger** ist eine elastisch gelagerte Zusatzmasse. Die physikalischen Modelle eines schwingungsfähigen Systems ohne Tilger und des gleichen mit Tilger sind in Abbildung 129

dargestellt. Mit dem gewohnten Vorgehen (Freischnitt und Anwendung der Impulserhal-

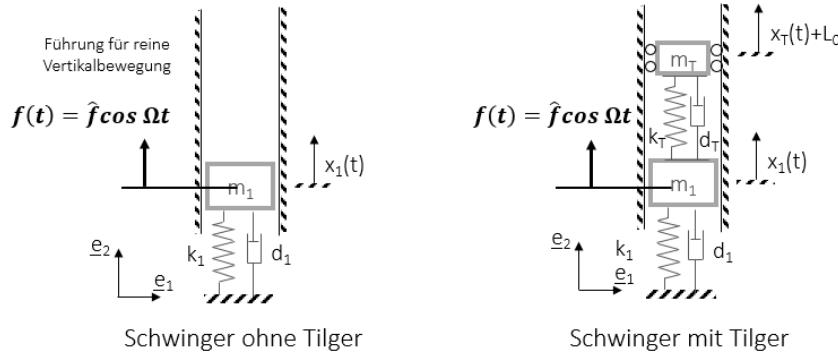


Abb. 129: Physikalisches Modell eines Schwingers ohne Tilger und mit Tilger

tung) ergeben sich die Bewegungsdifferentialgleichung für den Schwinger ohne Tilger (Gl. 7.1) und mit Tilger (Gl. 7.2).

$$m_1 \ddot{x} + dx + k_1 x = \hat{f} \cos \Omega t \quad (7.1)$$

und

$$\begin{pmatrix} m + m_T & m_T \\ m_T & m_T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_T \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_T \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{f} \cos \Omega t \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (7.2)$$

Mit dem „Ansatz der rechten Seiten“ für die partikuläre Lösung, d. h.  $\underline{q}_p(t) = \widehat{\underline{q}}_p \cos \Omega t$ , folgt im eingeschwungenen Zustand die Antwortamplitude

$$\widehat{\underline{q}}_p = \frac{1 - \eta^2 \nu^2 + i 2\theta \eta \nu}{(1 - \eta^2)(1 - \eta^2 \nu^2 + i 2\theta \eta \nu) - \mu \eta^2 (1 + i 2\theta \eta \nu)} \frac{\hat{f}}{k_1}, \quad (7.3)$$

wobei  $\eta = \frac{\Omega}{\omega_0}$ ,  $\omega_0^2 = \frac{k_1}{m_1}$ ,  $\omega_T^2 = \frac{k_T}{m_T}$ ,  $\theta = \frac{d_T}{2\sqrt{m_T k_T}}$ ,  $\nu = \frac{\omega_0}{\omega_T}$  und  $\mu = \frac{m_T}{m}$ .

Der dazugehörige Amplitudenfrequenzgang ist in der Abbildung 130 mit den drei Dämpfungsgraden  $D_1 = 0,1$  (blau);  $D_2 = 0,3$  (orange);  $D_3 = 0,7$  (grün) dargestellt. Der un-

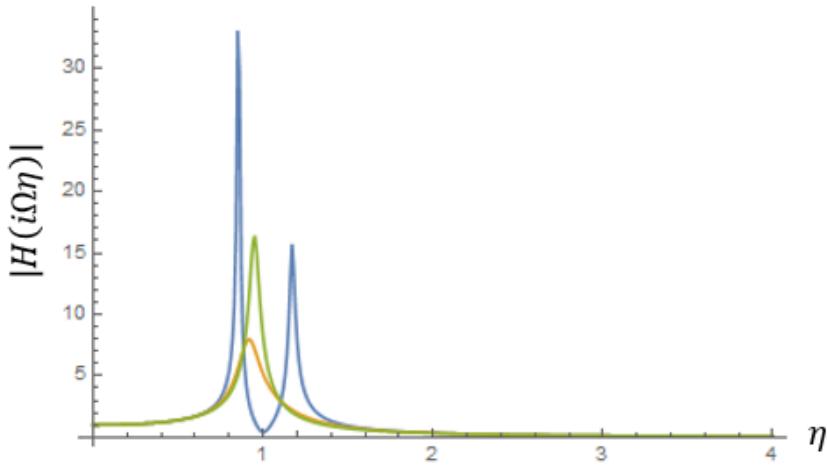


Abb. 130: Amplitudenfrequenzgang eines Schwingers mit Tilger mit drei verschiedenen Dämpfungen

gedämpfte Tilger  $d_T = 0$  zeigt genau einen Tilgerpunkt bei der Frequenz  $f_{TP} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_T}{m_T}}$ . Die Federsteifigkeit des Tilgers  $k_T$  und die Masse des Tilgers  $m_T$  wird dabei so gewählt, dass  $f_{TP} = \frac{\Omega}{2\pi}$  ist. Die Auslegung eines Tilgers kann in [81] auf den Seiten 169-171 nachgelesen werden. Verschiedene technische Ausführungen von Tilgern sind in [221], S. 385 ff. beschrieben.

**Die Strukturmodifikation** ist die Veränderung der physikalischen Eigenschaften, Masse, Dämpfung, Steifigkeit mit dem Ziel, die schwingungstechnischen Eigenschaften, Eigenformen, Eigenfrequenzen und modale Dämpfung bzw. bei der Berücksichtigung nichtlinearer Eigenschaften charakteristische Schwingformen, Schwingfrequenzen und Dämpfungen, zu beeinflussen.

Irreversible Strukturmodifikationen an Kunstwerken und Kulturobjekten sind restauratorische Maßnahmen, wie Konsolidierung, Kittung, Neuaufspannung, Doublierungen etc. (siehe Anhang A1). Reversible Strukturmodifikationen sind Verglasungen, Stabilisierung des nicht-originalen Zierrahmens und Rückseitenschutzkonstruktionen.

**Das Standardvorgehen** im Rahmen dieser Arbeit ist

1. Analyse der Aufgabenstellung,
2. Messung der Anregung,
3. Analyse des Kunstwerkes oder Kulturobjektes inkl. Messung,
4. Entwicklung eines FEM-Modell des Gemäldes (oder später des Museumsobjektes),
5. Entwicklung des FEM-Modells des zu optimierenden Systems und gegebenenfalls der Peripherie,
6. Virtuelle Zusammenführung des Kunstwerkes und des zu optimierenden Systems,

7. Optimierung gemäß der Aufgabenstellung,
8. Realisierung,
9. Evaluierung der Wirksamkeit der schwingungsreduzierenden Maßnahme,  
Qualitätskontrolle.

## 7.1 Transport

Die Geschichte des Kunsttransportes beginnt mit der Erschaffung „mobiler“ Kunstwerke, wie Altäre, Skulpturen und Gemälde [255]. Die Notwendigkeit von Kunsttransporten ist damals wie heute mit

- dem Verbringen der Kunstwerke vom Erschaffungs- zum Ausstellungsort,
- der Bewahrung von Kunstwerken und Kulturobjekten vor Zerstörung bei kriegerischen Auseinandersetzungen und Havarien,
- Eroberungen (Raubkunst) sowie
- mit Schenkungen und Handel

begründet. Mit der Öffnung von Schlössern für ein privilegiertes Publikum zur Präsentation von Kunstschatzen im 17./18. Jahrhundert und insbesondere mit der Einrichtung öffentlicher Museen ab dem 18./19. Jahrhundert beginnt die Geschichte der temporären Ausstellungen. Sonderausstellungen sind heutzutage der wichtigste Grund für die Bewegung von Kunstwerken [255].

Zu Beginn der 1990er Jahre bis etwa zum Jahr 2005 ist eine starke Zunahme der Anzahl der Sonderausstellungen und dem damit verbundenen Leihverkehr verzeichnet worden. Seitdem scheint mit ca. 9.500 Sonderausstellungen pro Jahr innerhalb Deutschlands eine Sättigung des Marktes oder eine Grenze des Machbaren erreicht zu sein [122].

Zu unterscheiden sind Nah- und Ferntransporte. Zu den Nahtransporten zählt die Bewegung von Kunst innerhalb eines Hauses (Museen, Galerien, Schlösser, Herrenhäuser etc.) und zu unweit gelegenen Depots und Restaurierungsateliers. Für den Kunsttransport in abgeschlossenen Bereichen werden weitestgehend Möbelhunde sowie Gemälde- und Objekttransportwagen verwendet. Für Bewegungen unter freiem Himmel und in der Öffentlichkeit sind bis in die 1930er Jahre Pferdefuhrwerke verwendet worden. Heutzutage stehen klimatisierte, luftgefedeerte Kleintransporter und Lastkraftwagen (Lkw) zur Verfügung. Für Langstrecken, insbesondere interkontinentale, werden in der Regel Flugzeuge verwendet. Im Schwerlastbereich, zum Verbringen von tonnenschweren Skulpturen, wird die Schifffahrt genutzt. Auf den Zugverkehr wird derzeit eher nicht zurückgegriffen.

Nach folgenden Regelwerken arbeiten deutsche Museen im Zusammenhang mit Kunsttransporten:

- Charta von Venedig (1989) für den Schutz und die Integrität von Kunstwerken, Sorgfalt bei der Handhabung, Dokumentation und Nachverfolgbarkeit,
- Nara-Dokument zur Echtheit/Authentizität (1994) für die Erhaltung der Authentizität, Vermeidung unnötiger Eingriffe und Bewahrung des Respekts vor kulturellen und traditionellen Werten,

- Kulturgutschutzgesetz Deutschland (2016) regelt
  - Ausfuhrbeschränkungen für Kulturgüter, die unter dieses Gesetz fallen,
  - Verbot illegalen Handelns,
  - Verfahren bei Kunsttransporten,
  - Rückführung von Kulturgütern,
  - Museumssammlungen schützen,
- Erhaltung des kulturellen Erbes – Verpackungsverfahren für den Transport; Deutsche Fassung EN 15946:2011,
- Erhaltung des kulturellen Erbes – Transportmethoden; Deutsche Fassung EN 16648:2015.

Konkrete Werte für zulässige Amplituden und Frequenzbereiche der anregenden Schwingungen gehen aus den genannten Dokumenten nicht hervor. In Studien, wie [254], wird angegeben, dass Schädigungen an Kunstwerken und Kulturo Projekten vermieden werden, wenn Beschleunigungsamplituden an den Einleitepunkten in die Objekte 1 g bei Dauerschwingungen und 2 g bei sporadisch und kurzzeitig auftretenden Schwingungen nicht überschreiten. Der Frequenzbereich unkritischer Anregungen wird mit 1 bis 50 Hz postuliert. Gemäß ihrer Erfahrungen kann die Autorin der vorliegenden Schrift die Grenzwerte für die Beschleunigungsamplituden bestätigen, die Grenzwerte für den Frequenzbereich nicht.

Für Systeme, die annähernd lineare und zeitinvariante Eigenschaften besitzen (LTI-Systeme), empfiehlt die Autorin eine klassische Auslegung der Schwingungsentkopplung. Dies bedeutet, dass die Eigenschwingungen der Subsysteme so aufeinander abzustimmen sind, dass diese als Ein-Freiheitsgrad-Systeme (1-FHG-Systeme) gemäß Ewins [50] betrachtet werden können. Insbesondere ist die größte durch die elastische Lagerung verursachte Eigenfrequenz so einzustellen, dass die kleinste Eigenfrequenz des steif angekoppelten Objektes das Fünfache beträgt. Auf diese Weise werden die Eigenfrequenzen des Objektes minimal angeregt.

**Gemälde- und Objekttransportwagen** basieren in der Regel auf handelsüblichen Platten- und Tischwagen. Einige Bauformen sind in Abbildung 131 gezeigt.



Abb. 131: Einige Bauformen handelsüblicher Tisch- und Plattenwagen

## 7 Beeinflussung der Schwingungsantwort von Gemälden

Zur Anpassung an die spezifischen Bedürfnisse werden oftmals museumintern Modifikationen an den Wagen vorgenommen.

Schwingungsmessungen zeigen, dass beim hausinternen Transport die gleichen Anregungen entstehen können, wie beim Transport mit dem Lkw. Die Abbildung 132 zeigt einen aufgenommenen Zeitverlauf von Messdaten mit Beschleunigungsaufnehmern während einer Fahrt mit einem Gemäldetransportwagen in Halb-A-Bauform (Halb-A-cart). Die ma-

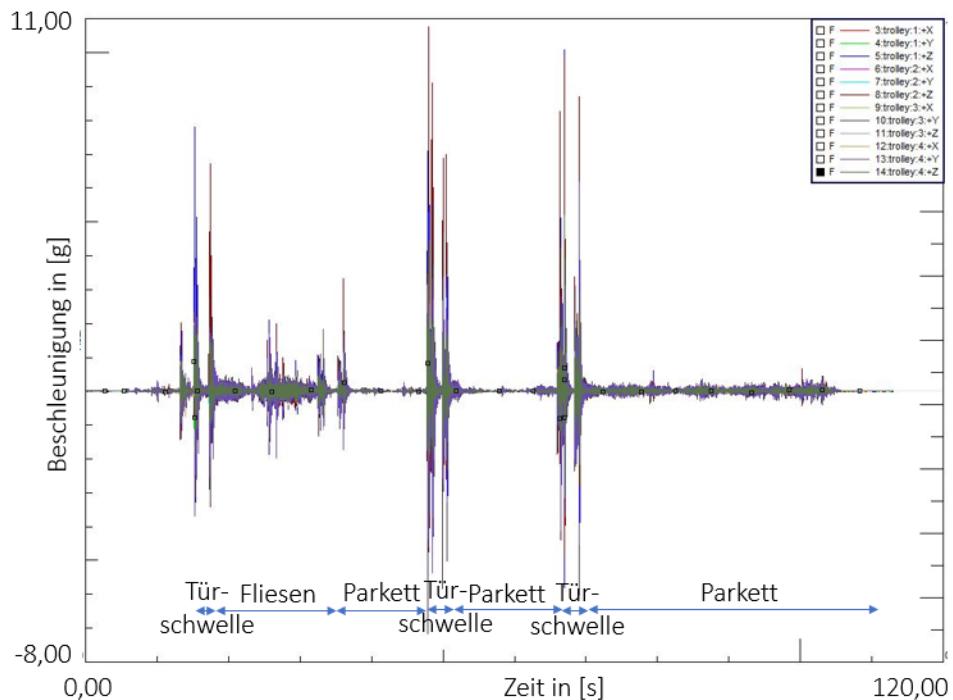


Abb. 132: Gemessener Zeitverlauf während einer museumsinternen Fahrt mit einem Halb-A-cart

ximalen Beschleunigungsamplituden in Höhe von bis zu 11 g sind während der Fahrt über Türschwellen bzw. Fliesen aufgetreten. Der Messaufbau wird in Abbildung 133 (links) gezeigt.

Hauptgründe für die großen Beschleunigungsamplituden sind die fehlende Dämpfung, eine unpassende Federung und eine zu geringe Aussteifung der Rahmenstruktur der Transportwagen. Die Konsequenz der „weichen“ Rahmenstruktur sind Eigenschwingungen der Transportwagen, die eine schwingungsisolierte Lagerung der Objekte unmöglich macht. Ein Beispiel für eine mit der FEM berechneten Torsionseigenschwingung eines Halb-A-carts ist in Abbildung 133 (rechts) gezeigt. Die resultierende Anregung der Objekte auf dem Wagen kann so groß sein, dass diese während der Fahrt „zu hüpfen“ beginnen oder sogar zu Bruch gehen.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit ist ein Konzept für die schwingungsreduzierte Anregung von Gemälden während der Fahrt auf Gemäldetransportwagen entwickelt worden. Dieses sieht eine steife Grundrahmenstruktur und eine darauf aufgebaute elastisch gelagerte Sekundärrahmenstruktur vor. Die elastische Lagerung wird mit Drahtseilfedern in Polycal-Bauform (Abbildung 64) bewerkstelligt. Dieses Baukonzept ist beim Deutschen Patent- und Markenamt patentiert (Patent-Nr. 10 2024 10 145 „Transportvorrichtung für

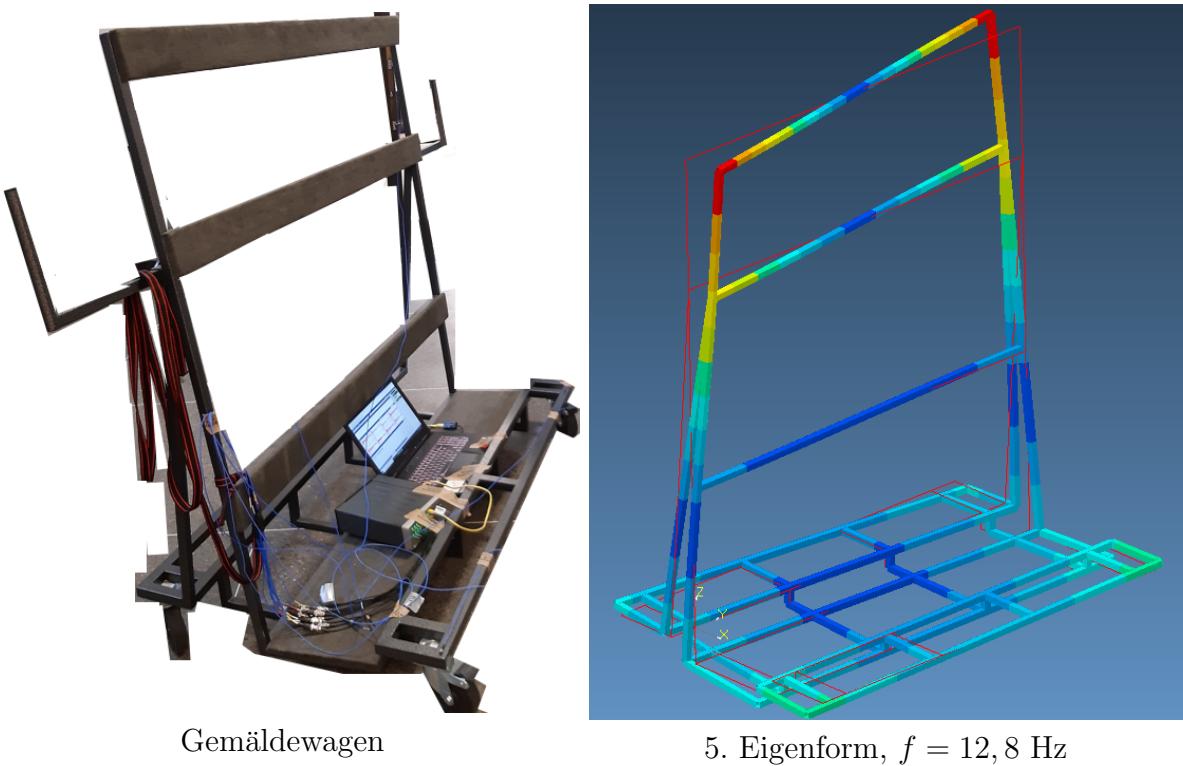


Abb. 133: Messungen (links) an einem Halb-A-cart und Ergebnis einer FEM-Modellierung (rechts) an einem Halb-A-cart

Museumssubjekte, Herstellungsverfahren und Verwendung“). Die Autorin dieser Schrift ist Erfinderin und Patentinhaberin.

**Kleintransporter und Lkw** sind das Mittel der Wahl für den innerstädtischen bis zum innereuropäischen Transport von Kunstwerken. In Abbildung 134 (links) ist eine typische Befestigung von Kunsttransportkisten an der Boardwand dargestellt. Die nicht unerwarteten Ergebnisse einer experimentellen Modalanalyse zeigen, dass sich der schwingungsärmste Bereich einer Lkw-Ladefläche im Schwerpunkt des Laderraumes befindet. Im europäischen Raum werden in der Regel Lkws mit luftgefederterem Laderraum verwendet. Durch die transiente Anregung während der Fahrt schwingt der Laderraum hauptsächlich mit seinen sechs Starrkörpermoden zwischen 1,9 bis 7 Hz. Die Eigenschwingungen der Bordwände und der Ladefläche besitzen Eigenfrequenzen  $> 12 \text{ Hz}$ . Damit erklärt sich auch das Anregungsprofil für Transportsimulationen in Abbildung 50.

Die erste Starrkörpereigenmode eines Laderraumes eines Kleintransporters mit Transportkiste und darin einem darin befindlichen Gemälde ist in Abbildung 135 dargestellt. Die erste Starrkörpermode ist eine Torsionsschwingung um die Längsachse der Ladefläche. Die vertikal schwingende Eigenmode ist die vierte mit  $f_1^{\text{MessLkw}} = 4,5 \text{ Hz}$ .

Die luftgefederten Kleintransporter und luftgefederten Lkw-Laderäume sind in Europa in der Regel so ausgelegt, dass sie die gleichen Starrkörpermoden und zugehörigen Eigenfrequenzen besitzen. Im Sinne einer zu priorisierenden Vermeidung der Anregung sollten die Kunstwerke im und um den Schwerpunkt der Ladefläche während der Fahrt positioniert werden. Die Befestigung kann mit Spanngurten gemäß der Richtlinie VDI 2700:2004-11

## 7 Beeinflussung der Schwingungsantwort von Gemälden



Abb. 134: Typische Befestigung von Kunsttransportkisten an der Boardwand (links), Befestigung einer Transportkiste auf einem Shaker für eine Transportsimulation (rechts)

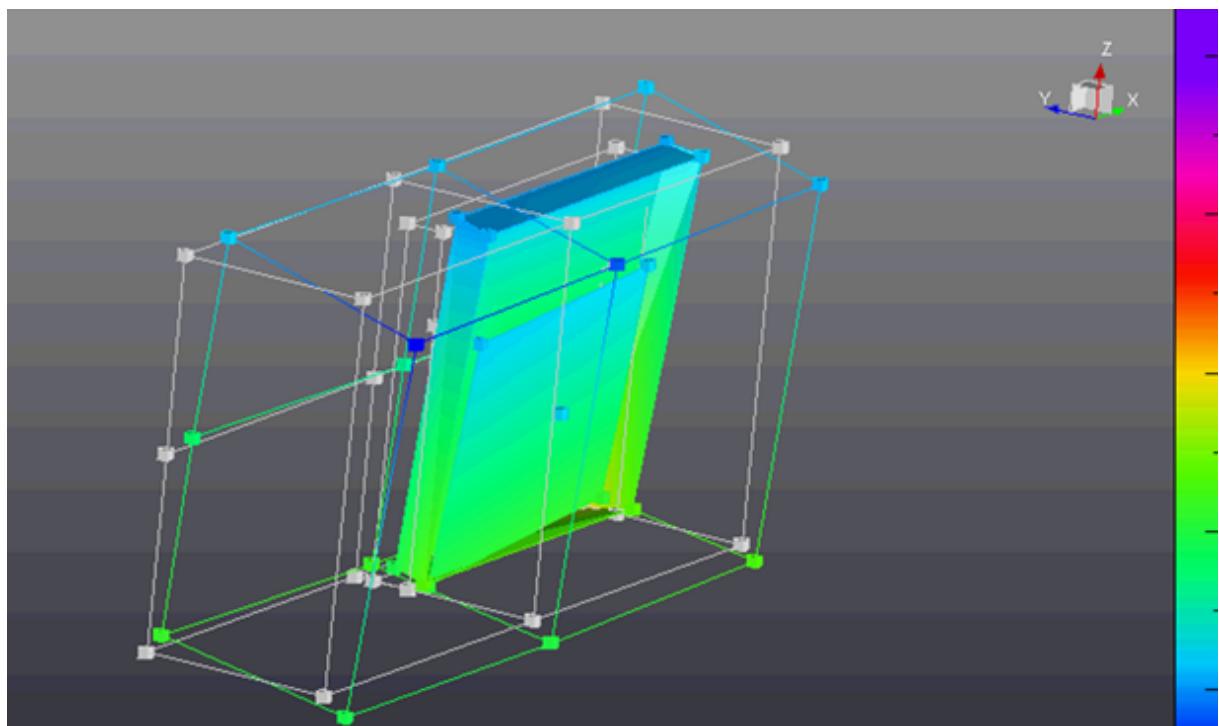


Abb. 135: Erste Starrkörpereigenmode eines Laderraumes eines Kleintransporters mit Transportkiste und innen befindlichem Gemälde mit  $f_1^{\text{MessLkw}} = 1,96 \text{ Hz}$

(Ladungssicherung auf Straßenfahrzeugen) erfolgen. Die anzustrebende Befestigungsweise ist in Abbildung 136 gezeigt.

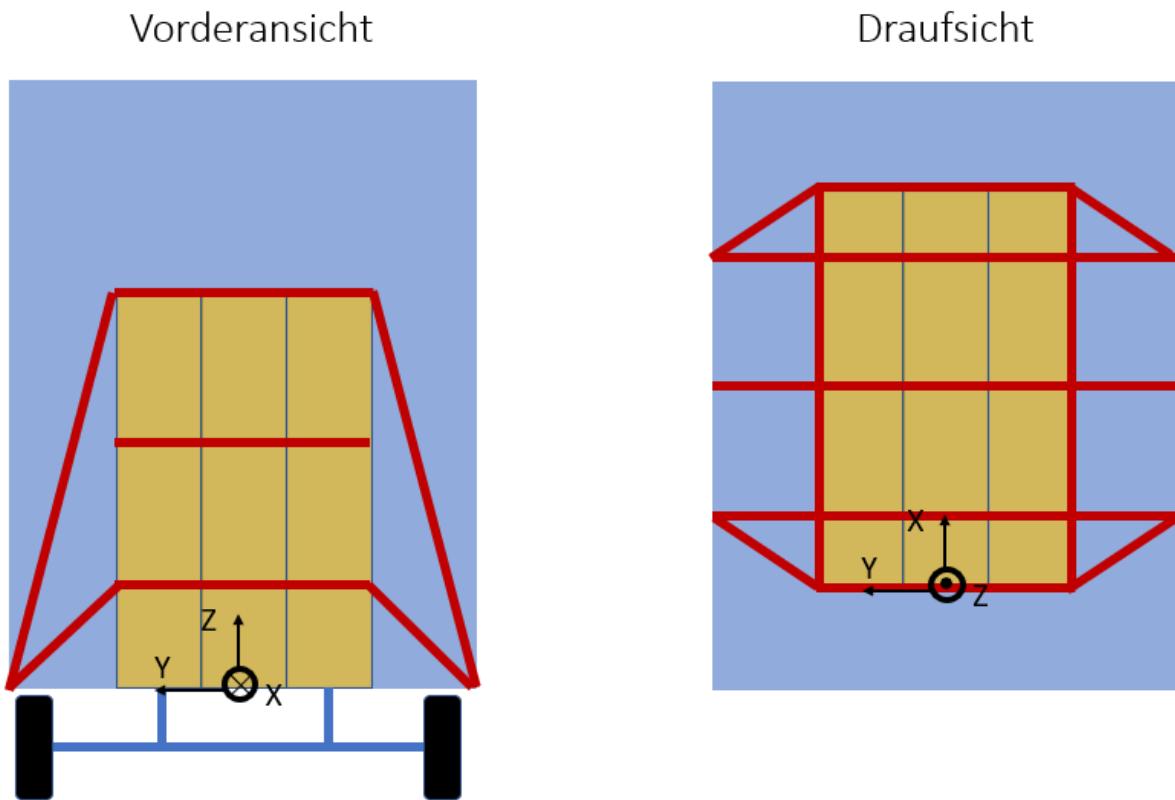


Abb. 136: Befestigung von drei Transportkisten in den Schwerachsen der Ladefläche mit Spanngurten gemäß VDI 2700:2004-11

Die Beeinflussung der Anregung der Kunstwerke und Kulturobjekte im Lkw, im Flugzeug und auf dem Schiff ist auf die Wahl der Befestigungen und der Position im Laderaum beschränkt. Eine größere Einflussnahme ist auf die Kunstverpackung möglich.

**Kunstverpackungen** sind im Rahmen des Kunsttransports eine Wissenschaft für sich. Die Geschichte der Entwicklung von Verpackungen geht einher mit der Geschichte des Kunsttransportes [139]. Eine Kunsttransportkiste, die den Museumsstandard erfüllt, wird Museumskiste genannt. Beispielsweise soll sie in der Lage sein, das Klima in ihrem Innern über 48 Stunden konstant zu halten. Gleichfalls soll eine Museumskiste vor den weiteren acht der „Zehn Faktoren des Zerfalls“ (Abbildung 1) schützen. Offizielle Richtlinien diesbezgl. existieren nicht. Insbesondere die schützende Wirkung vor physikalischen Kräften sät Zwietracht. Gern werden die in Tabelle 35 dokumentierten Grenzwerte zitiert und dabei übersehen, dass diese dem U. S. Army Rocket & Missile Container Engineering Guide von 1967 entnommen worden sind.

Auf dem Markt sind Museumskisten mit einer einfachen Holzwand, einer doppelten Holz- oder Leichtbauwand (Kiste-in-Kiste-Prinzip) und aus einem Komposit mit innenliegendem Holzkern erhältlich. Große Museen stellen die Museumskisten in der eigenen Holzwerkstatt her oder beziehen diese käuflich von Kunstspediteuren, die in der Regel über eine eigene Schreinerei verfügen.

Die innere Kiste der Konstruktionen nach dem Kiste-in-Kiste-Prinzip sind in der Regel über Schaumstoff oder Gummilager an die äußere Kiste gekoppelt. In der Innenkiste be-

## 7 Beeinflussung der Schwingungsantwort von Gemälden

| No. | Kategorie                                  | Max. Amplitude |
|-----|--|----------------|
| 1   | Extrem fragil (z. B. Festplatten)          | 15 - 25 g      |
| 2   | Sehr empfindlich (z. B. X-Ray-Ausrüstung)  | 25 - 40 g      |
| 3   | Empfindlich (z. B. Displays)               | 40- 60 g       |
| 4   | Mäßig empfindlich (z. B. Fernsehempfänger) | 60 - 85 g      |
| 5   | Mäßig robust (z. B. Möbel)                 | 85 - 115 g     |
| 6   | Robust (Sägemaschinen)                     | > 115 g        |

Tabelle 35: Zulässige Beschleunigungswerte gemäß dem U. S. Army Rocket & Missile Container Engineering Guide für verschieden fragile Objekte von 1967

findet sich das Gemälde, welches in Schaumstoff gebettet ist. In Abbildung 137 ist der Stand der Technik einer Museumskiste mit einer einfachen Holzwand zu sehen. Oft werden

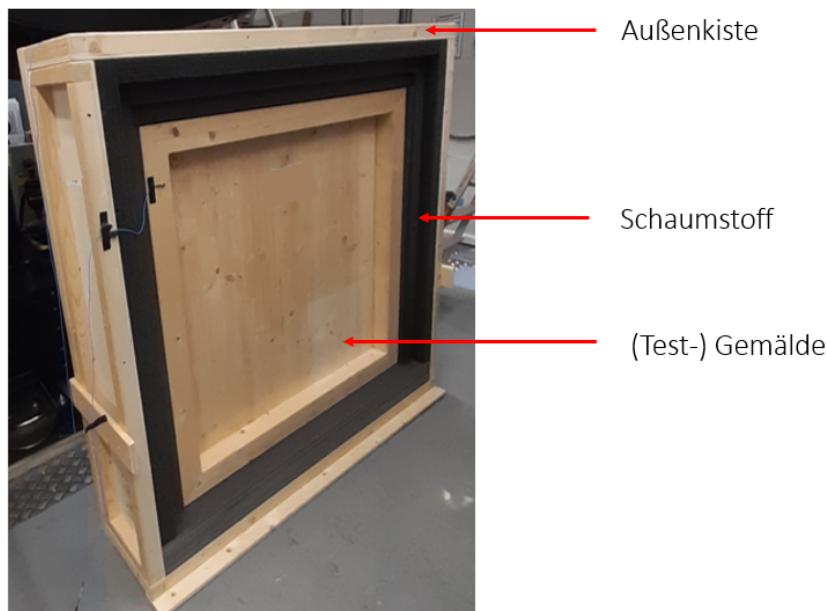


Abb. 137: Stand der Technik einer Museumskiste mit einfacher Holzwand nach dem Kiste-in-Kiste-Prinzip

die Museumskisten nur einmal verwendet. Hierdurch werden jedes Jahr unzählige Bäume abgeholt. Zudem resultiert aus den Unmengen Holz und Schaumstoff, die für und in den Museumskisten verwendet werden, ein Müllproblem. Neben der mangelnden Nachhaltigkeit ist ein Verbesserungsbedarf in puncto Klimastabilität und Schwingungsminderung festgestellt worden [118], [119].

Ein leistungsstarkes Dämmmaterial zur Einhaltung der Klimarichtlinie sind Vakuumisolationspaneele. Diese werden für den Hausbau eingesetzt und zunehmend auch in der Konstruktion von Museumskisten verwendet. Hiermit kann das Klima in Museumskisten tatsächlich über 48 Stunden konstant gehalten werden. Da die Vakuumisolationspaneele kostenintensiv sind, werden diese hauptsächlich in Mietkistensystemen eingesetzt. Durch

die Wiederverwendung der mietbaren Museumskisten wird auch das durch den Leihverkehr produzierte Müllvolumen reduziert.

Für die praktische Umsetzung der Schwingungsisolation und Schockabsorption stehen grund-sätzlich Schaumstoffe, Silikonlager, Gummipuffer und Metallfedern zur Verfügung. In der Restaurierung werden Materialien priorisiert, die nicht ausgasen, d. h. während der natürlichen Alterung entstehen keine flüchtigen organischen Reaktionsprodukte. Demgemäß und wegen der einfachen Handhabung werden im Kunstransportwesen meistens geschlossenzellige Schaumstoffe, wie Plastazote® und Ethafoam® verwendet.

Aufgrund der geschlossenen Poren können weder Gase entweichen noch Wasser von geschlossenzelligen Schaumstoffen aufgenommen werden, was auch Staunässe an den transportierten Objekten verhindert. Gleichfalls können Schallwellen nicht absorbiert werden. Um eine Überlastung der Schaumstoffe zu verhindern, werden diese in der Regel so ausgelegt, dass erwartete Schockanregungen vermindert werden. Dies funktioniert in der Praxis in der Regel für Schockamplituden  $> 4 \text{ g}$  sehr gut. Entsprechend konfektionierte Schaumstoffe sind formstabil und relativ unnachgiebig. Dementsprechend ist eine schwingungsisolierende Wirkung für Vibrationen  $> 48 \text{ Hz}$  festgestellt worden. Schaumstoffe, die den Empfänger vor Schwingungen mit Frequenzen  $> 7 \text{ Hz}$  schützen, werden während der Einwirkung von Schocks komplett zusammengedrückt, wodurch ein Verrutschen und eine Überlastung des Objektes oftmals veruracht wird.

Die Dämpfung geschlossenenzelliger Schaumstoffe ist im Vergleich zu offenporigen Schaumstoffen gering. Auch wird Schall von offenporigen Schaumstoffen absorbiert. Allerdings speichern diese Materialien Wasser und gasen häufig Reaktionsprodukte aus, die mit der Oberfläche der historischen Objekte reagieren.

Silikonlager und Gummipuffer besitzen viskoelastische Eigenschaften, wodurch sie sich für die Schwingungsisolierung und gleichermaßen für die Schockabsorption eignen. Auch speichern sie weder Wasser noch gasen sie für die Gemälde und Museumsobjekte Reaktionsprodukte in schädlichen Mengen aus. Allerdings sind Silikonlager und Gummipuffer weder alterungsbeständig nochwitterungsunabhängig. Auch sind Lagereigenfrequenzen  $< 10 \text{ Hz}$  bei gleichzeitiger Stabilität gegenüber Querbelastungen in der Regel nicht realisierbar.

Drahtseilfedern in polycaler Bauform hingegen sind alterungsbeständig, unempfindlich gegenüber großen Klimaschwankungen und Luftdruckveränderung. Zudem reagieren sie stabil und elastisch auch bei Überlastungen in Längs- und Querrichtung. Aufgrund der trockenen Reibung zwischen den Drähten besitzen Drahtseilfedern elastische und dämpfende Eigenschaften. Ihre Dauerschwingfestigkeit macht sie wiederverwendbar und somit nachhaltig. Aus diesen Gründen ist in dieser Arbeit auf Lösungen mit Drahtseilfedern zur Beeinflussung der Schwingungsantwort von Gemälden und Museumsobjekten (siehe Abschnitt 8.3) fokussiert worden.

In Abbildung 138 (links) ist die prinzipielle Konstruktion einer Halterung für Gemälde mit Drahtseilfedern, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelt worden ist, dokumentiert. Auf der Rückseite des Gemäldes befindet sich ein Rahmen aus Aluminium. Dieser ist beispielsweise an den Zierrahmen geschraubt. Bei der Konstruktion des Aluminiumrahmens ist die natürliche Schiefe des Zierrahmens zu beachten. Die Geometrie der Profile des Rahmens sind Leichtbaukonstruktionen. Der Rahmen ist an die Außenkiste mit Drahtseilfedern befestigt. Die Außenwände der Kiste müssen sehr steif sein, damit die

## 7 Beeinflussung der Schwingungsantwort von Gemälden

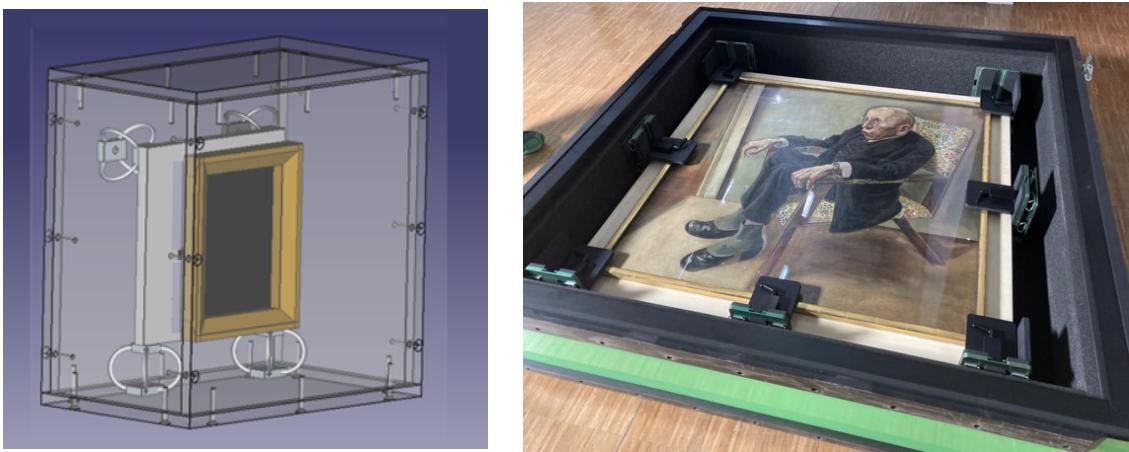


Abb. 138: Links: Entwickelte prinzipielle Bildhalterungskonstruktion mit Aluminiumrahmen und Drahtseilfedern in einer Transportkiste, Zeichnung: R. Koll (links); Rechts: Turtle® T+ Halterungssystem, Foto: K. Radermacher, Kunsthalle Mannheim

Drahseilfedern sich an diesen abstützen können und die Eigenschwingungen der Wände sich nicht kontraproduktiv auf die Schwingungsminderung auswirken. Die Wände der Museumskiste können beispielsweise mit der Rahmen- oder der Fachwerkbauweise sehr steif konstruiert werden ( $f_1 = 45 \text{ Hz}$ ).

Mit diesen Konstruktionsregeln kann erreicht werden, dass das jeweilige statische und dynamische Verhalten der Kiste, der Bildhalterung und des Gemäldes so aufeinander abgestimmt wird, dass das Verformungsfeld, der Deformationsgradient und die Dehnungsraten der bemalten Leinwand möglichst kleine Werte aufweisen. Für eine optimale Auslegung ist gemälde spezifisch eine Berechnung mit Hilfe der FEM und einem Optimierungsmodul durchzuführen.

Ein Beispiel für eine Geometrie einer doppelwandigen Holzkiste mit innen befindlichem Gemälde, die als Grundlage für eine Modellierung mit der FEM dienen kann, ist in Abbildung 139 gezeigt.

Außer mit einem Holzrahmenbau können auch Wände aus Kompositen, wie bei der Turtle® uNLtd, sehr steif produziert werden. Diese mietbare Museumskiste und die Realisierung des eigens für diese Kiste entwickelte schwingungsreduzierende Bildhalterungssystems ist in der Abbildung 138 (rechts) dokumentiert. Die Schwingungsisolation und -dämpfung der Gemälde wird hier durch das in der Kiste befindliche Halterungssystem Turtle® T+ bewerkstelligt. Hierbei handelt es sich um zwei L-Profilen, die über Drahtseilfedern miteinander gekoppelt sind. Abhängig von dem Gewicht des Gemäldes wird die Anzahl der Halterungsblöcke bestimmt. Die Drahtseilfedern können zudem gemälde spezifisch ausgewählt oder berechnet werden. Die Autorin der vorliegenden Schrift ist Miterfinderin dieses Halterungssystems (Europäische Patent-Nr. 3988472). Im Folgenden wird die rechnerische Vorgehensweise der Ermittlung der optimale Halterungskonfiguration dieses Systems am Beispiel des Testgemäldes 3 erläutert.



Abb. 139: FEM-Geometrie einer doppelwandigen Holzkiste mit innen befindlichem Gemälde

### **Beispielmodellierung: Testgemälde 3 in einer Transportkiste**

Genau wie die Modellierung der Testgemälde unterliegt die Modellierung der Transportkiste einem bestimmten Schema.

1. Geometrie und Verhalten: Die Geometrie der Transportkiste besteht aus Mindlin-Schalen. Die Abmessungen entsprechen denen der Realität.
2. Material, Rand- und Übergangsbedingungen: Der Wandaufbau erfolgt wie bei einem realen Komposit. Hierzu müssen die erforderlichen Materialdaten vorhanden sein. In der Regel kann für eine Modalanalyse der Boden der Kisten eingespannt werden. Die Ankopplung des Gemäldes an das Halterungssystem erfolgt über kinematische Übergangsbedingungen. Die Geometrie des Beispiels „Testgemälde 3 in einer Turtle® uNLtd mit T+ Halterungsblöcken“ ist in Abbildung 140 (links) gezeigt.
3. Vernetzung: Das FEM-Netz besteht aus Drei- und Vierecken. Die Größe der Elemente sollte 10 mm nicht unterschreiten und 50 mm nicht überschreiten. In Abbildung 140 (rechts) ist das vernetzte Gesamtmodell zu sehen.
4. Modalanalyse: In Abbildung 141 sind die ersten 6 charakteristischen Schwingungsformen des Testgemäldes 3 in der Turtle-Kiste mit Halterungsblöcken zu sehen. Bei diesen charakteristischen Schwingungsmoden handelt es sich um Lagerbewegungen. Das Gemälde reagiert bei Bewegungen mit Frequenzen bis 12 Hz steif. Da die Drahtseilfedern ein nichtlineares Steifigkeitsverhalten aufweisen, muss vorab der Arbeitspunkt der Federn, um den linearisiert wird, berechnet werden. Dieser Steifigkeitswert geht in die simulative Modalanalyse ein.
5. Transportsimulation: Die Simulation hier mit einem luftgefederten Lkw wird mit einem impliziten nichtlinearen Gleichungslöser durchgeführt. In diese Rechnung gehen die experimentell bestimmten Steifigkeitskennlinien der Drahtseilfedern, der bemal-

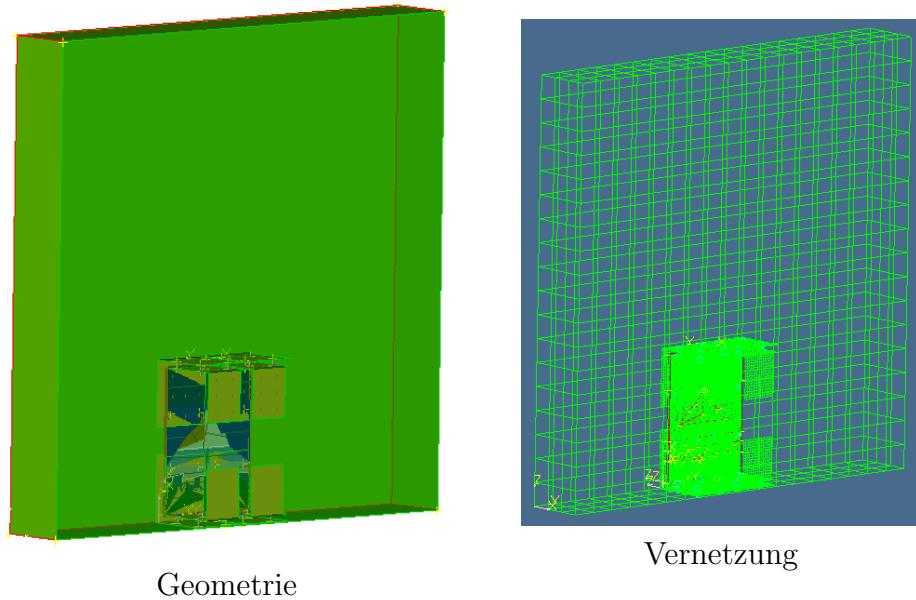


Abb. 140: Modellierung des Testgemäldes 3 in einer Turtle uNLtd-Kiste mit dem T+ Halterungssystem

ten Leinwand und der Transportkiste ein. Der Boden der Kiste wird mit den real in drei Raumrichtungen gemessenen Schwinggeschwindigkeitsprofilen angeregt. Die für diese Transportsimulation genutzt Messdaten sind in den Abbildungen 142 bis 144 dokumentiert.

Die Simulationsergebnisse können als Video oder in Form von virtuellen Messdaten, die von einzelnen Knoten ausgegeben werden, angegeben werden. In den Abbildungen 145 bis 146 sind ein Bildschirmfoto eines Videos sowie eine Zeitverlauf und die entsprechende FFT dokumentiert.

## 7.2 Lagerung im Depot

Gemälde werden in der Regel im Depot hängend an Gitterwänden von Gemäldezuganlagen gelagert. Ein Beispiel für eine Gemäldezuganlage ist in Abbildung 147 (links) gezeigt. Die Geometrie zur FEM-Modellierung mit der Beschriftung relevanter Teile ist in Abbildung 150 (rechts) dokumentiert. Der Stand der Technik in Bezug auf die Schwingungsoptimierung von Gemäldezuganlagen weist keinerlei Merkmale diesbezgl. auf.

Das Rack ist fest mit dem Fußboden, den Wänden und/oder der Decke verbunden. Die Gitterwände werden an den oberen Führungsschienen verschiebar gelagert. Ist das Eigengewicht der Gitterwände sehr groß, befinden sich an den unteren Ecken der Gitterwände Führungsrollen. Sowohl die Führungsschienen als auch die Führungsrollen besitzen keine elastischen oder dämpfende Lagerungselemente. Zum Abbremsen der Gitterwänden befinden sich meistens Federsysteme an beiden Enden der Führungsschienen. Sehr selten werden Öldämpfer verwendet, da diese lecken können.

In Konsequenz regen Gebäudeschwingungen das Rack, die Führungsschienen und schließlich die Gitterwände zu Schwingungen an. Wird eine Gitterwand bewegt, wird die zu-

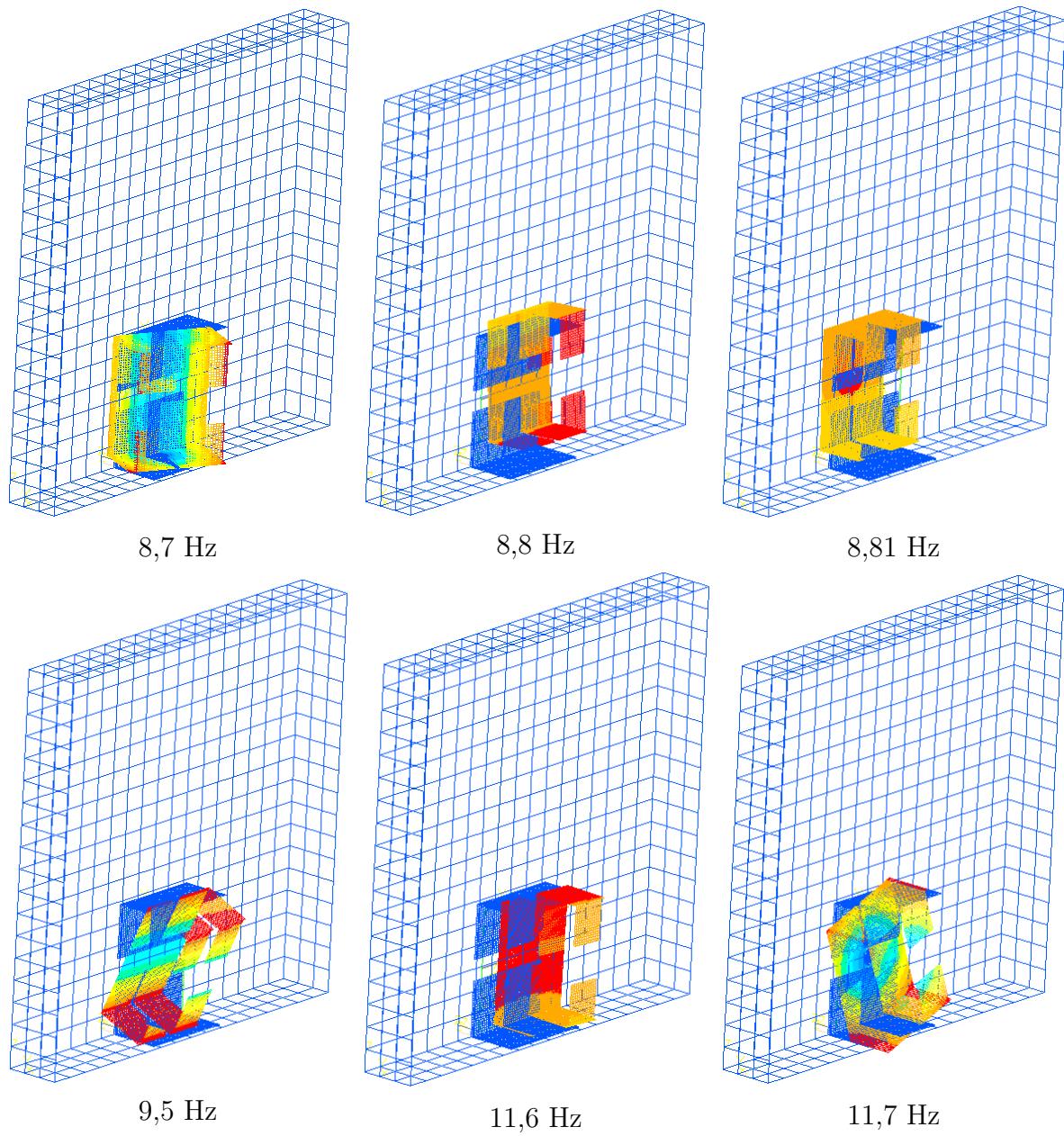


Abb. 141: Erste charakteristische Schwingungsformen des Testgemäldes 3 in der Turtle-Kiste mit T+ Halterungsblöcken

## 7 Beeinflussung der Schwingungsantwort von Gemälden



Abb. 142: Schwinggeschwindigkeiten der LKW-Ladefläche in lateraler Richtung (in Fahrtrichtung)



Abb. 143: Schwinggeschwindigkeiten der LKW-Ladefläche in transversaler Richtung (quer zur Fahrtrichtung)

gehörige Führungsschiene und damit das Rack und letztendlich über das Führungsschienensystem alle anderen Gitterwände ebenfalls zu Schwingungen angeregt. Der Transferpfad in Abbildung 148 macht die Übertragungswege der Schwingungen transparent. Der Entwicklungsbedarf schwingungsreduzierender Maßnahmen für den Betrieb von Gemäldezuganalage ist dementsprechend vorhanden.

Aber bereits Instandhaltungsmaßnahmen, wie die regelmäßige Reinigung der Fußböden und Führungsschienen kann ein Verkleben von „Wollmäusen“ mit der Abrolloberfläche der Führungsräder verhindert werden. Hierdurch können gemäß durchgeföhrter Messungen bis zu 30 % der anregenden Schwingungen eingespart werden. Für die Strukturoptimierung der Gemäldeauszugswände bietet sich die FEM-Modellierung an. In Abbildung 149 sind dazu beispielhaft zwei Simulationsergebnisse einer Modalanalyse mit FEM-Modelle einer Gemäldeauszugswand und einer Gitterwand dokumentiert.

Die Modellierung der Gitterwände ist herausfordernd, da diese äußere Abmaße von 3 m x 5 m und größer besitzen können. Demgegenüber ist der Durchmesser der Drähte lediglich 3 mm. Sollen alle Drähte berücksichtigt werden, führt dies zu einer unausgewogenen Steifigkeitsmatrix, was das resultierende Gleichungssystem nicht konvergieren lässt. Darüber hinausgehend ist die Berücksichtigung aller Drähte gar nicht notwendig. Bereits ab einer



Abb. 144: Schwinggeschwindigkeiten der LKW-Ladefläche in vertikaler Richtung

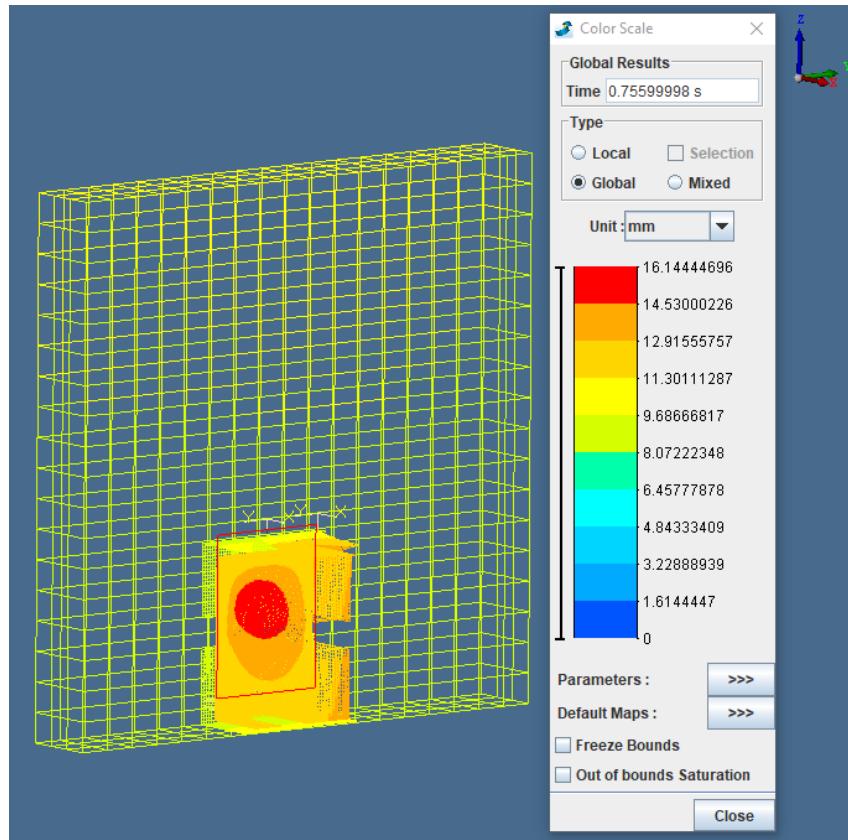


Abb. 145: Gesamtverschiebungsfeld berechnet mit einer FEM-Transportsimulation (Lkw), Zeitsequenz T=0,756 s

Modellierung von 25 % der Drähte verändert sich das Schwingungsverhalten der Gitterwand nicht mehr so lange das Gesamtgewicht bei der Modellierung eingehalten wird.

## 7 Beeinflussung der Schwingungsantwort von Gemälden

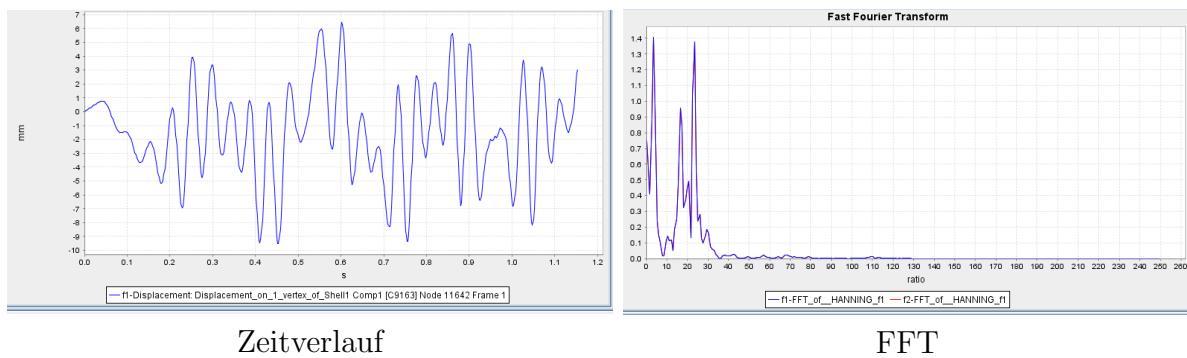


Abb. 146: Zeitdaten und deren FFT, Mittelpunkt Testgemälde 3

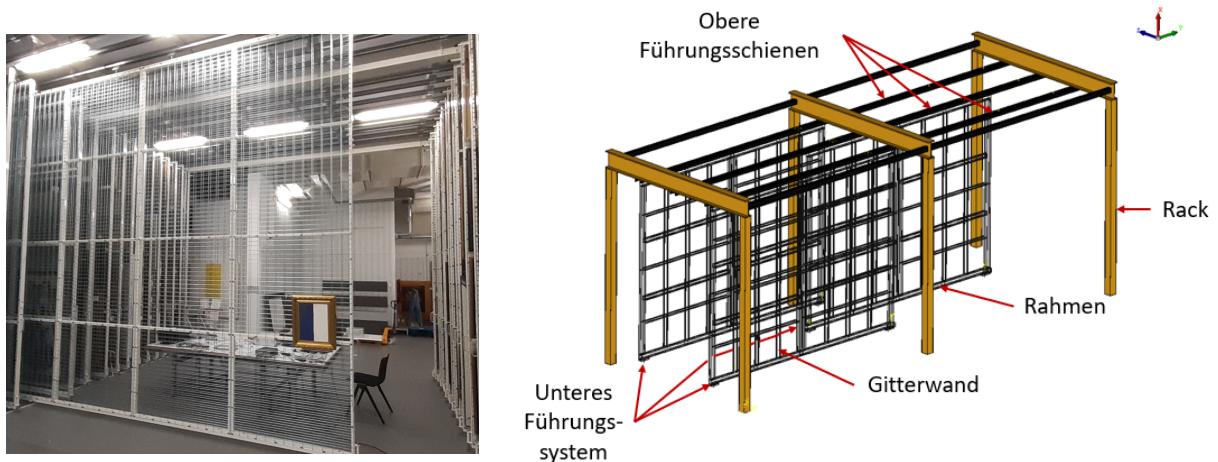


Abb. 147: Messungen (links) und Geometrie für eine FEM-Modellierung (rechts) einer Gemäldezuganlage

### **Beispielmodellierung: Testgemälde 3 an einer Gemäldeauszugswand**

Um die Auswirkungen der Schwingungen, die während des Betriebes einer Gemäldezuganlage entstehen, auf Gemälde zu studieren, müssen die Gitterwände im Simulationsmodell große Verschiebungswege zurücklegen können.

Die Bewegung der Gitter der Gemäldezuganlage in Abbildung 150 erfolgt über die Rotationsbewegung der Rollen. Eine andere Möglichkeit bieten „Slider“, die mit linearen Positionseinheiten vergleichbar sind. Grundsätzlich kann die Anregung der Gitter über Funktionen und Messdaten erfolgen. In Abbildung 150 ist das an die Messdaten angepasste FEM-Modell des Testgemäldes 3 (Abbildung 117) in das FEM-Modell der Gemäldezuganlage implementiert worden. Wie das originale Testgemälde 3 ist es an an zwei Knoten der oberen Kante mit zwei Knoten der Gitterwand kinematisch verbunden. An der unteren Kanten ist ein Kontakt definiert worden, der das Pendel in einer Richtung zulässt.

In Abbildung 151 ist das Ergebnis einer Simulation einer Gitterwand, die per Slider bewegt wird, dokumentiert. Der virtuelle Messpunkt ist mit einem Kreuz in weißer Farbe markiert. Es handelt sich hierbei um einen Schwingungseinleitepunkt in das virtuelle Testgemälde 3. Die Fahrt hat 1 s gedauert. Der Zeitverlauf der Verschiebungen in dem markierten Knoten sind in Abbildung 151 geplottet.

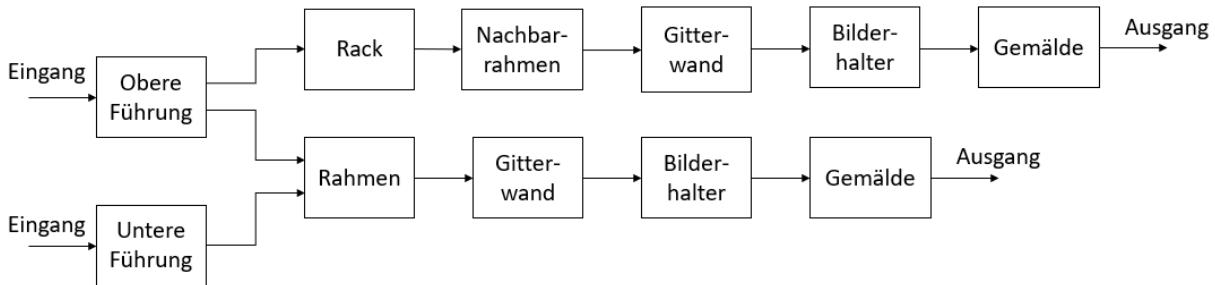


Abb. 148: Schwingungsübertragungswege in einer Gemäldezuganlage

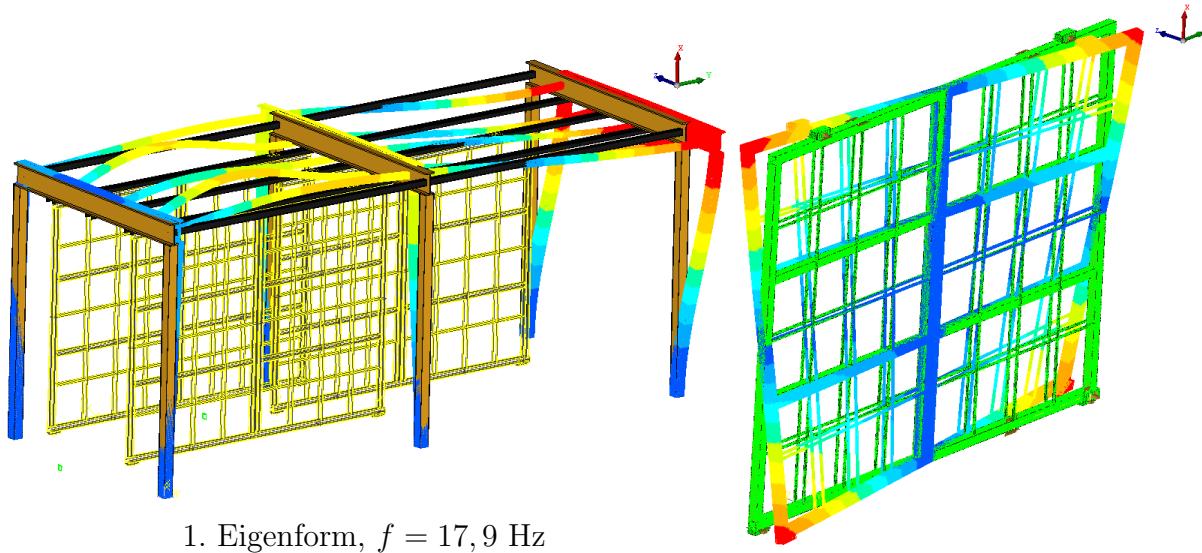


Abb. 149: Ergebnisse einer FEM-Modellierung einer Gemäldezuganlage (GAA) und einer Gitterwand dieser GAA

In Abbildung 152 sind drei verschiedene prinzipielle Möglichkeiten der Hängung von Gemälden an den Gitterwänden der Gemäldezuganlagen gezeigt. Der Stand der Technik ist die Hängung der Gemälde an zwei Haken an der oberen Kante des Rahmens. Während der Bewegung der Gemäldezuganlage pendelt das Gemälde senkrecht zur Bildebene. Bei jedem Zurückschwingen erleidet das Gemälde einen Stoßkontakt.

Der Stoßkontakt kann vermieden werden, indem das Gemälde an der unteren Kante mit zwei Haken ausgestattet wird. Diese Lösung ist eine Verbesserung gegenüber der Zwei-Haken-Lösung. Allerdings sind die Gemäldezuganlage und das Gemälde zu 100 % schwungstechnisch miteinander gekoppelt.

Simulationsergebnisse und Kontrollmessungen zeigen, dass eine weiche und gedämpfte Lagerung mit offenzelligem Schaumstoff (zwischen Haken und Gemäldeöse sowie zwischen Gemälderahmen und Gitterwand) die eingeleiteten Schwingungen in das Gemälde um 50 % reduziert.

## 7 Beeinflussung der Schwingungsantwort von Gemälden

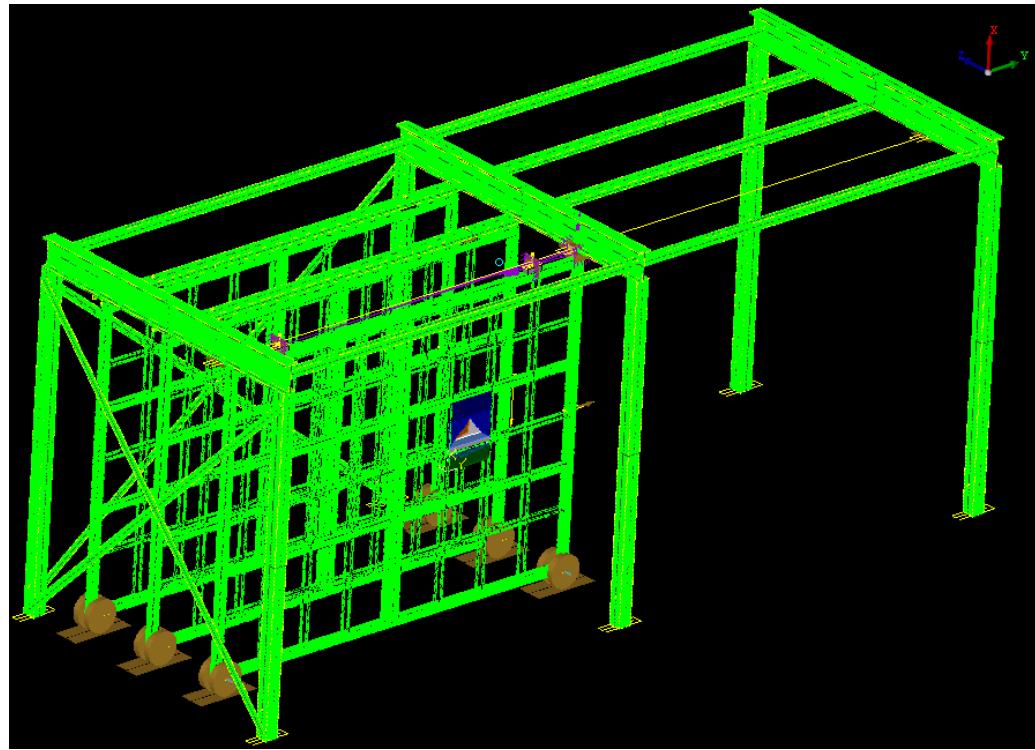


Abb. 150: FEM-Modell des Testgemäldes 3 implementiert im FEM-Modell der Gemäldezuganlage mit Rollen

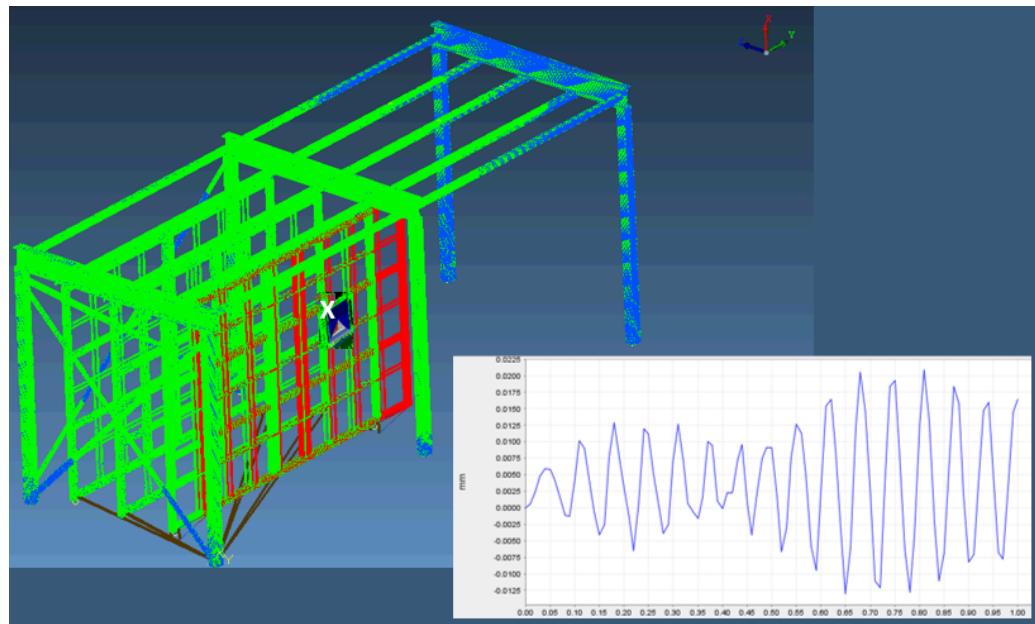


Abb. 151: Simulationsergebnis der FEM-Modellierung des Testgemäldes 3 implementiert im FEM-Modell der Gemäldezuganlage mit Slider

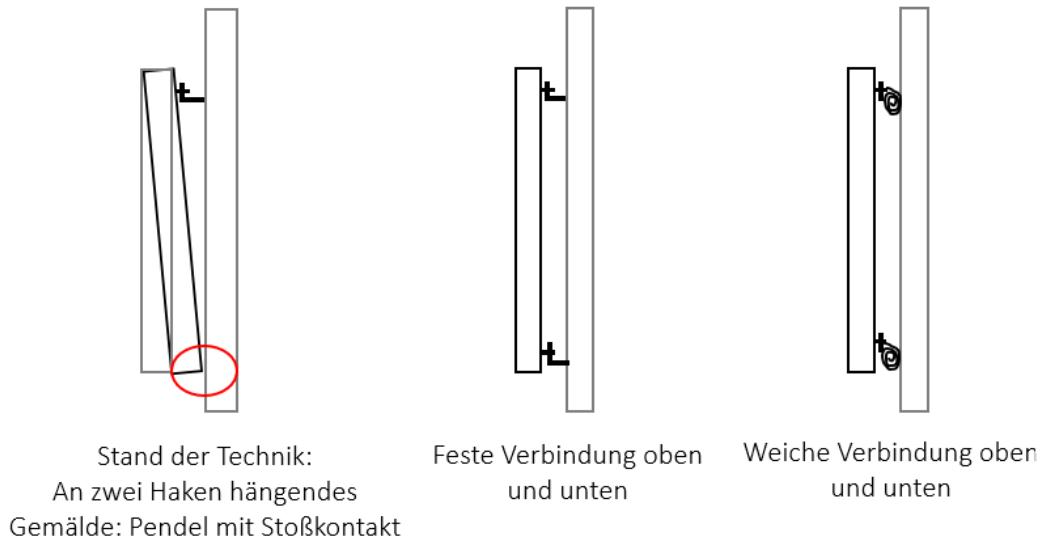


Abb. 152: Möglichkeiten der Hängung von Gemälden an Gitterwänden der Gemäldezuganlagen

### 7.3 Rückseitenschutzkonstruktionen

Rückseitenschutzkonstruktionen mit integriertem Vlies gehören zu den reversiblen Strukturmodifikationen. In Abbildung 153 ist das Testgemälde 2 und seine spezifisch angepasste Rückseitenschutzkonstruktion mit Vlieseinlage und Zierrahmen zu sehen.



Abb. 153: Aufbau einer Rahmung und Rückseitenschutzkonstruktion mit Vlies für das Testgemälde 2

Die Materialvielfalt für Rückseitenplatten, Vlieseinlagen und Verbindungselementen zur Fixierung des Keilrahmens an den Zierrahmen ist sehr groß. Die Materialkombination nimmt Einfluss auf das statische und dynamische Verhalten des Gemäldes. Der Transferpfad in Abbildung 154 macht dies deutlich und Messungen in [121] beweisen die unterschiedliche Wirkung der Materialien. Darüber hinaus zeigen die Messungen auch, dass ein sehr gut wirkendes schwingungsreduzierendes System durch einen schlecht angebrachten oder mit Federblechen montierten Zierrahmen seine Wirkung verliert. Beispielsweise ist darauf zu achten, dass die schwebenden Ecken eines verzogenen Keilrahmens mit Filz

## 7 Beeinflussung der Schwingungsantwort von Gemälden

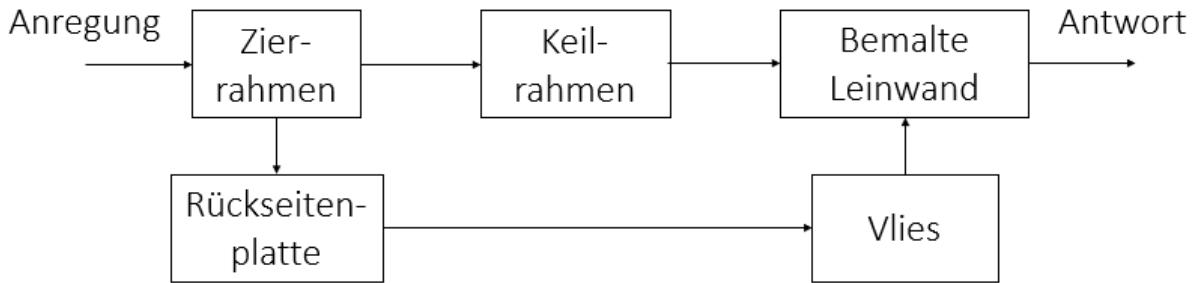


Abb. 154: Transferpfad eines Gemäldes mit Rückseitenschutzkonstruktion und Zierrahmen

unterlegt werden. Auf diese Weise kann ein „Kippeln“ und die damit verbundenen Stoßkontakte zwischen Keil- und Zierrahmen vermieden werden.

Die Konstruktion eines Rückseitenschutzes kann in Bezug auf die Wahl der Materialien mit Hilfe der FEM rechnerisch optimiert werden. Können die Materialien entsprechend der optimalen Eigenschaften produziert werden, wird eine klassische Optimierungsrechnung durchgeführt. Stehen nur einige wenige Materialien zur Verfügung, werden simulative Experimente, d.h. eine Parameterstudie durchgeführt.

Für die FEM-Simulation des mechanischen Verhaltens von Gemälden mit Rückseitenschutzkonstruktion müssen die Rückseitenplatten und die Vlieseinlagen treffend modelliert werden (siehe hierzu [141] und [142]). Zum einen können die Rückseitenplatten als Mindlinplatte modelliert und über eine elastische Bettung mit der bemalten Leinwand verbunden werden. Die Schwierigkeit hierbei besteht in der Formulierung des Kontaktes an den Grenzflächen der Vliesschicht. Außerdem konvergieren FEM-Modelle mit elastischen Bettungen häufig nicht. Zum anderen kann ein Komposit bestehend aus der bemalten Leinwand (Schicht 1), dem Vlies (Schicht 2) und der Rückseitenplatte (Schicht 3) formuliert werden. Da in einem Komposit die interlaminaren Kontakte ideal haftend sind und dementsprechend zu steif angenommen werden, ist die Steifigkeit des Vlieses herabzusetzen. Der Betrag ist aus Materialversuchen abzuleiten.

Derzeit werden die drei Akustikvliesmaterialien Caruso WLG 45, Caruso WLG 40 und Caruso WLG 35 als Schwingschutz empfohlen. Für Rückseitenplatten können der Wabenkarton mit einer von 13 mm und 7 mm von der Firma Klug Conservation empfohlen werden. Mit diesen Materialien sind verschiedene Kombinationen für Rückseitenschutzkonstruktionen möglich, wobei stets ein Akustikvliest und eine Rückseitenplatte zusammen eine Rückseitenschutzkonstruktion ergeben. Dementsprechend wird für die Wahl der besten Kombination eine Parameterstudie durchgeführt.

Die Realität der Restauratoren sieht gegenwärtig anders aus. Im Alltag finden Methoden wie die Auflicht-, Streiflicht und Durchlichtfotografie, Mikroskopie, Feststellen haptischer Merkmale etc. Anwendung, um den Zustand der Gemälde zu bestimmen. Auf dieser Basis sind Entscheidungen bzgl. restauratorischer, konservatorischer und preventiver Lösungen zu treffen. Dies gilt auch für die Abschätzung des Schwingungsverhaltens von Gemälden.

In Kombination mit den folgenden Konstruktionsregeln werden Restauratoren schließlich in die Lage versetzt eine Materialkombination für eine verbesserte Rückseitenschutzkon-

struktion für Gemälde auf textilem Bildträger mit viereckiger Bildfläche bis zu einer Größe von 1,50 m x 1,00 m selbständig zu ermitteln:

1. Die erste Eigenfrequenz der Rückseitenplatte sollte > 40 Hz sein. Abschätzung der ersten Eigenfrequenz mit  $f_{11} = \frac{\pi}{2} \sqrt{(K_B/\rho h)}(1/a^2 + 1/b^2)$ , wobei  $K_B = (Eh^3)/12(1 - \nu^2)$ ,  $h$  := Dicke der Platte,  $a, b$  Höhe bzw. Breite des Gemälde und  $\nu = 0,3$ . Das Elastizitätsmodul  $E$  und die Dichte  $\rho$  sind in der Regel Ersatzsteifigkeiten, die modellspezifisch angepaßt werden müssen.
2. Auswahl des Akustikvlieses gemäß der Qualität der Aufspannung: „Schwache Vorspannung“: Kleinster Luftzug verursacht eine Bewegung der Leinwand; „Gute Vorspannung“: Bei leichtem Druck mit der Handfläche gegen das Gemälde ist ein Widerstand zu spüren., „Starke Vorspannung“: Fühlt sich wie eine Trommelmembran an, bedeuten.
3. An dieser Stelle wird darauf hingewiesen, dass die optimale schwingungsreduzierende Wirkung einer Rückseitenschutzkonstruktion nur dann gegeben ist, wenn die Vlieseinlage die Leinwand berührt. Die Fasern des Vlieses greifen in das textile Gewebe. Diese Wirkung ist in den Reibungstests (Abschnitt 4.3) nachgewiesen und quantifiziert worden. Dies bedeutet: Wird die Haftkraft zwischen Vlies und textilem Bildträger überwunden, bewegt sich die Leinwand relativ zum Vlies. Schwingt die Leinwand gegen das Vlies, kommt es zu einem Stoßkontakt. Dementsprechend ist eine schwingungsisolierte Lagerung der Gemälde auch mit installierter Rückseitenschutzkonstruktion notwendig, um eine maximal mögliche Reduzierung der Schwingungsantwort der Gemälde zu bewirken.

Weitere Hinweise zur Herstellung der Rückseitenschutzkonstruktionen mit Vlieseinlage können den Artikeln [183] und [23] entnommen werden.

Für eine leichtere Zugänglichkeit und Anwendbarkeit der aufgeführten Erfahrungswerte und Informationen für Restauratoren, ist die Web-Applikation „Backingboard-App“ entwickelt worden. Diese ist unter [www.backingboard.app](http://www.backingboard.app) erreichbar.



# 8 Museumsobjekte

Die Vielfältigkeit von Museumsobjekten ist aufgrund der unterschiedlichen Formen und Materialien bzw. Materialkombinationen enorm. Einige untersuchte Museumsobjekte sind in Abbildung 155 zu sehen. Eine systematische Untersuchung kann nur objektgruppenspe-

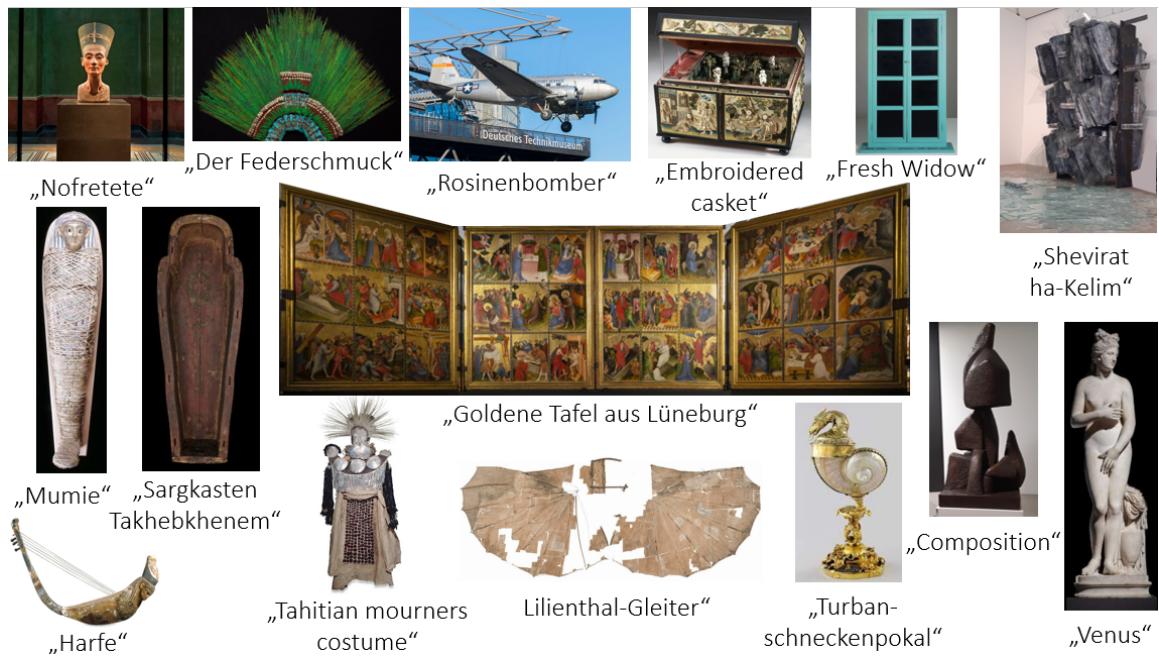


Abb. 155: Untersuchte Objekte

zifisch erfolgen. Zur Bildung von Objektklassen kann die von Restauratoren und Konserverungswissenschaftlern verwendete Einteilung gemäß der im Objekt verwendeten Materialien herangezogen werden. Dieses Kriterium ist einerseits der chemielastigen Grundlagenausbildung der beiden Berufsgruppen geschuldet. Andererseits unterscheiden sich Materialien im mechanischen Verhalten, so dass das Kriterium „Material“ auch aus mechanischer Sicht sinnvoll ist.

Gemäß [245] ist der deutlichste Unterschied im mechanischen Verhalten zwischen den organischen und anorganischen Materialien zu finden. Die Tabelle 4 in [245] gibt eine Übersicht zu den Materialgruppen und Objektgruppen in der Konservierung und Restaurierung. Sie enthält folgende Informationen:

## 1. Organische Materialien:

- Pflanzliche Materialien sind z. B. Holz, Pflanzenfasern, Harze, Früchte. Sie sind zur Herstellung von Textilien, Papier, Pappe, Farbstoffen usw. verwendet worden.

## 8 Museumsobjekte

- Tierisch-organische Materialien sind Häute, Federn, Haare, Seide, Horn, Geiweiß, Schildkrötenpanzer und haben zur Herstellung von Pergament, Leder, Felle, Wolle, Geweihgriffe, Hörner, Krallen, Schildpatt, Elfenbein etc. gedient. Aus der Objektgruppenperspektive sind pflanzliche und tierische organische Materialien für die Herstellung von Möbeln, Gemälden, Skulpturen, Musikinstrumenten, archäologische Objekten etc. verwendet worden.
- Kunststoffe werden aus Erdöl und Kohle hergestellt und zu synthetischem Kautschuk, PVC, Polyester, PU, synthetischen Farbstoffen und Pigmenten, Silikon u.v.m. weiterverarbeitet. Gegenstände der modernen und zeitgenössischen Kunst und Alltagskultur, Möbel sowie Textilien sind daraus hergestellt worden.

### 2. Anorganische Materialien

- Edle und unedle Metalle in ihrer Ursprungsform sind Erze.
- Nicht-metallische Ur-Materialien sind Erden und Mineralien. Aus ihnen sind Pigmente, Glas, Keramik und Emaille erzeugt worden.

Metallische und Nicht-metallische Materialien sind für die Herstellung von ethnologischen Objekten, archäologischen Objekten, Stein. und Metallskulpturen, Wandmalerei, technischem Kulturgut, Glasfenster, Schmuck u.s.w verwendet worden.

- Tierisch-anorganische Materialien wie Perlmutt werden aus Häusern von Schnecken und Muscheln sowie aus Korallen gewonnen. Dieses in verschiedenen Farben glänzende Material ist ebenfalls für die Fertigung von ethnologischen Objekten, archäologischen Objekten, volkskundlichen Objekten und Musikinstrumenten eingesetzt worden.

Die in den Museumsobjekten verwendeten Materialien sind historisch und in der Regel gealtert, d. h. es ist keine genaue Zusammensetzung bekannt. Zudem handelt es sich oftmals um Naturmaterialien, deren Eigenschaften sehr streuen. Eine Ausnahme von dieser großen Anzahl von Unbekannten sind die Materialien für zeitgenössischen Werke und Alltagsgegenstände z. B. aus Kunststoffen.

Möbel, Skulpturen, Schmuck, Musikinstrumente, Gegenstände der Alltagskultur, wie Teller, Vasen und Spielzeug sowie weitere unzählige Formen können das Erscheinungsbild von Museumsobjekten prägen. Demnach ist es naheliegend, diese verschiedenen Formen in Hinblick auf ihre Schädigungsneigung zu untersuchen und klassieren.

### 8.1 Analyse von Museumsobjekten

Zur Erlangung eines generellen Verständnisses für die spezifischen Eigenschwingungen von Museumsobjekten ist es ratsam, wenn möglich, eine experimentelle Modalanalyse durchzuführen. Das Vorgehen einer FEM-Analyse basierend auf einer experimentellen Modalanalyse wird im Folgenden an einer Mumienmaske erläutert.

Der Versuchsaufbau zur Durchführung der experimentellen Modalanalyse ist in Abbildung 156 (links) dargestellt. Die Mumienmaske wird direkt am Halter aus Acrylglas mit dem Modalhammer angeregt. Die Schwingungsantworten des Objektes werden mit einem

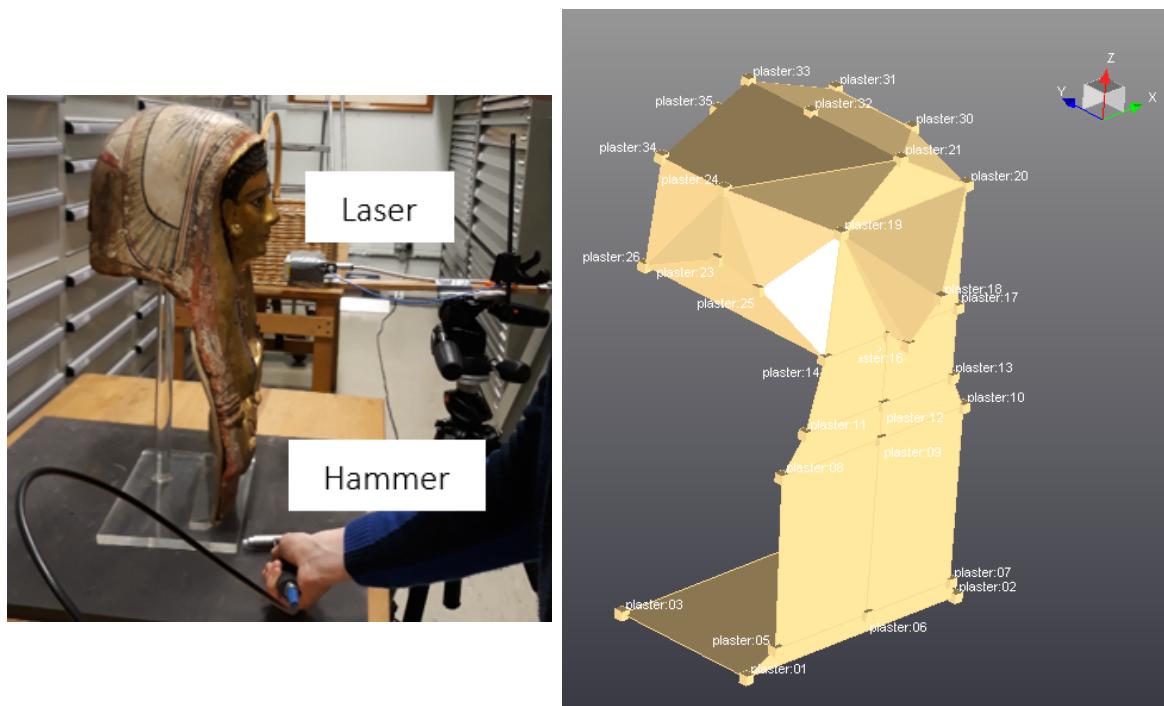


Abb. 156: Experimentelle Modalanalyse an der Mumienmaske (links), Messgitter (rechts)

Ein-Punkt-Triangulationslaser sequentiell gemessen. Das Messpunktgitter für die experimentelle Modalanalyse ist in Abbildung 156 (rechts) gezeigt.

Die ersten sechs gemessenen Eigenfrequenzen sind in Tabelle 36 gelistet. Die beiden ers-

| Maske | 1. EF  | 2. EF  | 3. EF   | 4. EF   | 5. EF   | 6. EF   |
|-------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|
|       | 6,8 Hz | 8,5 Hz | 11,6 Hz | 20,1 Hz | 24,4 Hz | 36,7 Hz |
|       | 1. DF  | 2. DF  | 3. DF   | 4. DF   | 5. DF   | 6. DF   |
|       | 4,2 %  | 4,2 %  | 3,3 %   | 1,9 %   | 0,8 %   | 2,9 %   |

Tabelle 36: Erste sechs gemessene Eigenfrequenzen (EF) und zugehörige Dämpfungsfaktoren (DF) der Maske

ten zugehörigen Eigenformen sind in Abbildung 158 (links) dokumentiert. Die ermittelten modalen Größen werden benutzt, um nachfolgend das FEM-Modell an die Realität anzupassen (Model-Updating). Mit diesem könnte dann z. B. eine objektspezifische Schutzverpackungen berechnet und konstruiert werden.

Die Mumienmaske und der Halter aus Acrylglass werden, wie in Abbildung 157 zu sehen ist, in stehender Position modelliert. Die Geometriedaten werden direkt am Objekt gemessen und für die FEM-Modellierung benutzt. Die Daten für die FEM-Parameter, die zu einer erfolgreichen Modellierung der Mumienmaske führen, sind in Tabelle 37 dokumentiert. Die ersten beiden gemessenen und berechneten Eigenformen der Mumienmaske stehen sich in Abbildung 158 gegenüber.

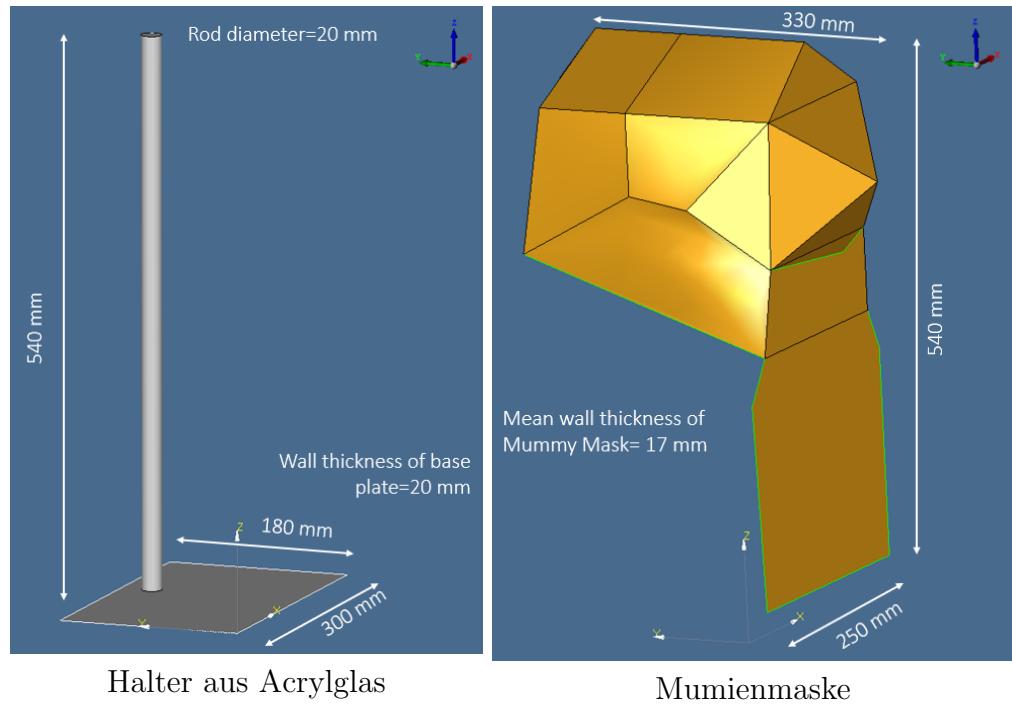


Abb. 157: Geometrien der beiden Mumienmaskensubsysteme

| Objekt | Maße/Material  | Randbedingungen & Übergangsbedingungen  | Finite Elemente  |
|--------|--|---|--|
| Maske  | $t_{\max}=330 \text{ mm}$<br>$b_{\max} = 250 \text{ mm}$<br>$h_{\max} = 540 \text{ mm}$<br>$\varnothing \text{ Dicke}=17 \text{ mm}$<br>isotrop<br>$\rho=200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$<br>$E = 60 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$<br>$\nu = 0,45 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ | <br><p>Gleichnis zwischen den 6 Freiheitsgraden eines jeden Knotens an den beiden Kontaktflächen</p> <p>Einspannung</p> | Schalenelemente<br>$\varnothing \text{ Länge}=15 \text{ mm}$ |
| Halter | $\varnothing=20 \text{ mm}, h=540 \text{ mm}$<br>isotrop<br>$\rho = 1.180 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$<br>$E = 3.200 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$<br>$\nu = 0,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  | <br><p>Einspannung</p>  | Schalenelemente<br>$\varnothing \text{ Länge}=13 \text{ mm}$ |

Tabelle 37: Verwendete Parameter zur FEM-Modellierung beider Objekte

## 8.2 Modellierung von Museumsobjekten

Stellvertretend für die große Bandbreite an Museumsobjekten, die nicht schwingungsmesstechnisch untersucht werden dürfen, werden in diesem Abschnitt zwei Objekte, der „Turbanschneckenpokal“ und „Fresh Widow“ (Marcel Duchamp, 1920) aus dem Staatlichen Museen Schwerin, analysiert und daraus induktiv ein generelles Vorgehen für die

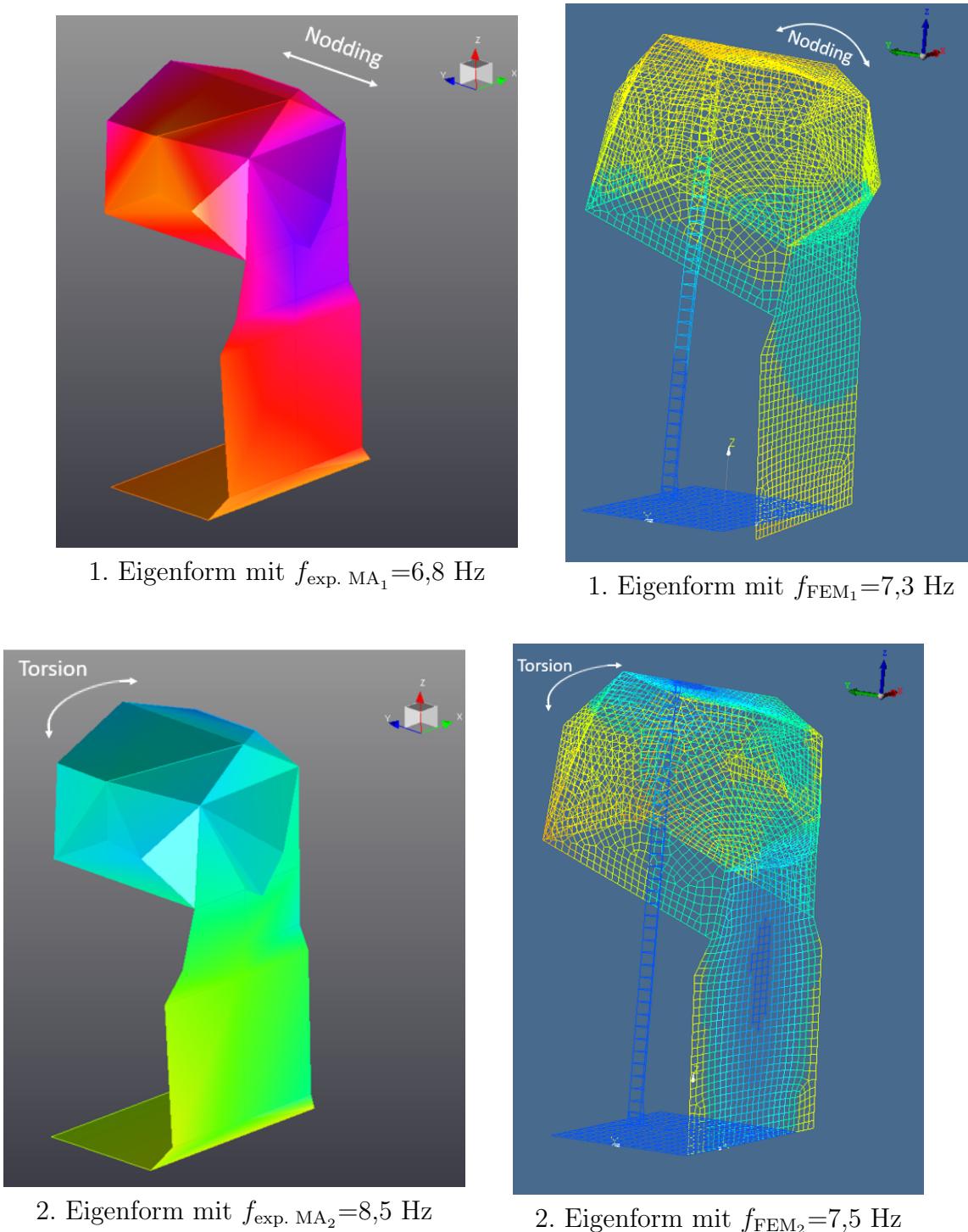


Abb. 158: Experimentell bestimmte (links) und berechnete (rechts) erste zwei Eigenformen und Eigenfrequenzen des an der Standfläche des Halterfußes eingespannten Halter-Mumienmaske-Systems

Modellierung der Museumsobjekte abgeleitet. Die Objekte sind in Abbildung 159 zu sehen. Beide Objekte werden von den Restauratoren als fragil eingestuft, weil verbindende Elemente Risse aufweisen. Das Schädigungsrisiko wird so hoch eingeschätzt, dass ein Transport nur mit einer für das Objekt optimalen Schutzverpackung durchgeführt werden



Abb. 159: Der Turbanschneckenpokal in 2 Ansichten (links), Fotos: ©Staatliche Schlösser, Gärten und Kunstsammlungen MV/M. Setzpfandt und „Fresh Widow“ von Marcel Duchamp (rechts)

darf. Für die Auslegung der jeweiligen Schutzverpackung ist die Analyse des mechanischen Verhalten der Objekte mittels der FEM Grundvoraussetzung.

**Der Turbanschneckenpokal** ist eines der Glanzstücke, die im Fokus der gegenwärtigen Ausstellung „Glanzstücke im Dialog“, die bis zum Sommer 2025 im Schloss Schwerin stattfindet, stehen. Das Objekt war auch auf der Titelseite des Bilderalbums zur Ausstellung „Making Marvels - Science & Splendor at the Courts of Europe“, welche vom 25.11.2019 bis 01.03.2020 im „The Metropolitan Museum of Art“ in New York stattgefunden hat, zu sehen [130]. Der Turbanschneckenpokal ist eines der Objekte, die so beliebt und kunsthistorisch wertvoll sind, dass sie trotz ihres Alters (ca. 420 Jahre) und Fragilität verliehen werden und somit reisen müssen. Die Risse befinden sich in den Beinen, die als Verbindungselement zwischen Korpus und Pokalfuß fungieren.

Zur Ermittlung der Geometrie werden Fotos aus 15 Blickwinkeln in einer Ebene von dem Objekt mit einem Maßstab in Breiten- und Höhenrichtung angefertigt. Die in den Fotos enthaltenen Informationen werden genutzt, um ein Geometriemodell zu erstellen.

Während der Fuß massiv und dekorativ ausgeführt ist, sind der Korpus und der Deckel aus dünnwandigem Material. Dementsprechend werden für den Korpus und den Deckel Schalenelemente verwendet. Die Fassung wird vernachlässigt. Der Fuß wird als rotationssymmetrische Schale approximiert. Die Beine werden mit Balkenelementen, die einen ovalen Querschnitt besitzen, modelliert. Als Übergangsbedingungen wird die Gleichheit der kinematischen Größen gefordert. Das vernetzte Modell ist in Abbildung 161 dokumentiert. Aufgrund der Massenverteilung (der Fuß besitzt 75 % des Gesamtgewichtes) wird die Aufstandsfläche des virtuellen Objektes in allen sechs Freiheitsgraden blockiert. Der Fuß, die Fassung und der Deckel bestehen aus Messing. Das Gehäuse einer „Grünen Turbanschnecke“ aus dem Indopazifik bildet den Korpus des Pokals.

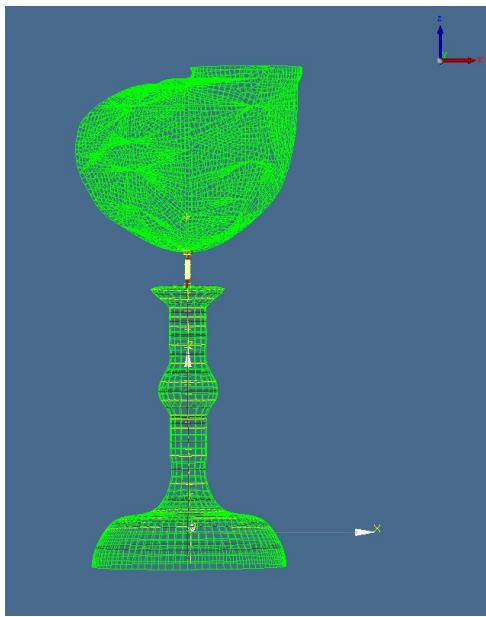


Abb. 160: FEM-Modell des Pokals ohne Deckel, Seitenansicht

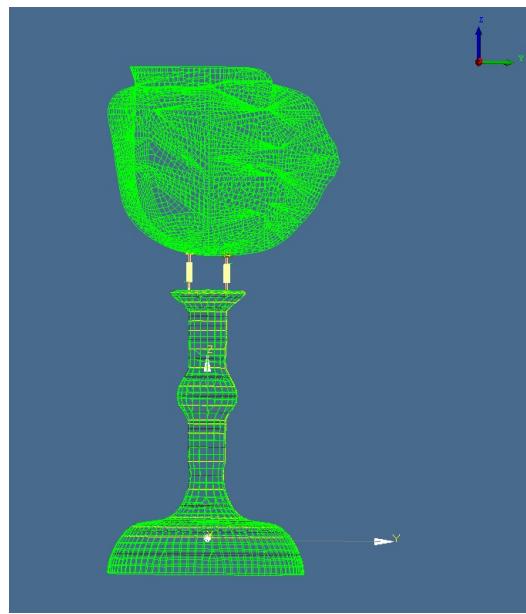
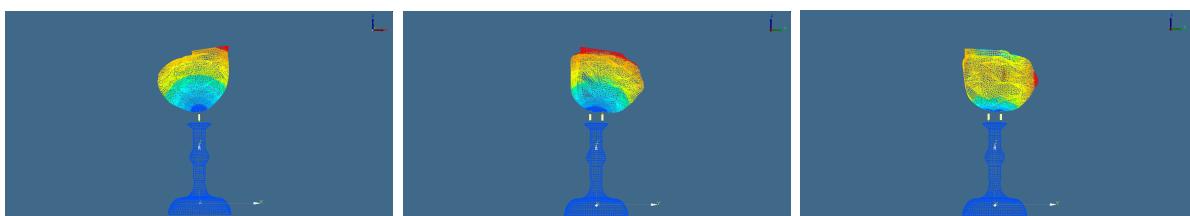


Abb. 161: FEM-Modell des Pokals ohne Deckel, Frontansicht

Die ersten drei Eigenschwingungsformen des Fußes mit dem Korpus sind in Abbildung 162 dargestellt. Das Analyseergebnis zeigt, dass die Beine als Verbindungsglied zwischen den zum Teil gegenphasig zueinander schwingendem Fuß und Korpus fungieren. Daher sind der Torsionswinkel und die Krümmung in den Beinen am stärksten, wodurch die Torsions- und Biegemomente maximal sind. Wegen der filigranen Ausführung der Beine ist offenbar die Bruchspannung von Messing überschritten worden, was zu den Rissen geführt hat. Es gilt also die Beine während des Transportes zu entlasten.



$f_1 = 7,4 \text{ Hz}$ , Biegemode       $f_2 = 13,0 \text{ Hz}$ , Biegemode       $f_3 = 29,8 \text{ Hz}$ , Torsionsmode

Abb. 162: Erste drei Eigenformen des Turbanschneckenpokals

Weiterhin sind die lockere Fassung der Turbanschnecke und der lose Deckel zu beachten. Relativbewegungen zwischen Oberflächen führen zu Materialabrieb, was zu vermeiden ist. Dementsprechend wird der Deckel getrennt von dem Korpus transportiert und die Turbanschnecke äußerlich stabilisiert.

„**Fresh Widow**“ von Marcel Duchamp (1920) ist ein auf das Außenmaß von H x B x T = 79,5 cm x 53 cm x 10 cm verkleinertes Modell eines französischen Fensters. Der Rahmen und die Fassungen bestehen aus türkisfarbenen Holz. Die Scheiben sind aus

Bleiglas gefertigt und mit schwarzem Leder überzogen. Die beiden Fensterflügel sind über je zwei äußerst filigrane Scharniere mit dem Rahmen verbunden und können geöffnet werden. Auf dem Holzsockel steht mit schwarzer Tusche geschrieben: FRESH WIDOW COPYRIGHT RROSE SÉLAVY 1920.

Als fragilster Bereich dieses Objektes sind die Einlassungen der oberen Scharniere in den Rahmen identifiziert worden. In diesen Bereichen ist der Rahmen filigran gearbeitet und besitzt Risse, die wahrscheinlich aufgrund der beweglich gelagerten, sehr schweren Flügeltüren entstanden sind. Die Türen öffnen sich von allein.

Ziele der Analyse ist die Minimierung des Schädigungsrisikos durch den schwingungsoptimierten Transport in einer Klimakiste zur Sonderausstellung „Marcel Duchamp - 100 Fragen. 100 Antworten.“, die vom 23.11.2018 bis zum 10.03.2019 an der Staatsgalerie Stuttgart stattgefunden hat, sowie die Präsentation des Objektes auf einem schwingungsisolierten Sockel.

Aufgrund der einfachen Geometrie werden die Abmaße der Bestandteile des Objektes, Sockel, Rahmen, Fassungen und Glasscheiben, mit einem Gliedermaßstab aufgenommen. Die Elemente des Werkes werden als Volumenobjekte definiert und mit 3-D-Elementen vernetzt. Als Übergangsbedingungen wird die Gleichheit der kinematischen Größen gefordert.

## 8.3 Beeinflussung der Schwingungsantwort von Museumsobjekten

Prinzipiell kommen für die Beeinflussung der Schwingungsantwort von Museumsobjekten die gleichen generellen Methoden zur Anwendung wie bei den Gemälden (siehe Abschnitt 7). In diesem Abschnitt liegt der Fokus auf der Schutzverpackung.

Der Stand der Technik bzgl. der schützenden Verpackungen für Museumsobjekte ist in der Regel eine Holzkiste, die mit Polstermaterial ausgekleidet ist. Ein prinzipieller Aufbau ist in Abbildung 163 (links) dargestellt.

Das Objekt ist in der Regel mit einem Vlies (z. B. Tyvek®) umhüllt, damit es nicht mit dem Schaumstoff in Berührung kommt. Um die Form des Museumsobjektes möglichst passgenau zu realisieren, werden einzelne Schaumstoffteile zugeschnitten (Abbildung 163, rechts). Alle Schaumstoffteile werden schließlich sorgfältig miteinander verbunden.

Zahlreiche Paper, z. B. [122], dokumentieren das schwingungstechnische Monitoring von Kunsttransporten. Dabei hat sich herausgestellt, dass mit Schaumstoff ausgekleidete Holzkisten tendentiell als Resonator, d. h. Schwingungsverstärker, wirken [43]. Im Rahmen dieser Arbeit ist daher auf die Verwendung von Drahtseilfedern für die Realisierung der Schwingungsisolation und Schockabsorption fokussiert worden. In Abbildung 164 ist die prinzipielle Lagerung einer Innenkiste mit Drahtseilfedern dargestellt. Die feste Ankopplung des Objektes an die Innenkiste ist ein praktisches Problem. Einige Lösungsansätze werden in den nachfolgenden Abschnitten entwickelt.

### 8.3 Beeinflussung der Schwingungsantwort von Museumsobjekten

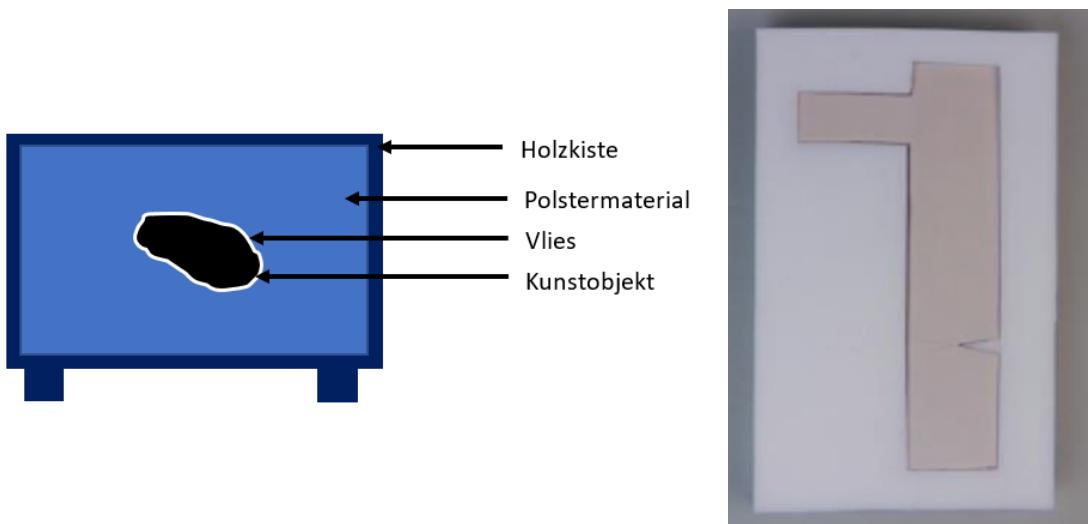


Abb. 163: Prinzipskizze einer Transportkiste für Museumsobjekte gemäß dem Stand der Technik (links), Beispiel für die Fixierung eines Objektes innerhalb einer Kiste (rechts)

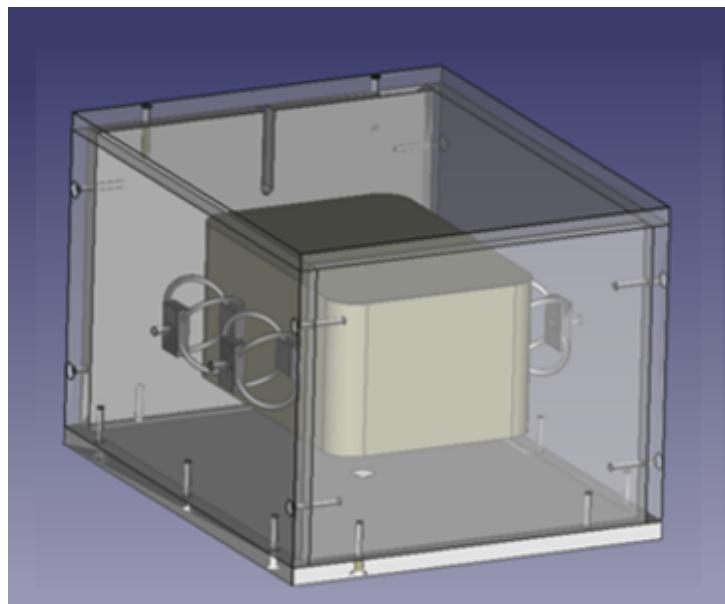


Abb. 164: Prinzipielle Lagerung einer Objektinnenkiste mit Drahtseilfedern, Zeichnung: R. Koll

**„Fresh Widow“** In Abbildung 165 (links) ist das virtuelle Objekt in seine virtuelle Transportkiste eingebaut. Es handelt sich hierbei um eine Kiste-in-Kiste-Konstruktion, wobei Drahtseilfedern die verbindenden Elemente sind. Dieser Kistentyp ist in [260] vorgeschlagen worden. Mit dem virtuellen Modell in Abbildung 165 sind die Lastfälle, 1. Fahrt mit dem luftgefedernten Lkw und 2. Handling, simuliert worden. Die Abmaße und Materialien der Kisten sowie die Anzahl, Position und der Typ der Federn sind virtuell optimiert worden. Optimierungskriterium sind die Lagereigenfrequenzen der inneren Kiste mit dem Objekt, die im Bereich von 7 bis 12 Hz liegen sollen.

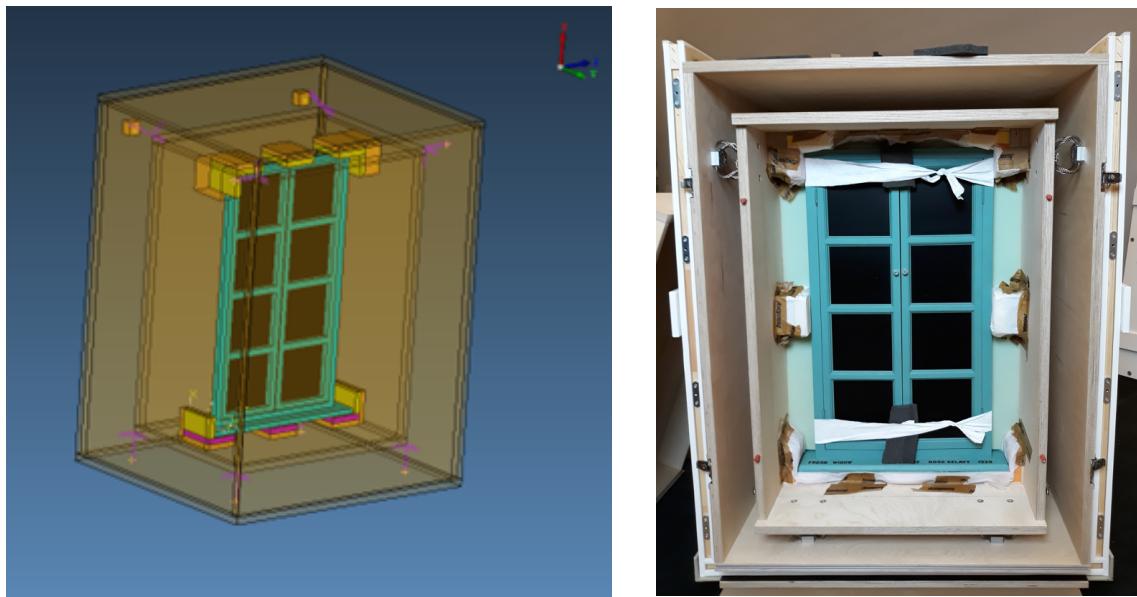


Abb. 165: „Fresh Widow“ in der virtuellen Schutzverpackung (links) und ein Dummy des Werkes für Testzwecke in der realen Transportkiste (rechts)

Ungünstig ist die erste berechnete Eigenfrequenz des Objektes mit  $f_1 = 7,4$  Hz. Um Resonanzeffekte auszuschließen, wird das Objekt steif an die innere Kiste entlang des gesamten Rahmens angekoppelt. Dies führt zu einer Erhöhung von  $f_1$ . Darüber hinaus ist das selbstständige Öffnen der Flügeltüren zu verhindern. Da das empfindliche Leder nicht berührt werden darf, sind die Türen mit einem Streifen Vliesstoff am Rahmen gesichert worden. Die realisierte Transportkistenlösung ist in Abbildung 165 (rechts) dokumentiert. Für die Klimastabilität ist die schwingungsisolierte Transportkiste von dem Kunstspediteur in eine Klimakiste gestellt worden.

**„Der Turbanschneckenpokal“** ist für die Ausstellung „Making Marvels. Science & Splendor at the Courts of Europe“, die vom 19. November 2019 bis zum 3. März 2020, in das New Yorker Metropolitan Museum of Art gereist. Um ruckartige Bewegungen, die z. B. durch Fehler im direkten Umgang mit dem Objekt passieren können, zu verhindern, werden wichtige Museumsobjekte und Gemälde in der Regel durch einen fachkundigen Kurier auf ihrer Reise begleitet, wobei zunächst der Transportweg erörtert wird.

Der Turbanschneckenpokal ist vom Schloss Güstrow mit seinen schmalen und steilen Treppen, den Steinfliesen und dem Kopfsteinpflaster auf dem Hof sowie in der Einfahrt abgeholt worden (Abbildung 167). Anschließend ist das Objekt vom Schloss Güstrow zum Flughafen Frankfurt a. M. und in New York vom John F. Kennedy Airport zum MET mit einem luftgefederten LKW gebracht worden. Zu berücksichtigen ist hierbei die unterschiedliche Auslegung der Luftfederung eines deutschen LkWs (Luftfederung) und eines US-amerikanischen Trucks (oftmals Blattfederung). Im Weiteren ist der Pokal auf einer Palette im Frachtraum eines Flugzeuges von Frankfurt nach New York und zurück gereist. Neben Start und Landung ist auch die Beförderung mittels Gabelstapler- und auf dem Rollband zu berücksichtigen gewesen. In Abbildung 168 ist der Turbanschneckenpokal in seiner sicheren Transportkiste auf einer Palette zu sehen. Neben der Maßgabe der

### 8.3 Beeinflussung der Schwingungsantwort von Museumsobjekten

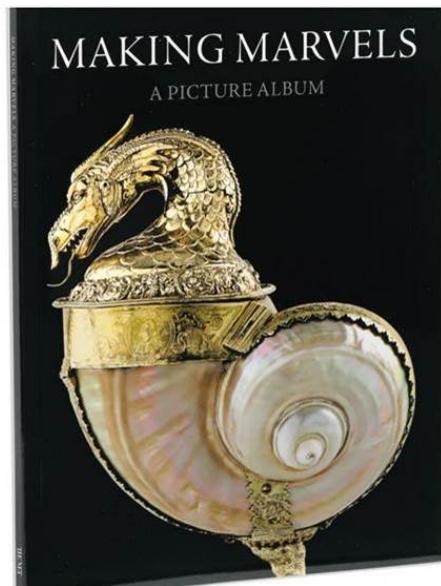


Abb. 166: Der Turbanschneckpokal auf dem Cover des METs Bilderalbums zur Ausstellung „Making Marvels“, ©Metropolitan Museum of Art New York



Abb. 167: Enge Einfahrt mit Kopfsteinpflaster zum Hof des Schlosses Güstrow,  
©Staatliche Schlösser, Gärten und Kunstsammlungen MV

Schwingungsminimierung und Schockabsorption ist die Klimastabilität eine der wichtigsten Merkmale der zu entwickelnden Transportkiste. Insbesondere Messing und die sehr zarten Partien des Pokals reagieren sehr empfindlich auf eine Klimaveränderung.

Eine Kiste-in-Kiste-Konstruktion aus Holz, wie sie bei „Fresh Widow“ verwendet worden ist, hat den Nachteil, dass das Holz verhältnismäßig weich ist. D. h. die Ankopplungspunkte der Drahtseilfedern werden zu Schwingungen angeregt. Eine Ankopplung der Drahtseilfedern an Metallrahmen bewirkt eine erhebliche Verbesserung der Schwingungsminderung.



Abb. 168: Der Turbanschneckpokal in seiner sicheren Transportkiste auf dem Kennedy-Airport NY nach der Palettierung, ©Baruth

Dieses Grundkonzept ist in einer Computer Aided Design (CAD)-Konstruktion mit dazu parallel laufender FEM-Modellierung an die Bedürfnisse des Turbanschneckenpokals angepasst worden. Die technische Zeichnung ist in Abbildung 169 dokumentiert. Der Aufbau des FEM-Modells erfolgt nach dem gleichen Vorgehen wie bei der Modellierung des Objektes. Das fertige FEM-Modell des Objektes in der Kiste ist in Abbildung 170 gezeigt.

Zur Optimierung der Schutzverpackung werden in bestimmten Grenzen frei wählbare Parameter deklariert. Diese sind hier z.B. die Positionen der Federn, die Federsteifigkeit, die geometrischen Abmessungen der Innenkiste und das verwendete Material gewesen. Mit Hilfe der Optimierungssoftware „Boss 40“ von Siemens Industry Software ist die Parameterkombination gefunden worden, bei der die geringsten dynamischen Belastungen des Turbanschneckenpokals voraussichtlich auftreten werden. In Abbildung 171 ist ein Bildschirmfoto des Ergebnisses der Simulation einer Lkw-Fahrt dokumentiert.

Die Berechnung der Daten für die zu entwickelnde Schutzverpackung ist eine Sache, die Realisierung der Transportkiste ist eine andere. Beispielsweise ist die Einfuhr der Transportkiste an strenge Regeln geknüpft. Letztendlich ist die Kiste gemeinsam mit der Firma Turtle, Den Haag (NL) gebaut worden. Die fertige Schutzverpackung ist in der Abbildung 172 zu sehen.

### 8.3 Beeinflussung der Schwingungsantwort von Museumsobjekten

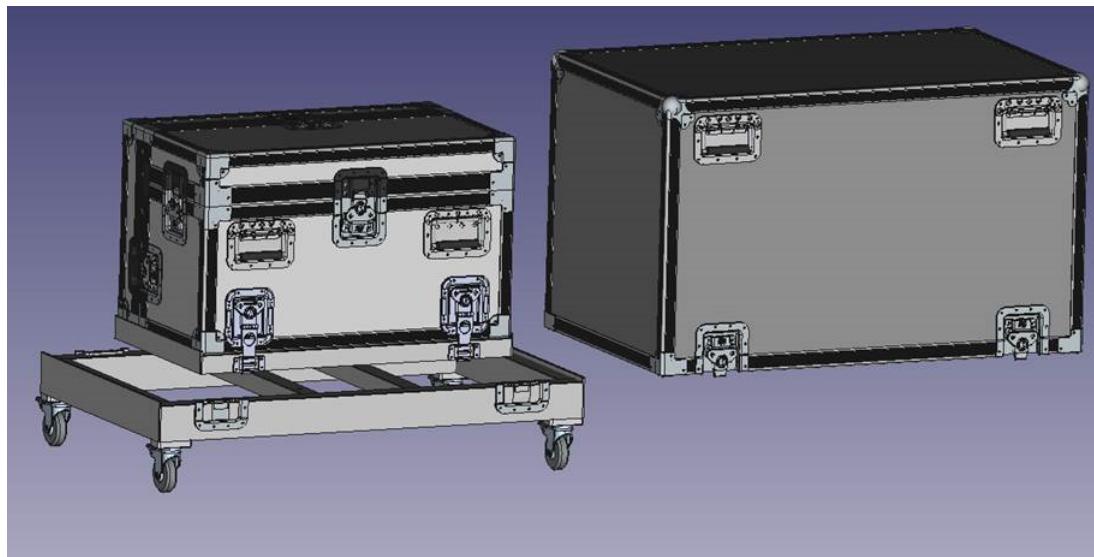


Abb. 169: Computer Aided Design (CAD) -Konstruktion der Schutzverpackung

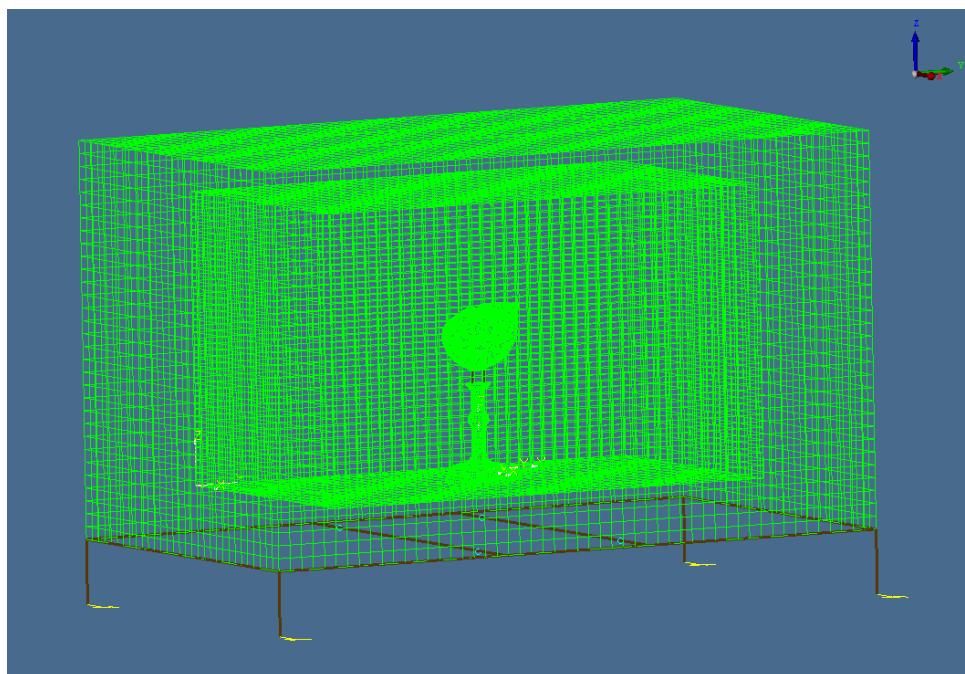


Abb. 170: Model des Turbanschneckenpokals (ohne Deckel) in der Schutzverpackung mit Finiten Elementen zur Simulation des Schwingungsverhaltens des Gesamtsystem auf dem Transportweg

Ein letztes Detail hat die Fixierung des Turbanschneckenpokals in der Innenkiste betroffen. Eine Nachlässigkeit in der Umsetzung der Lagerung macht jede Bemühung in Bezug auf die Schwingungsminimierung zunichtete. Außerdem soll auch der Innenausbau nachhaltig sein. Dies bedeutete insbesondere die Vermeidung von Verpackungsmüll und die Wiederverwendbarkeit der Schutzverpackung für andere Objekte.

Im Ergebnis ist der Innenraum in drei Bereiche geteilt worden. In dem mittleren Abteil ist der Turbanschneckenpokal ohne Deckel mit Hilfe von angepassten Plastazote®-Schichten

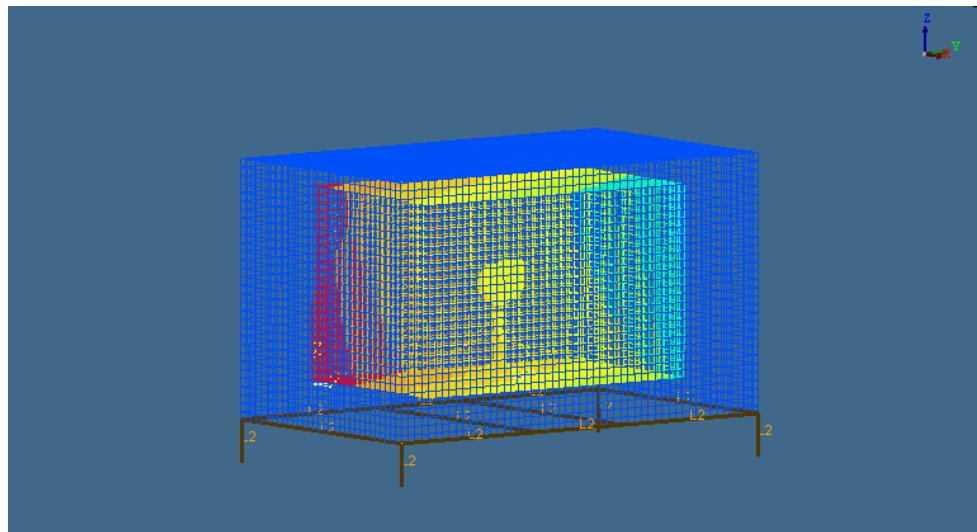


Abb. 171: Momentaufnahme der Verschiebungen der finiten Elemente während der Simulation des Transportweges



Abb. 172: Schutzverpackung nach dem Matrjoschka-Prinzip, Foto: Kracht

fixiert worden. Das mit einer Schutzhülle ummantelte Objekt ist dabei so positioniert worden, dass dessen Schwerlinien mit denen der Innenkiste übereinstimmen. Der ebenfalls mit einer Schutzhülle versehene Deckel ist auf gleiche Weise in einem der äußeren Abteile fixiert worden. Die Innenkonstruktion ist in Abbildung 173 dokumentiert.

Der Aufwand für die Schutzverpackung und die Kurierbegleitung haben sich gelohnt. Im Gegensatz zu anderen Objekten ist der fragile Turbanschneckenpokal ohne weitere Schäden wieder zuhause in Schwerin eingetroffen.

Das Konzept einer Metallrahmen-in-Metallrahmenstruktur, die über Drahtseilfedern in Polycal-Bauform miteinander gekoppelt sind, ist beim Deutschen ,221- und Markenamt patentiert (Patent-Nr. 10 2024 10 145 „Transportvorrichtung für Museumsobjekte, Herstellungsverfahren und Verwendung“). Die Autorin dieser Schrift ist Erfinderin und Patentinhaberin.

### 8.3 Beeinflussung der Schwingungsantwort von Museumsobjekten



Abb. 173: Fixierung des Turbanschneckenpokals in der Innenkiste, Foto: Köhler



## **Teil III**

# **Transdisziplinäre Projekte für den Erhalt von Kunstwerken und Kulturobjekten**



In transdisziplinären Projekten arbeiten nicht nur Wissenschaftler aus unterschiedlichen Disziplinen zusammen, um Wissen zu generieren, welches jeder isolierten Disziplin verborgen bleibt, sondern auch Akteure aus der Zivilgesellschaft und Bürgerschaft. Dadurch wird gewährleistet, dass gesellschaftlich relevante Probleme aufgegriffen, Wissensträger aus der Praxis und Zivilgesellschaft partizipieren, heterogene Wissensbestände integriert und theoretisch schlüssige wie praktisch umsetzbare Lösungsvorschläge erarbeitet werden [230].

Die Aufgabe der Restauratoren ist der Schutz und die Erhaltung von Objekten und Werken des kulturellen Erbes für die langfristige Nutzung, Forschung und Wissensvermittlung. Der Verband der Restauratoren e. V. (VDR) schreibt: „[...] Ihre Tätigkeiten bestehen in der wissenschaftlichen und praxisorientierten Erforschung und Bewahrung von Material, Herstellungstechniken und kulturellem Kontext sowie in der Entwicklung, Planung und Durchführung von Maßnahmen für deren Erhalt.“ ([242], S. 6). Geschichtlich betrachtet geht der Beruf des Restaurators aus dem Handwerk hervor: Ein Tischler kann sich zum Restaurator für z. B. Möbel weiterbilden und ein Schmied zum Metallrestaurator.

Seit der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts etabliert sich das Studium der Restaurierung an den Fachhochschulen und Akademien der Künste des Landes. An der TU München sind die Konservierungswissenschaften studierbar. Die größte Schnittmenge zwischen dem Studium der Restaurierung und den MINT-Fächern sind die Fachinhalte der Chemie. Um Objekte und Werke des kulturellen Erbes ganzheitlich zu schützen und zu erhalten sind die Physik vornehmlich die Mechanik und das Ingenieurwesen notwendig, um Grenzen in der Entwicklung und Planung von insbesondere präventiven Maßnahmen zu überwinden.

Die originären Aufgaben der Museen sind das Sammeln, Bewahren, Forschen, Ausstellen und Vermitteln (siehe: <https://www.museumsbund.de/museumsaufgaben/>). In der Regel werden lediglich das Ausstellen und das Vermitteln von der Allgemeinheit wahrgenommen.

Die Präsentation der physischen Objekte und Werke vollzieht sich in Dauer- oder Wechselausstellungen sowie in Studiensammlungen. In Dauerausstellungen wird ein repräsentativer Querschnitt der eigenen Sammlung gezeigt, wobei mehr als 70 % dieser im Depot aufbewahrt wird. Objekte und Werke in der Dauerausstellung werden von Zeit zu Zeit mit Objekten aus dem Depot getauscht. Beispielsweise ist im Van Gogh Museum, Amsterdam entweder das „Weizenfeld mit Gewitterwolken“ oder das „Weizenfeld mit Krähen“ ausgestellt.

In Wechselausstellungen werden mit Hilfe von Leihgaben weitere Themen behandelt. Spektakuläre Sonderausstellungen sind das Mittel der Museen, um für Prestige und hohe Besucherzahlen zu sorgen. Deutschlandweit werden jährlich mindestens 9.000 Sonderausstellungen durchgeführt [122]. Die Präsentationsdauer beträgt in der Regel drei bis maximal sechs Monate. Je nach Exklusivität einer Leihgabe sind als Gegenleistung ein oder mehrere Werke von dem leihnehmenden Museum zur Verfügung zu stellen. Auf diese Weise entsteht ein reger Handel rund um den Globus, was neben der Belastung der Objekte und Werke durch die Besucher in der Ausstellung zu einem erhöhten Schädigungsrisiko durch die Transporte führt.

Virtuelle Ausstellungen sind eine Möglichkeit die Menge der Transporte zu verkleinern. Die Anzahl der virtuellen Ausstellungen nimmt zwar seit den Jahren der Corona-Pandemie 2020 bis 2022 zu, dennoch ist der Erfolg für die Museen in Bezug auf Prestige und Besucherzahlen milder. Nach Walter Benjamin ist in [16] dies auf die Aura des Originals

zurückzuführen. Daher ist es das Ziel im Rahmen von transdisziplinären Projekten, Maßnahmen, die die Objekte und Werke insbesondere während der Ausstellungen und der Transporte vor Schädigungen schützen, zu entwickeln.

Auf akademischer Ebene ist die Zusammenarbeit zwischen den Disziplinen aufgrund der unterschiedlichen Kommunikationsweise zwar problembehaftet, funktioniert aber vergleichsweise gut. Der Praxis ein Stück näher, auf musealer Ebene, nimmt die Zahl der Randbedingungen schlagartig zu, da die Wünsche, Aufgaben und Machbarkeit aus Sicht der Museumsdirektoren, Kuratoren, Registrare, Kunstspediteure, Kunstdräger, Kunstchauffeure u. v. a. zu berücksichtigen sind. Diese Problematik wird an der Schnittstelle zu Unternehmen intensiviert, da der finanzielle Druck hinzukommt.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit sind zahlreiche transdisziplinäre Projekte für den Erhalt von Kunstwerken und Kulturobjekten durchgeführt worden. Die partizipierenden Akteure kommen aus dem hochschulischen, universitären, musealen und privatwirtschaftlichen Umfeld. Nachfolgend werden einige der Projekte, die entsprechend der teilnehmenden Akteure geordnet sind, vorgestellt.

# 9 Projekte an Hochschulen und Universitäten

Im Rahmen von Lehraufträgen, einer Gast- sowie einer Vertretungsprofessur und in ihrer Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin hält die Autorin der vorliegenden Schrift integrierte Veranstaltungen und Projektlabore ab, in denen die Studierenden verschiedener Fächer (Ingenieurwesen, Restaurierung, Kunstgeschichte) gemeinsam Aufgaben, in deren Mittelpunkt der Erhalt von Kunstwerken und Kulturobjekten steht, lösen. Der Zugewinn für alle Seiten wird in [10] deutlich: Die angehenden Ingenieure partizipieren an der intuitiven und kreativen Herangehensweise der Studierenden der Restaurierung. Darüber hinaus werden sie durch die Auseinandersetzung mit den Objekten mit geschichtlichen und gesellschaftlichen Ereignissen konfrontiert.

Die angehenden Restauratoren lernen eine systematisierte, physikalisch-technisch geprägte, meist rechnerische Herangehensweise und Ingenieurssoftware kennen. Der gesellschaftliche Nutzen ist die Umsetzung der entwickelten Maßnahmen in die Praxis, was dem Erhalt des Objektes dient und möglicherweise auch auf ähnliche Objekte übertragen werden kann.

Hochschulen und Universitäten gestalten den gesellschaftlichen Wandel mit. In diesem Bewusstsein sind die folgenden Projekte durchgeführt worden.

## 9.1 Kupferkessel

Gegenstand der Masterarbeit [224] von Frau Torv, Studierende der Restaurierung an der HTW Berlin, ist ein stark korrodiertes Buntmetallkessel (siehe Abbildung 174), der vor gut 20 Jahren im Landkreis Stade, Niedersachsen, geborgen worden ist. Bei diesem Objekt



Abb. 174: Stark korrodiertes Kupferkessel, Quelle: [225] S. 1, ©H. Torv

## 9 Projekte an Hochschulen und Universitäten

aus Buntmetall handelt es sich um ein rituelles Gefäß. Neben menschlichen Überresten haben sich rituelle Beigaben in dem Kupferkessel befunden [211]. Diese Art von Objekten (archäologische Kulturgüter) werden häufig bei Baumaßnahmen entdeckt.

Das Ausmaß der Korrosion des Kupferkessel wird bei der Vorbereitung von restauratorischen Maßnahmen deutlich. An vielen Stellen und großflächig sind Risse und Spalten vorhanden. Teile des Kessels zerfallen bei der kleinsten zusätzlichen Belastung. Eine temporäre Stabilisierung im Vorfeld ist unumgänglich [211].

Das Ziel ist die Identifikation einer dauerhaften, stabilisierenden Lösung. Diese soll unter der Maßgabe, so wenig wie möglich auf das Objekt mit irreversiblen Mitteln einzuwirken, erreicht werden. Das Objekt soll so weit stabilisiert werden, dass es nicht nur in der Lage ist, sein eigenes Gewicht zu tragen, sondern auch, wenn möglich, einen Transport in einer üblichen Transportkiste für Kunstwerke zu überstehen.

Der Restaurierungsplan sieht die Verstärkung der Kesselgeometrie mit Glasfaserstoff vor. Die Wahl des Klebers und der zu behandelnden Objektstellen sollen auf der Basis der numerischen Untersuchung mit dem FEM-Programm Abaqus bestimmt werden. Da die Methode „FEM-Simulation“ nicht Teil des Restaurierungsstudiums ist, ist Frau Torv im Rahmen der Lehrveranstaltung „FEM – Labor für Restauratoren und Ingenieure“, deren Dozentin die Autorin im Rahmen ihrer Vertretungsprofessur am Fachgebiet Technische Mechanik und Strukturmechanik der Universität Bremen im Sommersemester 2021 ist, von zwei Kommilitonen (Frau Müller, Herr Holldorb) aus dem Studiengang der Physikalischen Ingenieurwissenschaft der TU Berlin unterstützt worden.

Aus dem Bericht [225] zum Projekt mit dem Titel „Parameterstudie zur Restaurierung eines archäologischen Kulturgutes aus Kupfer mittels FEM“ geht hervor, dass die im Vorfeld mittels Fotogrammetrie erfasste Geometrie des Kessels in den Modeler von Abaqus importiert werden soll. Bevor dies geschieht, werden die rohen Messdaten aufgearbeitet werden. Der Vorher-Nachher-Vergleich ist in Abbildung 175 dokumentiert.

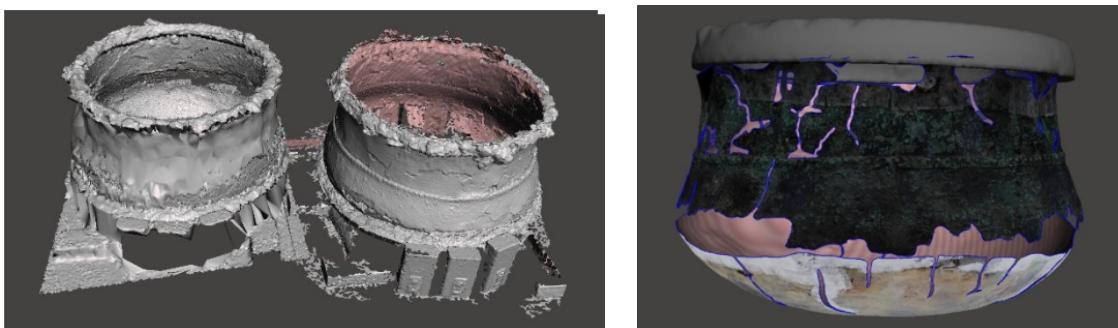


Abb. 175: Ungeglättete fotogrammetrische Aufnahmen der inneren und äußeren Kesseloberfläche (links), bearbeitete fotogrammetrische Aufnahme mit Rissen und Löchern (rechts), Quelle: [225] S. 4

Zunächst wird das bearbeitete fotogrammetrische Modell mit dem Programm Blender in ein geometrisches Modell mit 1.404.106 Oberflächenelementen umgewandelt. Vorabstudien zeigen, dass das Geometriemodell aus maximal 5.000 Oberflächenelementen bestehen sollte, um damit effizient arbeiten zu können. Das Geometriemodell sowie das mit Schalenelementen (Wand) und Volumenelementen (massiver Kupferring) vernetzte Modell sind

in Abbildung 176 dokumentiert. Die roten Flächen markieren die löchrigen Bereiche des

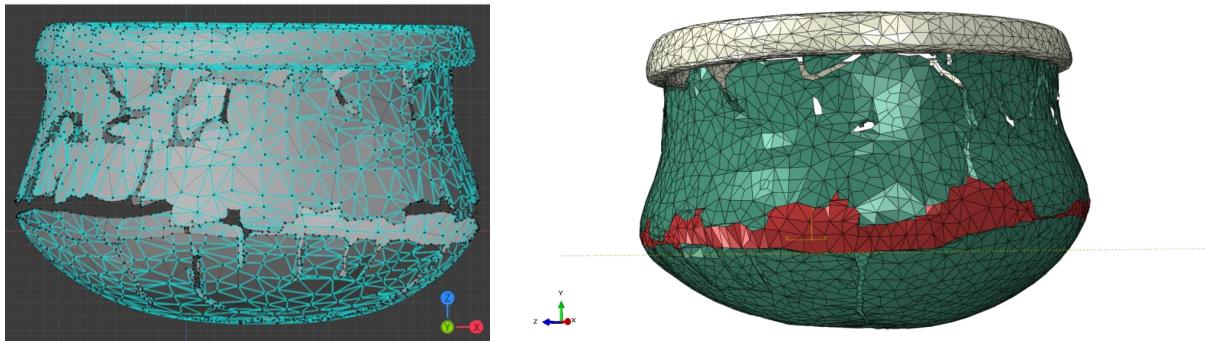


Abb. 176: Geometriemodell mit 5.000 Oberflächenelementen (links), Vernetzte Geometrie (rechts), Quelle: [225] S. 5 und 7

Objektes.

Die verwendeten Materialdaten sind in Tabelle 38 aufgeführt. Es wird von einem durch-

| Parameter           | CuSn10 - Bronze          | Fe2O3 - Eisen            | Kleber                |
|---------------------|--------------------------|--------------------------|-----------------------|
| <b>E-Modul</b>      | 10.000 MPa               | 146.000 MPa              | 2.000 MPa             |
| <b>Poisson-Zahl</b> | 0,35                     | 0,33                     | 0,2                   |
| <b>Dichte</b>       | $8,07E-9 \frac{t}{mm^3}$ | $5,07E-9 \frac{t}{mm^3}$ | $1E-9 \frac{t}{mm^3}$ |

Tabelle 38: Verwendete Materialdaten für die FEM-Simulation des Kupferkessels, Quelle: [225] S. 7

schnittlichen Eisenoxid und von Bronze mit einem Zinnanteil in Höhe von 10 % ausgegangen. Die Materialdaten für den Kleber, die Glasfaser und Zwischenschichten werden an einer Zug- und Schermaschine des Typs Zwick/Roell Zmart.Pro an der HTW Berlin analysiert. Das erklärte Ziel neben der Ermittlung der Materialdaten ist die Erfassung der Festigkeit der Proben, die eine Schicht korrodiertes Material, eine Schicht Paraloid und eine Schicht B72-Ergänzungsmaterial besitzen. Im Ergebnis ist die Adhäsion zwischen dem korrodierten Material und dem Kleber kleiner als die Kohäsionskräfte des Klebers. Dementsprechend können alle getesteten Kleber - auch die auf Wasserbasis - verwendet wurde.

Im nächsten Schritt werden die Randbedingungen des Simulationsmodells festgelegt. Die Studierendengruppe hat sich dazu entschlossen alle sechs Freiheitsgrade jedes Knotens im unteren gebogenen Bereich des Kessels zu sperren. Es wird davon ausgegangen, dass der Kessel rutsch- und rotationsfrei gelagert wird.

Maßgabe der iterativen Suche nach den zu festigenden Löchern des Kupferkessels ist die Gewährleistung von 1. der Formstabilität des Objektes im terrestrischen Gravitationsfeld und von 2. einer ersten Eigenfrequenz  $f_1 \geq 45 \text{ Hz} = \tilde{f}$ , die mit einer Eigenmode korrespondiert, bei der sich das Objekt verformt. Die Simulationen umfassen dementsprechend eine statische Analyse mit einem konstanten Beschleunigungsfeld in (terristerischer) Gravitationsrichtung mit einem Wert von  $9,81 \frac{m}{s^2}$  und eine Modalanalyse.

## 9 Projekte an Hochschulen und Universitäten

Im Ausgangszustand beträgt die erste Eigenfrequenz des Objektes 1,7 Hz. Werden alle Löcher und Risse des Kessels verklebt, beziffert sich die erste Eigenfrequenz auf 533 Hz. Die beiden Eigenformen mit den extremen ersten Eigenfrequenzen sind in Abbildung 177 dargestellt.

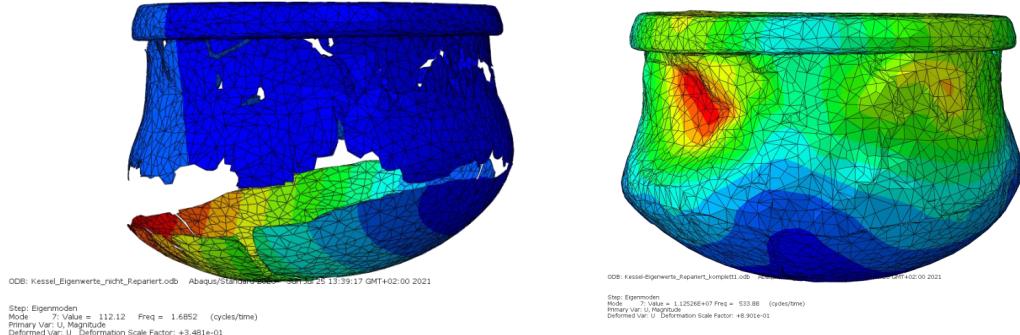


Abb. 177: Erste Eigenform des nicht restaurierten Kessels mit 1,7 Hz (links), erste Eigenform des komplett verklebten Kessels mit 533 Hz, Quelle: [225] S. 15 und 17

Die berechneten Verformungen beider extremen Fälle unter der statischen Last (Eigengewicht) sind in Abbildung 178 dokumentiert.

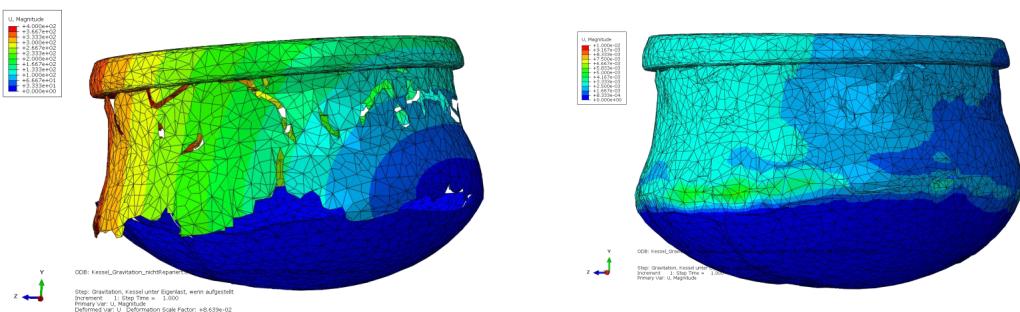


Abb. 178: Berechnete Verformungen des nicht restaurierten Kessels unter Eigengewicht (links), berechnete Verformungen des komplett verklebten Kessels unter Eigengewicht (rechts), Quelle: [225] S. 12 und 14

Frau Torvs Intuition folgend wird schließlich ein Beispiel berechnet, bei dem sowohl das größte Loch in der Seitenwand als auch das im Boden virtuell verklebt wird. Die daraus resultierende erste Eigenmode sowie die Verformungen unter Eigenlast sind in Abbildung 179 dokumentiert.

Im Ergebnis wird die intuitiv entwickelte Verklebung des Kupferkessels akzeptiert, da sowohl die Anforderung an die erste Eigenfrequenz,  $f_1 = 145 \text{ Hz} > \tilde{f}$ , erfüllt wird als auch die Verformungen sowie die von Mises-Spannungen im betrachteten statischen Fall kleiner als etwaige Spannungen, die zu Veränderungen der Materialität führen. Lastfälle für den Transport sind im Einzelfall zu prüfen.

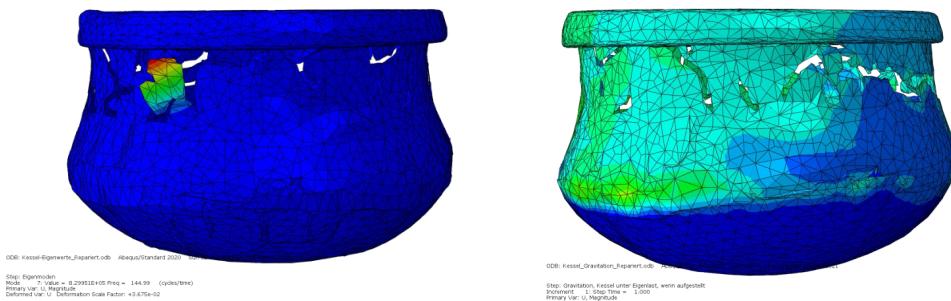


Abb. 179: Erste Eigenform des intuitiv verklebten Kessels mit  $f_1 = 145$  Hz (links), Verformungen des intuitiv verklebten Kessels unter Eigengewicht (rechts), Quelle: [225] S. 12 und 16

## 9.2 Sarg der Sat-Sobek

Der etwa 4.000 Jahre alte Sarg der Sat-Sobel ist ein altägyptischer Kastensarg aus der oberägyptischen Stadt Asyut. Die Verzierungen an dem Sarg verraten, dass seine Besitzerin, Sat-Sobek, der oberen Mittelschicht angehört hat. Im Jahr 1993 ist der Sarg von einem Göttinger Kunsthändler in den Besitz des Gustav-Lübcke-Museums in Hamm durch käuflichen Erwerb übergegangen. Der Sarg ist in Abbildung 180 zu sehen. Er be-



Abb. 180: Seitenanicht des Sarges, Quelle: [149]

steht aus einem Korpus und einem lose aufgelegten Deckel. Aufgrund zahlreicher Fehlstellen, Fassungsverlusten und einem instabilen Stand, da der Boden des Korpus fehlt, ist eine Restaurierung durch die Studierenden des Instituts für Restaurierungs- und Konserverungswissenschaft (CICS) mit der TH Köln im Jahr 2016 vereinbart worden. Die Restaurierungsarbeiten sind Mitte 2019 beendet worden.

Die Empfindlichkeit des Objektes gegenüber Schocks und Vibrationen ist den Restauratoren der FH Köln während verschiedener Bauarbeiten im und am Restaurierungsatelier durch lose Farbpunkte und Holzstückchen auf dem Regalboden, auf dem der Sarg aufbewahrt worden ist, aufgefallen. Aus diesem Umstand heraus, haben Prof. Friederike Waenig und Andreas Krupa die Idee für den Workshop „Vibrierender Sarg“ – Entwicklung eines vibrationshemmenden Gestells für den Sarg der Sat Sobek aus dem Gustav-Lübcke-Museum Hamm entwickelt. Da die Expertise für das Feld „Mechanische Schwingungen von Kunstwerken und Kulturobjekten“ an der TH Köln nicht vertreten ist, ist der Workshop von der Autorin dieser Habilitationsschrift begleitet worden. Die beiden Dozenten am CICS sind durch das Forschungsprojekt „Protecting collections from vibration du-

## 9 Projekte an Hochschulen und Universitäten

ring transport“ am The British Museum (BM) [114], welches von Verena Kotonski, einer Absolventin am CICS der FH Köln, geleitet worden ist, inspiriert worden. Beratende Ingenieurin in dem Forschungsprojekt am BM ist die Autorin dieser Habilitationsschrift gewesen, wodurch der Kontakt mit der TH Köln primär zustande gekommen ist.

Das zu entwickelnde „vibrationshemmende Gestell“ ist für das Gustav-Lübcke-Museum relevant, da der Restaurator des Hauses, Michael Bottländer, bereits vor den Restaurierungsarbeiten an der TH Köln Fassungsverlustes des Sarges an seiner Ausstellungsposition bemerkt hat. Er hat zudem einen Zusammenhang zwischen den Verlusten und den spürbaren Vibrationen im Museumsgebäude, die durch den Verkehr auf der angrenzenden Hauptverkehrstraße und dem nahe gelegenen Bahnhof verursacht werden, vermutet.

Ziel ist die Präsentation des restaurierten Sarges ab Ende Juni 2024 in der ägyptischen Dauerausstellung des Gustav-Lübcke-Museum gewesen. Hieraus hat sich das Sommersemester 2024 als letztmöglicher und schließlich tatsächlicher Workshopzeitraum ergeben.

Die Befunde über den Zustand des Objektes und der potentiellen Anregung am Ausstellungsort sowie der notwendige Transport von der TH Köln zum Gustav-Lübcke-Museum in Hamm haben die Aufgabenstellung geformt:

„Zu entwickeln ist ein Podest, welches die Schwingungsanregung während des Transportes von Köln nach Hamm und während der Ausstellung im Gustav-Lübcke-Museum so stark reduziert, dass die Schwingungsantwort des Objektes kein Schädigungsrisiko für das Objekt selbst darstellt.“

Im klassischen Sinne der Bruchmechanik sind Festigkeitsanalysen durchzuführen, um Schwingungsamplituden und Frequenzbereiche der Anregung zu bestimmen, die kein Risiko für das Objekt darstellen. Da es sich um Originalsubstanz handelt, können keine Proben entnommen werden. Auch gibt es kein Duplikat. Dementsprechend kann nur indirekt auf die erforderlichen Angaben geschlossen werden:

- In der Einleitung wird festgestellt, dass das unrestaurierte Objekt während der Präsen-tation im Gustav-Lübcke-Museum und im restaurierten Zustand an der TH Köln während der Baumaßnahmen am Gebäude Material verloren hat. Nach [122] werden in der Regel auf Regalen in der Ausstellung während unmittelbarer Bau-maßnahmen im Haus Amplituden bis 12 mm/s in einem Frequenzbereich zwischen 1 und 125 Hz gemessen. Während des normalen Besucherverkehrs ist mit Amplituden bis 2 mm/s und einem Frequenzbereich bis 70 Hz zu rechnen.
- In [254] werden Grenzwerte für Amplituden kontinuierlicher Schwingungen in Höhe von 1 mm/s und für diskrete Anregungen 2 mm/s im jeweiligen Frequenzbereich von 1 bis 40 Hz angegeben.

Für eine konservative Auslegung werden die niedrigeren Werte gewählt.

Die Aufgabenstellung besitzt den Chrakter einer klassischen Designoptimierung und Realisierung im Ingenieurswesen. Für die Lösung sind folgende Schritte zu absolvieren:

1. Sammlung der restauratorischen und kuratorischen Anforderungen an das Podest insbesondere Festlegung eines initialen Designs für das Podest,
2. Experimentelle Modal- und Betriebsschwingungsanalyse des Fußbodens im Ausstellungsraum,

3. Experimentelle Modalanalyse des Objektes,
4. Sammlung der technischen Parameter, wie Massen, Abmaße, Konstruktionsmaterialien,
5. Rechnerische Auslegung der Federn (Typ, Anzahl, Positionierung),
6. Iterativer Designoptimierungsprozess,
7. Bau des Podestes,
8. Analyse der Wirksamkeit der shwingungsreduzierenden Maßnahmen,
9. Transport inkl. Transportüberwachung,
10. Installation des Podestes und des Objektes am Ausstellungsort
11. Überprüfung der Schwingungsantwort des Objektes in der Ausstellung.

Das initiale Design orientiert sich an der aktuellen Präsentationsform (siehe 181). Die Glashaube soll wiederverwendet werden und der Sockel soll etwas niedriger sein, damit auch Kinder bequem den Kastensarg ansehen können. Die Ausgangssituation ist in Abbildung 181 gezeigt.



Abb. 181: Eine Replik des Kastensarges in der Ausstellung, Quelle: [149]

Der Sockel bietet genug Platz, um die Drahtseilfedern zu integrieren. Die Idee ist, einen doppelten Fußboden zu konzipieren, dessen Zwischenraum die Drahtseilfedern beinhaltet. Der Kastensarg steht auf der oberen, „schwimmenden“ Platte und die Glashaube wird von der unteren, festen Platte getragen. Die Sockelkonstruktion wird hinter Blenden, die

z. B. mit Magneten befestigt werden, verborgen. Eine Prinzipskizze ist in Abbildung 182 gezeigt.



Abb. 182: Visualisierung des initialen Designs

Da die obere Platte kleiner ist als die untere, entsteht eine Schattenfuge. Der Abstand ist notwendig, weil die obere Platte mit dem Sarg ein freies Schwingungsvolumen benötigt, um die Schwingungsisolation korrekt ausführen zu können. Der Abstand zwischen oberer Platte und Blenden ist optisch unproblematisch solange dieser  $< 1$  cm ist. Dies ist bei der Auslegung der Federn zu berücksichtigen.

Die Höhe des Sockels beträgt in der Ausgangssituation etwa 60 cm. Diese Höhe soll auf 50 cm verringert werden. Da die avisierten Drahtseilfedern in Polycal-Bauform eine maximale Höhe von 10 cm besitzen, ist geplant, die Federn über Abstandshalter an die untere Platte zu Schrauben. Die entstehenden Hebelarme destabilisieren die Konstruktion, so dass eine verstifende Zwischenplatte eingezogen werden muss.

Eine Voraussetzung für die Auslegung der Federn ist die Kenntnis der Anregung und die der Eigenschwingungen des Objektes. Zur Berücksichtigung der Lkw-Fahrt von Köln nach Hamm wird das Truck-Profil in Abbildung 50 (links) herangezogen. D. h. es werden während der Lkw-Fahrt durch die Federlagerung verursacht Eigenfrequenzen im Frequenzbereich von 7 bis 12 Hz angestrebt.

Zur Ermittlung der Anregung während der Ausstellung ist eine experimentelle Modal- und Betriebsschwingungsanalyse im Ausstellungsraum des Gustav-Lübcke-Museums durchzuführen. Die Messungen ergeben, dass der „schwimmende“ Fußbodenbelag (Fliesen) recht stark gedämpft ist und die erste Eigenfrequenz (mitsamt der Geschoßdecke) 20,2 Hz beträgt. Bei der Betriebsschwingungsanalyse werden bei einer Anregung mit 7 Personen maximale Schwinggeschwindigkeiten in Höhe von 3 mm/s (Besucher springen zum Teil) im Frequenzbereich von 1 bis 125 Hz gemessen.

**Für die experimentelle Modalanalyse** ist der Kastensarg auf einem Tisch in Form eines Laborwagens gelagert. Zwischen Tischplatte und Unterseite des Kastensarges befinden sich Schaumstoffpads. Eine direkte Anregung ist untersagt. Daher wird die Tischplatte mit einem Modalhammer angestoßen. In den mit einem Triangulationslaser berührungslos gemessenen Schwingungen steckt sowohl die Antwort des Kastensarges als auch die des Laborwagens. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 183 gezeigt.

Es gibt mindestens zwei Möglichkeiten die Eigenschwingungen des Kastensarges zu extrahieren: 1. Das Gesamtsystem „Laborwagen mit Kastensarg“ wird mit der FEM modelliert.



Abb. 183: Versuchsaufbau für die Modalanalyse an dem Kastensarg ohne Deckel

liert. Mittels Model-Updating werden die berechneten Eigenfrequenzen und Eigenmoden über die Variation der Materialparameter so angepasst, dass sie mit den gemessenen bestmöglich übereinstimmen. Anschließend wird das Modell des Laborwagens aus dem Gesamtmodell entfernt. Mit dem so entwickelten FEM-Modell des Kastensarges können eine Modalanalyse oder erzwungene Schwingungen simuliert werden. Im Rahmen des Projektes am BM sind damit sehr gute Ergebnisse erzielt worden.

2. Es wird eine experimentelle Modalanalyse des Laborwagens ohne Kastensarg durchgeführt. Mit Hilfe der so ermittelten Eigenschwingungen können die Ergebnisse der Analyse des kombinierten Systems in Bezug auf das Eigenschwingungsverhaltens des Objektes interpretiert werden. Diese Methode ist relativ schnell durchführbar und überschaubar. Daher wird sie in dem vorliegenden Kontext benutzt.

In Abbildung 184 ist das Stabilitätsdiagramm der gemessenen Übertragungsfunktionen dargestellt. Die separate Modalanalyse an dem Laborwagen ergibt, dass die ersten drei Peaks ( $f_1 = 4,5 \text{ Hz}$ ,  $f_2 = 5,6 \text{ Hz}$ ,  $f_3 = 8,5 \text{ Hz}$ ) Eigenfrequenzen des Laborwagens sind. In Abbildung 185 sind die erste Schwingungsform des Kastensarges mit der 1. Eigenfrequenz des Laborwagens und die ersten zwei Eigenformen des Kastensarges dokumentiert. Es fällt auf, dass sich der Kastensarg bereits bei einer Anregung mit einer Frequenz in der Nähe der ersten Eigenfrequenz des Laborwagens verformt. Dies bedeutet, dass das Objekt während des Transportes versteift gelagert werden muss, da die Lagerung des Laderaum luftgefederter Lkws so ausgelegt sind, dass die Eigenfrequenzen zwischen 1,9 und 7 Hz liegen. In Konsequenz wird zum Einen der lose aufgelegte Deckel auf einem separaten schwingungsisolierten Podest während des Transportes gelagert. Des Weiteren werden mit Schaumstoff ausgekleidete „Brücken“, wie in [114] verwendet, um den Kastensarg zu stabilisieren.

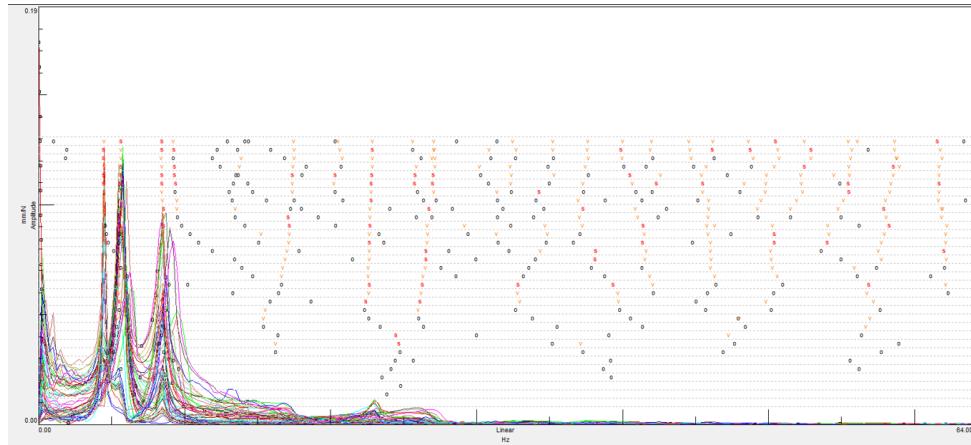


Abb. 184: Stabilitätsdiagramm der gemessenen FRF

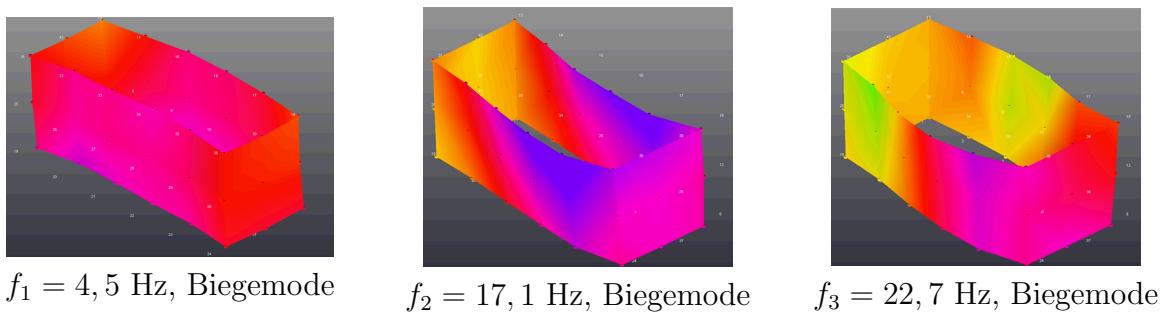


Abb. 185: Erste Schwingungsform und zwei erste Eigenformen des Kastensarges auf dem Laborwagen

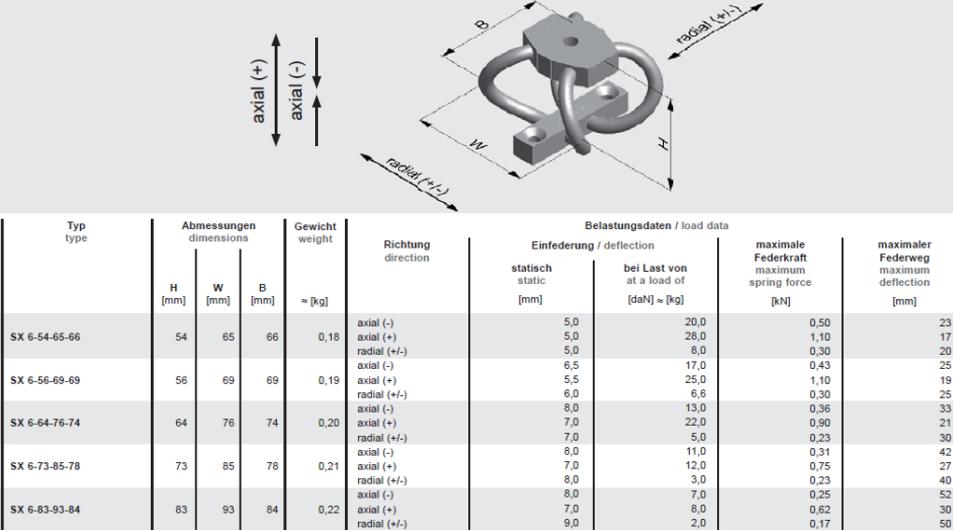
**Die Auslegung der Drahtseilfedern** kann mit Hilfe der FEM durchgeführt werden. Im vorliegenden Fall werden jedoch aufgrund der besseren Nachvollziehbarkeit für die Studierenden Abschätzungsmethoden bevorzugt. Für die Durchführung dieser Methode sind Kenntnisse in der Schulmathematik ausreichend und bei Befolgung einiger Konstruktionsregeln kommt eine sehr gute Schwingungsreduktionen zustande. Dies bedeutet, dass die angehenden Restauratoren diese Form der Auslegung zukünftig selbst vornehmen können.

Die Konstruktionsregeln lauten:

- Abmaße der oberen Platte des Podestes: Tiefe  $\geq 33\%$  der Länge,
- Höhe der Gesamtkonstruktion inkl. Objekt über den Federn  $\leq 25\%$  der Länge der oberen Platte,
- Symmetrieverteilung einhalten,
- Verwendung von Drahtseilfeder in Polycal-Bauform.

Eine typische Tabelle mit den Charakteristiken von Drahtseilfedern, die von Herstellern zur Verfügung gestellt werden, ist in Abbildung 186 gezeigt. Die Abschätzung des Typs und der Anzahl der Drahtseilfedern erfolgt über die Einstellung der Eigenfrequenz für das vertikal schwingende System mit der Gleichung für den Ein-Massen-Schwinger,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (9.1)$$



| Typ<br>type   | Abmessungen<br>dimensions |           |           | Gewicht<br>weight<br>≈ [kg] | Richtung<br>direction                               | Belastungsdaten / load data   |   |                              | maximale<br>Federkraft<br>maximum<br>spring force<br>[kN] | maximaler<br>Federweg<br>maximum<br>deflection<br>[mm] |
|---------------|---------------------------|-----------|-----------|-----------------------------|---|-------------------------------|---|------------------------------|---|--|
|               | H<br>[mm]                 | W<br>[mm] | B<br>[mm] |                             |   | Einfederung<br>static<br>[mm] | bei Last von<br>at a load of<br>[daaN] ≈ [kg] |                              |   |  |
| SX 6-54-65-66 | 54                        | 65        | 66        | 0,18                        | axial (-)<br>axial (+)<br>radial (+/-)<br>axial (-) | 5,0<br>5,0<br>5,0<br>6,5      | 20,0<br>28,0<br>8,0<br>17,0                   | 0,50<br>1,10<br>0,30<br>0,43 | 23<br>17<br>20<br>25                                      |  |
| SX 6-56-69-69 | 56                        | 69        | 69        | 0,19                        | axial (+)<br>radial (+/-)                           | 5,5<br>6,0                    | 25,0<br>6,6                                   | 1,10<br>0,30                 | 19<br>25  |  |
| SX 6-64-76-74 | 64                        | 76        | 74        | 0,20                        | axial (-)<br>axial (+)<br>radial (+/-)<br>axial (-) | 8,0<br>7,0<br>7,0<br>8,0      | 13,0<br>22,0<br>5,0<br>11,0                   | 0,36<br>0,90<br>0,23<br>0,31 | 33<br>21<br>30<br>42                                      |  |
| SX 6-73-85-78 | 73                        | 85        | 78        | 0,21                        | axial (+)<br>radial (+/-)<br>axial (-)              | 7,0<br>8,0<br>8,0             | 12,0<br>3,0<br>7,0                            | 0,75<br>0,23<br>0,25         | 27<br>40<br>52  |  |
| SX 6-83-93-84 | 83                        | 93        | 84        | 0,22                        | axial (+)<br>radial (+/-)                           | 7,0<br>9,0                    | 8,0<br>2,0                                    | 0,62<br>0,17                 | 30<br>50  |  |

Abb. 186: Herstellerangaben zur Charakterisierung der Drahtseilfedern, ©Willbrandt

wobei  $k$  die Gesamtsteifigkeit der Federn und  $m$  die Gesamtmasse, die auf den Federn lastet, sind. Die in Abbildung 182 vorgeschlagene Anordnung der Federn ist eine Parallelschaltung, d. h. die Steifigkeiten der Federn werden zur Gesamtsteifigkeit addiert.

In der Praxis werden Isolationen von Gebäudeschwingungen so eingestellt, dass die Übertragungsfunktion ab der kleinsten Anregungsfrequenz  $f_A$  auf 20 % des Wertes im unterkritischen Bereich abgeklungen ist. Dies wird erreicht, wenn

$$f_0 \leq \frac{1}{4} f_A \quad (9.2)$$

gilt.

Da die erste Eigenfrequenz des Fußbodens 20,2 Hz beträgt, soll  $f_0^{\text{Auss.}} = 5$  Hz sein. Für den Transport soll aber  $7 \text{ Hz} < f_0^{\text{Trans.}} < 12 \text{ Hz}$  gelten. Hinzukommt, dass der Deckel während des Transport separat gelagert wird und während der Ausstellung auf dem Sarg. Dies ist insofern hilfreich, weil nach Gl. 9.1 eine Erhöhung der Masse eine Reduzierung von  $f_0$  bewirkt. Demgegenüber steht allerdings die Masse der Brückenglieder, die die Objekte während des Transportes fixieren und stabilisieren.

Die Methode der Variation der Masse wird im vorliegenden weiterverfolgt, da die Installation der Drahtseilfedern aufwendig ist. Zusatzmassen, wie Stahlplatten, können in dem fixen Zwischenraum des Podestes gelagert werden. In dem von Hand ausgeführten Optimierungsprozess werden die Massen für den Transport und während der Ausstellung so ausgelegt, dass mit der Gesamtsteifigkeit der avisierten Federn das jeweilige  $f_0$  erreicht wird. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass die Federn in zwei Reihen angeordnet werden und es sich demnach um eine gerade Anzahl handelt. Die Steifigkeit des avisierten Feder-typs ergibt sich mit

$$k = \frac{mg}{\Delta x}, \quad (9.3)$$

wobei  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ,  $m$  der Spalte 8 und  $\Delta x$  der Spalte 7 aus der Tabelle der Abbildung 186 zu entnehmen sind. Es kommen verschiedene Kombinationen in Frage. Hierbei gilt der Grundsatz: „So weich wie möglich, so steif wie nötig.“.

## 9 Projekte an Hochschulen und Universitäten

Die realisierten Podeste mit Brücken für den Korpus und den Deckel des Kastensarges sind in Abbildung 187 dokumentiert.

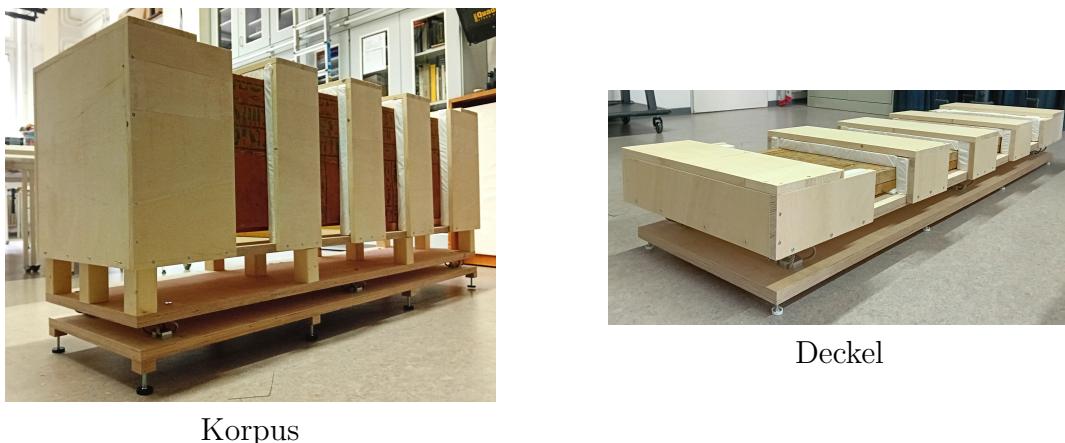


Abb. 187: Realisierte schwingungsisolierte Podeste mit Brücken, Fotos: K. Kracht

**Zur Qualitätssicherung** und Risikomanagement werden vor dem Transport die Schwingungen des Podestes während verschiedener Handlingsituationen, wie ein Seitenkantenfalltest oder der Fahrt auf einem Trolley, untersucht. Hierzu werden die Podeste mit jeweils einem Datenlogger ausgestattet. Ein Seitenkantenfalltest ist in Abbildung 188 dokumentiert. Die Daten zeigen, dass zu keinem Zeitpunkt der geforderte Wert von  $2 \text{ g} \approx 20 \text{ m/s}^2$



Abb. 188: Seitenkantenfalltest zur Qualitätssicherung und Risikomanagement

in einem Frequenzbereich von 1 Hz bis 200 Hz überschritten worden ist. Mit Hilfe des Datenloggers werden auch die Schwingungen während des Transportes überwacht. Diese ergeben, dass während der Fahrt von Köln nach Hamm an einer Ecke des schwingungsisolierten Parts des Podestes, zu keinem Zeitpunkt der genannte Grenzwert erreicht oder überschritten worden ist. Der geforderte Grenzwert resultiert aus der 20-jährigen Erfahrung der Autorin in der Messung und Berechnung von Schwingungen und ihren Auswirkungen an Kunstwerken und Kulturobjekten.

Die finale Lösung am Ausstellungsort ist in Abbildung 189 zu sehen. Im Hintergrund ist die Replik des Kastensarges, welche während der Restaurierung des Originals als Platzhalter ausgestellt gewesen ist. Die Freigabe für die Ausstellung des Objektes auf dem



Abb. 189: Final am Ausstellungsort im Gustav-Lübcke-Museum

schwingungsisolierten Podest im Gustav-Lübcke-Museum ist erfolgt nachdem die Messung der Betriebsschwingungen während eines regen Besucherverkehrs die Einhaltung der geforderten Werte bestätigt hat.

### 9.3 Rosinenbomber mit Falten

Aus einer Idee, die während eines Abendessen auf eine Serviette von Prof. Günter Gottmann, Gründungsdirektor des Technischen Museums Berlin, Ulrich Wolff und Helge Pitz skizziert worden ist, ist seit dem Jahr 1999 Wirklichkeit. Ein ‚Rosinenbomber‘ (ein Flugzeug vom Typ C-47 „Skytrain“) schwebt über der Terrasse des Museumsgebäudes (siehe Abbildung 190), um an die Berliner Luftbrücke im Jahr 1948/49 zu erinnern und die Aufmerksamkeit auf das Deutsche Technikmuseum in Berlin zu lenken. Ein Flugzeug ist allerdings nicht dazu ausgelegt, um an Stahlseilen zu hängen. Das Ergebnis lässt sich an der Außenhaut des ‚Rosinenbombers‘ ablesen. Im Aluminium sind, wie die Abbildung 191 zeigt, Falten und Knicke entstanden. Nun stellen sich Fragen nach der Ursache der Faltenbildung und der Bewertung dieser Materialveränderungen. Die vorgespannten Seile bewirken große statische Lasten. Hinzu kommen einige dynamische Anregungen durch die Luftströmungen der Winde, die exponierte Verkehrslage und nicht zuletzt durch Kinder, die die Seile als Einladung zum Spielen verstehen.

Seit 2014 kooperieren die Technischen Universität Berlin und das Deutsche Technikmuseum in Berlin, um

1. die Geometrie des Flugzeuges zu digitalisieren,
2. die Materialien und Materialeigenschaften zu bestimmen,
3. die äußeren Lasten zu quantifizieren und

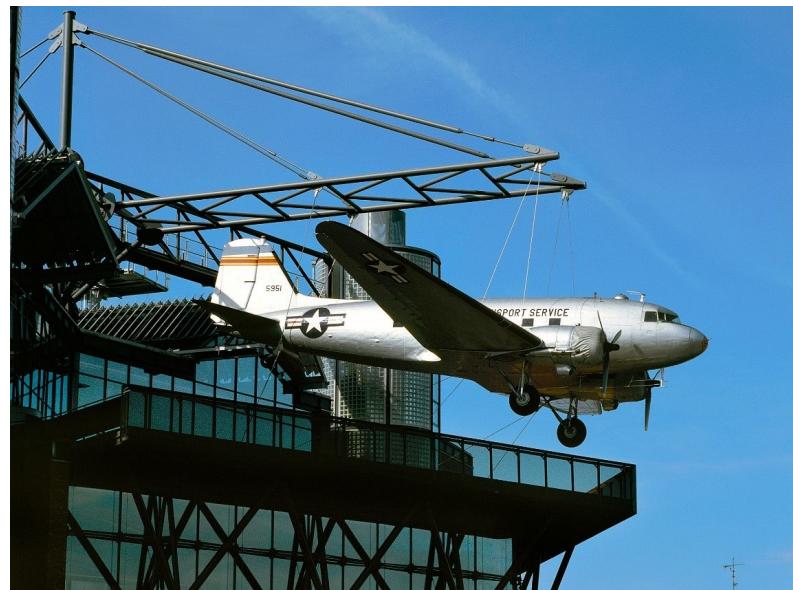


Abb. 190: Rosinenbomber über dem Neubau der Technikmuseums Berlin, ©STDB/Foto: C. Kirchner



Knicke am Heck



Falten an der Flügelunterseite

Abb. 191: Schädigungen am „Rosinenbomber“, Fotos: K. Kracht

#### 4. strukturdynamische Berechnungsmodelle mit Berücksichtigung der Fluid-Struktur-Wechselbeziehungen aufzubauen.

Mit Hilfe der strukturdynamischen Berechnungsmodelle können schließlich die unterschiedlichen Lastfälle berechnet und die oben stehenden Fragen beantwortet werden. Die Antworten werden helfen, korrekte Abhilfemaßnahmen zu entwickeln.

Da keine Gelder zur Verfügung stehen, um die erforderlichen Schritte durchzuführen, erhalten Studierende die Möglichkeit sich der Thematik anzunehmen. Im Rahmen der vorliegenden Schrift sind in den vergangenen 10 Jahren eine Projekt- und vier Studienabschlussarbeiten über den „Rosinenbomber“ und seine Exposition am Deutschen Technikmuseum Berlin durchgeführt worden.

Im Jahr 2014 startet Gesell mit [70] und befasst sich mit der Erstellung eines CAD-Modells des Flugzeugs sowie ersten Berechnungen zur Abschätzung der drei niedrigsten Eigenfrequenzen. Da keine Baupläne zur Verfügung gestellt oder beschafft werden können, wird

ein baugleiches Modell, das auf dem Gelände des Militärhistorischen Museums Flugplatz Berlin-Gatow steht, vermessen. Die Messungen sind unvollständig, da einige Bereiche aufgrund von Radioaktivität nicht zugänglich sind.

Mit einer 1.000-seitigen Reparaturanleitung, die sich während einer tagelangen Internetrecherche dann doch aufgetan hat, und mittels „Reverse-Engineering“ hat Gesell einen großen Teil des Flugzeuges rekonstruiert. Die letzten fehlenden Daten werden aus mündlich überlieferten Informationen und Annahmen abgeleitet.

Zunächst hat Gesell das Flugzeug in die fünf Untergruppen: 1. Rumpf, 2. Flügelmittelstück, 3. Außenflügel, 4. Höhenruder und 5. Seitenruder 194 gegliedert, wobei der Rumpf das größte Bauteil ist. Dieser besteht in Halbschalenbauweise aus 45 Spanten und 52 Stringern und ist in Abbildung 192 dargestellt. Die Haut ist auf dem Gerüst aus

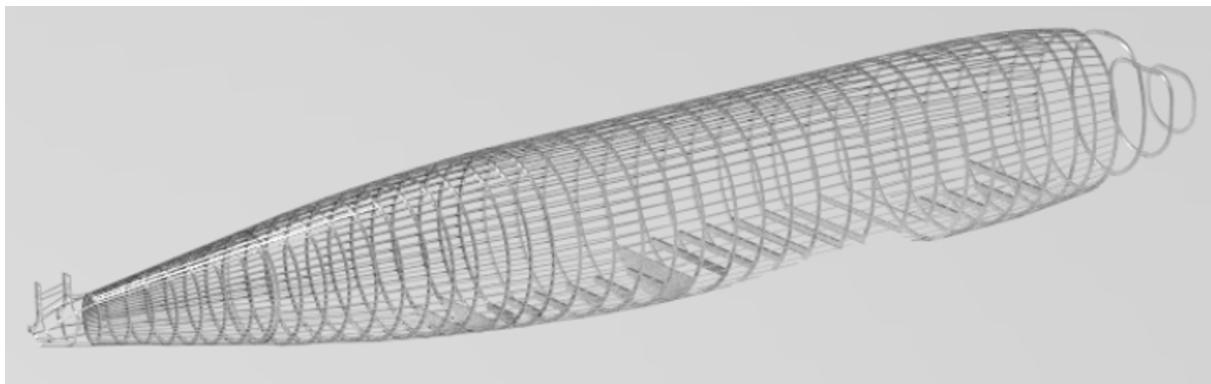


Abb. 192: CAD-Modell der tragende Konstruktion des Rumpfes ©S. Gesell

Stringern und Spannten vernietet.

Das Flügelmittelstück ist eines der Bauteile, an dem Schädigungen aufgetreten sind. Das Profil des Mittelflügels der C-47 ist ein NACA 2215 (NACA steht für „National Advisory Committee for Aeronautics“). Das CAD-Modell des Mittelstückes ist in Abbildung 193 dokumentiert. Wegen des hohen Gewichtes werden die Motoren, Propeller und das Fahrwerk nicht vernachlässigt. Ersatzmassen mit geschätzten Gewichten und groben Abmaßen werden verwendet, um Massenträgheitsmomente zu berücksichtigen.

Im nächsten Schritt rekonstruiert Gesell die Außenflügel mit einer aerodynamischen Schränkung des Flügelprofils (NACA 2215 und 2206). Da weder für das Höhen- noch für das Seitenruder die Profildaten bekannt sind, wird angenommen, dass es sich wie bei dem Höhenruder um das Profil NACA 2206 handelt und bei dem Seitenruder um das NACA 2215.

Das fertige CAD-Modell des „Rosinenbombers“ mit Außenhaut ist in Abbildung 194 dokumentiert. Eine Zusammenfassung der Bachelorarbeit hat der Studierende dem Museum in einer Online-Präsentation gegeben.

Für interessierte Restauratoren ist der Artikel [116] zu empfehlen.

**In seiner Masterarbeit [190]** untersucht Ruch am Fachgebiet für Experimentelle Strömungsmechanik der TU Berlin die das Flugzeug angreifenden Winde, welche im Vorfeld durch die umliegenden Gebäude stark beeinflusst werden. Hierfür benutzt Ruch Gesells

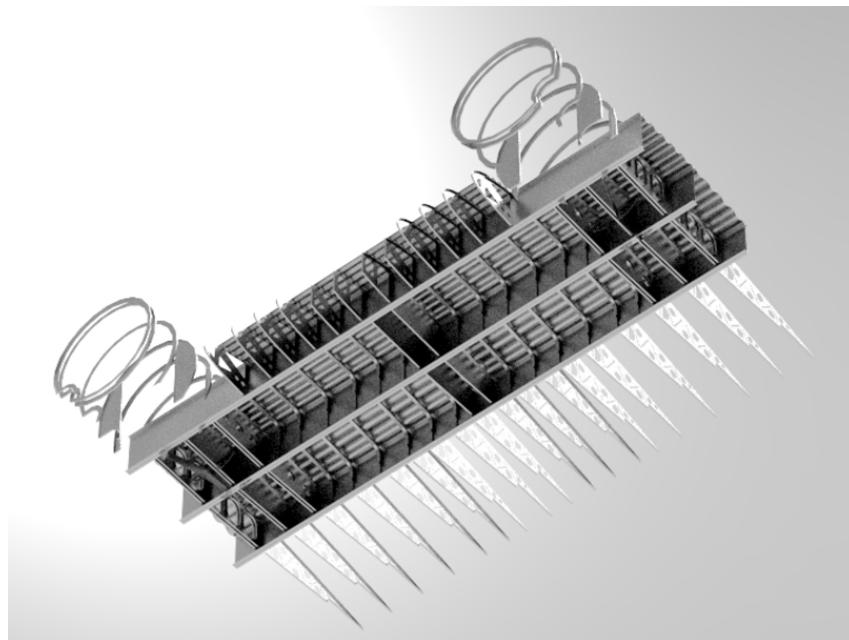


Abb. 193: CAD-Modell des Mittelstücks ohne Außenhaut ©S. Gesell



Abb. 194: CAD-Modell der Douglas C-47 ‘Skytrain’ mit Außenhaut ©S. Gesell

CAD-Modell des „Rosinenbombers“ und erstellt ein vereinfachtes CAD-Modell von den Gebäuden in der Nachbarschaft. Das detaillierte und simplifizierte Modell sind in Abbildung 195 dargestellt.

Aus den zur Verfügung stehenden Wetterkarten, die in Abbildung 196 zu sehen sind, wird ein Anströmungsprofil des Gebäudekomplexes entwickelt. Das Ziel der Arbeit ist die Berechnung der 2-D Strömungsfelder, die Betrachtung der Stromlinien und der Geschwindigkeitsverläufe entlang der Tragflächen sowie des Rumpfes. Die Bewertung der Gefährlichkeit der Windlasten erfolgt anhand des Geschwindigkeitsbetrages im Verhältnis zur Geschwindigkeitshauptkomponente. Die ermittelten Werte sind in Tabelle 197 darge-

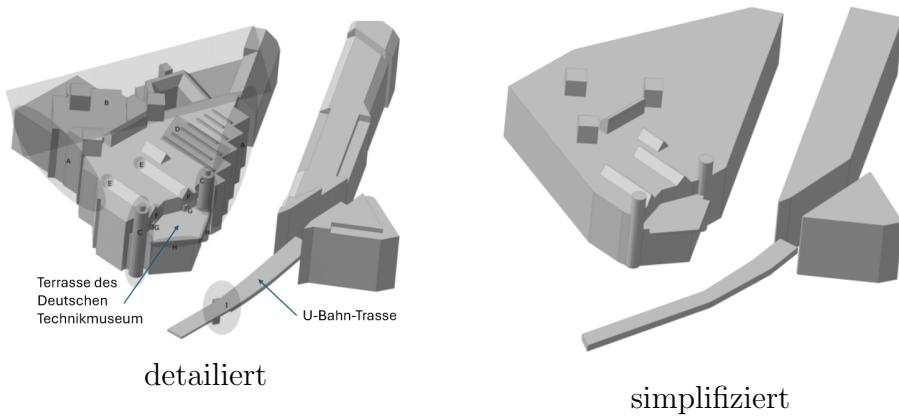


Abb. 195: Zwei CAD-Modelle der Gebäude in der Nachbarschaft des „Rosinenbombers“, Quelle: [190]

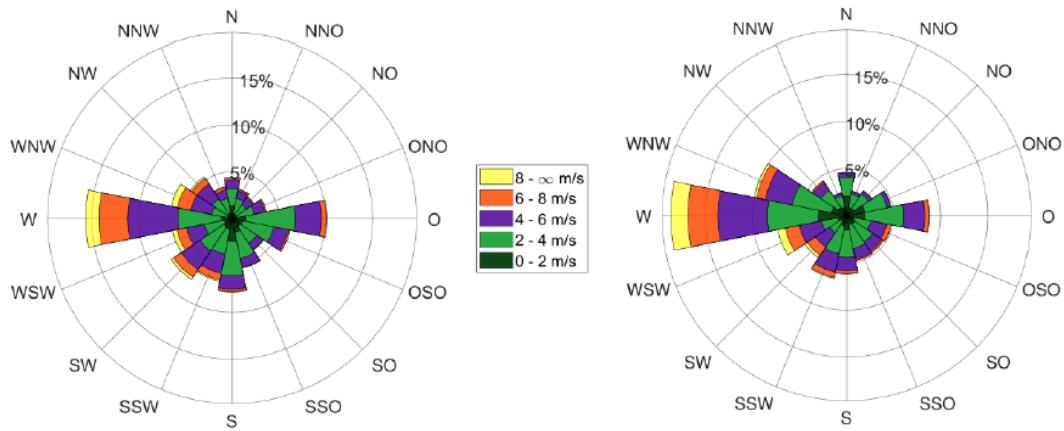


Abb. 196: Windkarten von der Wetterstation am Flughafen Berlin-Tempelhof (links) und am Flughafen Berlin-Tegel (rechts), Quelle: [190]

legt. Im Ergebnis ist die Windlast aus westlicher Richtung am größten. In Abbildung 198

| Windrichtung | $ \vec{c} _{max,Wing}$ | $u_{Wing}$        | $u_{Wing} /  \vec{c} _{max,Wing}$ | $ \vec{c} _{max,Wing} / \vec{c}(z = 23m)$ |
|--------------|------------------------|-------------------|-----------------------------------|---|
| Nord         | $4,8 \frac{m}{s}$      | $4,7 \frac{m}{s}$ | 97%                               | 88%                                       |
| Ost          | $6,1 \frac{m}{s}$      | $6,1 \frac{m}{s}$ | 100%                              | 113%                                      |
| Süd          | $2,3 \frac{m}{s}$      | $2 \frac{m}{s}$   | 87%                               | 42%                                       |
| Südsüdwest   | $3,3 \frac{m}{s}$      | $2,6 \frac{m}{s}$ | 79%                               | 61%                                       |
| West         | $6,4 \frac{m}{s}$      | $5,5 \frac{m}{s}$ | 86%                               | 118%                                      |
| Westsüdwest  | $5,2 \frac{m}{s}$      | $5,1 \frac{m}{s}$ | 98%                               | 95%                                       |
| Westnordwest | $1 \frac{m}{s}$        | $0,9 \frac{m}{s}$ | 90%                               | 18%                                       |

Abb. 197: Berechnungsergebnisse der CFD-Simulation, Quelle: [190]

ist die berechnete Umströmung der Gebäude, die aus einem Wind aus westlicher Richtung mit einer Windgeschwindigkeit von 25 m/s resultiert, dokumentiert. Wie Abbildung 198 zeigt, entspricht dies einer seitlichen Anströmung des „Rosinenbombers“. Für diese

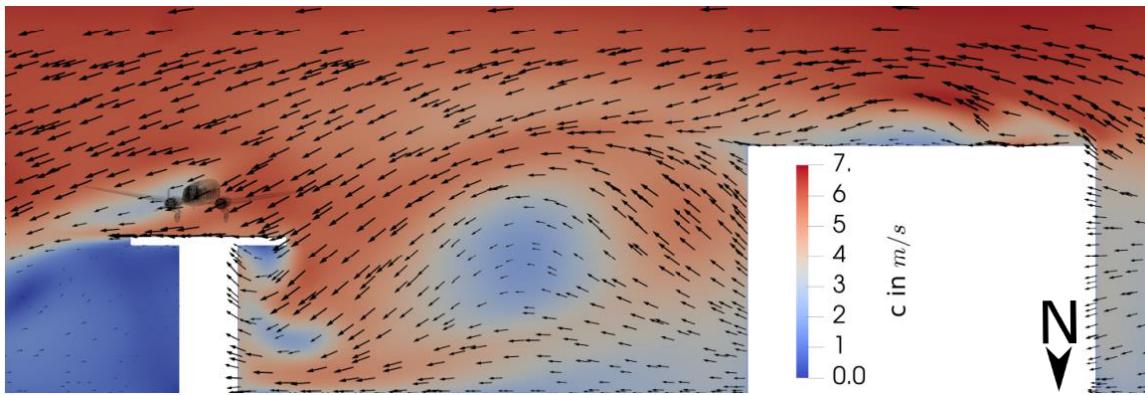


Abb. 198: Geschwindigkeitsverteilung inkl. Geschwindigkeitsvektoren bei Anströmung des Gebäudekomplexes aus westlicher Richtung mit 25 km /h, Quelle: [190]

Art der Anströmung ist ein Flugzeug am wenigsten ausgelegt und ist auch für den Rosinenbomber potentiell gefährlich, weswegen dieser Lastfall in [199] genauer untersucht wird.

**In der Projektarbeit** mit dem Titel „Untersuchung des Verformungsverhaltens der Flugzeugflügel vom Rosinenbomber (C-47) des Technikmuseums Berlin unter verschiedenen Lastannahmen“ [108] werden Gesells CAD-Modell und die Untersuchungsergebnisse aus Ruchs Masterarbeit von einer Studierendengruppe in der Lehrveranstaltung „FEM – Labor für Restauratoren und Ingenieure“, deren Dozentin die Autorin im Rahmen ihrer Vertretungsprofessur am Fachgebiet Technische Mechanik und Kontinuumsmechanik der Universität Bremen im Sommersemester 2021 ist, verwendet.

Im ersten Schritt hat die Studierendengruppe die Geometrie erstellt. Theoretisch kann dies über den Import der CAD-Datei oder im Modeler-Tool der benutzten FEM-Software „Abaqus“ erfolgen. Allerdings ist der Import der CAD-Datei wegen des zu großen Datenvolumens nicht möglich, so dass eine ungenauere Version in Abaqus modelliert wird.

Mit der Angabe der NACA-Bezeichnung kann auf der website <http://airfoiltools.com/>, letzter Aufruf: 23.09.2024 die zweidimensionale Geometrie der Profile berechnet werden. Das NACA 2215 Profil ist in Abbildung 199 zu sehen. Der Import der Funktionen

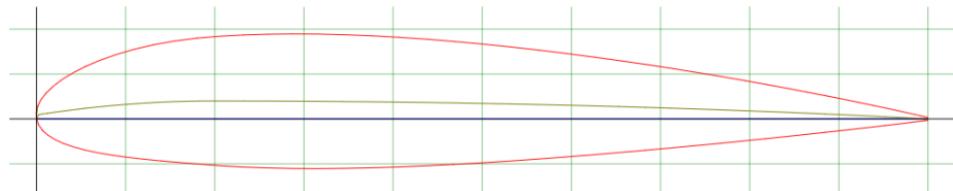


Abb. 199: Geometrie des NACA 2215 Profils, Quelle: [108]S. 4

der Geometrien der beiden Flügelprofile in das FEM-Programm wird über einen Python-Code bewerkstelligt. Die Informationen über weitere Maße für z. B. die Abstände zwischen den Holmen werden Gesells CAD-Modell entnommen und händisch in den Sketcher von Abaqus übertragen. Anschließend werden die Profile mit der Funktion „Shell Extrusi-

on“ miteinander verbunden. Die vereinfachte Geometrie in Abaqus ist in Abbildung 200 dargestellt.

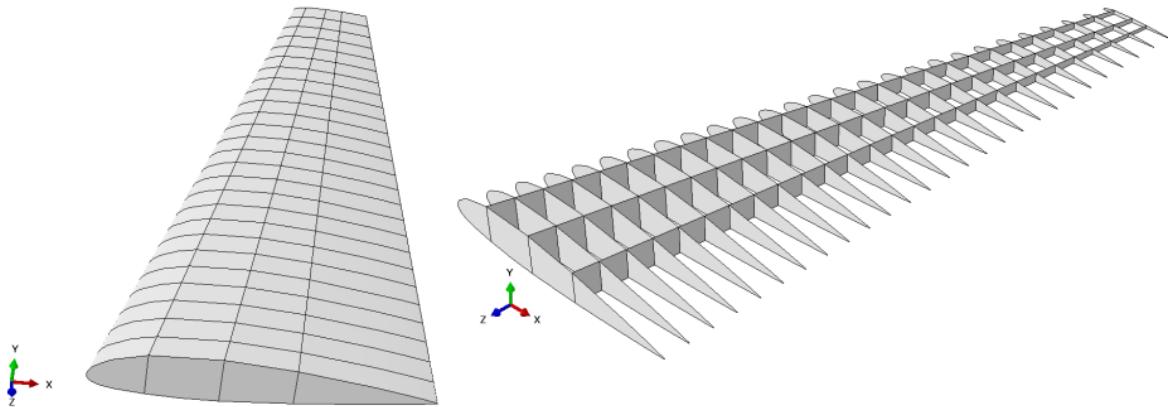


Abb. 200: Vereinfachte Geometrie des Flügels in Abaqus, Quelle: [108]S. 7

Der „Rosinenbomber“ ist technisches Kulturgut, dessen Materialien gealtert sind. Dennoch werden, da keine anderen Informationen vorliegen, die gängigen Tabellenwerte für die Aluminiumlegierung 2024 [73] genutzt.

- E-Modul:  $E = 73.000 \text{ MPa}$
- Querkontraktionszahl:  $\nu = 0,33$
- Dichte:  $\rho = 2,78 \text{ E-}9 \frac{\text{t}}{\text{mm}^3}$
- Zugfestigkeit:  $R_m = 469 \text{ MPa}$
- Streckgrenze:  $R_e = 324 \text{ MPa}$

Die Festlegung der Lagerungsbedingungen ist reiflich zu überlegen, da in dieser Projektarbeit lediglich der Flügel untersucht wird. Das Flugzeug, an dem der Flügel in der Realität befestigt ist, wird nicht betrachtet. Wohl wissend, dass der Fehler sehr groß sein kann, wird das Flügelende mit der Begründung so eingespannt, dass die Masse des Flügels und dementsprechend die Trägheitskräfte viel kleiner sind als die des Rumpfes. Lokale Effekte können demgemäß nicht berücksichtigt werden. Die Studierendengruppe hat sich in ihrem Projekt mit der Untersuchung des Flügels im terrestrischen Gravitationsfeld befasst, welches schließlich durch die Beschleunigungskonstante  $g = -9810 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$  berücksichtigt worden ist.

Der nächste von der Studierendengruppe untersuchte Lastfall betrifft die Anströmung des Flugzeuges mit dem natürlichen Wind. Aus [190] werden die Windgeschwindigkeiten in Abhängigkeit der Windrichtung entnommen und in Staudrücke umgerechnet, die in Tabelle 201 dokumentiert sind. Der dritte von den Studierenden berücksichtigte Lastfall sind die Seilkräfte. Die Werte und Richtungen stammen aus Messungen durch Kraftsensoren, die an den Seilen montiert sind. Die Messdaten werden vom Museum zur Verfügung gestellt.

Zusammenfassend werden die Lastangriffsorte in Abbildung 202 dargestellt.

| Windrichtung | Windgeschwindigkeit [10]     | Staudruck $p = \frac{\rho}{2} u^2$ |
|--------------|------------------------------|------------------------------------|
| Nord         | $u_{Nord} = 4,7 \frac{m}{s}$ | $p_{Nord} = 13,53 \text{ Pa}$      |
| Ost          | $u_{Ost} = 6,1 \frac{m}{s}$  | $p_{Ost} = 22,79 \text{ Pa}$       |
| West         | $u_{West} = 6,4 \frac{m}{s}$ | $p_{West} = 25,0 \text{ Pa}$       |

Abb. 201: Angenommene Windgeschwindigkeiten und Staudrücke, Quelle: [108], S. 10

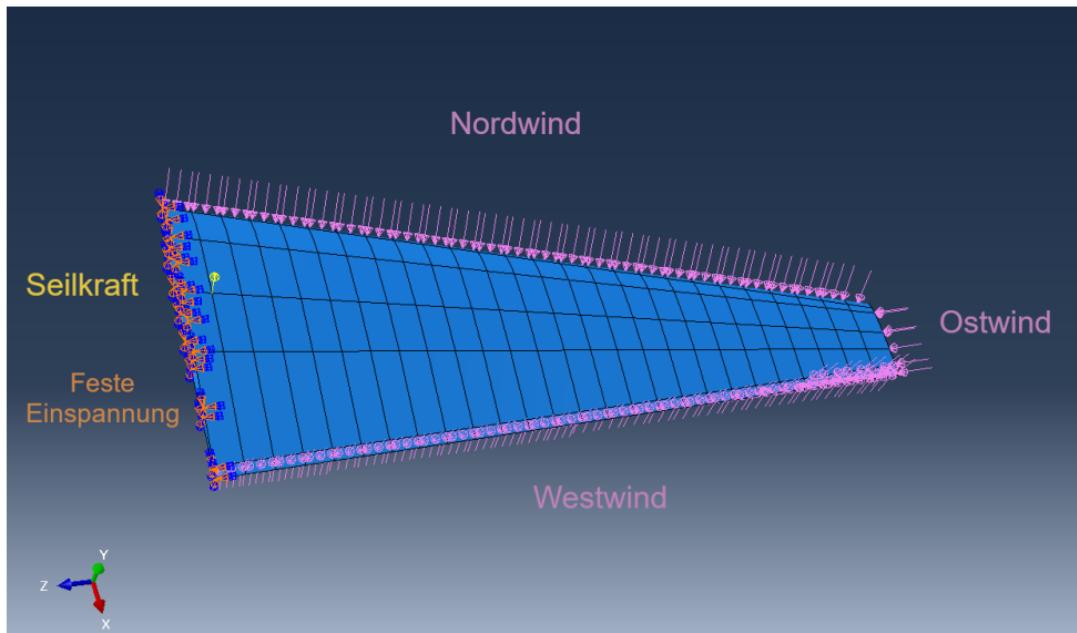


Abb. 202: Lastangriffsorte, Quelle: [108], S. 11

Da die Geometrie eine extrudierte Schale ist, werden zur Bildung des FEM-Netzes vierseitige Schalenelemente verwendet werden. Der vernetzte Flügel ist in Abbildung 203 dargestellt.

Im Ergebnis besitzen die Seilkräfte den größten Einfluss auf das Verformungsverhalten des Flügels. Die Rechnungen ergeben eine plastische Verformung des Materials ab einer Seilkraft von 355 kN. Die entsprechende Verformung des Flügels ist in Abbildung 204 dokumentiert. Die Rechnungen ergeben außerdem, dass die Windrichtungen keinen Einfluss auf das Verformungsverhalten des Flügels besitzen.

In der Bewertung des Projektes handelt es sich bei den Ergebnissen um eine erste Einschätzung, da wegen Zeitmangels das Modell stark simplifiziert ist.

**In der Bachelorarbeit [199]** befasst sich Schlesier im Jahr 2022 am Fachgebiet für Experimentelle Strömungsmechanik der TU Berlin mit der Umströmung des „Rosinembombers“ und nutzt dafür ebenfalls die von Ruch erzeugt Daten. Im Gegensatz zu der Studierendengruppe werden hier die auf das Flugzeug wirkenden Kräfte durch eine An-

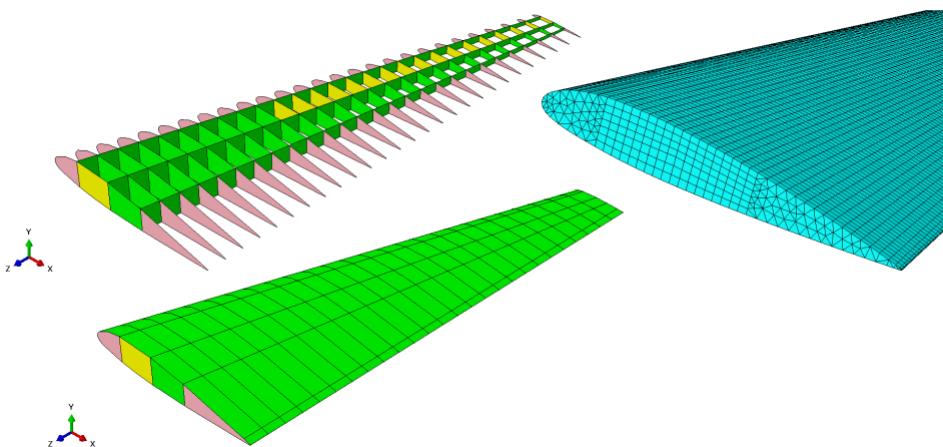


Abb. 203: Vernetzter Flügel, Quelle: [108], S. 12

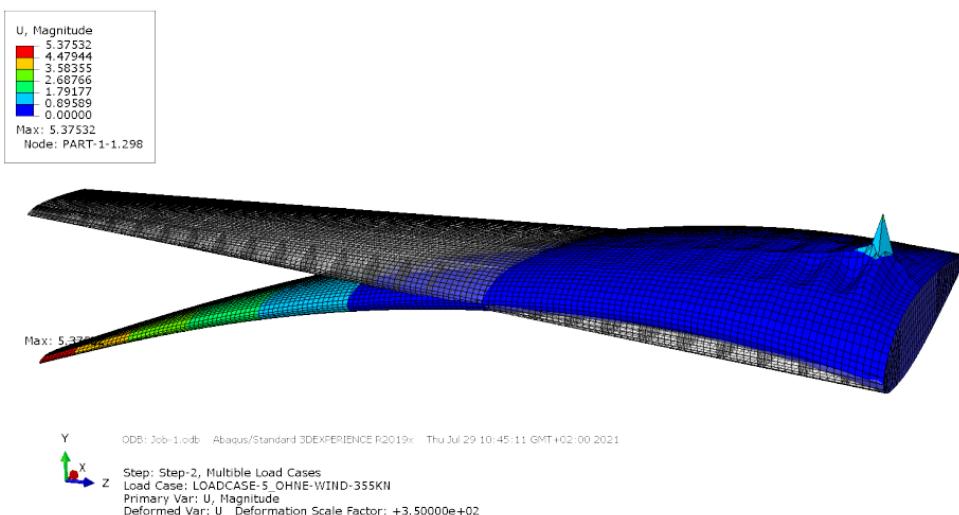


Abb. 204: Verformter Flügel als Resultat der Belastung mit einer Seilkraft in Höhe von 355 kN, Quelle: [108], S. 14

strömung aus westlicher und frontaler Richtung mit Hilfe der CFD durchgeführt. Insbesondere werden unterschiedliche Anströmgeschwindigkeiten betrachtet und bewertet.

Zuerst wird hierfür auf der Oberfläche einer vereinfachten Version von Gesells CAD-Modell mit cfMesh ein kartesisches Gitter generiert. Die Vernetzung ist in Abbildung 205 gezeigt. Die aus der CFD-Simulation berechnete Druckverteilung, die auf das Flugzeug wirkt, ist in Abbildung 206 dargestellt. Die entstehenden Wirbel verursachen zusätzlich zum Staudruck, wie er von der Projektgruppe berücksichtigt worden ist, eine Schwingungsanregung. Das Fourier-Spektrum der Anregung wird in Abbildung 207 dargestellt. Mit den Arbeiten von Herrn Ruch und Herrn Schlesier sind die Lastfälle des „Rosinenbombers“, die durch die Windanströmung verursacht wird, sehr gut untersucht. Die Ergebnisse können nun in weiterführende Strukturuntersuchungen eingehen.

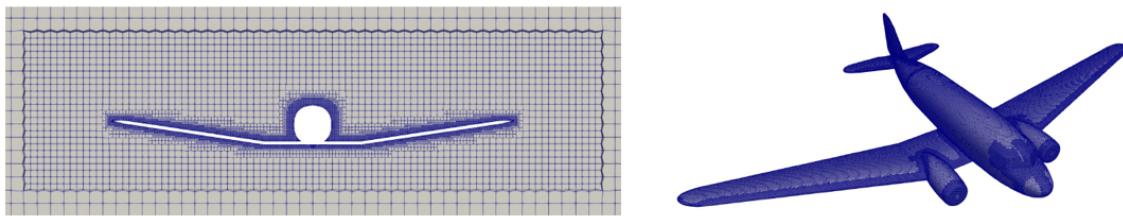


Abb. 205: CFD-Netz der Umgebung des Flugszeugs und auf der Oberfläche des Rosinembombers, Quelle: [199], S. 17/18

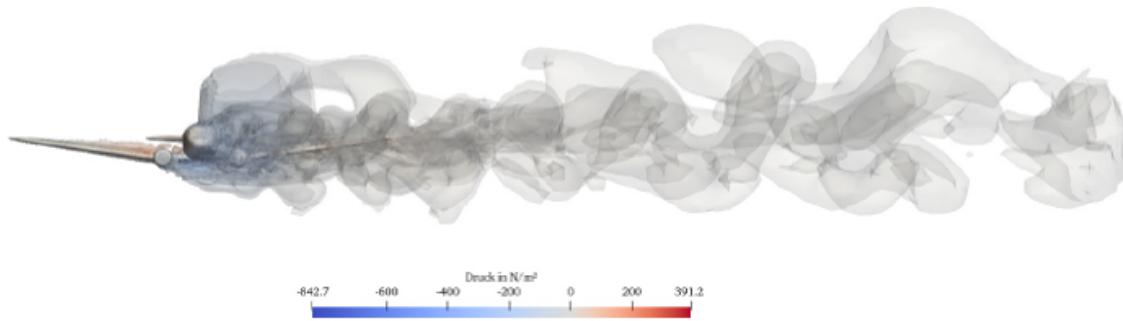


Abb. 206: Druckverteilung (Q.Kriterium) bei westlicher Anströmung mit 25 m/s, Quelle: [199], S. 42

**Die Masterarbeit [100]** von Karahan untersucht tiefergehend die Falten- und Beulenbildung am Flugzeug vom Typ C-47 mittels der Finiten Elemente Methode. Dies bedeutet, dass der Fokus auf der plastischen Verformung liegt. Die dynamische Belastung wird vernachlässigt. Die Bachelorarbeit wird im SoSe 2022 gemeinsam von Prof. Kurzeja, seinerzeit Vertretungsprofessor am Fachgebiet Technische Mechanik und Kontinuumsmechanik an der Universität Bremen, und Dr. Mehrafza, wissenschaftlicher Mitarbeiter ebendort, sowie von Prof. Kerstin Kracht, ihrerzeit Gastprofessorin für die Mechanik Kunsterwerken und Kulturobjekten am Fachgebiet Kontinuumsmechanik und Materialtheorie, TU Berlin, betreut.

Die Leichtbauweise mit Spanten und Stringern ist eine Weiterentwicklung der Fachwerkbauweise. Sie wird auch Holm-Rippenbauweise genannt und ist seit Mitte der 1930er Jahr die klassische Form des Aufbaus beispielsweise eines Tragflügels. Diese Weiterentwicklung ist wegen der erwarteten höheren Fluggeschwindigkeiten und den damit verbundenen höheren Belastungen notwendig geworden. Durch Vernietung der verstifenden Elemente (Holme, Stringer, Rippen) mit den Hautfeldern, so wie es bei dem „Rosinenbomber“ der Fall ist, werden Lasten auch auf die Hautfelder abgetragen. Des Weiteren werden die Leerräume in den Flügeln als Kraftstofftanks genutzt (Funktionsintegrität der Strukturen).

Die Falten bzw. Beulen an der Außenhaut der Flügelunterseite der C-47 (siehe Abbildung 191, rechts) sind Schädigungen in Form von Schubbeulen. Diese geben einen indirekten Hinweis auf die Belastung des Flugzeugs und die Ursache der Schädigungen. Ist die Belastung bekannt, kann auf die Gefährdung des Objektes und die Gefahr, die von dem Objekt ausgeht, geschlossen werden. Der Fokus liegt demnach auf die Untersuchung des Beulverhalten der Hautfelder. Hierfür werden zwei Berechnungsmodelle erstellt. Zuerst

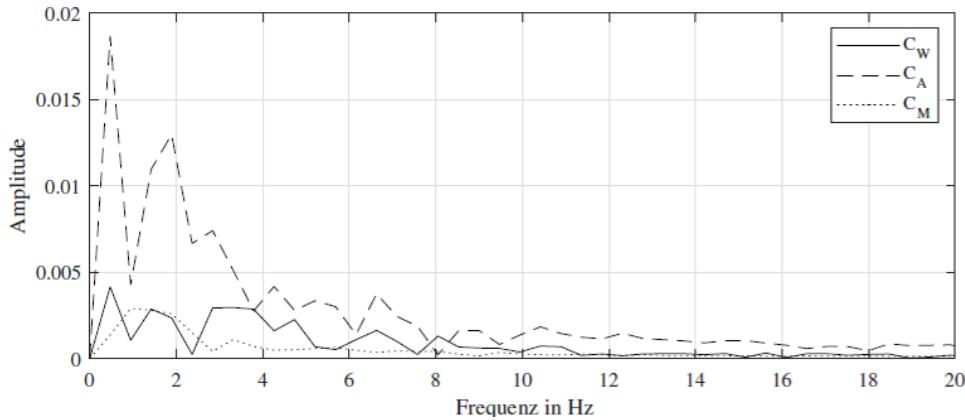


Abb. 207: FFT des zeitlichen Verlaufes der Kraftbeiwerte, Quelle: [199], S. 40

wird eine lineare statische Analyse an dem abgespannten Gesamtsystem, welches in Abbildung 208 dargestellt ist, durchgeführt. Aufgrund der Komplexität der Geometrie wird eine vereinfachtes Modell untersucht. Anschließend werden lineare Beulanalysen an einem

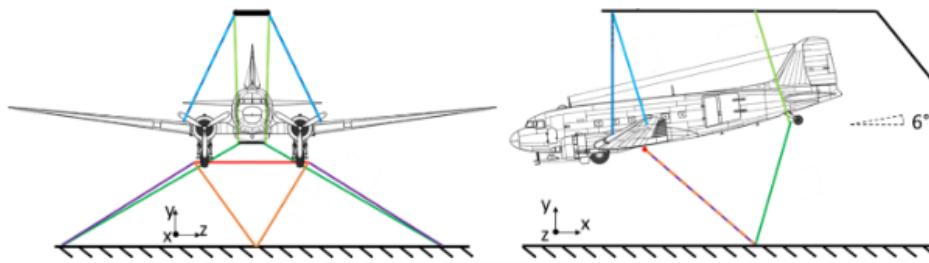


Abb. 208: Modell des abgespannten Gesamtsystems, Quelle: [100], S. 45

Ausschnitt der Beulzone durchgeführt. Für diese Submodellanalyse werden die Ergebnisse aus der Analyse des Gesamtsystems benutzt.

Die in der statischen Analyse betrachteten Lastfälle des Gesamtsystems, sind in Abbildung 209 dokumentiert. Die Vorspannung kann nicht zur selben Zeit aufgebracht werden, wie die übrigen Lasten. Die Reihenfolge der Analyseschritte ist: 1. Aufbringen der Gravitation, Wind- und Schneelast und Einführen einer temporären Randbedingung, 2. Aufbringen der Vorspannkräfte der Stahlseile und 3. Fixieren der Seillänge und Deaktivieren der temporären Randbedingung.

Die temporäre Randbedingung ( $u = 0, w = 0$ ) an einem Knoten des Hecks in der Symmetrieebene des Flugzeugs) ist ein „notwendiges Übel“, damit die Simulation konvergiert. Die Flugzeugkomponenten werden mit dem vier knotigen, reduziert integrierten Schalenelement (Abaqus interne Bezeichnung: S4R) vernetzt und die Stahlseile mit zwei knotigen linearen Stab-Elementen (Abaqus interne Bezeichnung: T3D2).

Die Beulzone an der Flügelunterseite und die zu analysierenden Submodelle sind in Abbildung 210 dokumentiert. Für die Vernetzung der Submodelle werden vier knotige, voll integrierte, Schalenelement (Abaqus interne Bezeichnung: S4) verwendet. Zur Festlegung der Elementdichte des Netzes des Gesamtsystems und des Subsystems werden Netzstudien durchgeführt. Dabei werden Genauigkeit und Aufwand gegeneinander abgewogen.

## 9 Projekte an Hochschulen und Universitäten

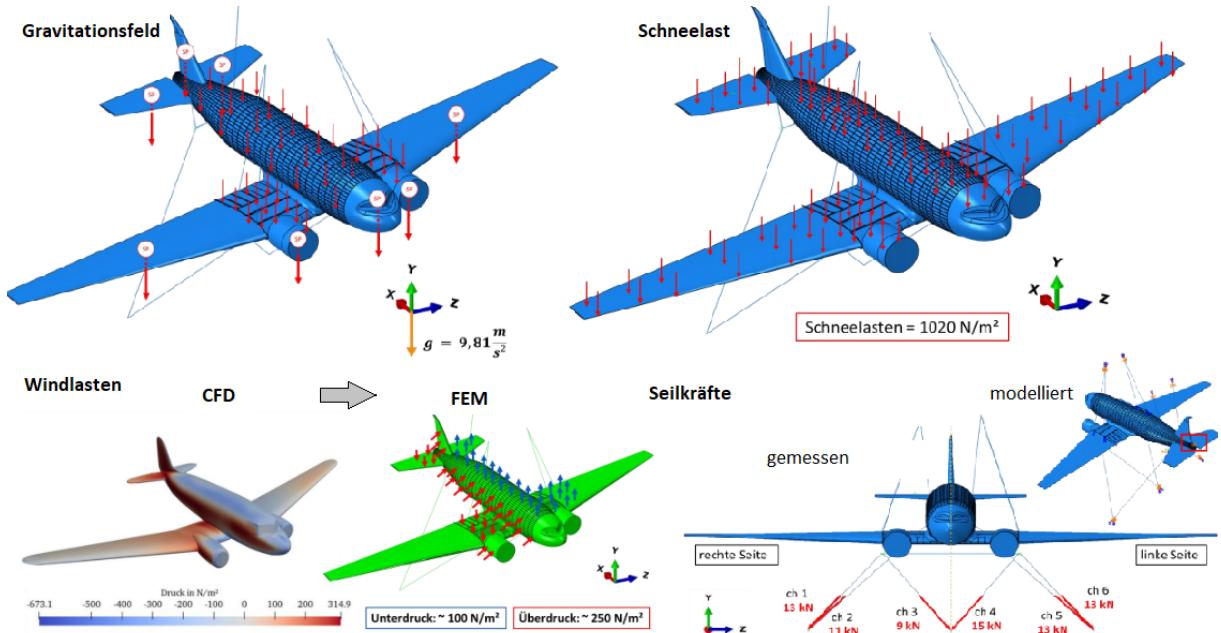


Abb. 209: Lastfälle in der statischen Analyse des Gesamtsystems, Quelle: [100], S. 52-58

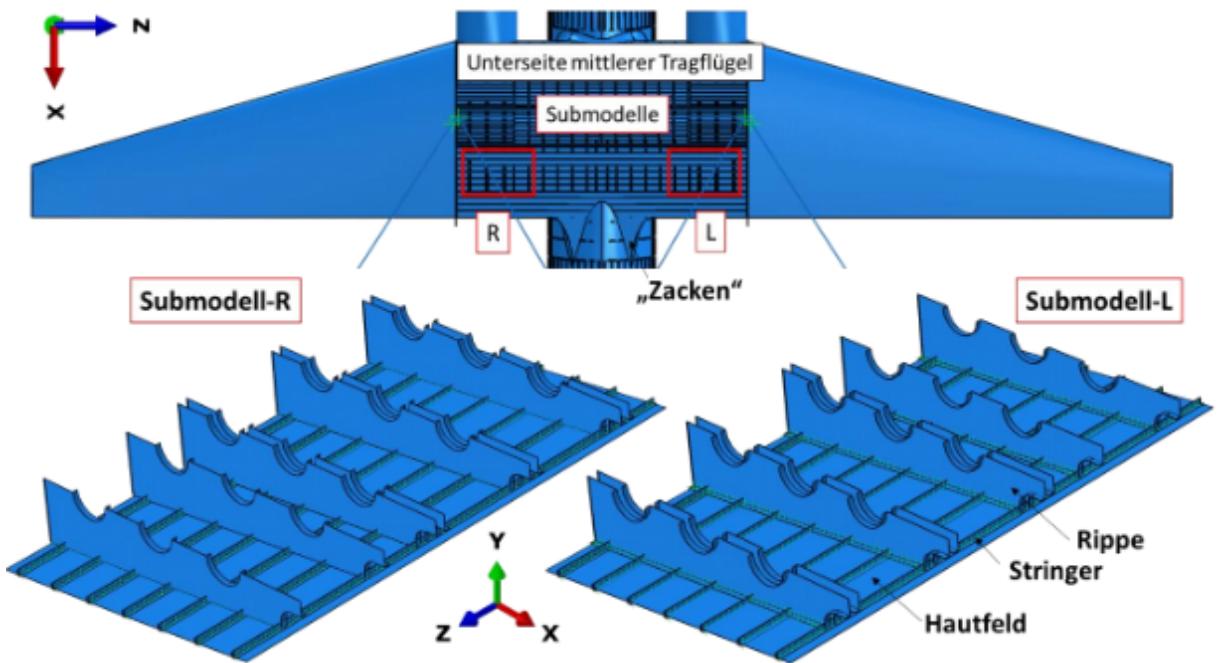


Abb. 210: Beulzone und Subsysteme für die lineare Beulanalyse der C-47, Quelle: [100], S. 59

Da der genaue Lastfall, der für die Bildung der Schubbeulen ursächlich ist, unbekannt ist, werden verschiedene symmetrische und asymmetrische Lastfälle gerechnet. Im Ergebnis wird gezeigt, dass

1. Schneelasten zu Druckbeulen führen und dementsprechend eher nicht Ursache des Schadensbild sein kann.

2. Schubbeulartige Beulen bilden sich bei höheren asymmetrisch und symmetrisch wirkenden Vorspannungskräften aus. Laut Rechnung können diese nicht nur durch die statischen Vorspannkräfte entstehen sondern auch durch eine hohe Windlast aus westlicher Richtung, die ein Kippen bzw Schrägstellen des Flugzeuges hervorruft.
3. Die aktuell wirkenden Seilvorspannkräften im Zusammenhang mit der Gravitation und den angenommenen Windlasten stellen kein weiteres Risiko für die Verschlimmerung des Schadensbild dar.

Diese Ergebnisse beruhen auf einer linearen statischen Analyse. Im nächsten Schritt sollen Nichtlinearitäten und die dynamische Anregung durch Wirbelbildung und spielende Kinder untersucht werden.

Anmerkung: Die Forschungsuntersuchungen an dem „Rosinenbomber“ haben zu der Bachelorarbeit [102] (Zusammenfassung in [103]) geführt. In dieser Arbeit untersucht Kellner die Möglichkeiten für die Schwingungsisolation eines Tisches zur Präsentation des Lilienthal-Gleites am Deutschen Museum in München.

## 9.4 Verpackungsanalyse und -entwicklung

„Welches Risikopotential besitzt eine Fahrt mit dem luftgefedernten LKW durch Berlin in Bezug auf die Schädigung von Keramikprobekörpern?“ Mit dieser Frage beschäftigt sich Eichmüller, Studierende der Restaurierung, in ihrer Masterarbeit [43] im Jahr 2014/15 an der HTW Berlin. Die in Kooperation mit der TU Berlin angefertigten und in Abbildung 211 gezeigten Probekörper besitzen eine leicht zu modellierende Geometrie, die Soll-Bruchstellen aufweist. Die Soll-Bruchstellen entstehen durch die Kerbwirkung. Aufgrund

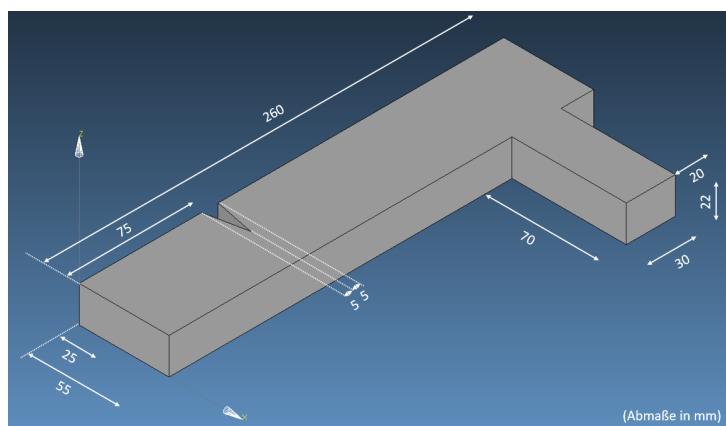


Abb. 211: Geometrie des Probekörpers

der kleinen Fläche in und um Ecken und scharfen Kanten entstehen Spannungsspitzen. Spannungsoptische Untersuchungen zeigen der Studierenden sehr anschaulich die prinzipielle Verteilung der mechanischen Spannungen in Abhängigkeit der Geometrie, wie in Abbildung 212 zu sehen ist.

Die Beanspruchung der Objekte hängen u. a. von der Verpackung, der Art des Lkws und der Positionierung im Laderraum ab. Zur Festlegung der Verpackung gemäß dem Stand der Technik werden zwei Restauratoren und zwei Berater verschiedener Kunstransportvereure



Abb. 212: Spannungsoptische Untersuchungen

in problemzentrierten Interviews befragt. Das realisierte Ergebnis der Befragung ist in Abbildung 213 dokumentiert.



Abb. 213: Realisierte Transportkiste, Quelle: [43]

Die äußere Hülle ist eine stabile, verschraubbare Kiste aus Stabsperrholz (Tischlerplatte gemäß DIN 68705-2.). Die erste innere Schicht besteht aus 40 mm starken Neopolen-Platten. Im Zentrum der Kiste sind die Probekörper, die mit Polyethylenschaumstoff umhüllt sind (Abbildung 213, rechts), aufrecht positioniert. Leerräume in der Kiste sind mit geknölltem Packpapier ausgefüllt.

Der Standard im Kunsttransportwesen ist die Nutzung von luftgefedernten Lkws. In der Praxis werden die Kisten üblicherweise an der Wand des Laderraumes befestigt, obwohl die Positionierung im Schwerpunkt der Ladefläche zu den kleinsten Anregungen führt.

Der Versuchsaufbau zur Messung der Schwingungen, die während des innerstädtischen Transportes auf die Ladefläche und die Kiste wirken, ist in Abbilung 214 dokumentiert.

Zusätzlich werden Probekörper, die lediglich in eine Schaumstoffmasse geklemmt werden,



Abb. 214: Versuchsaufbau für die Betriebsschwingungsanalyse während eines innerstädtischen Realtransports [43], Foto: G. Eichmüller

in der Mitte der Ladefläche fixiert und mit Sensoren ausgestattet. In Abbildung 215 sind der mit dem Geophon in vertikaler Richtung gemessene Peak- und RMS-Zeitverlauf (oben) und das entsprechende Autoleistungsdichtespektrum (unten) einer 73-minütigen Fahrt durch Berlin dokumentiert. Für die Eruierung des Schädigungspotentials werden alle Materialveränderungen phänomenologisch erfasst. Nach der Fahrt wird bei jedem Objekt eine Untersuchung auf Risse gemäß [259] durchgeführt, welche sich auf Phänomene an der Oberfläche beschränkt. Die Risse werden in Abhängigkeit der Form, Länge, Breite und Verlauf bewertet. Die Rissuntersuchungen werden mit Hilfe eines Mikroskops erfasst.

Im Ergebnis treten Schadensbilder in Form von Haarrissen bis zu einer Breite von 0,1 mm auf. Bei den verpackten Probekörpern treten insgesamt 4 Risse bei 3 Prüfkörpern auf und bei den unverpackten 5 Risse bei ebenfalls 3 Prüfkörpern. Das Schädigungspotential bei den unverpackten Objekten ist demnach geringfügig höher als bei den verpackten Objekten.

Im nächsten Schritt wird die Ursache für das nicht überzeugende Ergebnis in Bezug auf die Verpackung hinterfragt. Da die Anzahl der Sensoren, die während eines Realtransportes verbaut werden können, aufgrund von Energie- und Speicherplatzmangel begrenzt ist, wird in einem Umweltlabor (paconsult, Hamburg) eine Transportsimulation durchgeführt. Der Versuchsaufbau der Transportsimulation ist in Abbildung 216 (oben) dokumentiert.

Um die Untersuchungsergebnisse des Realtransportes mit den Beobachtungen der Transportsimulation vergleichen zu können, müssen die Randbedingungen und die Anregung der Keramikkörper und Transportkiste in beiden Fällen möglichst gleich sein. In beiden Fällen wird die Transportkiste mit den Keramikkörpern mit einem Transportband befestigt.

## 9 Projekte an Hochschulen und Universitäten

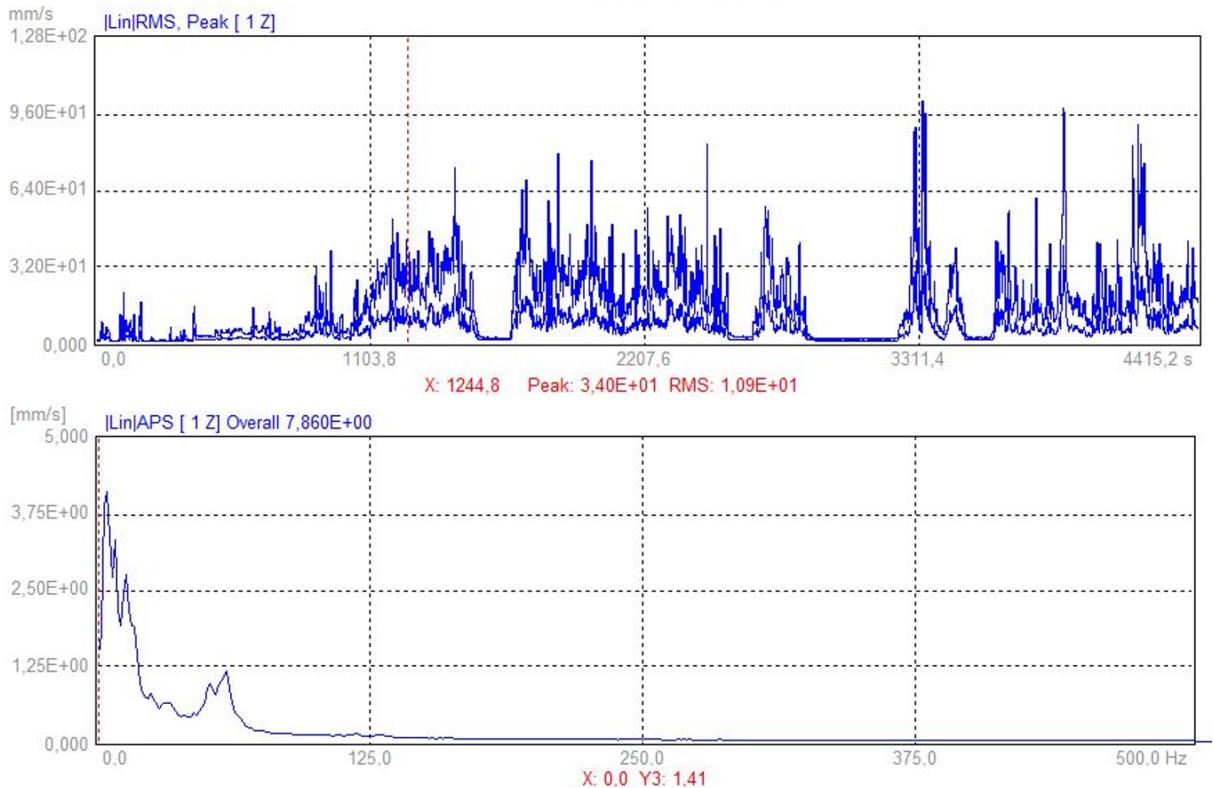


Abb. 215: RMS- und Peakverlauf (oben) und zugehöriges Autoleistungsdichtespektrum des vertikal messenden Geophons (unten), Quelle: [43]

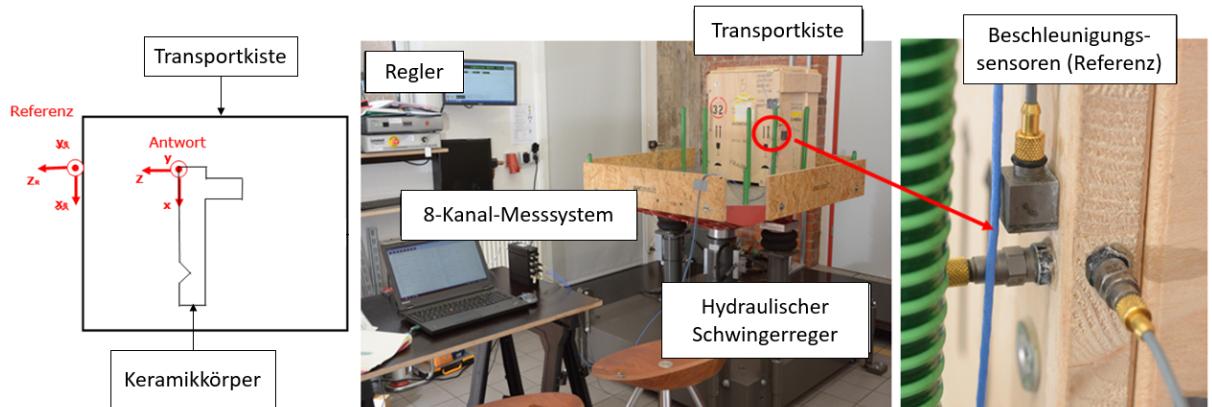


Abb. 216: Simulation eines innerstädtischen Transportes auf dem Shaker

Die während des Realtransports auf der Ladefläche gemessenen Daten werden in ein gemitteltes und gefiltertes Leistungsdichtespektrum (PSD) umgerechnet. Das PSD ist in Abbildung 216 (unten) gezeigt.

Die gemessenen maximalen Übertragungsfaktoren zwischen Objekt und Kiste sind in Abbildung 218 dokumentiert.

Die Übertragungsfaktoren geben eine maximale Verstärkung mit einem Faktor von 21,7 in x-Richtung bei 42,5 Hz an. Die kleinste Eigenkreisfrequenz des frei gelagerten Objektes ist etwa 1200 Hz. Die Anregungsfrequenz zeugt demnach von einer Resonanz, die durch

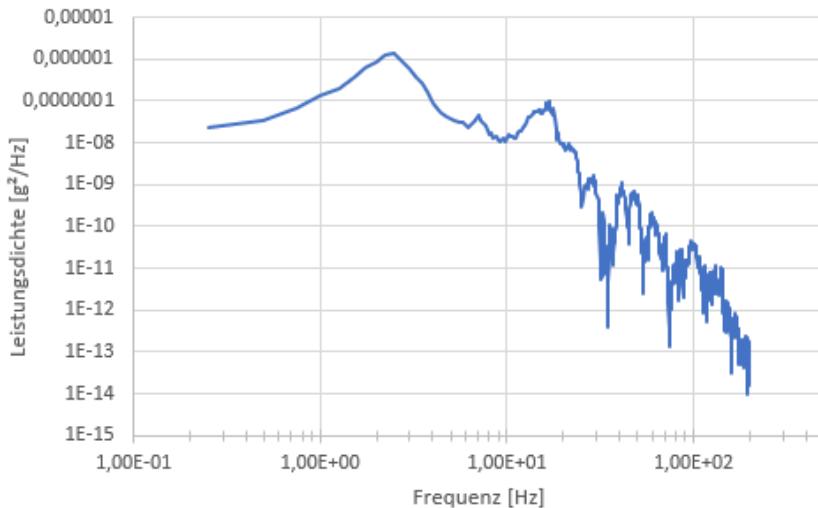


Abb. 217: Simulation eines innerstädtischen Transportesportes auf dem Shaker, PSD zur Vorgabe der Belastung bei der Transportsimulation (unten), Bilder: K. Kracht

| Übertragungsfunktion                        | Frequenzen / Frequenzbereich                          | Faktor                    |
|---|---|---------------------------|
| $\mathcal{F}\{x(t)\}/\mathcal{F}\{x_R(t)\}$ | 3 bis 70 Hz<br>Peak 42,5 Hz                           | 12<br>21,7                |
| $\mathcal{F}\{y(t)\}/\mathcal{F}\{y_R(t)\}$ | 7,5 bis 70 Hz<br>Peaks bei 7,5 Hz,<br>15 Hz,<br>27 Hz | 1,2<br>1,25<br>1,5<br>2,1 |
| $\mathcal{F}\{z(t)\}/\mathcal{F}\{z_R(t)\}$ | 3 bis 125 Hz<br>Peaks bei 15 Hz,<br>20 Hz,<br>40 Hz   | 0,7<br>1<br>1,4<br>1,4    |

Abb. 218: Maximale gemessene Übertragungsfunktionen

die Verpackung verursacht wird. Diese Anregung belastet den Probekörper entlang seiner Längsachse und verursacht eine Nickbewegung des Kopfes. Je nach tatsächlicher Anregung ist eine Schädigung vorstellbar.

Nach der Transportsimulation werden die Untersuchungen nach [259] mit dem Mikroskop erneut durchgeführt. Diese ergeben bei den verpackten Prüfkörpern 10 Rissbildungen bei 3 Objekten und bei den unverpackten Prüfkörpern 11 Rissbildungen bei 3 Objekten. Die Prüfkörper sind dieselben wie bei der innerstädtischen Fahrt. Die entstandenen Rissbilder sind entsprechend kumulative. Das Ergebnis in Bezug auf das Schädigungspotential ist demzufolge das gleiche wie nach dem innerstädtischen Transport.

Das Design einer Verpackung für ein Objekt mit Spannungsspitzen, die durch die Geometrie verursacht wird, wird in dem nachfolgend beschriebenen Projekt “Custom 3D-printed packaging solutions for artwork by the example of a Nefertiti replica“ aufgegriffen.

**Die Büste der Nofretete** ist gemäß dem Deutschen Kulturgesetz nicht transportfähig. Dieses Urteil resultiert aus den umfangreichen Untersuchungen im Rathgen-Forschungslabor, Berlin, u. a. im Zeitraum von 02/2009-02/2011. Aber die zahlreichen und zum Teil kostspieligen Repliken der Büste werden verkauft und transportiert. Eine der beliebtesten

## 9 Projekte an Hochschulen und Universitäten

Varianten ist die Nachbildung aus der Gipsformerei der Staatlichen Museen zu Berlin (SMB), die auf der Verwendung modernster 3D-Scan-Technik basiert.

Studierende der Laborveranstaltung „3-D Druck in der Mechanik“ im WiSe 2020/21 haben die Aufgabe übernommen, eine Verpackung für ein 9 cm hohe Nachbildung der Büste mit Hilfe der 3-Drucktechnik zu entwickeln, zu realisieren und zu testen. Der Designprozess und die Ergebnisse sind in [209] und [210] dokumentiert. Die Nachbildung ist in Abbildung 219 gezeigt.



Abb. 219: Nachbildung der „Büste der Nofretete“, Höhe: 9 cm, Material: Zellan, Fotos: K. Kracht

Ausgangspunkt sind die Erfahrungen und Ergebnisse aus Eichmüllers Masterarbeit [43], die attestieren, dass das Risikopotential eines innerstädtischen Transportes für ein Objekt in einer Schutzverpackung gemäß dem Stand der Technik ungefähr genauso groß ist wie für ein unverpacktes. Ein Defizit ist der mangelnde Halt in der Verpackung, der durch die Umhüllung der Objekte mit Polyethylenschaumstoff hergestellt wird. Der 3-D Druck kann eine passgenaue Halterung ermöglichen. Voraussetzung hierfür ist die hochgenaue digitalisierte Geometrie des Objektes.

Für die Messung der Geometrie des Objektes stehen vier optische Verfahren zur Verfügung: 1. ein Laserscanner am Deutschen Technikmuseum in Berlin, 2. der DSLR scan am Fachgebiet, 3. Open scan und 4. mobile scan. Die sind in Abbildung 220 dokumentiert. Der professionelle Laserscanner wird als genauestes Messmittel identifiziert. In Abbildung 220 werden die Abweichungen von diesem Messergebnis deutlich.

Um die hauptsächlichen Gefährdungsbereiche des Objektes zu bestimmen werden zwei Analysen durchgeführt. Zunächst wird das Bruchverhalten an einem Duplikat des Objektes physisch studiert, indem es aus einer Höhe von 20 cm fallen gelassen wird. Das Ergebnis ist in Abbildung 221 zu sehen. Die zweite Untersuchung ist eine experimentelle Modalanalyse. Der Versuchsaufbau mit einem zweiten Duplikat des Objektes ist in Abbildung 222 gezeigt. Da es sich nicht um ein wertvolles Original handelt, wird auf komplizierte berührungslose Anregungs- und Messtechnik verzichtet.

Die ersten drei Eigenformen sind in Abbildung 223 dargestellt. Alle drei Eigenformen zeigen, dass der Hals, ähnlich wie die Beine des Turbanschneckenpokals in Abschnitt 8.1, als Bindeglied zwischen Sockel und Kopf fungiert. Die größten Torsionswinkel und

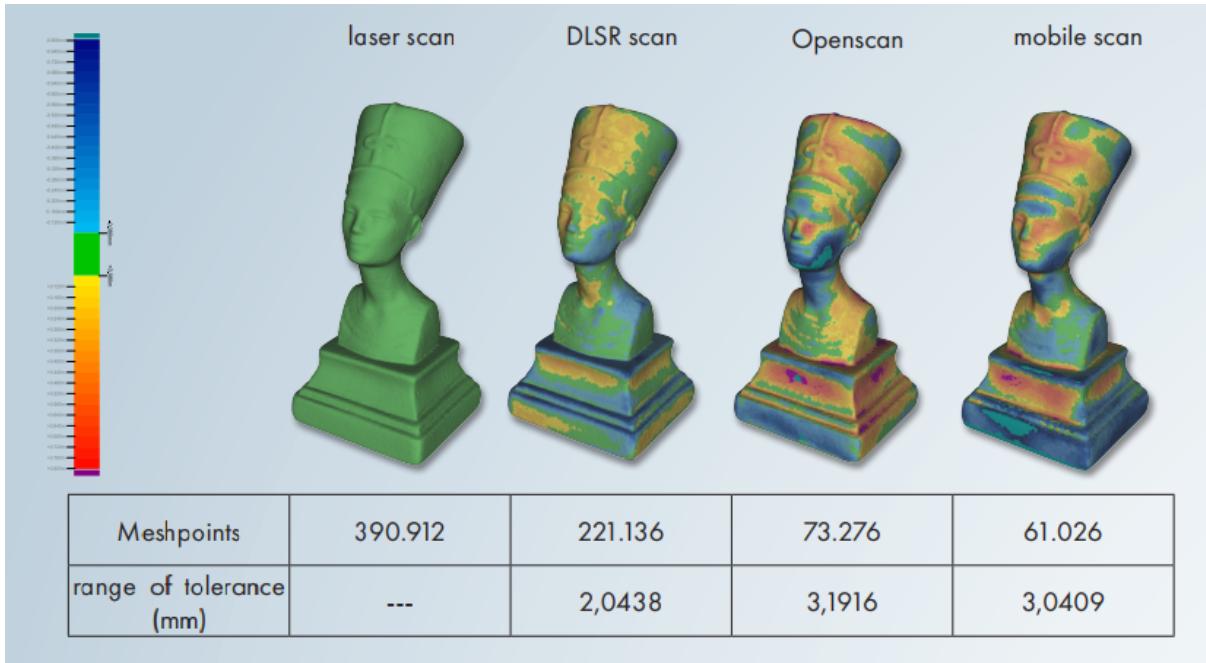


Abb. 220: Ergebnisse der Geometrie-Digitalisierung mit Angabe der Abweichungen von den Messungen mit dem Laserscanner, Quelle: [210]



Abb. 221: Brüche durch physische Bruchanalyse, Fotos: K. Kracht

Krümmungen sind also in diesem Bereich zu finden. Mit diesem Resultat erklärt sich auch das Schadensbild in Abbildung 222.

Hieraus folgt, dass die die Figur umschließende Verpackung so formschlüssig sein muss, dass der Halsbereich mindestens nicht zusätzlich belastet wird. Mit dieser Erkenntnis und dem Wissen, dass auch der Laserscanner eine gewisse Fehlertoleranz besitzt, werden zwei Ansätze für Verpackungen entwickelt.



Abb. 222: Versuchsaufbau für die experimentelle Modalanalyse an einem Duplikat der Nofretete-Nachbildung

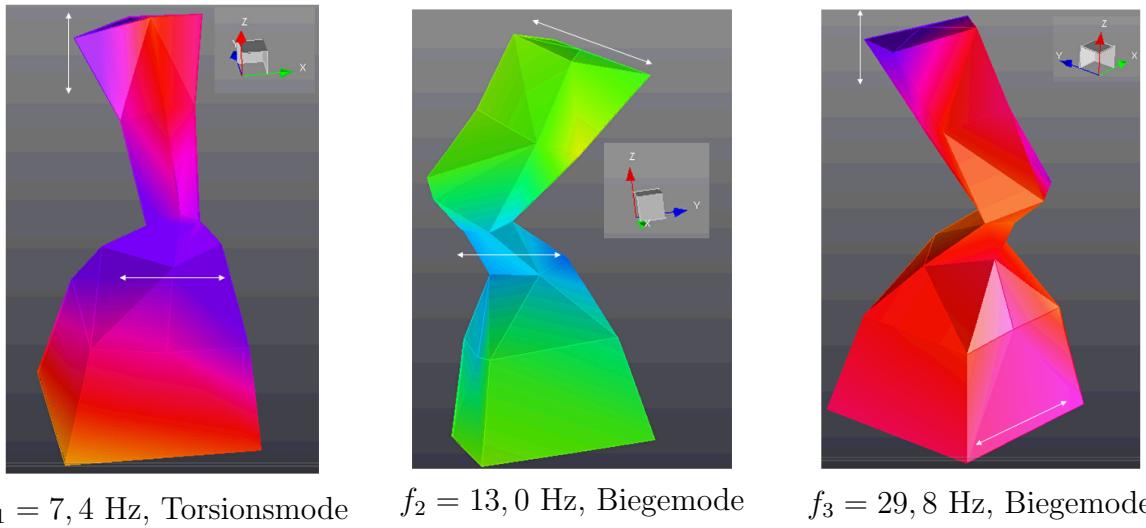


Abb. 223: Erste drei Eigenformen des Nofretete-Nachbildung

Beide Ansätze sehen eine quaderähnliche, in der Mitte geteilte Umverpackungen vor. Jeder Hälfte beider Umverpackungen besitzen eine vergrößerte Aussparung mit den Umrissen der Figur. Die Passgenauigkeit wird mit Ansatz 1 durch Stege, die in die Aussparungen eingeschoben werden, bewerkstelligt. Ansatz 2 sieht eine 5 dicke elastische Schicht vor. Beide Verpackungen sind in Abbildung 224 dargestellt. Die jeweiligen beiden Hälften werden mit M6 Schrauben miteinander verbunden.

Gemäß der Anforderungsliste in [209] (S. 12) sollen beide Verpackungen den mechanischen Anforderungen nach dem ISTA 6 Testprotokoll [91] genügen. Ein Test zum Ausschluss schädlicher Ausgasungen schließt dies nicht mit ein.

Für eine Abschätzung der Beanspruchung des Objektes in den beiden Verpackungen, wird eine FEM-Analyse durchgeführt. Dazu werden die digitalisierte Geometrie des Ob-



Abb. 224: 3-D gedruckte Verpackungen zur Halterung der Nofretete-Nachbildung (Abbildung 219), [209]

jetes und die CAD-Zeichnung der Verpackungen in das FEM-Programm SamcefField v. 17.4 importiert. Die Nofretete-Nachbildung und die voluminösen Teile der Verpackungen werden mit Volumenelementen vernetzt. Die Stege der Verpackung 1 werden mit Schalen-Elementen vernetzt.

Für die Materialdaten stehen nur Anhaltspunkte zur Verfügung. Jegliches Material wird als isotrop angenommen. Für genauere Daten wird sowohl mit der Verpackung als auch mit dem Objekt ein Model-Updating durchgeführt. Im Vorfeld wird auch an der Verpackung eine experimentelle Modalanalyse vorgenommen. Die anzupassenden Parameter sind die Dichte und das E-Modul. Die jeweilige Eigenfrequenzen sind die Soll-Größen des Prozesses. Einige Ergebnisse sind in Abbildung 225 dokumentiert.

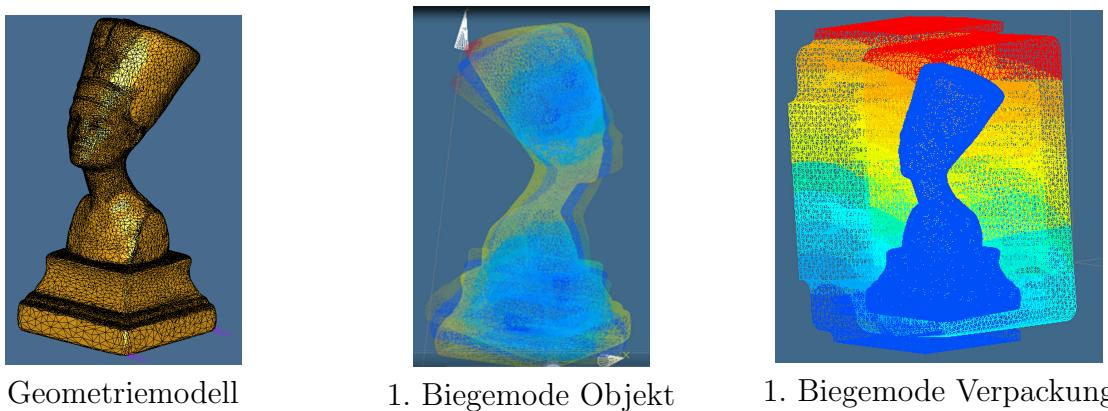


Abb. 225: Ergebnisse der FEM-Analyse:  $f_1^{\text{Objekt}} = 1800 \text{ Hz}$ ,  $f_1^{\text{Pack}} = 455 \text{ Hz}$

Die Ergebnisse der simulativen Modal-Analyse zeigen, dass die Übertragungsfaktoren zwischen Objekt und Verpackung zu groß sind. Schädigungen des Objektes während der Verpackungstests können nicht ausgeschlossen werden. Demgemäß werden die Verpackungen in Abbildung 224 mit schwingungsisolierenden und dämpfenden Umverpackungen ausgestattet.

Da die Stege in Verpackung 1 das Objektes steif an die quaderähnliche Box ankoppeln, ist eine Schwingungsisolation durch die Umverpackung herbeizuführen. Gemäß [130] sollen

## 9 Projekte an Hochschulen und Universitäten

Drahtselfedern verwendet werden. In Verpackung 2 wird das Objekt bereits von einer elastischen Schicht umgeben. Demgemäß entscheiden sich die Studierenden dazu, den etwas steiferen Flockenschaum zu verwenden. Beide Verpackungskonzepte sind in Abbildung 226 dargestellt. Um der ISTA 6 genüge zu tun, werden Falltests, Vibrationstests

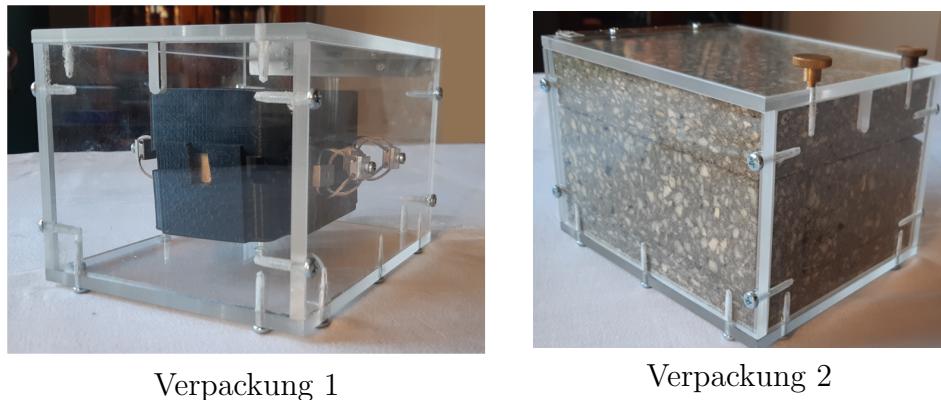


Abb. 226: Umverpackungen mit Schwingungsisolation und Dämpfung für die Nofretete-Nachbildung, Fotos: K. Kracht

auf dem Shaker und eine Fahrt auf dem Plattenwagen durchgeführt. Der Messaufbau ist analalog zu Abbildung 216. In Abbildung 227 werden die Werte einer Beispilmessung an der Verpackung 1 angegeben. Die 90 %-ige Reduktion der von außen einwirkenden

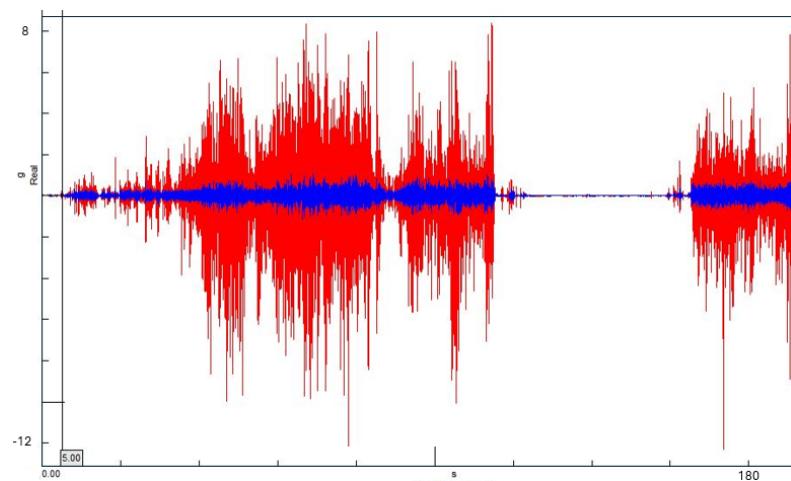


Abb. 227: Messdaten (rot: Referenzsensor, blau: Objektsensor) erfasst an Verpackung 1 in vertikaler Richtung während einer Fahrt auf dem Plattenwagen

Schwingungen ist typisch für die Wirksamkeit korrekt ausgelegter Drahtseilfedern.

# 10 Projekte mit Museen

## 10.1 Neue Nationalgalerie Berlin: Ludwig Meidners „Revolution“ (Barrikadenkampf) Verso: „Apokalyptische Landschaft“

Das von Dezember 2013 bis Mai 2014 an der Neuen Nationalgalerie in Berlin restaurierte Werk „Revolution“ von Ludwig Meidner ist ein ganz besonderes der Sammlung des Museums. Es handelte sich dabei um die in den Jahren 1912/13 beidseitig bemalte Leinwand (80 cm x 116 cm), die auf der einen ein Selbstbildnis des Malers in einer Revolutionsszene Seite zeigt und auf der anderen Seite eine apokalyptische Landschaft.

Im Rahmen des interdisziplinären Restaurierungsprojektes, in dem die Kooperation zwischen der Neuen Nationalgalerie und der TU Berlin ein Teil ist, wird das Schwingungsverhalten des Gemäldes vor und nach der Restaurierung untersucht. Das Projekt ist von „Bank of America Merrill Lynch Art Conservation Project“ gefördert worden. Das Gemälde in dem Prüfstand ist in Abbildung 228 gezeigt.

Ziel der Untersuchungen ist aus wissenschaftlicher Sicht die Eruierung der Wirkung restauratorischer Maßnahmen auf das Schwingungsverhalten des Werkes und der Vergleich der Ergebnisse der Schwingungsmessmethode mit denen verschiedener, üblich angewandter Mess- bzw. Bildgebungsverfahren, wie der XR-Radiographie, UV/VIS Spektroskopie und Infrarot- sowie UV-Fotografie. Aus restauratorischer Sicht ist überprüft worden, ob der Zustand nach der Restaurierung den Transport nach Schwäbisch Hall zugelassen hat und das Werk in der Sonderausstellung „Moderne Zeiten. Die Nationalgalerie der Staatlichen Museen zu Berlin zu Gast“ in der Kunsthalle Würth (23.05.2014-01.05.2015) gezeigt werden konnte. Eine Zusammenfassung über den Zustand des Gemäldes vor der Restaurierung und die durchgeführten restauratorischen Maßnahmen ist der veröffentlichte Bericht in [213]. Die Messergebnisse vor und nach der Restaurierung sind in der Abbildung 82 gezeigt.

Insgesamt wird der Zustand des Gemäldes vor der Restaurierung von den Restauratoren, Kuratoren und Konservierungswissenschaftlern als fragil eingeschätzt. Der Hauptgrund ist die schlechte Spannung des Gemäldes, da es nur noch an wenigen Punkten (Spannägeln) gehalten wird. Aufgrund der hängenden Leinwand wird das Bild bereits bei einer Luftströmung durch den Betrieb der Klimaanlage in Schwingungen versetzt. Beide Bildseiten weisen starkes Craquelé auf, welches größtenteils geweitet und in den Randbereichen zum Teil spannungsreich und partiell gehoben ist. Des Weiteren werden eine Vielzahl von Mikroausbrüchen und vereinzelt auch größere Fehlstellen in der Malschicht entlang der Bruchkanten gefunden.

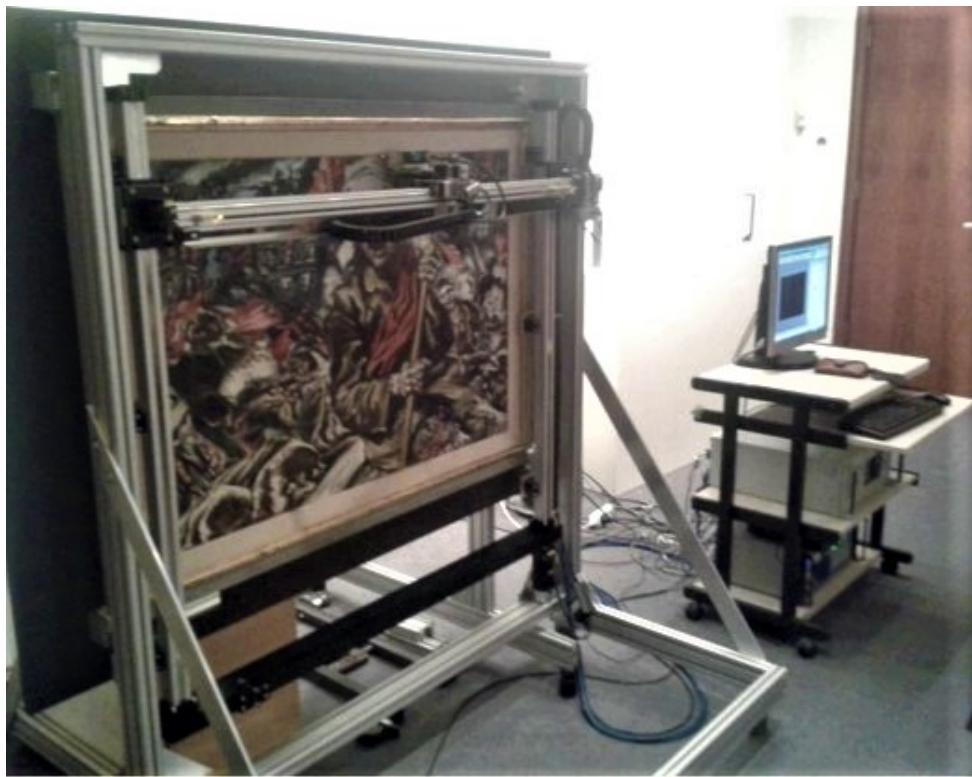


Abb. 228: Beiseitig bemaltes Gemälde „Revolution“ von Ludwig Meidner (1911) während der Schwingungsmessungen vor der Restaurierung

Im Ergebnis stimmen die mit den bildgebenden Verfahren gefundenen Problemstellen mit den hervortretenden Bereichen in der ersten charakteristischen Schwingform 82 (links) bei einer sehr niedrigen charakteristischen Schwingfrequenz überein. Identifiziert werden können anhand der Schwingform insbesondere die Lage der Bereiche mit dominanter fehlender Vorspannung und defekter Farbschicht.

Mit der Pigmentanalyse werden Calcit, Bleiweiß, Zinkgelb (mit Bariumsulfat oder Lithopone, enthält auch Kalium), Ocker, Zinner, Preußisch Blau, Umbra, Ultramarin, Kobaltblau und organisches Rot (Cochenille) und Schwarz (Beinschwarz oder Rußschwarz) [213] (Tabelle 1) nachgewiesen. Die verwendeten Pigmente geben Anhaltspunkte für die Umstände, unter denen das Werk entstanden ist oder auf die Echtheit eines Bildes. In Abbildung 229 können die Zeiträume, in denen bestimmte Pigmente verwendet worden sind, abgelesen werden. Wird z. B. in einem „Rembrandt“ Chromgelb nachgewiesen, folgt mit Abbildung 229, dass das Bild eine Fälschung ist.

Aus mechanischer Sicht liefert die Pigmentanalyse wichtige Hinweise auf Steifigkeit und Festigkeit von bemalten Bildträgern. Wie die Messergebnisse in Abschnitt 5.6 zeigen, verändert jedes Pigment das mechanische Verhalten. Dies ist auf die Art und Weise der chemischen Trocknung (Aushärtung) zurückzuführen. Pigmente sind Sikkative, d. h. sie beschleunigen die Aushärtung.

Zur Verbesserung des Zustandes wird die Malschicht konsolidiert, die Oberfläche gereinigt und die Nagellöcher mittels Einzelfadenverklebung stabilisiert. Für die Ausführung Neuaufspannung auf einem etwas größeren Rahmen werden die Spannränder durch

## 10.1 Ludwig Meidners „Revolution“ (Barrikadenkampf) Verso: „Apokalyptische Landschaft“

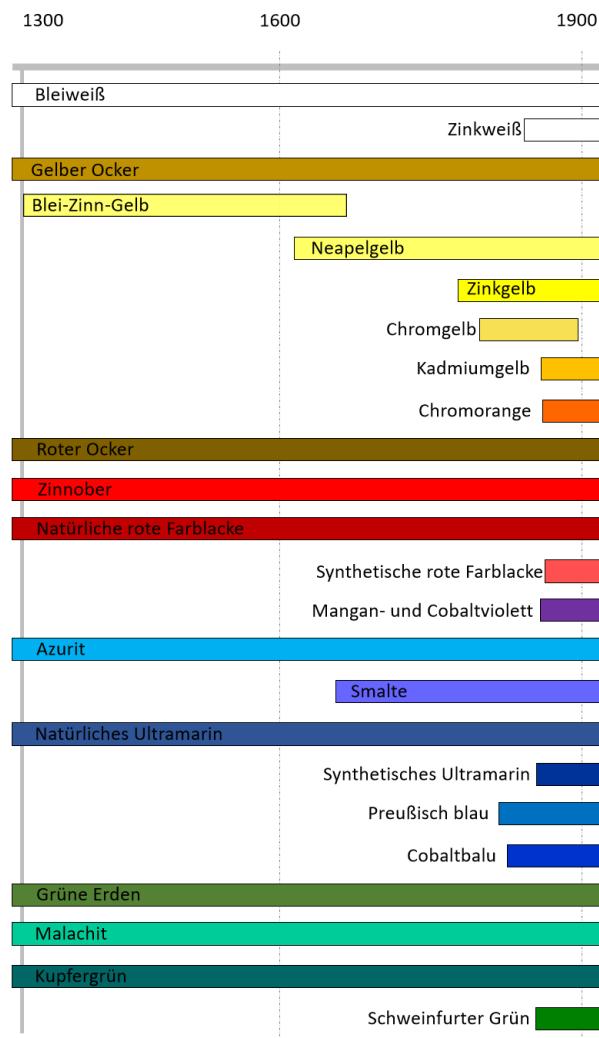


Abb. 229: Farbtafel mit Verwendungszeiträumen [166]

Anränderungsstreifen aus einer feinen Leinwand verlängert. Die Streifen werden mit dem Heißsiegelkleber Beva 371 an die originale Leinwand geklebt.

Für die Neuaufspannung wird das Gemälde auf einen handelüblichen Spannrahmen aus Fichtenholz mittels Tackernadeln befestigt. Über eine Hilfskonstruktion mit Rendelschrauben kann der Spannrahmen auseinandergetrieben werden. Auf diese Weise kann die Spannung des Gemäldes manuell nachjustiert werden.

Die charakteristischen Schwingungsformen, die nach der Restaurierung ermittelt werden (Beispiel 82 (rechts)), zeigen eine deutlich Glättung. Hieraus folgt eine Verminderung der Anzahl der Krümmungen in der Schwingungsantwort. Die Beanspruchung der Malschichten ist demzufolge reduziert. Damit wird die Wirksamkeit der Restaurierung nachgewiesen. Eine Verringerung des Schädigungsrisikos kann hierdurch auch bestätigt werden. Allerdings ist die Autorin nicht in die Entwicklung der Transportkiste einbezogen worden, so dass der zweite Teil der Aufgabenstellung letztendlich nicht vollständig beantwortet werden kann.

## 10.2 Kunsthalle Mannheim: Max Beckmanns „Fastnacht“

Zwei Jahre nach den Schwingungsuntersuchungen an Meidners „Revolution“ ist die Autorin an das Technoseum eingeladen worden, um über die Ergebnisse sowie über die Chancen und Grenzen der Kenntnisse des Schwingungsverhalten von Gemälden zu sprechen.

Katrin Radermacher, Restauratorin an der Kunsthalle Mannheim, ist Teilnehmerin und wirft in der Diskussionsrunde ein, dass „[...] Restauratoren und Konservatoren über jahrzehntelange Erfahrungen empirischer Natur verfügen. Der quantitative Nachweis fehlt jedoch in vielerlei Hinsicht. Ein Beispiel sind die Fragen rund um den Schwingschutz, wie: welches Material, wie dick oder dünn, soll der Schwingschutz auch unter den Rahmenkreuzen angewendet werden, wann ist ein Schwingschutz wirklich sinnvoll, kann er auch kontraproduktiv sein? [...]“ [183] (S. 45).

Aus dem anschließenden lebhaften Austausch über die Möglichkeiten, diese Fragen zu beantworten, entsteht das etwa 18 Monate dauernde Restaurierungsprojekt vom Beckmanns „Fastnacht“ mit begleitenden Schwingungsmessungen (Abbildung 230) in der Kooperation zwischen der Kunsthalle Mannheim, der TU Berlin und der Autorin mit Start im Januar 2017. Die folgende Zusammenfassung der Projektergebnisse lehnt sich an den Artikel [183].



Abb. 230: „Fastnacht“ von Max Beckmann im Schwingungsprüfstand in der Kunsthalle Mannheim, Foto: Paweł Biziński

## 10.2 Kunsthalle Mannheim: Max Beckmanns „Fastnacht“

Das Werk „Fastnacht“ („Pierrette und Clown“) von Max Beckmann (1911) gehört zu den bedeutendsten Werken der Kunsthalle Mannheim. Vor der Restaurierung ist das hochformatige Gemälde (Öl auf Leinwand) in einem schlecht aufgespannten Zustand mit defekten Spannkanten, Rissen und Löchern an den unteren Ecken und einer stellenweise schlecht haftenden Malschicht, was auch das Ergebnis der Messung der statischen Grundverformung (siehe Abbildung 12, Testgemälde 9 Nr. 1) ist. Vor der Restaurierung ist mit bloßem Auge zu erkennen, dass die Leinwand durchhängt, besonders entlang der Ränder deutliche Dellen besitzt und beim Handling „hin und her schlackert“. Einen Eindruck über den Zustand des Bildträgers verschafft die Abbildung 231.



Im Normallicht



Im Streiflicht

Abb. 231: „Fastnacht“ von Max Beckmann vor der Restaurierung verschieden beleuchtet [183], Foto: D. Hedinger

Die Spannnägel befanden sich in einem Abstand von bis zu 12 cm zueinander. Der Keilrahmen ist vor der Aufspannung nicht rechtwinklig ausgerichtet, sondern als Parallelogramm nach links verschoben. Außerdem weicht die rechte obere Ecke etwa 1cm nach hinten aus.

Nach Auffassung der Restauratorinnen, Katrin Radermacher und Daniela Hedinger, ist die Ausführung des Gewebes des Bildträgers (Leinwandbindung, Faserart Flachs, 36 x 30 Fäden pro cm<sup>2</sup>, Kette (36 Fäden) verläuft vertikal, Fäden in Z-Drehung sind durchschnittlich 0,14 und 0,16 cm stark) für die Größe des Gemäldes (H x B = 160 x 100 cm) sehr fein. Des Weiteren weist die Leinwand mehrere Fadenunregelmäßigkeiten, wie Knoten, Verdickungen und Webfehler auf. Zum Beispiel fehlen im Bereich des Gesichtes der Frau Querfäden.

Aufgrund der dünn aufgetragenen Malschicht markiert sich die Leinwandstruktur größtenteils. Das Gemälde weist wenig Frühschwundcraquelé und keinen Firnis auf. In wenigen Bereichen, wie dem brüchigen und splittrigen Grün, steht die Malschicht auf. Im blauen Kleid - genau in den mittleren Bildbereichen - sind kleine Malschichtabplatzungen zu finden. Zudem weist die gesamte Malschicht Protrusionsschäden auf.

„Fastnacht“ ist ein viel gereistes Gemälde. Typischerweise ist die Malschicht an mehreren Stellen berieben und besitzt verschiedenartige partielle Verschmutzungen. Die Malschicht ist nicht zu Entstehungszeiten ganzflächig dünn mit Wachs beschichtet worden, denn unter der Wachsschicht befindet sich eine Schmutzschicht. Über der Wachsschicht befindet sich wiederum eine sehr schichtstarke schwarze, feinteilige, ölige und zäh anhaftende Oberflächenverschmutzung.

Vor der Restaurierung wird das Gemälde in verschiedenen Konfigurationen (ausgerahmt ohne Schwingschutz und Verglasung, ausgerahmt mit Schwingschutz, eingerahmt mit Schwingschutz und Verglasung) untersucht. Ziel ist die Zurückführung des Schwingungsverhaltens des Gemäldes auf die verschiedenen restauratorischen und konservatorischen Maßnahmen. Teile der Ergebnisse sind in Abschnitt 5.3 gezeigt und erklärt. Das Hauptergebnis ist auch hier, dass die Qualität der Aufspannung bei dem Gemälde ohne Rückseitenschutz, Schwingschutz und Verglasung den größten Einfluss auf das Schwingungsverhalten besitzt. Erkennbar ist dies u. a. an der kleinen ersten Eigenfrequenz und der dazugehörigen charakteristischen Schwingform, die in der Mitte des Bildes unregelmäßige und sehr große Amplituden aufweist. Eine Vorspannung ist in der Mitte des Bildes vor der Restaurierung nicht vorhanden. Sowohl der Schwingschutz als auch die Verglasung bewirken eine Verbesserung des Schwingungsverhaltens, indem die charakteristischen Schwingungsfreuenzen erhöht werden, die Amplituden gedämpft und dadurch die charakteristische Schwingform geglättet wird.

Im Februar 2018 wird mit Restaurierungsarbeiten begonnen. Diese sind: Reinigung der Oberflächen der Vorder- und Rückseite, mehrfaches Planieren der Unebenheiten, Glättung falsch geknickter Spannränder, Rückplatzierung der Fäden um die Nagellöcher und Verklebung nach „Heiber,. Die Randaufstückung eines 10 cm breiten, gewaschenen, gereckten und gebügelten Leinwandstreifen erfolgt mittels Beva-Folie. Nach der Spannung des Bildträgers mit der Spannzange wird dieser an den Keilrahmen genagelt. Alle bereits vorhandenen Löcher werden benutzt, so dass eine gleichmäßige Leinwandspannung erreicht wird. Nach der anschließenden Konsolidierung und Reinigung der Malschichten sowie der Retusche von Kittungen, kleiner Abplatzungen, Bereibungen und den zahlreichen kleinen runden Protrusionsabsprengungen werden die Schwingungsuntersuchungen in den drei bekannten Konfigurationen wiederholt.

Die Messungen in Konfiguration 1 beweisen einen Anstieg der charakteristischen Schwingungsfrequenzen. Die charakteristischen Schwingformen sind stark geglättet. Der mittlere Bereich weist immer noch unregelmäßige Amplituden auf.

Für die Messungen mit dem Schwingschutz werden Polyestervliesmatten auf die Größe der beiden Gefache des Keilrahmens angepasst und mit Polyesterzwirn auf den zugeschnittenen Rückseitenschutz aus säurefreiem Karton genäht (siehe Abbildungen 232 und 233). Der Bereich unter der Querstrebe wird zunächst nicht mit dem Vlies unterstützt. Die Messungen mit dem Schwingschutz usw. beweisen einen abermaligen Anstieg der charakteristischen Schwingfrequenzen und Glättung der Schwingungsformen. Der mittlere

### 10.3 Jüdisches Museum Berlin: Die gläsernen Stelen und frei stehenden Wände



Abb. 232: Rückseite des Rückseitenschutzes mit angenähertem Schwingsschutz (Polyestervlies)



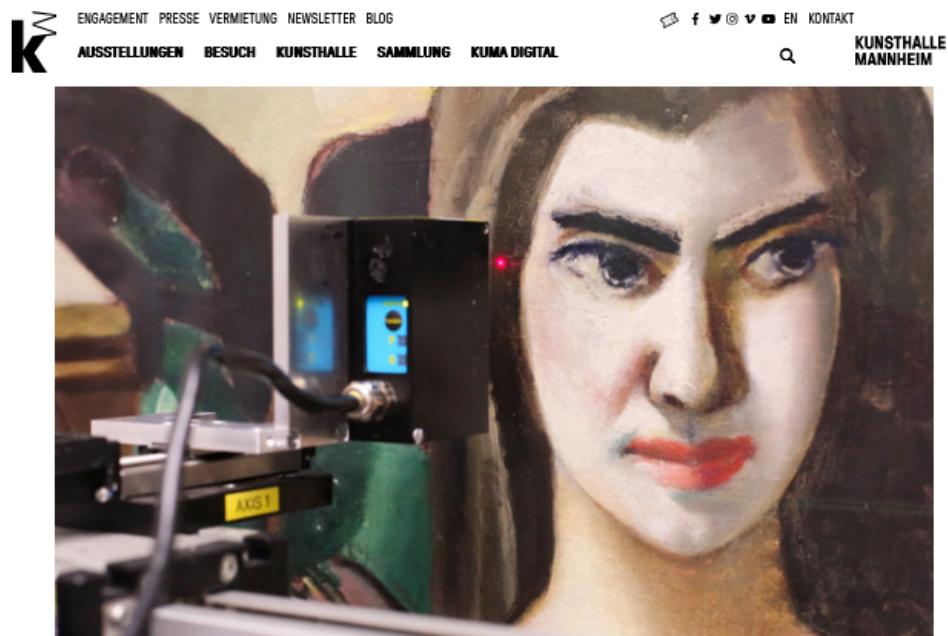
Abb. 233: Rückseite von Beckmann's „Fastnacht“ Rückseitenschutz während der Schwingungsmessungen

Bereich schwingt nach wie vor unregelmäßig, weswegen auch anschließend unter die quer verlaufende Mittelstrebe gedünntes Vlies gelegt. Die Dicke des Vlieses wird insgesamt so bemessen, dass nach Anbringung des Rückseitenkartons das Vlies die Leinwand leicht berührt. Das Endergebnis sind eine erste charakteristische Schwingungsfrequenz von 15 Hz und „glatte“ Schwingungsformen.

Um den Restaurierungserfolg zu präsentieren und die Ergebnisse der Schwingungsuntersuchungen mit einem breiten Fachpublikum zu teilen ist am 29./30.06.2018 das Restaurierungssymposium „Alles schwingt! Mechanische Schwingungen wirken auf Kunstwerke“ in der Kunsthalle Mannheim (Abbildung 234) veranstaltet worden.

## 10.3 Jüdisches Museum Berlin: Die gläsernen Stelen und frei stehenden Wände

Das Jüdische Museums Berlin (JMB) präsentiert in seiner Dauerausstellung Gemälde an gläsernen Stelen und freistehenden Wänden (siehe Abbildungen 235 und 236).



### **SYMPORIUM: ALLES SCHWINGT. MECHANISCHE SCHWINGUNGEN WIRKEN AUF KUNSTWERKE**

**29.06.18 bis 30.06.18**

Abb. 234: Screenshot der website[B6] mit der Ankündigung des Schwingungssymposiums in Kunsthalle Mannheim, das Foto zeigt einen Ausschnitt des Ölgemäldes „Fastnacht“ von Max Beckmann, Foto: P. Bizewski



Abb. 235: Stelen im Jüdischen Museum Berlin,  
©JMB, Foto: Roman März



Abb. 236: Freistehende Wände  
im Jüdischen Museum Berlin

Seit der Eröffnung der Ausstellung wird festgestellt, dass die an den Präsentationshilfen befindlichen Gemälde a.) beim Betreten und Gehen auf dem Austellungsfußboden und

### 10.3 Jüdisches Museum Berlin: Die gläsernen Stelen und frei stehenden Wände

b.) bei unvorsichtigem Berühren oder Anstoßen Präsentationshilfen zu starken, sichtbaren Schwingungen angeregt werden.

Im Sommer 2020 wendet sich das JMB an die Autorin, um das Schädigungsrisiko der auftrtenden Schwingungsbelastung zu eruieren und gegebenenfalls Abhilfemaßnahmen zu erörtern. Die Ergebnisse der experimentellen Modalanalysen und Betriebsschwingungsanalyse an den Stelen und freistehenden Wänden zeigen, dass durch die Fußbodenschwingungen Kippschwingungen mit ca. 2 Hz angeregt werden. Die Dauerschwingungen der Stelen in Gemäldehöhen besitzen Amplituden zwischen 0,5 und 1,4 mm/s. Die der frei stehenden Wände sind etwas kleiner.

Beim unvorsichtigen Anstoßen an die Präsentationshilfen werden die Eigenschwingungen der Stelen und Wände mit > 18 Hz und Amplituden bis 10 mm/s angeregt. Sowohl die Dauerschwingungen als auch die Stöße können gemäß [254] die präsentierten Werke schädigen. Demententsprechend sind Abhilfemaßnahmen zu entwickeln.

Zuerst stellt sich die Frage, warum die Stelen zum Schwingen angeregt werden, obwohl ein schwingungsisolierter Fußboden für die Besucher gebaut worden ist und die Stelen fest mit der Geschoßdecke verbunden sind. Beim Studium der Konstruktionszeichnungen stellt sich heraus, dass die Stelen über eine mit Silikon geschlossene Fuge mit dem schwingungsisolierten Fußboden verbunden ist. Diese Schwingungbrücke ist also der Grund für die unerwünschte Schwingungsanregung während des Besucherverkehrs.

In Gesprächen mit der Museumsleitung stellt sich heraus, dass nachträgliche Veränderungen an den Bauwerken und Präsentationshilfen aus Kostengründen nicht durchgeführt werden. Das Museum präferiert die Nutzung vorhandener personeller Ressourcen. Der Restaurierungsabteilung sind die Forschungsarbeiten und Maßnahmenentwicklungen, die die Autorin an Gemälden seit 15 Jahren erfolgreich unternimmt, bekannt und möchte gern an diesen partizipieren. Infolgedessen wird am JMB ein Forschungsprojekt initialisiert.

Konkretes Ziel dieses Forschungsprojektes (2020-2024) ist die Entwicklung einer Methode zur Ermittlung des bestmöglichen Schutzes für die Gemälde an den Glasstelen und den freistehenden Wänden. Im Projektzeitraum besteht unter anderem eine Kooperation zwischen dem Museum der TU Berlin und der Autorin.

Aus mechanischer Sicht sind die Leinwandschwingungen so zu beeinflussen, dass die Schwingungsantworten kein Schädigungsrisiko bedeuten. Aus der Analyse der Transferpfade in Abbildung 237 geht hervor, dass diese ab dem Subsystem „Stele“ beide gleich sind. Damit sind eine Schwingungsentkopplung zwischen Stele und Gemäldeaufhängung sowie die Installation gemäldespezifischer Rückseitenschutzkonstruktionen die effizientesten Lösungsmöglichkeiten sind.

Zunächst werden Referenz gebende Schwingungsuntersuchungen an drei Gemälden aus der Dauerausstellung mit dem Gemäldeprüfstand nach KRACHT durchgeführt (siehe Abbildung 238). Basierend auf diesen Messungen wird für jedes Gemälde mit der in Abschnitt 6.3 präsentierten Methode ein virtuelles Abbild im Hinblick auf das Schwingungsverhalten entwickelt. Der Prozess wird im Folgenden am Beispiel von Rudolph Levys „Stillleben mit Pfirsichen“ vorgestellt [141].

Die charakteristischen Schwingungsformen von „Stillleben mit Pfirsichen“ besitzen diagonal verlaufende Schwingungsbäuche. Die erste charakteristische Schwingungsform ist in

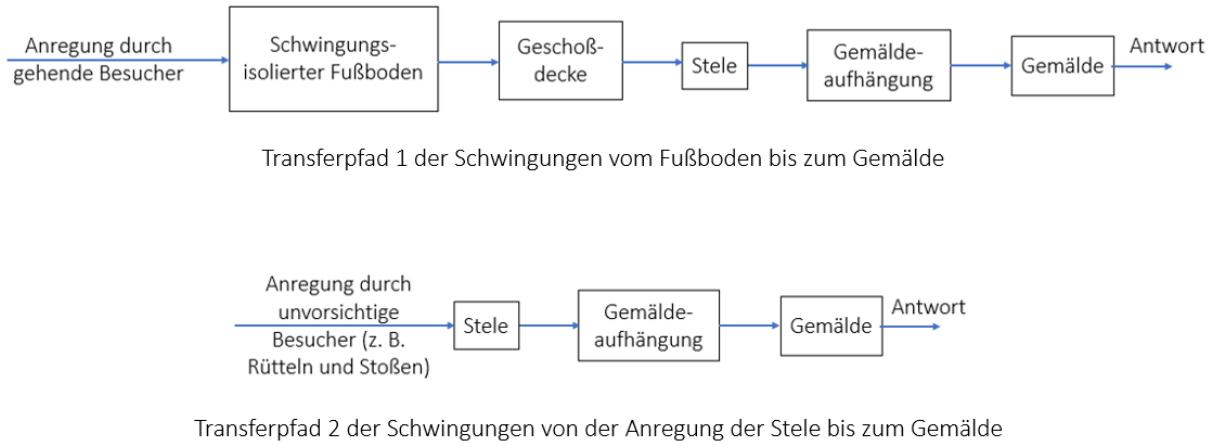


Abb. 237: Transferpfade der Schwingungen in der Dauerausstellung des JMB für die beiden untersuchten Lastfälle

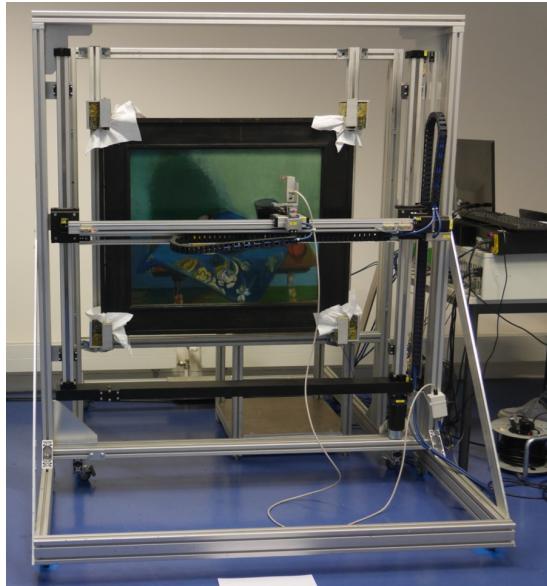


Abb. 238: Stillleben auf dem Prüfstand,  
Quelle: [141]

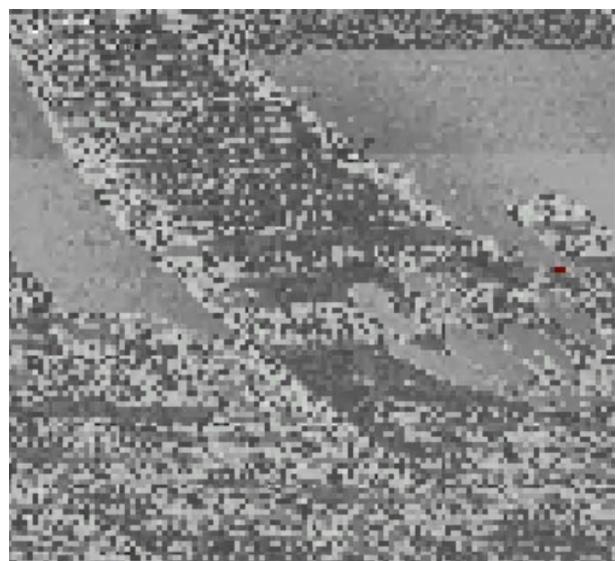


Abb. 239: 1. char. Schwingungsform  
( $f_1^{\text{Mess}} = 6,5 \text{ Hz}$ ), Quelle: [141]

Abbildung 239 dokumentiert. Die ersten vier gemessenen charakteristischen Schwingungsfrequenzen sind: 6,5 Hz; 8,5 Hz; 10,5 Hz; 17,2 Hz.

Mit den Informationen aus dem „Fragebogen für Restauratoren“, der von Frau Lipp ausgefüllt worden ist, wird ein FEM-Modell mit der Software SamcefField v. 18.0 erstellt. Die reale und die virtuelle Geometrie sind in Abbildung 240 dokumentiert

Die mit Zahlen markierten Bereiche sind einzelne zweidimensionale Flächen, die aufgrund der Übergangsbedingungen (Gleichheit der kinematischen Größen an den Kanten, SamcefField interne Bezeichnung: „Sewed Faces“) zusammenhängen. Gleiche Zahlen bedeuten gleiche Materialeigenschaften. Insgesamt werden 13 unterschiedliche isotrope Materialien, wobei die Querkontraktionszahl für alle Fläche n mit 0,3 angenommen wird, zugelassen. Das Elastizitätsmodul und die Dichte sind parametriert.

### 10.3 Jüdisches Museum Berlin: Die gläsernen Stelen und frei stehenden Wände

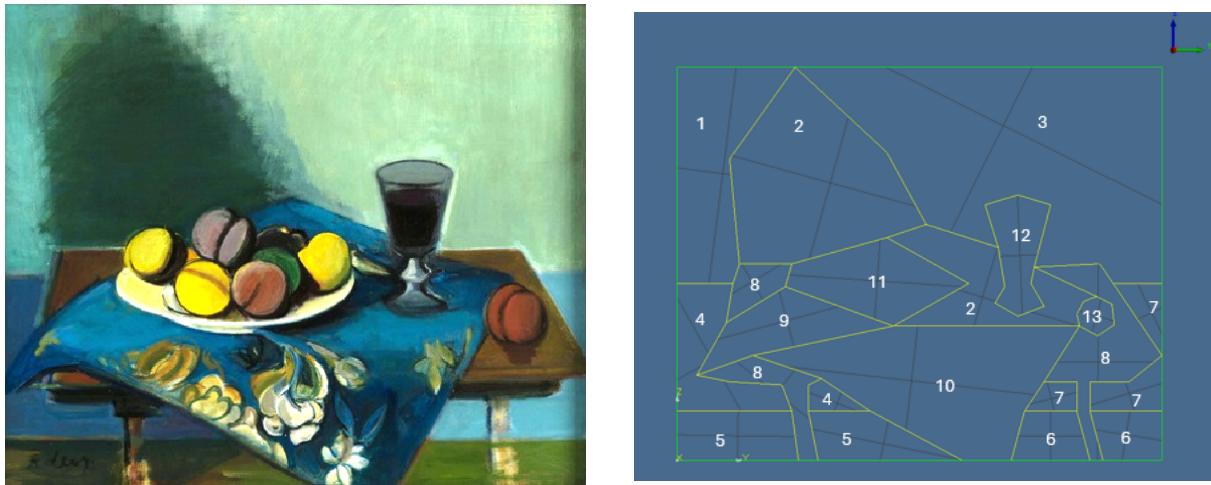


Abb. 240: Reale und virtuelle Geometrie von „Stillleben mit Pfirsichen“, Quelle: [141]

Die Gesamtfläche wird als Schale gemäß der Reissner-Theorie mit einer Dicke von 3 mm definiert. Die Dicke ist also für alle Flächen gleich groß. Es gelten die Naviersche Randbedingungen. Die Geometrie wird mit zweidimensionalen Dreieckselementen vernetzt.

Die experimentelle Modalanalyse liefert die in Abbildung 241 dargestellten ersten vier Eigenformen. Die wenig befriedigenden Rechenergebnisse sind die Ausgangssituation für das

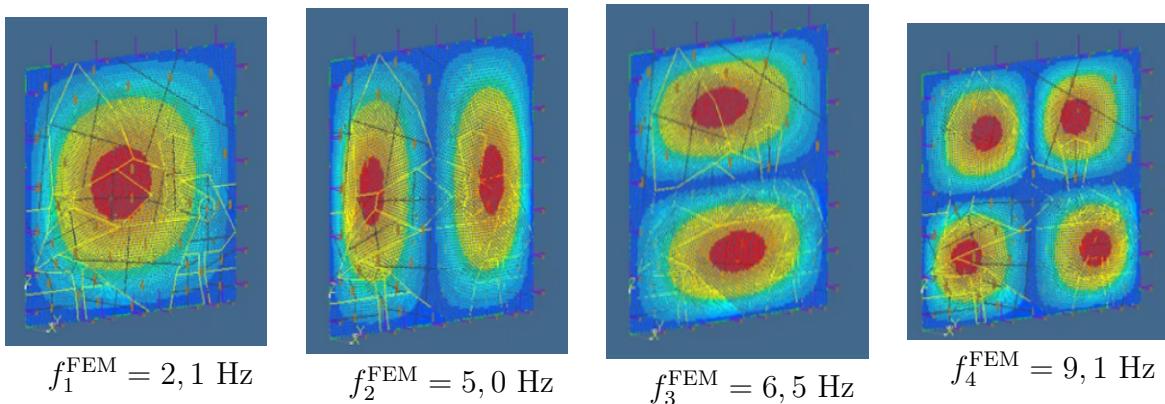


Abb. 241: Ergebnisse der simulierten Modalanalyse, Quelle: [141]

Model-Updating mit dem Programm Boss 40 V17 von Siemens. Angepasst werden jeweils das Elastizitätsmodul und die Dichte der 13 Flächen, so dass die ersten vier gemessenen charakteristischen Schwingfrequenzen bestmöglich erreicht werden. Das Ergebnis mit den zugehörigen charakteristischen Schwingformen ist in Abbildung 242 dargestellt.

In der Abbildung 243 sind die im Rahmen des Model-Updateings berechneten Elastizitätsmoduli und Dichten in Abhängigkeit der Flächen und Anzahl der Iterationen dargestellt.

Die Fläche 3 (siehe Abbildung 240, rechts) besitzt gemäß dem Ergebnis des Model-Updateings das größte Elastizitätsmodul. Diese Fläche ist demnach hauptverantwortlich für das Erreichen der gewünschten Eigenfrequenzen. Bei erneuter Untersuchung des Gemäldes wird festgestellt, dass im mittleren Bereich der rechten Außenkante über 20 Spannnägel

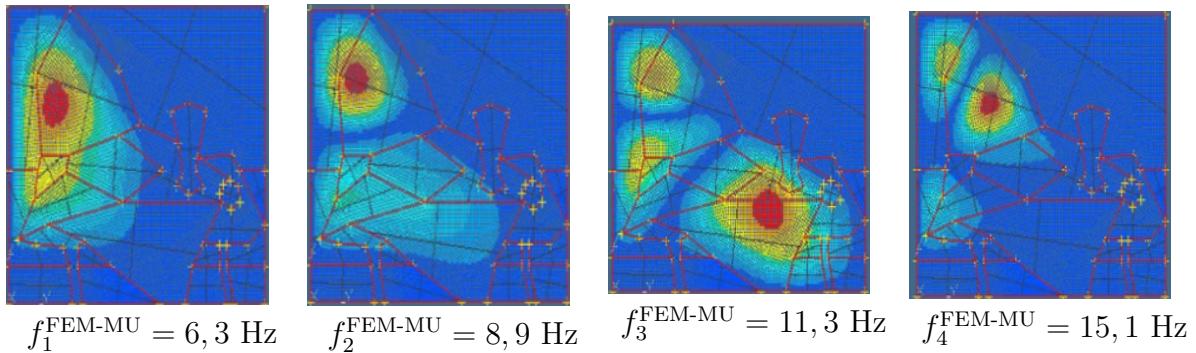
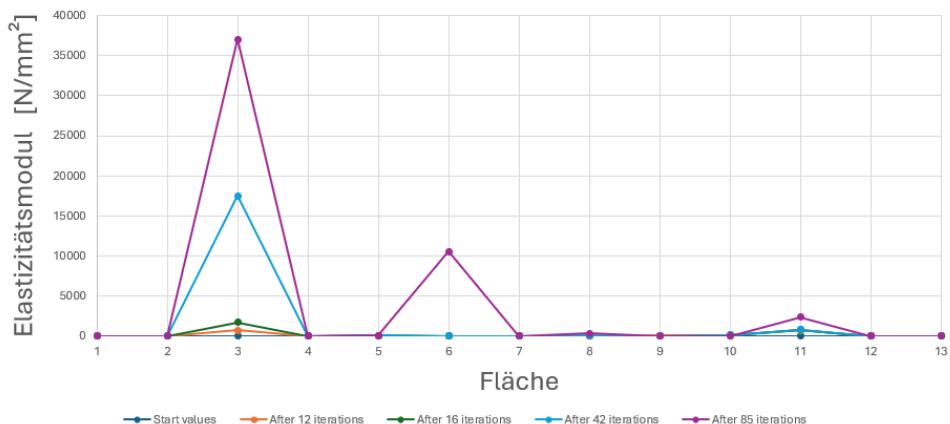
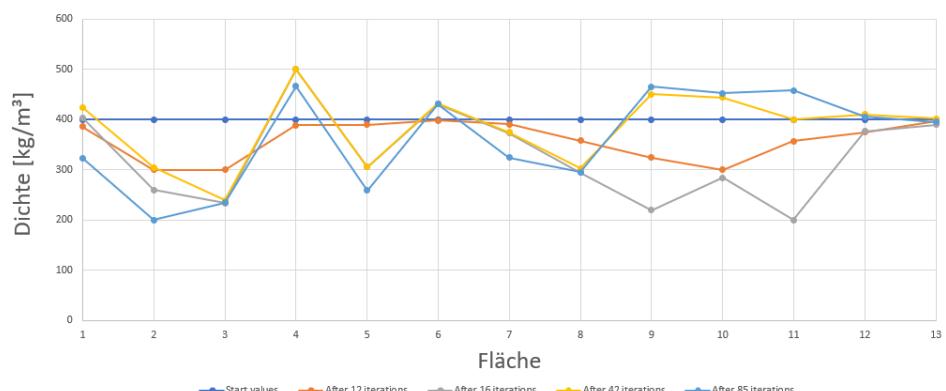


Abb. 242: Ergebnisse der simulierten Modalanalyse, Quelle: [141]



Berechnete Elastizitätsmoduli je Fläche in Abhängigkeit der Anzahl der Iterationen, Quelle: [141]



Berechnete Dichten je Fläche in Abhängigkeit der Anzahl der Iterationen, Quelle: [141]

Abb. 243: Ergebnisse des Model-Updatings

verwendet werden, um die Leinwand am Keilrahmen zu befestigen. Diese außergewöhnlich hohe Zahl bewirkt offenbar eine immense Steifigkeitserhöhung. Der Vergleich der in Abbildung 242 dargestellten vier ersten berechneten Eigenform mit den Werten für das Elastizitätsmodul und die Dichte nach 85 Iterationen mit den vier ersten Eigenform vor dem Model-Updating in 241 (1. von links) zeigt eine Diagonalisierung der Lage der Schwingungsbäuche sowie eine maximale Abweichung der ersten vier berechneten Eigenfrequenzen von den ersten vier gemessenen charakteristischen Schwingungsfrequenzen in Höhe von 10 %. Das Model-Updating wird damit als erfolgreich bewertet.

### 10.3 Jüdisches Museum Berlin: Die gläsernen Stelen und frei stehenden Wände

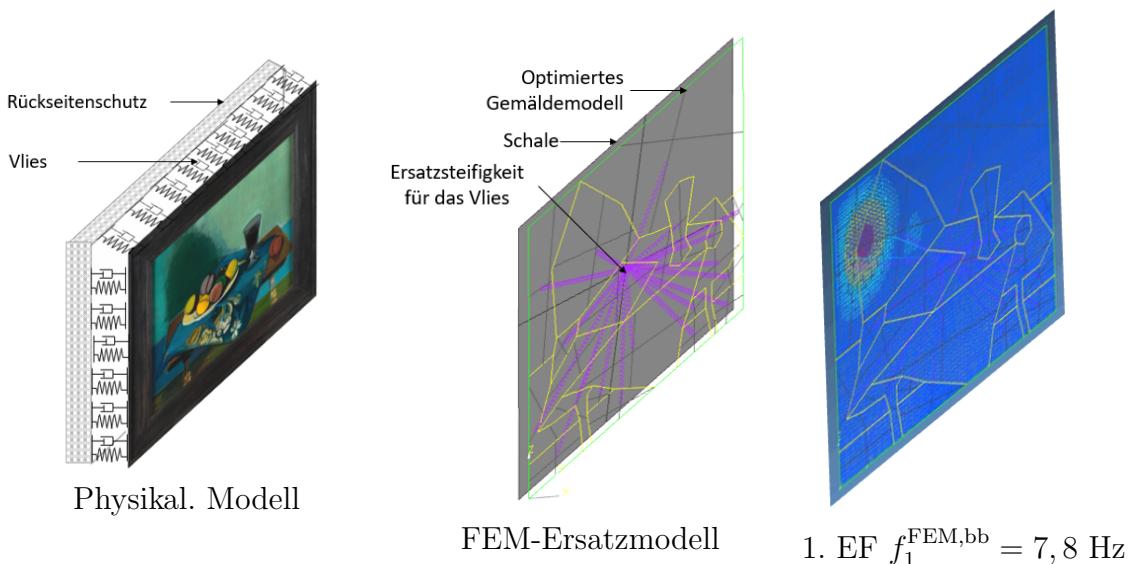


Abb. 244: FEM-Modellierung der Rückseitenschutzkonstruktion, Quellen: [141] und [142]

Im nächsten Schritt wird in das virtuelle Modell die Rückseitenschutzkonstruktion eingebaut. Der Schwingschutz wird als elastische Bettung implementiert. Die Modellierung ist in Abbildung 244 dokumentiert.

Zur Erfüllung der Aufgabenstellung ist die Ermittlung der Materialparameter der Rückenplatte und des Vlieses. Hierfür stehen zwei Herangehensweisen zur Verfügung. Die erste Möglichkeit ist die Berechnung der optimalen Parameter. D. h. eine verträgliche von Mises-Spannung wird für die bemalte Leinwand vorgegeben und die gesuchte Parameter werden als Folge dessen berechnet. Da wegen fehlender Forschungsergebnisse keine entsprechende Spannung vorgegeben werden kann und derzeit keine Vliese und Rückenplatten mit beliebigen Eigenschaften hergestellt werden können, muss auf Methode 2 zurückgegriffen werden.

An dieser Stelle werden Materialien, die von Restauratoren für Gemälde als unbedenklich deklariert werden, in das FEM-Modell eingesetzt. Die Materialien, die den kleinsten Spannungswert verursachen, werden schließlich gewählt. Da nur wenige Materialien beim JMB in Frage kommen, kann der Entscheidungsbaum, der in Abschnitt 7.3 vorgestellt wird, angewendet werden. Die daraus resultierenden gemäldespezifischen Rückseitenschutzkonstruktionen sind für die Gemälde des JMB messtechnisch erfolgreich getestet worden.



# 11 Maßnahmenentwicklung und -umsetzung mit Museen und Unternehmen

## 11.1 Kunstmuseum Den Haag & Turtle, Den Haag: Evolution

Das Werk „Evolution“ von Piet Mondrian (1911) ist ein Triptychon. Es besteht aus drei Ölgemälden auf Leinwand und gehört zu der großen Mondrian-Sammlung des Kunstmuseum Den Haag. Die Gemälde sind in Abbildung 245 gezeigt. Die Abmessungen der Bilder inkl. Rahmen sind von links nach rechts: 178 cm x 85 cm, 183 cm x 87,5 cm und 178 cm x 85 cm. Die Gemälde sind bis heute auf ihren Originalrahmen gespannt und nicht mit einer Firnis überzogen sind. Ziel ist es, den Originalzustand eines Werkes so lange wie möglich zu erhalten.

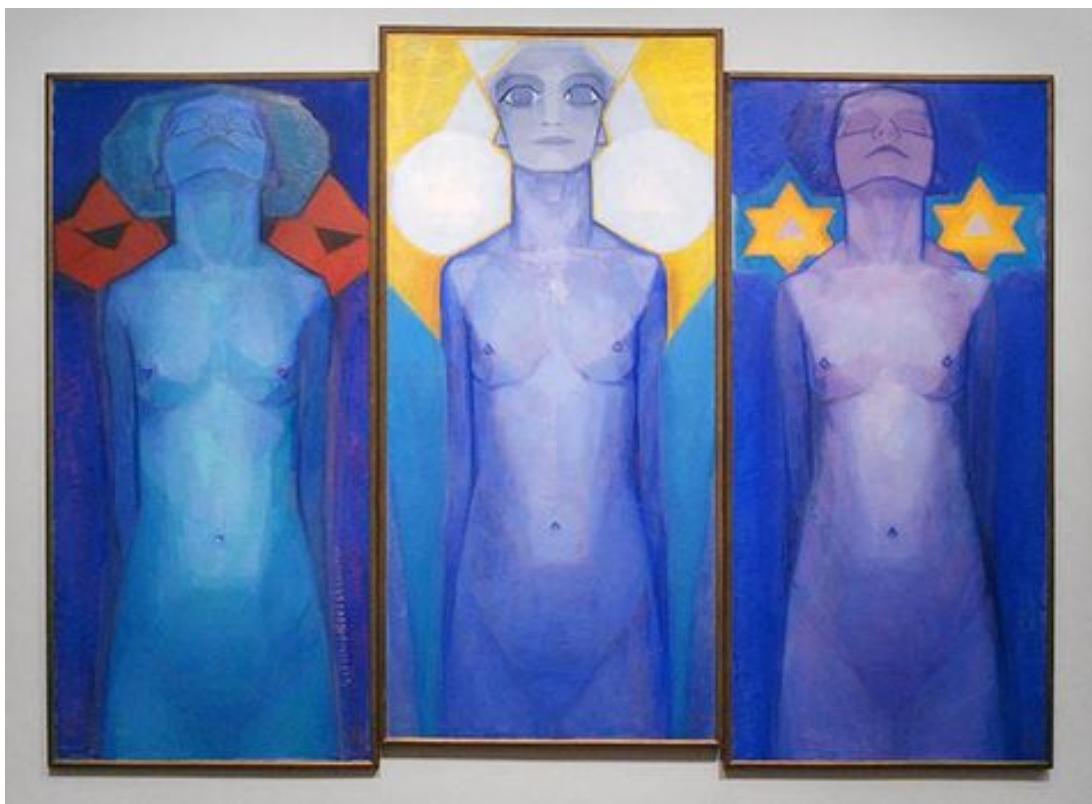


Abb. 245: Triptychon „Evolution“ von Piet Mondrian (1911), ©Kunstmuseum Den Haag

Natürliche Zerfallsprozesse, wie die Bildung von Metallseifen oder das mechanische Kriechen von Textilien, stehen dem auch im vermeintlich statischen Zustand entgegen. Im Rahmen eines Forschungsprojektes sind die Metallseifen des Kadmiumgelb im rechten und besonders im mittleren Gemälde von „Evolution“ untersucht [240] worden. Makrofotografische Aufnahmen der in der Farbe gebildeten Tunnel und Falten sind in den Abbildungen 246 und 247 zu sehen.

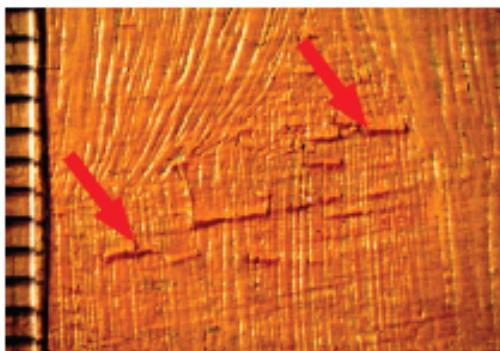


Abb. 246: Tunnelbildung quer zum Pinselstrich, Quelle: [240]

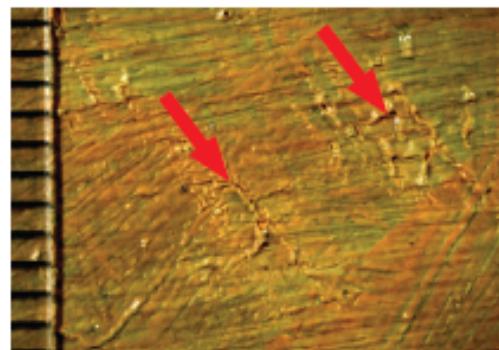


Abb. 247: Faltenbildung mit einhergehendem Farbverlust, Source: [240]

Mit Hilfe von makroskopischen X-ray Fluoreszenz-Scans können die Positionen der Metallseifen in den Gemälden ermittelt werden.

Untersuchungen mikroskopischer Proben mittels ATR-Infrarotspektroskopie, kombinierter Rasterelektronenmikroskopie mit energiedispersiver Röntgenspektroskopie (SEM-EDX-Untersuchung) und der Synchrotron-Fotolumineszenz-Bildgebung ermöglichen die Bestimmung des Zerfallfortschrittes der Farbe. Insbesondere Delaminierungen zwischen der

Grundier- und der Farbschicht sowie Farbverluste werden hierbei detektiert.

Nach [22] zeichnet sich die Sensitivität des Werkes nicht nur durch den fortgeschrittenen Zerfall der Farbe aus, sondern auch durch den Zustand der Leinwand. Die originalen Spannrahmen haben sich mit den Jahren verzogen, was zu einer Faltenbildung bzw. einem Beulen der Bildträger des rechten und insbesondere des mittleren Bildes geführt hat. Des Weiteren sind die ausgefransten und beschädigten Partien der Textilien in unmittelbarer Nähe der Spannnägel nur minimal restauratorisch behandelt.

Der Zustand der Gemälde und das Ziel, die Originalsubstanz zu erhalten, begründen die Entscheidung der Restauratoren, das Werk seit 2013 als nicht „verleihfähig“ zu deklarieren.

Manchmal ist aber ein Werk für eine Sonderausstellung von so großer Bedeutung, dass eine Ausnahme gemacht wird. So trug es sich bei der Anfrage des Musée d’Orsay in Paris für die Ausstellung „L’Origine du monde“ zu, die wegen der Corona-Pandemie zwar verspätet aber vom 19.05. bis 18.07.2021 stattgefunden hat. Um das Konzept der Sonderausstellung und die damit verbundenen Aussagen aus kuratorischer Sicht vollumfänglich darstellen zu können, ist die Präsentation des Werkes „Evolution“ in der Ausstellung notwendig.

## 11.1 Kunstmuseum Den Haag & Turtle, Den Haag: Evolution

Das Kunstmuseum Den Haag steht nun vor der großen Herausforderung einen Konsens zwischen dem Verlangen, das Werk in der genannten Ausstellung zu zeigen, zu finden und dafür zu sorgen, dass die Originalsubstanz nicht durch einen Transport verändert wird.

Schocks und Vibrationen, die während des Transportes und der Handhabung unweigerlich auftreten, werden als Hauptsrisikoquelle für etwaige Schädigungen des Werkes identifiziert. Zur Reduzierung des Schädigungsrisikos werden im Vorfeld eine reversible mechanische Stabilisierung der Gemälde (Rückseitenschutzkonstruktion mit Schwingschutz) und eine die Gemälde schwingungstechnisch optimal beeinflussende Lagerung während des Transportes entwickelt. Die Lagerung der Gemälde ist so auszulegen, dass die Schwingungsantwort der stabilisierten Leinwand so klein wie möglich ist.

Unter der restauratorischen Leitung von Ruth Hoppe, ihrerzeit Gemälderestauratorin am Kunstmuseum Den Haag, wird das Schwingungsverhalten der Gemälde ohne und mit Stabilisierung von der Autorin mit dem Gemäldeprüfstand nach KRACHT untersucht. Der Messaufbau ist in Abbildung 248 gezeigt.



Abb. 248: Versuchsaufbau zur Messung des Schwingungsverhalten der Gemälde

Beispielhaft sind Übertragungsfunktionen eines jeden Gemäldes in Abbildung 249 dargestellt.

Mit dem Verfahren des Peak-Picking und der Methode der Halbwertsbreite werden die Eigenfrequenzen sowie die Dämpfung ermittelt. Die Amplituden je Messpunkt und Fre-

## 11 Maßnahmenentwicklung und -umsetzung mit Museen und Unternehmen

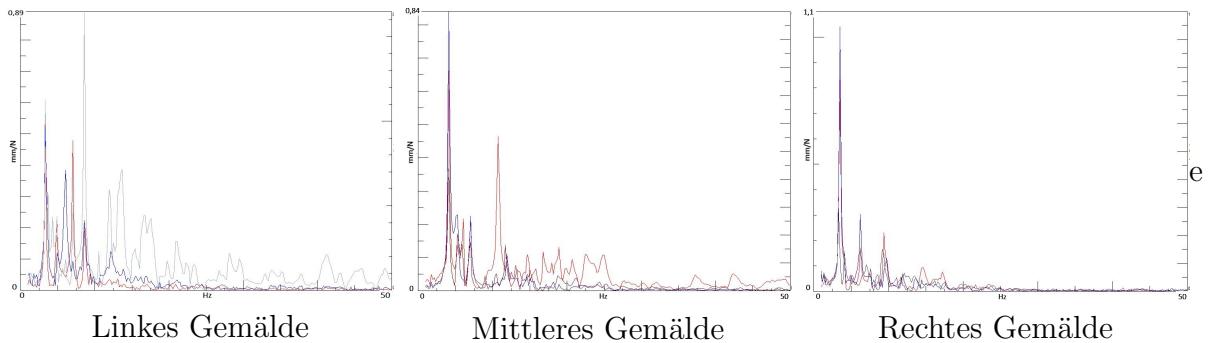


Abb. 249: Selektierte Übertragungsfunktionen aus Schwingungsmessungen an verschiedenen Punkten des jeweiligen Gemäldes ohne Schwingschutz und Verglasung

quenzlinie werden mit dem Verfahren zur Bestimmung der „Operational Deflection Modes“ ([50] S. 71) berechnet.

Ein Rückseitenschutz mit angenähertem Polyestervlies wie bei Beckmanns „Fastnacht“ (Abschnitt 10.2) wird auch hier für die reversible Einbringung einer zusätzlichen Dämpfung angewendet. Die Rückseite des mittleren Gemäldes ohne Schutz ist in Abbildung 250 gezeigt. Im Vergleich dazu ist der von Ruth Hoppe angefertigte und installierte Rückseitenschutz mit angenähertem Polyestervlies am rechten Gemälde in Abbildung 251 dokumentiert.



Abb. 250: Rückseite des mittleren Gemäldes ohne Schutz



Abb. 251: Rückseite des rechten Gemäldes mit Schutz

In Anlehnung an die Schwingungsuntersuchungen von Beckmanns „Fastnacht“ werden neben dem Ausgangs-Schwingungsverhalten der bloßen Gemälde ohne Schwingschutz und Verglasung zur Kontrolle der Wirksamkeit der zusätzlichen Schwingungsdämpfung das Schwingungsverhalten der Gemälde mit Schwingschutz analysiert.

In einer abschließenden Messreihe wird die Wirkung der Verglasung auf die Dynamik des mittleren Gemäldes überprüft. Wie die Daten der Tabelle 39 insbesondere die maximalen Übertragungsfaktoren zeigen, erweist sich der Rückseitenschutz mit appliziertem Polyestervlies auch bei diesem Werk als wirkungsvolle Maßnahme.

| Gemälde   | Links   |          | Mitte                |          |                  | Rechts                  |          |                  |
|---|---------|----------|----------------------|----------|------------------|-------------------------|----------|------------------|
|   | Konfig. | bloße LW | m. Schwingschutz     | bloße LW | m. Schwingschutz | m. Schwingschutz & Glas | bloße LW | m. Schwingschutz |
| <b>1. EF in [Hz]</b>                                      | 3,3     |          | 3,1                  | 4        | 3,56             | 4,7                     | 3,4      | 3,6              |
| <b>1. DF in [%]</b>                                       | 4       |          | 10                   | 4        | 7                | 50                      | 5        | 50               |
| <b>1. ÜF in [<math>\frac{\text{mm}}{\text{N}}</math>]</b> | 0,61    |          | $10^{-5}$            | 0,84     | 0,11             | 0,02                    | 1,04     | 0,68             |
| <b>2. EF in [Hz]</b>                                      | 8,6     |          | 6,8                  | 5,22     | 4,3              | 5,4                     | 9,1      | 9,6              |
| <b>2. DF in [%]</b>                                       | 1       |          | 12,9                 | 3        | 7                | 5                       | 3        | 10               |
| <b>2. ÜF in [<math>\frac{\text{mm}}{\text{N}}</math>]</b> | 0,89    |          | $7,4 \times 10^{-6}$ | 0,23     | 0,16             | 0,016                   | 0,3      | 0,38             |
| <b>3. EF in [Hz]</b>                                      | 12,2    |          | 11,1                 | 10,2     | 10,2             | 10,4                    | 11,7     | 11,8             |
| <b>3. DF in [%]</b>                                       | 2       |          | 11                   | 2        | 2                | 3                       | 2        | 8                |
| <b>3. ÜF in [<math>\frac{\text{mm}}{\text{N}}</math>]</b> | 0,48    |          | $5,6 \times 10^{-6}$ | 0,21     | 0,23             | 0,01                    | 0,2      | 0,25             |

Tabelle 39: Erste drei gemessene Eigenfrequenzen (EF), durchschnittliche Dämpfungsfaktoren (DF) und Übertragungsfaktoren (ÜF) der untersuchten Konfigurationen

Die in Tabelle 39 aufgeführten Daten resultieren aus den Schätzfunktionen für die Übertragungsfunktionen, die wiederum aus den von Laser und Kraftsensor gemessenen Zeitverläufen gebildet werden. Exemplarisch sind vom Laser gemessene Zeitverläufe am jeweils gleichen Punkt des rechten Bildes ohne und mit Schwingschutz bei gleicher Anregung und gemittelte Übertragungsfunktionen aus Messungen am mittleren Bild in den drei untersuchten Konfigurationen in den Abbildungen 252 und 253 dargestellt.

Die Abbildung 253 zeigt deutlich, dass sich sowohl eine additive Dämpfung als auch die durch die Verglasung erhöhte Masse positiv auf die Reduktion der Schwingungsantwortamplituden der Leinwände auswirken.

Eine weitere angewendete Präventivmaßnahme zum Erhalt der Originalsubstanz des Werkes ist die an jedes Gemälde angepaßte schockabsorbierende und schwingungsisolierende Lagerung während der Handhabung und des Transportes im LKW. Die Abbildung 254 bis 256 zeigt den Gemäldetransportwagen mit schwingungsisoliertem Aufsatz, den die Autorin konzipiert, berechnet und gebaut hat.

Der schwingungsisolierende Aufsatz für den Gemäldetransportwagen ist wegen der 1 cm hohen Türschwellen und dem Umstand, dass die Gemälde wegen der zu geringen Türhöhen auf der Längsseite liegend transportiert werden, notwendig geworden.

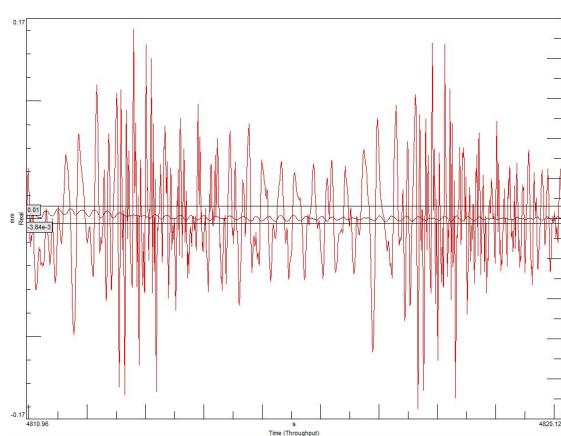


Abb. 252: Zeitverlauf aus Distanzmessungen am rechten Gemälde ohne Schwingschutz (rot) und mit Schwingschutz (braun), gleicher Messpunkt, gleiche Anregung

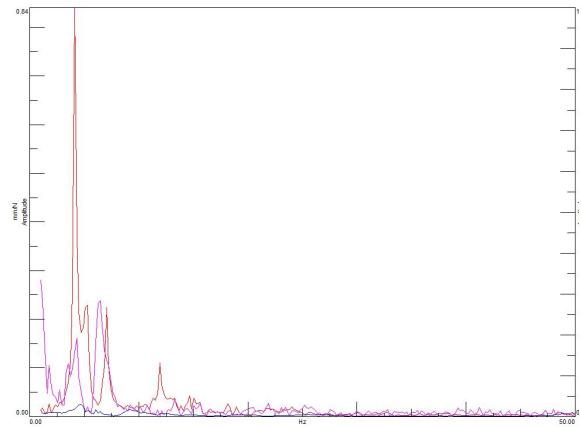


Abb. 253: Gemittelte Übertragungsfunktionen aus Distanzmessungen an allen Messpunkten des mittleren Gemäldes ohne Schwingschutz (rot), mit Schwingschutz (magenta) sowie mit Schwingschutz und Verglasung (blau)



Abb. 254: Linkes Gemälde auf schwingungsisoliertem Gemäldetransportwagen

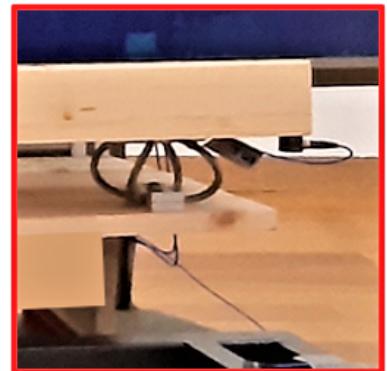


Abb. 255: Detailfoto einer eingebauten Drahtseilfeder und eines Sensors für die Schwingungsüberwachung

Gemäß der VDI-Richtlinie 2062 ist die Reduzierung der Schwingungsanregung jeder schwingungsisolierenden und schwingungsbedämpfenden Maßnahme vorzuziehen. Dementsprechend ist die vorsichtige Handhabung durch versierte Spezialisten unabdingbar. In den Abbildung 256 bis 257 sind zwei typische Handlingsituationen dokumentiert.

Die Positionierung der Kunstwerke in der Mitte der LKW-Plattform ist im Hinblick auf die geringste Schwingungsanregung während der Fahrt am geeignetsten. Das Abspannen der Transportkisten gegen die biegeweichen Wände des LKWs ist unbedingt zu vermeiden.



Abb. 256: Rechtes Gemälde auf dem Weg zum Depot



Abb. 257: Positionierung des rechten Gemäldes in seine Transportkiste, Foto: Kjeld Slingerland

Seitens des Museums wird die Nutzung der Halterungsblöcke „T+“ der Firma TURTLE für die Realisierung einer schwingungsisolierten Lagerung des Werkes in den Transportkisten gewünscht. Die „T+“-Blöcke sind von der Autorin im Jahr 2019 mitentwickelt worden (Patentnr. US12024338B2). Das Herzstück der Halterungsblöcke sind Drahtseilfedern. Die Schwingungsantwort der Gemälde wird über den Typ, die Anzahl und die Positionierung der Halterungsblöcke beeinflusst.

Für die bestmögliche Schwingungsreduktion ist z. B. eine doppelwandige Kiste in Rahmenbauweise und innen liegendem Fachwerk geeignet. Diese Kiste kann so ausgelegt werden, dass die 1. Eigenfrequenz  $> 45 \text{ Hz}$  ist. Die in Abbildung 258) gezeigten Kisten erfüllen dieses Kriterium. Zur Sicherheit werden die drei Kiste mit Dummies aus Holz mit einem Setenkantenfalltest überprüft. Die Messungen bestätigen ein 90 %-ige Schockabsorption.

In Abbildung 259 ist das rechte Gemälde des Werkes in der spezifisch entwickelten Transportkiste und angepassten Halterungsblöcken.

Trotz aller Vorsichtsmaßnahmen ist ein Transport stets risikobehaftet. Die Überwachung der physikalischen Parameter für Temperatur, Luftfeuchte, Druck sowie die Erfassung ereignisabhängiger Beschleunigungsspitzenwerte und -zeitverläufe während des Transportes wird auf Wunsch des Museums durchgeführt. Die Positionen der Datenlogger sind am Beispiel des mittleren Gemäldes in Abbildung 261 gezeigt.

Die Auswertung der Messergebnisse hat insgesamt 14 Ereignisse  $1 \text{ g} \leq a_R \leq 2 \text{ g}$  und 3 Ereignisse  $2 \text{ g} \leq a_R \leq 3 \text{ g}$  für die drei Gemälde im Frequenzbereich von 0 bis 200 Hz während einer LKW-Fahrt Paris  $\Rightarrow$  Den Haag ergeben. Der obere Grenzwert ist für Gemälde 3 g. Dieser ist somit eingehalten worden.



Abb. 258: Gewichtsäquivalente Dummies in „Evolutions“ Transportkisten zur Überprüfung der Wirksamkeit der Schockabsorption und Schwingungsisolation im Depot von Hizkia van Kralingen, Den Haag



Abb. 259: Rechtes Gemälde in der spezifisch konstruierten und hergestellten Transportkiste, Foto: Kjeld Slingerland



Abb. 260: Detailfoto einer T+ Halterung

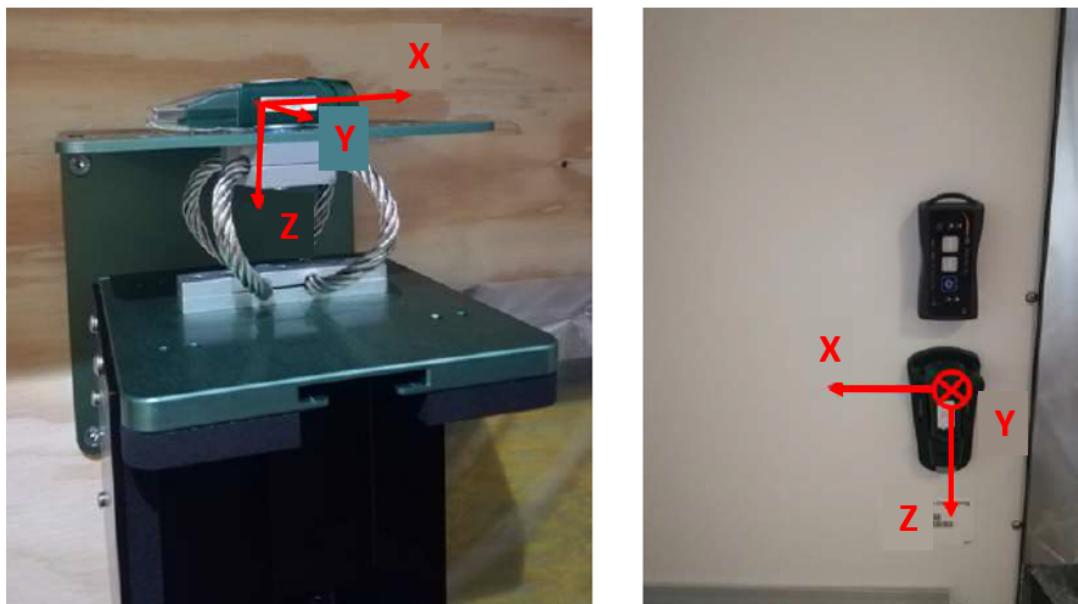


Abb. 261: Datenloggerpositionen am mittleren Gemälde zur Kontrolle des Ein- und Ausgangs der Vibrationen, Foto: Madeleine Vaudremer

## 11.2 Landesmuseum Hannover & museumstechnik GmbH, Berlin: Goldene Tafel aus Lüneburg

Basierend auf der Zusammenarbeit mit der museumstechnik GmbH, Berlin, im Rahmen der Berechnung und Realisierung eines schwingungsisolierten Sockels mit Vitrine zur Präsentation der „Büste der Nofretete“ im Jahr 2009 ist es 10 Jahre später zu dem hier geschilderten transdisziplinären Projekt zwischen dem Landesmuseum Hannover, der museumstechnik GmbH, Berlin und der Autorin gekommen. Ziel des Projektes ist die Präsentation der „Goldenen Tafel aus Lüneburg“ auf einem schwingungsisolierten Sockel.

Die „Goldene Tafel“ für die Benediktinerabteikirche St. Michaelis zu Lüneburg ist eines der kostbarsten Werke in der renommierten Mittelaltersammlung des Landesmuseums Hannover. Das Hochaltarretabel ist in der Zeit um 1400 von großen Schreinern, Bildschnitzern und Malern geschaffen worden und ist bis heute von herausragender Bedeutung. Die Innenseite des Werkes auf seinem neuen Sockel ist in Abbildung 262 gezeigt.

Mit der finanziellen Förderung durch die Volkswagenstiftung, die Klosterkammer Hannover und die FAMA Kunststiftung wird das Retabel in einem groß angelegten interdisziplinären Forschungsprojekt in den Jahren 2012 bis 2016 von Historikern, Kunsthistorikern und Kunsttechnologen intensiv untersucht. Insbesondere werden die einzigartige Geschichte, der Stil und die Konstruktion sowie die materielle Beschaffenheit des doppelt wandelbaren Altars analysiert.

Anschließend wird das Retabel von bis zu sechs Restauratorinnen von Anfang 2016 bis März 2019 restauriert. Die Finanzierung dieses Restaurierungsprojektes wird von dem Niedersächsischen Ministerium für Wissenschaft und Kultur, der Klosterkammer Hannover sowie dem Bündnis Kunst auf Lager mit der Ernst von Siemens Kunststiftung, der Rudolf-August Oetker-Stiftung, der Kulturstiftung der Länder und der VGH Stiftung



Abb. 262: Innenseite der „Goldenen Tafel zu Lüneburg“ auf dem schwingungsisolierten Sockel in der Ausstellung „Zeitwende 1400 – Die Goldene Tafel als europäisches Meisterwerk“, Foto: Landesmuseum Hannover

sichergestellt. Wie inzwischen in vielen Museen werden auch hier weitere Gelder durch Patenschaften eingeworben. In Abbildung 263 ist die Außenseite des Werkes in der Sonderausstellung „Zeitenwende 1400 - Die Goldene Tafel als europäisches Meisterwerk“ im Landesmuseum Hannover zu sehen.



Abb. 263: Außenseite der „Goldenen Tafel zu Lüneburg“ auf dem schwingungsisolierten Sockel in der Ausstellung „Zeitwende 1400 – Die Goldene Tafel als europäisches Meisterwerk“, Foto: Landesmuseum Hannover

Teil des Restaurierungs-Projektes ist auch die Planung und Realisierung eines schwingungsisolierten Sockels. Dieses Teilprojekt wird von der Ernst von Siemens Kunststiftung

finanziert. Hintergrund der Projektbewilligung sind die bereits Ende der 1990er Jahr von den namenhaften Professoren der Schwingungstechnik Prof. Waldemar Stühler (TU Berlin) und Prof. Hans Günther Natke (Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover) durchgeführten Schwingungsuntersuchungen des Fußbodens und der Ausstellungsräume des Landesmuseums Hannover. Sie haben festgestellt, dass die Schwingungen des Fußbodens durch das Objekt selbst verstärkt wird und so die fragilen Aufhängungen des geschädigten Holzes sowie der empfindlichen Goldüberzüge geschädigt werden können.

Daraufhin ist das Retabel im Jahr 2000 in einem Ausschnitt einer Wand installiert worden. Durch Elastomerblöcke, die zwischen Retabel und Wand eingelassen worden sind, soll eine schwingungsisolierende Wirkung hervorgerufen werden. Aufgrund neuerer technischer Entwicklungen auf dem Gebiet der Schwingungsreduktion wird die Wirksamkeit der Methode überprüft und gegebenenfalls verbessert. Zudem besteht der Wunsch das Retabel frei im Raum stehend zu präsentieren, da dies auch die Aufstellung an verschiedenen Orten ermöglicht.

Die Aufgabe, das Retabel mit seinem teilweise fragilen Originalzustand freistehend auf einem schwingungsisolierten Sockel ist eine ingenieurtechnische Herausforderung. Der Wunsch der Kuratoren und der Museumsdirektorin ist, die Goldene Tafel mit mehr als 7 Metern Spannweite und einem Gewicht von mehr als 620 kg auf einem 1,20 m hohen aber nur 35 cm tiefen, geraden Sockel, der auf Federn gelagert ist, zu präsentieren. Eine weitere Bedingung ist die Transportierfähigkeit des Sockels.

Insgesamt ähnelt die Projektsteuerung der eines großen Bauprojektes. Beteiligte sind seitens des Landesmuseums Hannover die Kuratorin, Dr. Antje-Fee Kölleman, Dipl.-Rest. Kirsten Hinderer, Dipl.-Rest. Eliza Reichel und die Leiterin Zentrale Dienste, Michaela Kuntz. Die Firma museumstechnik GmbH aus Berlin ist für gestalterische Aspekt und den Bau des Sockels zuständig. Für die ingenieurtechnische Auslegung des Sockels seitens der Dynamik ist die Autorin verantwortlich. Die Aufgabe der Architektin und Bauingenieurin Kerstin Tegeler ist die Erbringung der rechnerischen Nachweise für die Standsicherheit und Stabilität.

Die Konstruktion und Planung des schwingungsisolierten Sockels für die „Goldene Tafel zu Lüneburg“, startet zunächst mit der experimentellen Modalanalyse und einer Betriebsschwingungsanalyse des Fußbodens des Ausstellungsraumes für die Dauerpräsentation, die sich im 2. Obergeschoss befindet. Des Weiteren ist die Tragfähigkeit der Decke zu überprüfen. Frau Tegeler kommt zu dem Schluss, dass ein Freiraum um die Goldene Tafel einzuhalten ist, damit die Nutzlast der Decke im Mittel nicht überschritten wird.

Aus gestalterischen Gesichtspunkten soll der Sockel gerade sein und möglichst nur die beiden Mittelteile stützen. Der Sockel soll 1,20 m hoch und maximal 35 cm tief sein.

Aus gestalterischer, kuratorischer Perspektive ist ein Einsehen, dass die gewünschte Sockellösung wegen der Kippneigung unbrauchbar ist, nur schwer möglich. Für eine gute Zusammenarbeit ist daher eine Studie mit Hilfe der FEM angefertigt worden. In Abbildung 264 werden die FEM-Modelle einiger Lösungen dargestellt. Aufgrund der Visualisierung der Rechenergebnisse ist die Kommunikation schließlich erfolgreich gewesen. Nach einigen Iterationsschleifen zwischen Gestaltung, Statik und Dynamik ist schließlich eine sehr gute Lösung erarbeitet worden.

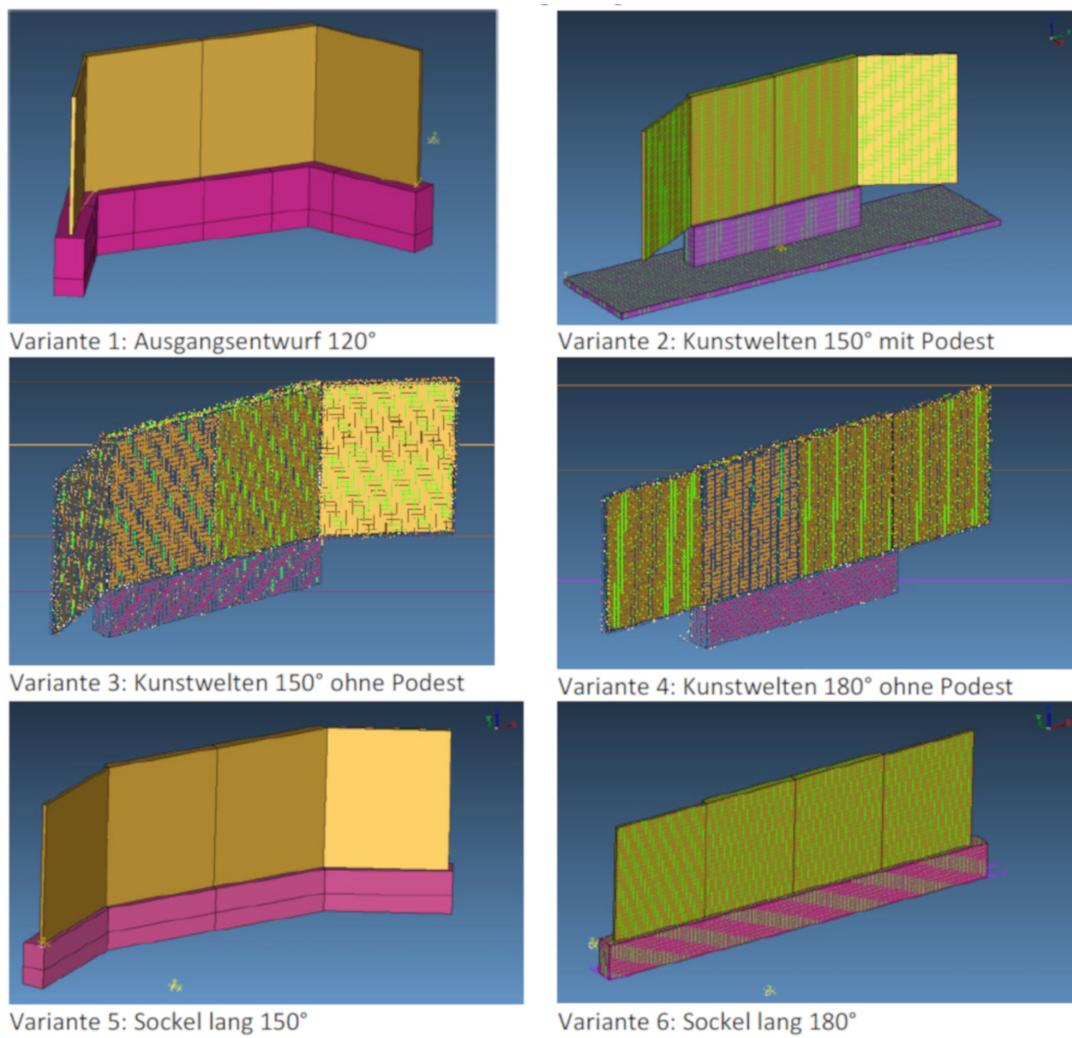


Abb. 264: Design-Studie des schwingungsisolierten Sockels auf der Basis der FEM

Die Simulationen der erzwungenen Schwingungen des finalen Modells ohne und mit Schwingungsisolaion sind in den Abbildungen 265 und 266 dokumentiert.

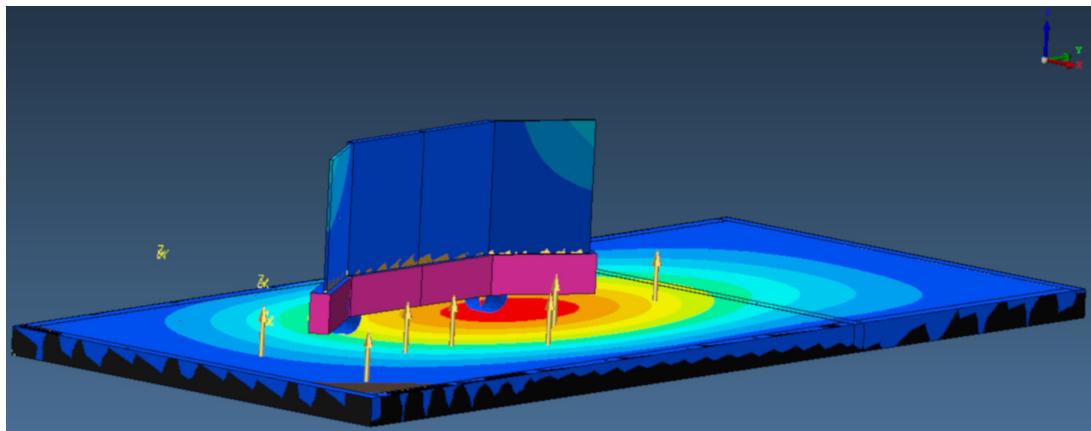


Abb. 265: FEM-Simulation: Schwingungsanregung des Fußboden durch 7 wandernde Personen und die Antwort des Sockels ohne Schwingungsisolation

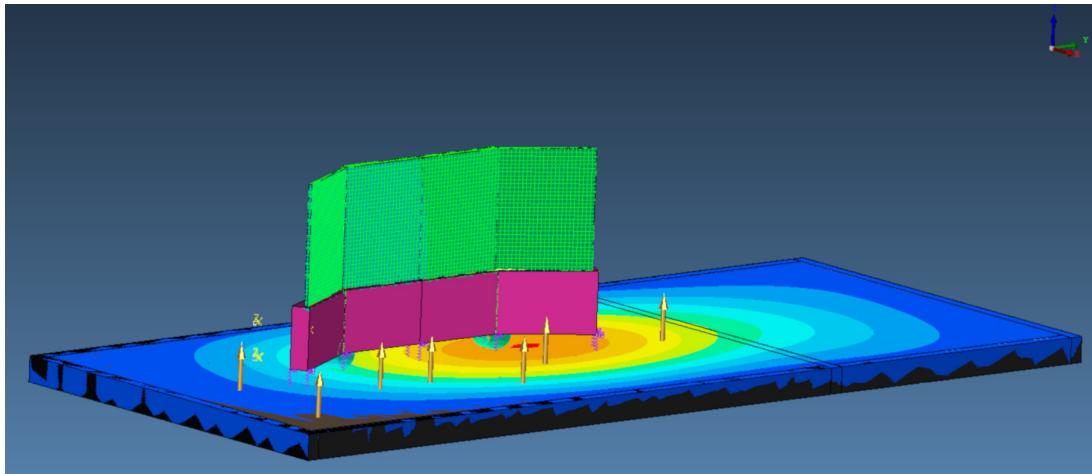


Abb. 266: FEM-Simulation: Schwingungsanregung des Fußboden durch 7 wandernde Personen und die Antwort des Sockels ohne Schwingungsisolation

Die Rechnungen ergeben, dass der Sockel ein Gewicht in Höhe von 900 kg besitzen muss, um bei einem Stoß, der durch einen fallenden Menschen in 1,50 m Höhe verursacht wird, ein Kippen der Gesamtkonstruktion zu vermeiden. Die Transportierfähigkeit des Sockels wird durch einen Rahmen der in vier Sektionen geteilt wird, gewährleistet. Das Gewicht kommt durch Blenden aus Metallplatten, die mit Magneten am Rahmen befestigt werden, und durch Zusatzgewichte, die in der Rahmenstruktur spezifisch verteilt werden, zustande.

Für die Umsetzung des Schwingungsisolation werden Spiralwendelfedern benutzt. Zur Berechnung des Typs, der Anzahl und der Positionierung der Federn werden Informationen über die Eigenfrequenzen des Objektes, die anregenden Schwingungen sowie das Schwingungsverhaltens des Gesamtsystems (Sockel+Goldene Tafel) notwendig. In der bereits erwähnten Simulationsstudie sind die verschiedene Sockelvarianten und Lagerarten auf ihre Eignung im Hinblick auf gestalterische, statische und dynamische Merkmale überprüft worden. Die Umsetzung des finalen Modells ist in den Abbildungen 267 bis 270 zu sehen. Der Sockel stützt alle vier Tafeln des Retabels. Die äußeren Flügel stehen jeweils im Winkel von 30° von der Geraden nach innen gedreht ab. Diese Konstruktion erfüllt die statischen, dynamischen und gestalterischen Kriterien von allen Varianten am besten.



Abb. 267: Frontalansicht des Rahmenwerks des schwingungsisolierten Sockels



Abb. 268: Frontalansicht des schwingungsisolierten Sockels mit Blenden



Abb. 269: Seitenansicht des Rahmenwerks des schwingungsisolierten Sockels



Abb. 270: Seitenansicht des schwingungsisolierten Sockels mit Blenden

In der zweiten Septemberwoche des Jahres 2019 ist der Sockel von der Firma museums-technik GmbH aufgestellt und die Goldene Tafel von einer Kunstspedition (Schenker) auf ihm installiert worden. Der vorab minutiös geplante Aufbau gestaltet sich aufgrund des in Sektionen aufbaubaren Rahmens des Sockels und der unabhängig einlegbaren Gewichte als sehr gut machbar. Die stabile Gleichgewichtslage wird durch feinste Justierung und Ausrichtung der Federn herbeigeführt. Direkt im Anschluß an den Aufbau werden die abschließenden Schwingungsmessungen durchgeführt. Eine sehr gute Wirksamkeit des schwingungsisolierten Sockels ist für die „Goldene Tafel aus Lüneburg“ nachgewiesen worden.

## **Zusammenfassung und Ausblick**



Die Geschichte der Mechanik spiegelt eine komplexe Wissenschaft voller Kontroversen wider. In dem ersten Teil dieser Arbeit ist gezeigt worden, dass die Kontinuumsmechanik auf Axiomen und mit Hilfe des Gebäudes der Differentialgeometrie und Tensorrechnung aufgebaut ist. Damit erfüllt sie den Anspruch, eine fundamentale Wissenschaft zu sein. Ausgehend von einer generellen Formulierung der virtuellen Leistung kann theoretisch jedes beliebige komplexe mechanische System mathematisch abgebildet werden.

Es erscheint paradox, dass im zweiten Teil dieser Arbeit herausgearbeitet wird, dass dieser Ansatz zum heutigen Zeitpunkt an Gemälden auf textilem Bildträger und an Museumsobjekten scheitert. Der Grund dafür ist aber nicht das Konstrukt der Kontinuumsmechanik sondern der Wissensmangel. Im Fall der Gemälde liegt dieser in der unbekannten Spannungsverteilung, die durch die Aufspannung des Bildträgers auf einem Spann- oder Keilrahmen verursacht wird und zeitveränderlich ist. Die Vorspannkräfte können zwar während des Aufspannvorganges ermittelt werden, aber aufgrund der unbestimmbareren (lokalen) chemischen Reaktionen im Gemälde, der Relaxationsvorgänge und den Folgen mikroklimatischer Vorgänge, können die sich verändernden Vorspannkräfte nur abgeschätzt werden. Des Weiteren sind die inhomogene Verteilung von Materialien mit unbekannten Konstitutivgleichungen und die unbekannten gemälde spezifischen mikromechanischen Effekte problematisch.

Im zweiten und im dritten Teil dieser Arbeit wird deutlich, dass die Modellierung von Museumsobjekten aufgrund komplexer Geometrien und vielschichtiger Materialien ähnlich kompliziert und langwierig sein kann wie die der Gemälde. Während Geometrien durch bildgebende Verfahren heutzutage sehr gut erfasst und digitalisiert werden können, ist die Nutzung der Daten in einem Rechenmodell an kapazitive Restriktionen geknüpft. Des Weiteren ist die Bestimmung des mechanischen Verhaltens der Materialien bei dem Großteil der Objekte ein bisher ungelöstes Problem. In beiden Fällen, Gemälde und Museumsobjekte, kommen unbestimmte Anregungen und Kopplungseffekte hinzu.

„Es ist, was es ist.“ ist eine vielgesagte Phrase in der Restaurierungswelt und meint damit, dass jedes Gemälde und jedes Museumsobjekt ein Unikat ist, dessen Natur zu respektieren ist. Die eingangs gestellte Frage, „Bedingt die komplexe Realität eine komplizierte Modellbildung?“, ist mit einem „Ja!“ zu beantworten. Allerdings stehen der praktischen Umsetzung häufig die Nutzen-Aufwand-Relation und die Verfügbarkeit im Wege. Komplizierte Modelle beinhalten in der Regel eine Parameterfülle, der durch den Informationsmangel nicht Rechnung getragen werden kann.

Die Entwicklung von Modellen, die in der Lage sind, all die in den Teilen 2 und 3 dieser Arbeit herausgearbeiteten Effekte abzubilden, ist Aufgabe der Mechanik in den kommenden Jahrzehnten. Dazu gehören vor allem die Untersuchung des mechanischen Verhaltens inklusive der Bruchmechanik von Malmaterialien, Textilien, historischen Materialien und die tiefergehende Erforschung der Wellenausbreitung insbesondere in Gemälden. Die Methoden des Maschinenlernens und der Zustandsüberwachung bieten eine Vielzahl an Möglichkeiten die Forschungsarbeit zu unterstützen und zu beschleunigen. Die Opulenz der Thematik bedarf eines langen Entwicklungszeitraumes, in dem Kunstwerke und Kulturobjekte geschäftig gezeigt und transportiert werden. Dementsprechend ist jede zwischenzeitliche Verbesserung des Standes der Technik gleichbedeutend mit der Bewahrung der Gemälde und Museumsobjekte für zukünftige Generationen.

In diesem Zusammenhang leistet die vorliegende Arbeit einen wertvollen Beitrag, wie in Teil 3 deutlich wird. In einer Vielzahl an transdisziplinären Projekten werden Lösungen für den Transport, die Präsentation und Aufbewahrung entwickelt, die nachweislich die mechanischen Belastungen von Gemälden und Museumsobjekten mindern. Eine Bestätigung sind beispielsweise die erfolgreiche Rückkehr der Triptik „Evolution“ von der Reise nach Paris oder die des Turbanschneckenpokals von der Reise nach New York. „Erfolgreich“ bedeutet in diesem Zusammenhang, dass sich weder die vorhandenen Schädigungen vergößert haben noch neue Schädigungen hinzugekommen sind.

Diese Lösungen basieren auf den simplifizierten Modellen des Werkzeugkastens der Mechanik, der in Teil 1 dieser Arbeit eingeführt wird. Die fehlende Tiefe dieser Modelle wird ausgeglichen, indem die Parametersätze mit der Methode des Model-Updatings an Messdaten angepasst werden. Die so entwickelten Gemälde- und Objektmodelle gehen direkt in die Entwicklung spezifischer Transportkisten, Präsentationshilfen oder Lagerungsstätten ein.

Dieser ingenieurwissenschaftliche Ansatz ist von Restauratoren nicht anwendbar. Restauratoren sind es aber, die die Entscheidung für oder gegen die Anwendung einer Maßnahme treffen. Damit Restauratoren die modellbasierten Erkenntnisse dieser Arbeit für den Schutz der Gemälde und Museumsobjekte in der alltäglichen Praxis verwenden können, sind im Teil 2 dieser Arbeit Entscheidungsbäume und eine „Backingboard app“ ([www.backingboard.app](http://www.backingboard.app)) entwickelt worden. In Teil 3 ist die Tauglichkeit und Wirksamkeit dieser und der resultierenden Lösungen im Rahmen von transdisziplinären Projekten untersucht worden. Die Projektskizzen zeigen außerdem die diffizilen Aufgabenstellungen und Randbedingungen in der Praxis.

Im Ergebnis offenbart diese Arbeit ein neues Forschungs- und Lehrgebiet für die Mechanik. Die Notwendigkeit hierfür ist durch den Wandel der Museen von weniger besuchten Tempeln zu Publikumsmagneten entstanden. Die präventive Konservierung hat hierdurch einen neuen Stellenwert bekommen. Der vorausschauende Ansatz der mathematischen Methoden der Mechanik kann hierfür und in der Planung restauratorischer Maßnahmen in hervorragender Weise unterstützend eingesetzt werden. Dies kann allerdings nur gelingen, wenn auf musealer Seite die Notwendigkeit hierfür erkannt wird und zwischen den Restauratoren, Arthandlern und involvierten Ingenieuren ein gegenseitiges kommunikatives sowie fachliches Verständnis gefördert wird.

Inter- und transdisziplinäre Projekte gelingen, wenn gemeinsame Ziele, inhaltliche Überschneidungen und ein ähnliches Vokabular existieren. Dies kann allerdings schnell den Eindruck z. B. bei Nicht-Mechanikern erwecken, dass strenge Grundlagendisziplinen wie die Kontinuumsmechanik nicht mehr von Nutzen sind. Der gegenseitige Respekt, das Erkennen und die Bekenntnis zur Notwendigkeit von Entwicklungsschritten sind Grundvoraussetzungen, um Paradigmenwechsel in der praktischen Anwendung mit wissenschaftlich fundierten Erkenntnissen zu erreichen.

# **Anhang**



## A1

**Craquelé** ist ein Netz aus Rissen und/oder Sprüngen senkrecht zur Oberfläche. Das Riss- oder Sprungnetz ist abhängig von den verwendeten Materialien, der angewandten Maltechnik und der mechanischen bzw. thermischen Belastung. Es werden zwei Craqueléarten unterschieden: Frühschwundrisse und Alterssprünge. Frühschwundrisse sind maltechnisch bedingt und können bei einer Breite von 1 mm und mehr maximal bis zur Grundierung reichen ([167], S. 165). Alterssprünge sind feiner als Frühschwundrisse. Je nach Ausbildung des Sprungnetzes werden Ährensprünge, Speichensprünge und Spiralsprünge unterschieden. Die Erscheinungsform des Netzes gibt Aufschlüsse über die verursachenden mechanischen Kräfte ([166], S. 287 ff.).

Poren, Mikrorisse, die Pinselstrichstruktur und Frühschwundrisse sind die Schwachstellen der Gemäldeoberfläche. Dort besitzen Alterssprünge ihren Ausgangspunkt.

Eine besondere Form des Alterssprunges sind Keil-/Spannrahmensprünge. Hierbei handelt sich um eine oder mehrere Craquelélinien, die parallel zu den Außenkannten des Gemäldes verlaufen. Dieses Craquelé wird in z. B. [167] (S. 180) auf auf die unterschiedlichen klimatischen Verhältnisse der Leinwand im Bereich des Keil-Spannrahmens und im freien Bereich zurückzuführen sind. Ähnliche Erscheinungen sind auch von Längs- und Querstreben zu finden.



Abb. 271: Links: Schüsselbildung in der Bildschicht mit Trennung vom Bildträger (oben), Schüsselbildung und Mitnahme des Gewebes (unten), Quelle: [167], S. 198; Rechts: Sichtbarer Verlauf der Alterssprünge auf der Rückseite eines Testobjektes durch die Kombination beider Schüsselformen

**Von Farbschüsseln** ist die Rede, wenn die Malschicht an den Rissufern aufsteht ([39], S. 392). Dies kann durch die Lösung der Kanten der Bildschichtschollen vom Gewebe passieren oder durch eine Bindung zwischen craquelierter Bildschicht und Bildträger, die so groß ist, dass das Textil „mitgenommen“ wird. Insbesondere im zweiten Fall ist auf der Rückseite des Bildes der Verlauf der Sprünge sichtbar (siehe Abbildung 271). Auch eine Kombination aus beiden Schüsselformen ist möglich.

Die Charakterisierung der Haftung zwischen den Schichten und zwischen der Grundierungsschicht und dem Untergrund fällt in Bereich der Kolloidmechanik.

**Delaminierung** ist die Trennung der Schichten, d.h. die Bildschicht trennt sich vom Bildträger in Form von Farbschollen oder die Grundierungs- oder Malmittelschichten trennen sich untereinander. Dies kann allmählich passieren, indem sich der vom Bildträger gelöste Teil des Craquelés an den Riss- oder Sprungufern aufweitet (Abbildung 271, links oben) oder durch Abblättern der Farbe, was insbesondere durch ungünstige klimatische Bedingungen hervorgerufen wird ([166], S. 295) aber auch durch Stöße und Vibratoren verursacht werden kann. In jedem Fall enden Delaminierungen früher oder später in dem Verlust von originaler Farbsubstanz. Mögliche Formen der Schichtentrennungen sind schematisch in Abbildung 272 dargestellt.

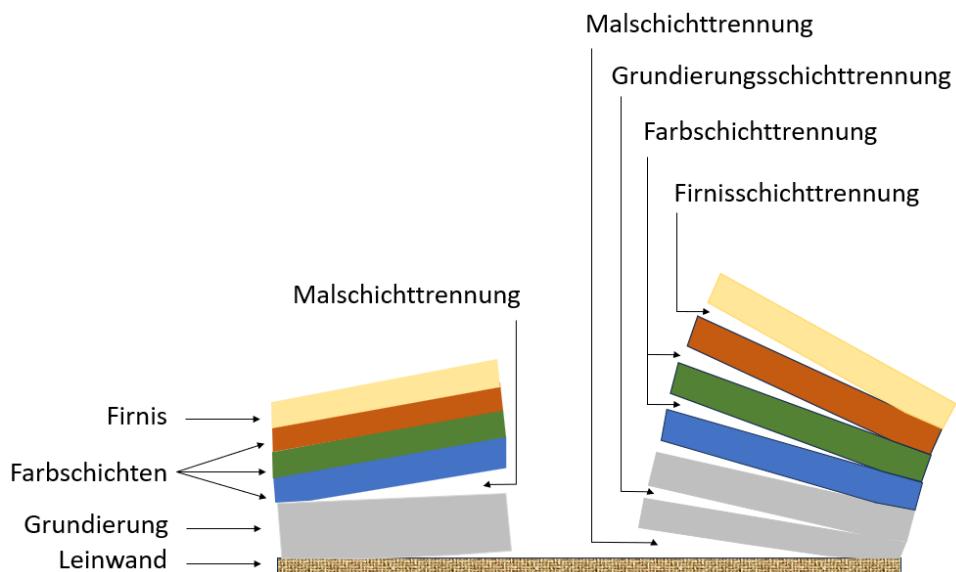


Abb. 272: Mögliche Schichtentrennungen, Quelle: [167], S. 190

**Abpulvern und Kreiden** sind das Ablösen der Farb- und/oder Grundierungsschichten von dem Bildträger in Form von kleinen Partikeln oder Pulver. Ursache ist das Bindemittelversagen. Durch chemische, biologische und/oder mechanische Einflüsse ist die Kohäsion zwischen Füllstoff, Pigment und Bindemittel verringert oder sogar verloren gegangen ([166], S. 295).

**Metallseifen** entstehen durch die chemische Reaktion (Verseifung) zwischen dem Metalloxid oder -carbonat in der Grundierung und dem fettem Öl (Bindemittel wie Leinöl oder Mohnöl) in der Malschicht. Die Moleküle der Metallseifen können so groß werden, dass Protrusionen in der Malschicht entstehen. Bei weiterem Wachstum wird die Malschicht aufgebrochen. Im schlimmsten Fall platzt die Malschicht ab. Es bleiben Krater zurück. Das entstandene Oberflächenbild wird in mancher Literatur etwas reißerisch als „Gemäldeakne“ bezeichnet [B27]. Die verschiedenen Phasen der Metallseifen in den Malschichten eines Gemäldes sind in Abbildung 273 illustriert.

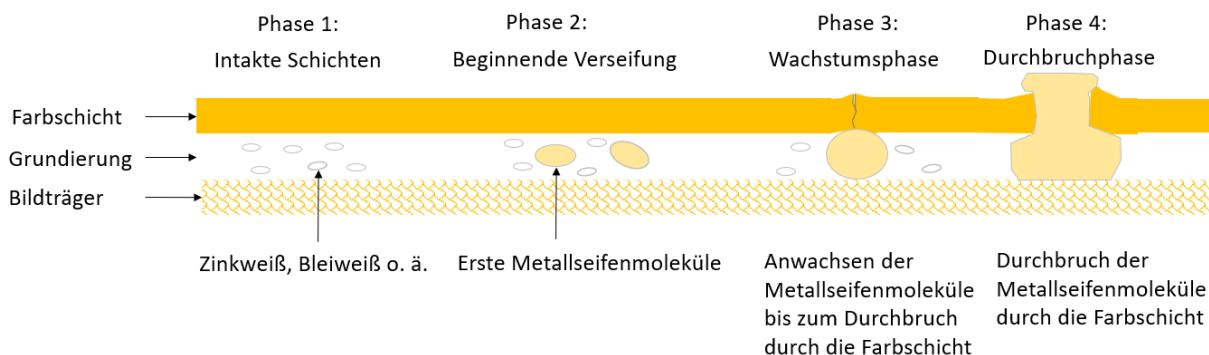


Abb. 273: Phasen der Metallseifen in Ölgemälden, Quelle: [170], S. 7

**Doublierungen** sind Hinterspannungen des originalen textilen Bildträgers mit einem zweiten (Stütz-)Gewebe. Doublierungen gehören zu den maximal invasiven Restaurierungsmethoden. Dennoch werden sie seit dem 17. Jahrhundert durchgeführt. Der Hintergrund ist die Zellulose in natürlichen Geweben, die durch Sauerstoff, Licht und anderen Umwelteinflüssen mit der Zeit zersetzt wird. Schließlich ist der originale Bildträger nicht mehr in der Lage seiner Aufgabe gerecht zu werden.

Es werden verschiedene Arten von Doublierungen in Abhängigkeit der Befestigung an dem originalen Bildträger unterschieden. Eine Doublierung ohne Verklebung wird „lose Hinterspannung“ (engl. loose lining) genannt. Je nach Klebemittel handelt es sich um Naßverklebungen, Schmelzverklebungen oder Heißsiegelungen. Klebemittel können Wachs-Harz-Mischungen, Störleim, wäßrige Leime, Kleister und Kunstharze sein.

Ein Beispiel für Schmelzverklebungen sind Wachs-Harz-Mischungen. Der Kleber wird auf die Rückseite des originalen Bildträgers aufgetragen. Anschließend wird das Stützgewebe aufgelegt. Nun wird das Stützgewebe auf seiner Rückseite mit einem heißen Bügeleisen bearbeitet. Auf diese Weise verflüssigt sich das Wachs-Harz und verteilt sich. Beim Erkalten kleben beide Gewebe aneinander. Unschöner Nebeneffekt ist die Erwärmung der Ölfarbe, wodurch pastose Malschichten geplättet werden. Das Bild verliert also an Struktur. Trotz dieses Eingriffes wurden Gemälde im 19. und 20. Jahrhundert massenweise (besonders in den Niederlanden => Holländische Methode) doubliert. Heutzutage werden Doublierungen nur dann durchgeführt, wenn die Schädigungen des Gewebes so groß sind, dass der Bildträger mit alternativen minimalinvasiven Methoden wie der Einzelfadenverklebung, Vernähung, Randanstückung etc. nicht stabilisiert werden kann.

Ein weiterer Wermuthstropfen der Doublierung ist die Alterung der Klebemittel. Die Gesamtstruktur des Gemäldes versprödet und wird damit sehr sensibel gegenüber mechanischen Belastungen. Einige Resultate und multidisziplinäre naturwissenschaftliche Aspekte eines internationalen „Doublierungs-Projektes“ sind in [65] dokumentiert.

Eine ausführliche Beleuchtung der Geschichte, Entwicklung und praktischen Umsetzung von Doublierungen werden in [78], S. 76 ff.; [39], S. 393/394 und [167], S. 117 ff. unternommen. Spezifische Doublierungen, wie z. B. die von Van Goghs „Sonnenblumen“, werden in [238], S. 72-73 und S. 179-192 untersucht.

**Schichtenfestlegungen** ist die Konsolidierung von gelockerten Farbschichten unter Eingabe eines Bindemittels (tierischer Leim, heute in der Regel Störleim) in die Hohlräume ([167], S.221 ff.). Anschließend werden die Malschichten niedergelegt oder niedergebügelt. Auf diese Weise werden die Bildschicht-, Malschicht oder Farbschichten festgelegt, um den Verlust originaler Substanz zu verhindern. Problematisch gestaltet sich die Niederlegung, wenn wie bei ausgeprägten dachförmigen Abhebungen die Fehlstelle kleiner ist als die abgehobene Schicht, d. h. die Schicht passt nicht mehr auf die Fehlstelle. Um Überlagerungen und Stauchungen zu vermeiden wird durch Klimatisierung die Fehlstelle vergrößert. Wenn diese Dehnung nicht ausreichend ist, wird der Bildträger zusätzlich gedehnt. Dies wird oftmals durch die Vergrößerung des Keilrahmens realisiert.

**Injektionen** von Bindemitteln werden mit einer Injektionsspritze durchgeführt. Dazu wird das Gewebe auf der Rückseiten des Bildes an der Stelle der Delaminierung durchstoßen. Problematisch ist die Festlegung des Volumens des einzugebenden Bindemittels ([167], S. 221).

Ein Niederdrucktisch ermöglicht einfacher die korrekte Positionierung des Bindemittels. Der auf der Unterseite des Gemäldes befindliche Niederdrucktisch produziert einen Sog, durch den das mit dem Pinsel aufgetragene Bindemittel an die Stellen der Malschicht mit dem Craquelé, den Hohlräumen und Schichtentrennungen transportiert wird.

**Rissverklebungen und Rissvernähungen** sind minimalinvasive Verfahren, um in textilen Bildträgern Beschädigungen insbesondere Risse, zu schließen. Bei der Rissverklebung werden die Fäden an der gerissenen Stelle des Gewebes so platziert, wie es vor der Rissentstehung der Fall war. Anschließend werden die Fadenenden mit winzigen Tröpfchen Klebstoff (Epoxidharze, Störleim, Polyacrylat etc.) wieder zusammengefügt.

Die Rissvernähung erfolgt mit chirurgischen Nadeln. Im Anschluss an die Planierung des Gewebes an der Rissstelle wird ein Nylonfaden entlang der gerissenen Fäden geführt und somit der Riss verschlossen ([167], S. 111-112).

**Der Rückseitenschutz** ist eine Schutzschicht auf der Rückseite eines Gemäldes. Er wurde ursprünglich zum Schutz vor Feuchtigkeit entwickelt, heute wird er auch zum Schutz vor Temperaturschwankungen, Durchstöße und Vibratoren verwendet ([167], S. 112).

Der direkte Rückseitenschutz ist in direktem Kontakt zum Bild z. B. in Form eines Anstriches. Der indirekte Rückseitenschutz wird in einem bestimmten Abstand zur Rückseite des Bildträgers, oftmals auf den Keil-/Spannrahmen, montiert. Der indirekte Rückseitenschutz kann eine zweite Leinwand, eine Hartfaser- oder Polyurethanplatte sein.

## A2

Alterungslabor: BSFV Hamburg, Germany Alterungsparameter: Alternierende kontinuierliche Klimazyklen über insgesamt 28 Tage:

- Zyklus 1: + 40 °C  $\pm$  2 °C / 30 %  $\pm$  5 % RH (6 h)
- Zyklus 2: +40 °C  $\pm$  2 °C / 85 %  $\pm$  5 % RH (6 h)

## A3

Liste der Geräte zur Durchführung der messtechnischen und rechnerischen Untersuchungen:

1. Modalshaker: MiniSmart Shaker K2007E01
2. 16-Kanal-Messsystem: Siemens Scadas Mobile 3
3. Triangulationslaser: Keyence LK-H052
4. Beschleunigungssensor: PCB 356A16
5. Kraftsensor: PCB-208C01
6. LPE: Daemcon/Systec Driveset M229
7. Software: Siemens LMS Test.Lab MIMO FRF Testing, Labview 2019 und Mathematica 12.4
8. Labview
9. FEM-Software: Siemens Industry Software Samcef Field Version 18 Desktop
10. Optimierer: Siemens Industry Software Siemens Boss Quattro 17.4



# Primäre Literaturquellen

- [1] J. D. Achenbach: Wave propagation in elastic solids. Paperback edition of volume 16 in the Series: Applied Mathematics and Mechanics edited by: H. A. Lauwerier and W. T. Koiter. Elsevier science publishers B. V., Amsterdam, 1975.
- [2] G. Alsuhly, A. Khattab: An IoT Monitoring and Control Platform for Museum Content Conservation. International Conference on Computer and Applications, IEEE, 2018. ISSN: 978-1-5386-4371-6.
- [3] H. Altenbach: Kontinuumsmechanik - Einführung in die materialunabhängigen und materialabhängigen Gleichungen. 2. Auflage. Springer. Berlin, Heidelberg. 2012.
- [4] Art in Transit - Handbook for Packing and Transporting Paintings. Editoren: M. Richard, M. F. Mecklenburg, R. M. Merrill, National Gallery of Art, Washington, 1. Edition, 1991. ISBN: 0-89468-165-6
- [5] Art in Transit - Studies in the Transport of Paintings. Beiträge zur Conference on The Packing and Transportation of Paintings, 09. - 11.11.1991 in London, Editor: M. F. Mecklenburg, National Gallery of Art, Washington, 1. Edition, 1991. ISBN: 0-89468-163-X
- [6] E. M. Astorga González, E. Municio, M. Noriega, J. M. Marquez-Barja: Cultural Heritage and Internet of Things. Konferenzbeitrag, GoodTechs 2020: 6th EAI International Conference on Smart Objects and Technologies for Social Good, virtual conference, 2020. DOI: 10.1145/3411170.3411267
- [7] N. Bäschlin, M. Läuchli, T. Frankhauser, C. Palmbach, A. Hoess: Backing boards and glazing on paintings - their damping capacity in relation to shock impact and vibration, Preprints ICOM-CC 16. Triennial Conference in Lisbon, 2011.
- [8] N. Bäschlin, M. Läuchli, C. Palmbach, A. Hoess, M. Ryser, T. Frankhauser, K. Sautter: Der Teufel steckt im Detail – Zur Praxisanwendung der Forschungsergebnisse Transport fragiler Gemälde. Zeitschrift für Kunsttechnologie und Konservierung, 29(2), pp. 211-222, 2015.
- [9] N. Bäschlin, M. Läuchli, C. Palmbach, M. Ryser, T. Frankhauser, A. Hoess: Vibrationen – kleine Erschütterungen millionenfach . Zeitschrift für Kunsttechnologie und Konservierung, 29(2), pp. 223-236, 2015.
- [10] U. Baier: Fantasie und Formeln. In: Restauro, 06/2021, pp. 56-58, 2021.
- [11] D. Ballhause: Diskrete Modellierung des Verformungs- und Versagenverhaltens von Gewebemembranen. Dissertation, Universität Stuttgart, 2007. ISBN 978-3-930683-91-8.
- [12] A. Barros D'Sa, L. Bone, R. Clarricoates, H. Dowding (editors): Current Technical Challenges in the Conservation of Paintings. Archetype Publications, London. 2015.

## Primäre Literaturquellen

- [13] K. J. Bathe: The Finite Element Analysis of Shells - Fundamentals (Computational Fluid and Solid Mechanics. Springer-Verlag New York, 1. Auflage, 2003.
- [14] W. Becker, D. Gross: Mechanik elastischer Körper und Strukturen. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2002.
- [15] W. Beitz, K.-H. Grote: Dubbel Taschenbuch für den Maschinenbau. Springer Berlin Heidelberg New York, 19. Auflage. 1997.
- [16] W. Benjamin: Das Kunstwerk im Zeitalter seiner technischen Reproduzierbarkeit. Zeitschrift für Sozialforschung, Herausgeber: M. Horkheimer, 5. Jahrgang, 1936.
- [17] G. A. Berger: Conservation of Paintings - Research and Innovations. Archetype Publication, London, 2000. ISBN: 1 873132379
- [18] A. Bertram: Axiomatische Einführung in die Kontinuumsmechanik. Wissenschaftsverlag, Mannheim/Wien/Zürich. 1989.
- [19] A. Bertram, S. Forest: Mechanics based on an objective power functional. Technische Mechanik, Band 27, Heft 1. 2007. S. 1-17.
- [20] A. Bertram, R. Glüge: Solid Mechanics. Springer Verlag. 2015.
- [21] M. Bischoff: Theorie und Numerik einer dreidimensionalen Schalenformulierung. Dissertationsschrift, Institut für Baustatik, Universität Stuttgart. 1999.
- [22] M. Bisschoff, H. Diependaal: Dokumentatie Mondriaanproject. Museumsinternes Restaurierungsprotokoll. Kunstmuseum Den Haag. 2013.
- [23] M. Bisschoff, M. Leeuwenstein, K. Kracht: Optimising the protection of the Kröller-Müller Museum's wax resin lined Van Gogh from shocks and vibrations in transit. Preprints ICOM-CC 20. Triennial Conference, Valencia, 2023.
- [24] G. Black: Museums and the Challenge of Change: Old Institutions in a New World. Routledge, 1. Edition, 2021.
- [25] E. Bosco, A. S. J. Suiker, N. A. Fleck: Moisture induced cracking in a flexural bilayer with application to historical paintings. Theoretical and applied fracture mechanics, Elsevier Ltd, 2020. DOI: 10.1016/j.tafmec.2020.102779.
- [26] E. Bosco, A. S. J. Suiker, N. A. Fleck: Predicting craquelure and delamination mechanism in historical paintings. Collection Care Conference, Valencia, 2021.
- [27] D. K. Bose: Erhaltungssätze der Kontinuumsmechanik für eine konsistente Plattentheorie. Dissertation, Universität Bremen, Bremen, Shaker-Verlag, 2004. ISBN: 978-3832231538
- [28] R. Brincker, C. Ventura: Introduction to operational modal analysis. John Wiley & Sons, UK, 2015. ISBN 978-1-119-96315-8
- [29] A. Brokerhof, B. Ankersmit, and F. Ligterink, Risk Management for Collections, Netherlands, Rijksdienst voor het Cultureel Erfgoed, Amersfoort, 2017.
- [30] I. Bronstein, H. Mühlig, G. Musiol, K. A. Semendjajew: Taschenbuch der Mathematik, Europa-Lehrmittel, 11. Edition. 2020.
- [31] M. L. Bucalem, K.-J. Bathe: The Mechanics of Solids and Structures - Hierarchical Modeling and the Finite Element Solution. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg.

2011.

- [32] H. R. Busby, G. H. Staab: Structural Dynamics - Concepts and Applications. CRC Press Taylor & Francis Group Boca Raton London New York. 2018.
- [33] A. Califano, P. Foti, M. Baiesi, F. Berto, C. Bertolin: A new risk assessment tool which assesses the climate-induced mechanical stress and its strain energy density on pine circular elements: preliminary investigation in view of the experimental and numerical validation. Tagungsband (Postprints) des VIRT EX Kolloquiums, TU Dresden, 2021. ISBN 978-3-86780-694-7.
- [34] C. R. Calladine: Theory of Shell Structures. Cambridge University Press. Cambridge New York New Rochelle Melbourne Sydney. Erste Veröffentlichung 1983. Neueste Wiederauflage 2007.
- [35] D. Chapelle, K.-J. Bathe: The Finite Element Analysis of Shells - Fundamentals. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg. 2011.
- [36] P. Chiriboga: Finite Element Modeling of Vibrations in Canvas Paintings. PHD-Thesis. TU Delft. 2013.
- [37] C. Costain: Framework for preservation of museum collections. CCI Newsletter No. 14, 1- 4. & Canadian Conservation Institute, 1994 Framework for Preservation of Museum, Collections (a poster), Ottawa, CCI, 1994.
- [38] S. Davison, R. G. Newton: Conservation and Restoration of Glass. Taylor and Francis (Verlag). 2008.
- [39] M. Doerner: Malmaterial und seine Verwendung im Bilde. Herausgeber: Thomas Hoppe. Urania Kunst und Gestaltung, Berlin. 20. Auflage. 2003.
- [40] H. Dresig, F. Holzweißig: Maschinendynamik. 9- Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2009. ISBN 978-3-540-87694-6
- [41] H. Duan, F. Tian: The development of standardized models of digital twins. IFAC PapersOnLine, vol. 53, no. 5, pp. 726-731, 2020. DOI: 10.1016/j.ifacol.2021.04.164
- [42] H. Duan, S. Gao, X. Yang, Y. Li: The development of a digital concept system. Digital Twin, vol. 2, no. 10, 2023. DOI: 10.12688/digitaltwin.17599.1
- [43] G. Eichmüller: Schwingungsbelastungen und das daraus resultierende Risikopotential für keramische Objekte - Eruierung des Schädigungspotentials anhand von keramischen Prüfkörpern ausgelöst durch ein innerstädtisches Belastungsprofil. Masterarbeit, Fachbereich Restaurierung und Konservierung/Grabungstechnik, Hochschule für Technik und Wirtschaft, Berlin. 2016.
- [44] G. Eichmüller, K. Kracht, A. Jeberien: Alles sicher verpackt?. Restauro No. 6, S. 14-23. 2016.
- [45] R. H. Enns: It's a nonlinear world. Springer, New York, Dordrecht, Heidelberg, London. 2010.
- [46] M. Epstein: The geometrical language of continuum mechanics. Camebridge University Press, Camebridge, 1. Auflage. 2013.
- [47] D. Erhardt, C. S. Tumosa, M. F. Mecklenburg: Natural and accelerated thermal aging of oil paint films, Contribution to the IIC Melbourne Congress, 10.-14. Ok-

## Primäre Literaturquellen

- tober 2020, Editoren: A. Roy, P. Smith, Mellbourne, 2000.
- [48] E. Esmailzadeh, D. Younesian, H. Askari: Analytical methods in nonlinear oscillations - Approaches and applications. In: Series of solid mechanics and its applications, Springer Nature B. V., Dordrecht, 2019.
  - [49] S. R. Eugster: Geometric continuum mechanics and induced beam theories. In: Lecture notes in applied and computational mechanics, Vol. 75, Springer Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London. 2015.
  - [50] D. J. Ewins: Modal testing - Theory, practice and application. Second edition. Wiley Research Studies Press LTD. Baldock, Hertfordshire, England. 2000.
  - [51] G. J. A. M. Eumelen, E. Bosco, A. S. J. Suiker, J. J. Hermans: Chemo-mechanical model for degradation of oil paintings by amorphous and crystalline metal soaps. European Journal of Mechanics. A, Solids, 97, 2023. DOI: 10.1016/j.euromechsol.2022.104827
  - [52] C. R. Farrar, K. Worden: Structural health monitoring - A machine learning perspective. John Wiley & Sons, Ltd, UK. 2013.
  - [53] K. Federhofer: Dynamik des Bogenträgers und Kreisringes. Springer-Verlag Wien. 1950.
  - [54] W. Fischer: Failure and Damage Analysis of Advanced Materials. Springer-Verlag Wien, Heidelberg, New York, Dordrecht, London. 2015.
  - [55] J. Finger: Über die gegenseitigen Beziehungen von gewissen in der Mechanik von Vortheil anwendbaren Flächen zweiter Ordnung nebst Anwendungen auf Probleme der Astatik. In: Sitzungsberichte der Akad. Wiss. Wien (IIa), 101, S. 1105-142, 1892.
  - [56] V. Finlay: Das Geheimnis der Farben: Eine Kulturgeschichte. List Taschenbuch, 15. Edition, 2004.
  - [57] W. Fischer: Modellierung und Berechnung von mechanischen Spannungen und Volumenänderungen bei Reaktionsharzen. Dissertationsschrift, Otto-von-Guericke Universität, Magdeburg. 2015.
  - [130] M. Flemming, S. Roth: Faserverbundbauweisen - Eigenschaften mechanische, konstruktive, thermische, elektrische, ökologische, wirtschaftliche Aspekte. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2003.
  - [58] H. Flock: Einzelfadenverklebung in der Gemälderestaurierung: Klebstoffe, Prüfsystematik und Ergebnisse. Dissertation, Universität des Saarlandes, 2020, DOI: 10.22028/D291-34685
  - [59] A. Fornari, M. Rossi, D. Rocco, L. Mattiello: A review of applications of nanocellulose to preserve and protect cultural heritage wood, paintings, and historical papers. Appl. Sci. 2022, 12(24), 12846, 2022, DOI: 2076-3417/12/24/12846.
  - [60] R. Fortini: Development of a method to measure the flexural rigidity of nanofibers. Dissertation, TU Berlin, 2022, DOI: 2e94dec9-274c-4cf6-8b80-489d2e9ef923.
  - [61] S. C. Franco: REIBUNG VON VLIES UND GEMÄLDE - Ermittlung des Haftungskoeffizient zwischen Gemälden und unterschiedlichen Vliesen. Laborbericht im Rahmen der IV Mechanische Schwingungen von Kunstwerken und Kulturob-

- projekten, Prof. Dr. Ing. Kerstin Kracht, Institut für Mechanik, TU Berlin, SoSe 2022.
- [62] M. I. Friswell, J. E. Mottershead: Finite Element Model Updating in Structural Dynamics. Solid Mechanics and its Applications. Vol. 38. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht. 1995.
  - [63] H. Fuchs, W. Albrecht: Vliesstoffe: Rohstoffe, Herstellung, Anwendung. Wiley-VCH, 2. vollständig bearbeitete Auflage, 2012
  - [64] F. Furkert: Optimierung eines Teststands zur Schwingungsuntersuchung ebener Faser-Matrix-Verbunde. Bachelorarbeit, TU Berlin, 2014.
  - [65] L. Fuster-López, C. Karup Andersen, N. Bouillon et al.: Glue-paste linings: An evaluation of some biological, chemical and mechanical aspects of a traditional technique. ICOM-CC 18th Triennial Conference Preprints, Copenhagen, 4-8 September 2017.
  - [66] Y. Gao: Investigation on the dynamic behavior of paintings during transport: Experimentation, simulation and modeling. Dissertation, Universität Stuttgart, Shaker Verlag, Düren, 2024.
  - [67] Y. Gao, P. Ziegler, C. Heinemann, E. Hartlieb, and P. Eberhard: Experimental research on the influence of modal nonlinearities of paintings under mechanical loads. Archive of Applied Mechanics, vol. 92, no. 9, pp. 2679-2694, 2022. DOI: s00419-022-02209-y.
  - [68] P. Gasch: Klimaversuche an 12 Ölgemäldedummies. Prüfbericht Nr. 4741/21. BFSV Verpackungsinstitut Hamburg GmbH. 2021.
  - [69] R. Gasch, K. Knothe: Strukturdynamik - Band 2: Kontinua und ihre Diskretisierung. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 1989.
  - [70] S. Gesell: Modellierung des „Rosinenbombers“ (C-47 „Skytrain“) des Deutschen Technikmuseums im Hinblick auf die Faltenbildung an Rumpf und Flügeln. Bachelorarbeit an der TU Berlin. 2015.
  - [71] J. W. Goethe: Die Tafeln zur Farbenlehre und deren Erklärungen. Insel-Verlag, 15. Edition. 1994.
  - [72] J. W. v. Goethe: Gedichte Ausgabe letzter Hand 1827, CreateSpace Independent Publishing Platform. 2013.
  - [73] R. Gomeringer, A. Stephan, F. Wieneke, S. Oesterle et al.: Tabellenbuch Metall. Verlag Europa-Lehrmittel. 2019.
  - [74] U. Gabbert: Finite Elemente - Methode Teil I, Vorlesungsskript. Otto-von-Guericke Universität, Magdeburg. <http://www15.ovgu.de/ifme/l-numerik/fem-1-kapitel%207.pdf> (letzter Aufruf: 30.09.2024).
  - [75] M. Grieves: Origin of the Digital Twin Concept. Working paper, Florida Institute of Technology NASA, USA, 2016. DOI: 10.13140/RG.2.2.26367.6160
  - [76] D. Gross, W. Hauger, P. Wriggers: Technische Mechanik. Band 4: Hydromechanik, Elemente der Höheren Mechanik, Numerische Methoden. Springer-Verlag, 6. Auflage, 2007.
  - [77] L. Grunow, K. Nielsen: Spannungen von Fügestellen an historischen Hohlgläsern

- während der Glasrestaurierung. Projektarbeit im Rahmen des Modules „FEM – Labor für Restauratoren & Ingenieure“ an der Freien Universität Bremen. 2021.
- [78] S. Hackney: On Canvas Preserving the Structure of Paintings. Getty Publications, Los Angeles. 2020.
- [79] P. Hagedorn: Nichtlineare Schwingungen. Europa-Lehrmittel, 2. Edition. 2014.
- [80] P. Hagedorn, A. DasGupta: Vibrations and waves in continuous mechanical systems, John Wiley & Sons Inc., 2007.
- [81] P. Hagedorn, D. Hochlenert: Technische Schwingungslehre: Schwingungen linearer diskreter mechanischer Systeme. Europa-Lehrmittel, 2. Edition. 2014.
- [82] P. Hagedorn, J. Wallaschek: Technische Mechanik, Band 3: Dynamik. Europa-Lehrmittel, 5. Auflage. 2017. ISBN: 978-3-8085-5693-1
- [83] E. Hartlieb: Wie schwingt ein Gemälde?-Einfluss verschiedener Parameter auf die Schwingungseigenschaften von Gemälden auf textilen Trägern. Masterarbeit, Akademie der Künste, Stuttgart, 2021.
- [84] D. Hedinger: Protokolle über den Zustand der Dummies D6, G2, H2 und F in verschiedenen Zuständen. Zustandsprotokolle, Restaurierungsatelier Hedinger, Stuttgart. 2021-2023.
- [85] N. Hein: Die materielle Veränderung von Kunst durch Transporte – Monitoring und Transportschadensbewertung an Gemälden durch das Streifenprojektionsverfahren. Staatliche Akademie der Bildenden Künste Stuttgart. 2015.
- [86] C. Heinemann, P. Ziegler, N. Hein, C. Hein, P. Eberhard: Objektiviertes Gemälde monitoring unter Berücksichtigung mechanischer Einflussfaktoren. Zeitschrift für Kunsttechnologie und Konservierung, Ausgabe I/2020.
- [87] C. Higgit, L. Harrison, T. Gallikowsky et al.: Protecting the National Gallery's Paintings Collection From the Impact of Vibration During Building Work. Studies in Conservation. DOI: 10.1080/00393630.2020.1754058. 2020.
- [88] J. Hill Stoner, R. Rushfield (editors): Conservation of Easel Paintings. Routledge Series in Conservation and Museology, London and New York. 2012.
- [89] U. Holzhausen: Beitrag zur Aufklärung der Alterungsvorgänge von organischen Oberflächenbeschichtungen bei thermischer Belastung, Dissertation, Magdeburg. 2002.
- [90] J.-H. Hommel: Untersuchung zusammengesetzter Schalen auf der Grundlage eines elasto-plastischen Schädigungsmodells für duktile Metalle. Diplomarbeit. Ruhr-Universität Bochum. 2001.
- [91] <https://ista.org/docs/6AmazoncomSIOCOverview.pdf>, letzter Aufruf: 30.09.2024
- [92] F. C. Izzo, M. Kratter, A. Nevin, E. Zendri: A critical review on the analysis of Metal soaps in oil paintings. Chemistry open - European chemical societies publishing Vol. 10, Issue 9, pages 904-921. 2021.
- [93] J. Holldorb: Untersuchungen und Überlegungen bezüglich der Seilkurve von polycal Drahtseilfedern, Projektbericht im Rahmen der IV Mechanische Schwingungen von

Kunstwerken und Kulturobjekten im WiSe 2020/24, Dozentin: Prof. Dr. Ing. K. Kracht, Institut für Mechanik, TU Berlin.

- [94] J. Hornig: Analyse der Faltenbildung in Membranen aus unterschiedlichen Materialien. Dissertation, TU Berlin, 2004.
- [95] J. Hornig-Klamroth: Modellierung von vorgespannten Gemäldeleinwänden – Eine Anwendung der nichtlinearen Kontinuumsmechanik. Methoden des Fortschritts II, Veröffentlichungsreihe des Fachbereichs VIII, Beuth Hochschule für Technik Berlin. S. 57-95. 2019.
- [96] M. Jammer: Concept of force. 2. Auflage. Dover publications inc., Mineola, New York. 1999.
- [97] V. John: Numerik partieller Differentialgleichungen - eine elementare Einführung, Vorlesungsskript. Weierstraß-Institut, Berlin, SoSe 2009. [https://www.wias-berlin.de/people/john/LEHRE/NUM\\_PDE/SS09/num\\_pde\\_intro\\_04.pdf](https://www.wias-berlin.de/people/john/LEHRE/NUM_PDE/SS09/num_pde_intro_04.pdf), (letzter Aufruf: 30.09.2024).
- [98] C. R. Johnson Jr., W. A. Sethares: Canvas weave match supports designation of Vermeer's Geographer and Astronomer as a pendent pair. Journal of Historians of Netherlandish Art, Vol. 9.1, 2017, DOI: 10.5092/jhna.2017.9.1.17
- [99] H. Joost: Tomographisch - interferometrisches Verfahren zur Vermessung und Optimierung der Schallfelder von Vielwandlersystemen für die akustisch optische Hohlstellenerkennung an historischen Wandmalereien. Dissertation an der Carl von Ossietzky Universität Oldenburg. 2012.
- [100] A. Karahan: Untersuchung der Falten- und Beulenbildung am Flugzeug vom Typ C-47 mittels der Finiten-Elementen-Methode. Masterarbeit am Bremer Institut für Strukturmechanik und Produktionsanlagen, Universität Bremen, 2023.
- [101] M. Keil: Identifikation von Rissen in Schmiedeteilen. Abschlussbericht. Forschungsgesellschaft Stahlverformung e. V. 1997.
- [102] A. Kellner: Designstudie zur schwingungsisolierten Lagerung des Lilienthalgleiters im Deutschen Museum München während der Ausstellung und des internen Transportes. Bachelorarbeit, TU Berlin, 2023.
- [103] A. Kellner, K. Kracht, C. Holzer: Protecting Otto Lilienthal's legacy with vibration isolation. In: News in Conservation, Ausgabe 98, Oktober-November, 2023, S. 36 - 42.
- [104] R. Kienzler: Eine Erweiterung der klassischen Schalentheorie; der Einfluss von Dickenverzerrungen und Querschnittsverwölbungen. Ingenieur-Archiv, 52(5):311–322. Erweiterte Version in: Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, Darmstadt, 1980.
- [105] R. Kienzler, G. Herrmann: Mechanics in material space - with applications to defect and fracture mechanics. Springer, Berlin, Heidelberg. 2000.
- [106] R. Kienzler, P. Schneider: Beams in plane bending. In: Pietraszkiewicz, W. and Witkowski, W., editors, Shell structures, pages 541–544. CRC Press, Boca Raton [Florida] and London [England] and New York, 2018.
- [107] R. Kienzler, P. Schneider: A beam - just a beam in linear plane bending. In Alten-

## Primäre Literaturquellen

- bach, H., Chroscielewski, J., Eremeyev, V. A., and Wisniewski, K., editors, Recent Developments in the Theory of Shells, volume 110 of Advanced Structured Materials Ser, pages 329–350. Springer, Cham., 2019.
- [108] A. Kinder, J. Brachmann, M. Belhadj Kouider: Untersuchung des Verformungsverhalten der Flugzeugflügel des Rosinenbombers (C-47) des Technikmuseums Berlin unter verschiedenen Lastannahmen. Projektbericht im Fach „FEM-Labor“ an der Universität Bremen, Sommersemester 2021.
  - [109] G. Kirchhoff, G. (1850). Über das Gleichgewicht und die Bewegung einer elastischen Scheibe. Journal für die reine und angewandte Mathematik, 40, S. 51–88, 1850.
  - [110] S. J. Knell: Museum Revolutions: How museums change and are changed. Routledge, 1. Edition, 2007.
  - [111] K. Knothe, H. Wessels: Finite Elemente - Eine Einführung für Ingenieure. 4. erweiterte Auflage, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg. 2008.
  - [112] I. Köhler: Bachelorarbeit. TU Berlin. 2021.
  - [113] W. T. Koiter: On the nonlinear theory of thin elastic shells. Proc. Koninkl. Ned. Akad. van Wetenschappen, Series B, 69, S. 1–54, 1966.
  - [114] V. Kotonski, K. Kracht, E. York, C. Barton: Protecting Three-Dimensional Museum Collections During Transport: Engineering and Evaluation of Transport Crates Featuring Wire-Rope Isolators for Improved Vibration Mitigation, Studies in Conservation, 2022. DOI: 10.1080/00393630.2022.2076780.
  - [115] K. Kracht: Alles schwingt!. RESTAURO, Ausgabe 7/2018. S. 42-44.
  - [116] K. Kracht, S. Gesell: Im Alter kommen die Falten. Restauro Ausgabe 1/2019, S. 44-51. 2019.
  - [117] K. Kracht: Der schwingungsisolierte Sockel der Goldenen Tafel im Landesmuseum Hannover. Restauro, Ausgabe 1/2020. S. 38-43. 2020.[https://www.researchgate.net/publication/354750945\\_The\\_vibration-isolated\\_pedestal\\_of\\_the\\_Golden\\_Panel\\_in\\_the\\_Landesmuseum\\_Hannover](https://www.researchgate.net/publication/354750945_The_vibration-isolated_pedestal_of_the_Golden_Panel_in_the_Landesmuseum_Hannover)
  - [118] K. Kracht: Diese Kiste rettet vierzig Bäumen das Leben – Über Gemäldetransport mit Nachhaltigkeit. Restauro No. 7/2017, S. 24-27, Callwey Verlag, 2017.
  - [119] K. Kracht: Der sichere Transport von Kunstwerken und Kulturgütern - Physikalische Untersuchungen zu verschiedenen Gemäldetransportkisten. Restauro 7/2018, S. 22-29, Callwey Verlag, 2018.
  - [120] K. Kracht: Die Untersuchung des Schwingungsverhalten von Ölgemälden in Abhängigkeit der Alterung. Dissertationsschrift, TU Berlin, Shaker Verlag. 2011.
  - [121] K. Kracht, D. Hedinger: Einfluss vernährter Risse auf das Schwingungsverhalten von Gemälden auf textilem Bildträger, Zeitschrift für Kunsttechnologie und Konservierung (ZKK), Wernersche Verlagsgesellschaft, Worms, 35. Jahrgang, Heft 1, 2022.
  - [122] K. Kracht and T. Kletschkowski: From art to engineering: A technical review on the problem of vibrating canvas, Part 1: Excitation and Efforts. Facta Uni. Series: Mech. Mater., vol. 15, no. 1, pp. 163-182, 2017. DOI:FUME161010009K.

[https://www.researchgate.net/publication/316252804\\_From\\_art\\_to\\_engineering\\_A\\_technical\\_review\\_on\\_the\\_problem\\_of\\_vibrating\\_canvas\\_part\\_I\\_Excitation\\_and\\_efforts\\_of\\_vibration\\_reduction](https://www.researchgate.net/publication/316252804_From_art_to_engineering_A_technical_review_on_the_problem_of_vibrating_canvas_part_I_Excitation_and_efforts_of_vibration_reduction)

- [123] K. Kracht, M. Meyer-Coors, R. Schröder: From „How to model a painting?“ to the digital twin design of canvas paintings. Journal of Engineering Management and Systems Engineering (JEMSE) (ISSN 2958-3519), Volume 2, Issue 1, 2023. [https://www.researchgate.net/publication/368789249\\_From\\_How\\_to\\_Model\\_a\\_Painting\\_to\\_the\\_Digital\\_Twin\\_Design\\_of\\_Canvas\\_Paintings](https://www.researchgate.net/publication/368789249_From_How_to_Model_a_Painting_to_the_Digital_Twin_Design_of_Canvas_Paintings)
- [124] K. Kracht: Investigation of the vibration behaviour of the artwork „Evolution“ by Piet Mondrian (1911). Museumsinterner Messreport, Report No. 2020-BE-07. Kunstmuseum Den Haag. 2020.
- [125] K. Kracht, U. von Wagner: Oil Paintings and Mechanics: How to Save Art Treasures Using Knowledge from Dynamics. Machine Dynamics Research Vol. 35, no. 4, S. 49 - 61. 2011. [https://www.researchgate.net/publication/353979467\\_Oil\\_Paintings\\_and\\_Mechanics\\_-How\\_to\\_save\\_Art\\_Treasures\\_using\\_knowledge\\_from\\_Dynamics](https://www.researchgate.net/publication/353979467_Oil_Paintings_and_Mechanics_-How_to_save_Art_Treasures_using_knowledge_from_Dynamics)
- [126] K. Kracht: Schwingungsmessungen an dem Gemälde „Revolution (Barrikadenkampf)“ von Ludwig Meidner. Interne Messreport für die Neue Nationalgalerie Berlin. TU Berlin. 2013.
- [127] K. Kracht: Special exhibitions, footsteps, beats per minute and construction work - art objects in motion - the needs of vibration reduction methods. Präsentation. PACCIN EUROPREPCON 2019, Amsterdam. 11.-13.04.2019.
- [128] K. Kracht, U. v. Wagner: Vibration Behavior of Paintings and the Consequences. Poster Presentation. International Scientific Workshop: Heritage Science and Sustainable Development for the Preservation of Art and Cultural Assets - On the Way to the GREEN Museum 11.-12.04.2013. Rathgen-Forschungslabor, Staatliche Museen zu Berlin.
- [129] K. Kracht, K. Baruth: Wie ein Turbanschneckenpokal vom Schloss Güstrow nach New York reiste. RESTAURO Issue 6, S.40-43, 2020. [https://www.researchgate.net/publication/354719099\\_Wie\\_ein\\_Turbanschneckenpokal\\_vom\\_Schloss\\_Gustrow\\_nach\\_New\\_York\\_reiste](https://www.researchgate.net/publication/354719099_Wie_ein_Turbanschneckenpokal_vom_Schloss_Gustrow_nach_New_York_reiste)
- [130] W. Krätsig: On the structure of consistent linear shell theories. In Koiter, W. and Mikhailov, G., editors, Theory of Shells, pages 353–368. North-Holland, Amsterdam, 1980.
- [131] D. Kunopka, M. Kaliske: Inside the icon: experimental and numerical analysis of climate impacts on the damage potential of panel paintings. Tagungsband (Postprints) des VIRT EX Kolloquiums, TU Dresden, 2021. ISBN 978-3-86780-694-7.
- [132] M. Läuchli: Gemäldestrukturen unter permanenter Zugbelastung - Gewichtsbedingte Deformationen an grossformatigen, modernen Gemälden. Diplomarbeit, Hochschule der Künste, Bern, 2004.
- [133] D.SH. Lee, N.-S. Kim, M. Scharff et al. Numerical modelling of mechanical degradation of canvas paintings under desiccation. Heritage Science 10, 130 (2022). DOI: 10.1186/s40494-022-00763-w.

## Primäre Literaturquellen

- [134] M. Leeuwenstein, M. Bischoff, K. Kracht: Optimization of the protection of the Kröller-Müller Museum's van Gogh paintings against shock and vibration. Preprints ICOM-CC conference, Valencia, 2023. <https://www.icom-cc-publications-online.org/5683/Optimising-the-protection-of-the-Kroller-Muller-Museums-wax-resin-lined-van-Gogh-paintings-from-shocks-and-vibrations-in-transit>
- [135] A. W. Leissa: Vibrations of Plates. Scientific and Technical Informations Divison, Office of Technology Utilization, NASA. 1969.
- [136] A. W. Leissa, M. S. Qatu: Vibrations of Continuous Systems. McGraw Hill Companies, Inc. 2011.
- [137] B. Leshchyshyn: Sicherungsmaßnahmen während der Freilegung einer stark korrodierten Lanzenspitze aus Eisen - Entwicklung und Herstellung unterstützender Unterlagen aus Silikon für die sichere Freilegung der stark korrodierten archäologischen Eisenobjekte - Instrumentale Untersuchungen der Vibrationseigenschaften der Silikonunterlagen. Bachelorarbeit, HTW Berlin, 2018.
- [138] R. Lierke: Auf den Spuren der Amphora. Zeitschrift für Restaurierung und Archäologie, Ausgabe 2/2009, S. 67-80. <https://journals.ub.uni-heidelberg.de/index.php/restarch/article/view/35249/28908>, (letzter Aufruf: 30.09.2024).
- [139] K. Lietz: Zur Geschichte der Kunstverpackungen und Kunsttransporte. Eine historische Betrachtung am Beispiel der Berliner Gemäldegalerie, in: Susanne Kähler; Wolfgang G. Krogel (Hrsg.): Der Bär von Berlin, Berlin 2007, S. 61–84.
- [140] F. J. Ligterink, G. Di Pietro: The effect of the wooden stretcher on the RH response of backboard protected canvas paintings . 12. dreijährliches Treffen des ICOM Kommittees für Konservierung, Lyon 29 August - 3 September 1999, James & James (Science Publishers) Lt ., 1999. ISBN 1-873936-92-3
- [141] F. Lipp, K. Kracht: Painting-specific backing boards based on vibration testing and FEA simulation. Oral Presentation. Collection Care Conference 01.12.-03.12.2021. UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA.
- [142] F. Lipp, K. Kracht: Specific backing boards for canvas paintings - an improved method based on vibration testing and finite, Poster (P115), inArt - 5th International Conference on Innovation InArt Research and Technology, Paris, 2022. [https://www.researchgate.net/publication/361793658\\_Specific\\_Backing\\_Boards\\_for\\_Canvas\\_Paintings\\_-\\_An\\_Improved\\_Method\\_Based\\_on\\_Vibration\\_Testing\\_and\\_Finite\\_Element\\_Modelling](https://www.researchgate.net/publication/361793658_Specific_Backing_Boards_for_Canvas_Paintings_-_An_Improved_Method_Based_on_Vibration_Testing_and_Finite_Element_Modelling)
- [143] K. H. Lo, R. M. Christensen, E. M. Wu: A high-order theory of plate deformation - part 1: Homogeneous plates. Journal of Applied Mechanics, 44(4), S. 663–668, 1977.
- [144] W. Lohse, J. Laumann, C. Wolf: Stahlbau 2. Springer Vieweg 21. Auflage. 2020.
- [145] R. . Luimes, A. S. J. Suiker, A. J. M. Jorissen, P. H. J. C. van Duin, H. L. Schellen: Experimental-numerical investigation of climate-induced damage in historical cabinet door panels. Tagungsband (Postprints) des VIRT EX Kolloquiums, TU Dresden, 2021. ISBN 978-3-86780-694-7.

- [146] M. Lukomski, N. Fujisawa, A. Bridarolli et al.: Material properties of historic oil paints establishes by a combination of macro-, micro- and nanotechniques. Collection Care Conference, Valencia, 2021.
- [147] S. Lundsten: Microclimate frames for paintings on canvas - a literature review with a case study from Nationalmuseum. Masterthesis, University of Gothenburg, 2021. ISSN 1101-3303.
- [148] K. Magnus, K. Popp, W. Sextro: Schwingungen. Vieweg+Teubner 8. Auflage Wiesbaden. 2008.
- [149] C. Mally, A.-L. Korsten, J. Becker: Dokumentation zum Workshop „Vibrierender Sarg“ – Entwicklung eines vibrationshemmenden Gestells für den Sarg der Sat Sobek aus dem Gustav-Lübcke-Museum Hamm. Fachbereich Restaurierung und Konservierung, TH Köln, 2004.
- [150] P. J. Marcon: Shock, Vibration, and Protective Package Design. Art in Transit: Studies in the Transport of Paintings. Book of the conference „The Packing and Transportation of Paintings“, London, 1991.
- [151] G. A. Mauguin: Continuum mechanics through the ages - From the renaissance to the twentieth century. Springer Internatinal Publishing Switzerland, Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London. 2016.
- [152] G. A. Mauguin, A. V. Metrikine (Editoren): Mechanics of genralized continua - One hundred years after the Cosserat. Advances in Mechanics and Mathematics Vol. 21, Springer New York, Dordrecht, Heidelberg, London. 2010.
- [153] L. Maxfield: Towards a digital twin for Van Gogh's paintings: Defining a vision which meets the needs of users in cultural heritage; realizing a prototype viewer for comparing and integrating multi-mode images. Dissertation, TU Eindhoven, 2022. confidential.
- [154] F. M. Mecklenburg und C. S. Tumosa: An introduction into the mechanical behavior of paintings under rapid loading conditions. Art in Transit: Studies in the Transport of Paintings. Book of the conference „The Packing and Transportation of Paintings“, London, S. 137–171. 1991.
- [155] G. Merziger, T. Wirth: Repetitorium der höheren Mathematik. 4. Auflage, Binomi Verlag, Springer. 1999.
- [156] M. Meyer-Coors: Über die Entwicklung und mathematische Bestätigung konsistenter Plattentheorien beliebiger Approximationsordnungen. Dissertation. Universität Bremen. 2022.
- [157] S. Michalski: Paintings - Their response to temperature, relative humidity, shock, and vibration. Art in Transit - Studies in the Transport of Paintings, Conference on The Packing and Transportation of Paintings, London, 1991.
- [158] R. D. Mindlin. Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates. Journal of Applied Mechanics, 18, S. 31–38, 1951.
- [159] C. Mittelstedt, W. Becker: Strukturmechanik ebener Laminate. Technische Universität Darmstadt FB Mechanik, Bibliothek; 1. Edition, 2017.
- [160] F. M. Müller, S. Mader, G. Tarmann, V. Sossau (Hrsg.): Museumsdepots und Depo-

## Primäre Literaturquellen

- teinrichtung. ICOM-Österreich-Symposium 2011 vom 04.-05.03.2011, Eigenverlag, Innsbruck, 2012.
- [161] W. H. Müller: Streifzüge durch die Kontinuumstheorie. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2011.
  - [162] W. H. Müller, Grigorenko, A. Y.: Recent Developments in Anisotropic Heterogeneous Shell Theory - Applications of Refined and Three-dimensional Theory - Volume IIA. ...
  - [163] K. S. Muvvala: Study to improve the shock absorption and vibration Isolation of trolleys for the internal transport of sensitive Paintings. Bachelorarbeit, TU Berlin, 2023.
  - [164] P. M. Naghdi: Foundations of elastic shell theory. In: Sneddon, I. and Hill, R., editors, Progress in Solid Mechanics, volume 4, pages 1–90. North-Holland, Amsterdam, 1963.
  - [165] H. G. Natke: Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse: Identifikation Schwingungsfähiger Elastomechanischer Systeme. Springer Verlag Heidelberg Berlin. 1983.
  - [166] K. Nicolaus: DuMonts Handbuch der Gemäldekunde - Gemälde erkennen und bestimmen. DuMont Literatur und Kunst Verlag, Köln, 2003.
  - [167] K. Nicolaus: Handbuch der Gemälderestaurierung. Könemann Verlagsgesellschaft mbH, Köln, 1998.
  - [168] C. Nieszrecki (Hrsg.): Structural Health Monitoring & Damage Detection, Volume 7: Proceedings of the 35th IMAC, Band 7, Springer-Verlag, 1. Edition. 2018.
  - [169] R. Nikitha, S. Malathi: Survey on smart museum using IoT. International Journal of Scientific & Technology Research VOL. 8, ISS. 10, 2019. ISSN 2277-8616.
  - [170] P. Noble: A brief history of metal soaps in paintings from a conservation perspective. Metal Soaps in Art - Conservation and Research. Springer International Publishing, 1st edition, pages 359-373. 2019.
  - [171] W. Noll: A new mathematical theory of simple materials. In: The Foundations of Mechanics and Thermodynamics. Springer, Berlin, Heidelberg, 1974. DOI:10.1007/978 – 3 – 642 – 65817 – 4\_5
  - [172] S. Y. Oh: Modellierung und Entwicklung eines Flurförderzeugreifenmodells als Mehrkörpersystem. Dissertation, Lehrstuhl für Fördertechnik Materialfluss Logistik, Technische Universität München. 2017.
  - [173] J. Olander, C. R. T. Young: Examination of gecko-inspired dry adhesives for heritage conservation as an example of iterative design and testing process for new adhesives. The European Physical Journal Plus 138(7): 644, 2023. DOI 10.1140/epjp/s13360-023-04187-8.
  - [174] T. Padfield, N. Padfield, D.SH. Lee et al.: Back protection of canvas paintings. Heritage Science 8, 96 (2020). hDOI: 10.1186/s40494-020-00435-7.
  - [175] J. Pawłowski: Die Ähnlichkeitstheorie in der physikalisch-technischen Forschung: Grundlagen und Anwendung. Springer Berlin, Heidelberg. 1971.

- [176] A. Peiter: Handbuch Spannungsmesspraxis - Experimentelle Ermittlung mechanischer Spannungen. Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden, 1992.
- [177] F. Piccialli, A. Chianese: Designing a Smart Museum: When Cultural Heritage Joins IoT. Konferenzbeitrag, 3rd International Conference on Technologies and Applications for Smart Cities, Oxford (UK), 2014. DOI: 10.1109/NGMAST.2014.21
- [178] C. Pohl, G. Hirsch Hadorn: Principles for designing transdisciplinary research, oe-kom Verlag, 2007. ISBN: 978-3-86581-046-5
- [179] M. Porcu, L. Pieczonka, A. Frau, W. Staszewski, F. Aymerich: Assessing the scaling subtraction sethod for impact damage detection in composite plates. Journal of Nondestructive Evaluation, 36(2), 2017. DOI: 10.1007/s10921-017-0413-9.
- [180] K. Poznanska, A. Hola, R. Kozlowski, M. Strojecki, L. Bratasz: Mechanical and moisture-related properties of selected dried tempera paints. Journal of Heritage Science, Springer, 2024. DOI: 10.1186/s40494-024-01147-y
- [181] K. Poznanska, A. Hola, N. Zabari: Mechanical properties of tempera paint. Collection Care Conference, Valencia, 2021.
- [182] Y. Qaddoura: Beschreibung des quasistatischen Verhaltens einer Polycal Drahtseilfeder. Bachelorarbeit, TU Berlin, 2023.
- [183] K. Radermacher, D. Hedinger, K. Kracht: Vibrierende Kunst. RESTAURO Ausgabe 7/2018, S. 45-49. [https://www.researchgate.net/publication/354750687\\_Vibrierende\\_Kunst](https://www.researchgate.net/publication/354750687_Vibrierende_Kunst)
- [184] J. N. Reddy: A refined nonlinear theory of plates with transverse shear deformation. International Journal of Solids and Structures, 20(9-10), S. 881–896, 1984.
- [185] J. N. Reddy: Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells - Theory and Analysis. CRC Press Boca Raton, London, New York, Washington D. C., 2. Auflage (Special Indian Edition). 2004.
- [186] E. Reissner: On the theory of bending of elastic plates. Journal of Mathematics and Physics, 23(1-4), S.184–191, 1944.
- [187] M. Riemer, J. Wauer, W. Wedig: Mathematische Methoden der Technischen Mechanik. 2. Auflage Springer Vieweg Fachmedien Wiesbaden. 2015.
- [188] J. Rößler, H. Harders, M. Bäker: Mechanisches Verhalten der Werkstoffe. Springer Vieweg, Wiebaden, 5. Auflage, 2016.
- [189] C. Rohrbach: Handbuch für experimentelle Spannungsanalyse. VDI Verlag GmbH, Düsseldorf, 1989.
- [190] M. Ruch: Strömungssimulation um das Deutsche Technikmuseum Berlin. Masterarbeit an der TU Berlin. 2020.
- [191] S. Russo, L. Brambilla, J. B. Thomas, E. Joseph: 2D chemical imaging for the monitoring of the formation of metal soaps on oil-painted copper and zinc substrates. Collection Care Conference, Valencia, 2021.
- [192] A. Salsa: Museum im Wandel: Vom Tempel der Kunst zum Tempel der Besucher?: Eine Studie zur Berliner Museumslandschaft. Diplomica Verlag, 1. Edition, 2009.

## Primäre Literaturquellen

- [193] D. Sang-Hoon Lee, N. Kim, M. Scharff et al.: Numerical modelling of mechanical degradation of canvas paintings under desiccation. Collection Care Conference, Valencia, 2021.
- [194] M. G. R. Sause, E. Jasinien (Hrsg.): Structural Health Monitoring Damage Detection Systems for Aerospace. Springer-Verlag, 1. Edition. 2021.
- [195] K. Sautter: Der Einfluss von Stossbelastungen auf das Schwingungsverhalten textiler Bildträger. Master-Thesis. Hochschule der Künste Bern. 2014.
- [196] K. Sautter, K. Kracht: The Vibration Behavior of Textile Support under Shock Load. Master-Thesis. Präsentation. ICOM-CC Joint Interim Meeting - Physical Issues in the Conservation of Paintings: Monitoring, Documenting and Treatment, 29.-30.09.2016, Institut National d'Histoire de l'Art, Paris.
- [197] L. Sauvage, B. Wei and M. Martinez: Transport of pastel paintings: Fatigue damage due to vibrations. Vortrag im Rahmen der Veranstaltung „Eastern Analytical Society meeting on vibrations“ in Plainsboro, NJ (USA), 15.11.2017.
- [198] H. Schade, K. Neemann: Tensor Analysis. 2. Auflage, De Gruyter Verlag, 2006.
- [199] H.-M. Schlesier: CFD Simulation der Umströmung der Douglas C-47 B Skytrain(Rosinenbomber) am Gebäude des Deutschen Technik Museum in Berlin. Bachelorarbeit am Fachgebiet Experimentelle Strömungsmechanik, TU Berlin, 2022
- [200] P. Schneider: On the Mathematical Justification of the Consistent-Approximation Approach and the Derivation of a Shear-Correction-Factor Free Refined Beam Theory. Dissertation, Universität Bremen, Bremen, 2015. <https://media.suub.uni-bremen.de/handle/elib/846>
- [201] H: Modeling of consistent second-order plate theories for anisotropic materials. ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, 94(1-2), S. 21–42, 2014.
- [202] H. Schoop: Statik räumlicher Membranen vom Schnittmuster ausgehend. In: Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik ZAMM 64, S. 312–314, 1984.
- [203] H. Schoop, L. Taenzer und J. Hornig: Wrinkling of nonlinear membranes. Computational Mechanics 29.1 (2002), S. 68–74, 2002.
- [204] A. Schumacher: Optimierung mechanischer Systeme - Grundlagen und industrielle Anwendung, 3. Auflage. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2020.
- [205] J. Schulz: Untersuchung der Eignung von Dämmmaterialien im Hinblick auf die Beruhigung schwingender Leinwände. Bachelorarbeit am Fachgebiet Kontinuumsmechanik und Materialtheorie, TU Berlin, 2023.
- [206] R. Schwertassek, O. Wallrapp: Dynamik flexibler Mehrkörpersysteme - Methoden der Mechanik zum rechnergestützten Entwurf und zur Analyse mechatronischer Systeme. Vieweg und Teubner Verlag, 2014.
- [207] T. Siebert, K. Splitthof: Numerische Studien zur Drill- und Schubsteifigkeit von Brettsperrholz (BSP). Diplomarbeit Technische Universität Graz. 2010. DOI:10.1051/epjconf/20100611004
- [208] G. Silly: Vibration Analysis using 3D Image Correlation Technique. EPJ Web of

- Conferences 6, 11004, EDP Sciences, 2010.
- [209] J.-M. Stahn, T. Hauer, J. Ellmer, L. Zeller: Custom 3D-printed packaging solutions for artwork by the example of a Nefertiti replica, Projektbericht im Rahmen der Laborveranstaltung 3-D Druck in der Mechanik, Projektbetreuerinnen: Dr. Völlmecke, Dr. Kracht, WiSe 2020/21, 2021.
- [210] J.-M. Stahn, T. Hauer, J. Ellmer, L. Zeller: Custom 3D-printed packaging solutions for artwork by the example of a Nefertiti replica, Posterpräsentation im Rahmen der Laborveranstaltung 3-D Druck in der Mechanik, Projektbetreuerinnen: Dr. Völlmecke, Dr. Kracht, WiSe 2020/21, 2021. <https://www.tu.berlin/svfs/studium-lehre/posterausstellung-3d-druck-in-der-mechanik-ws20-21>
- [211] P. Stauffer: Untersuchungen zu Methoden und Materialien zur Konsolidierung und Stabilisierung am Beispiel eines bimetallischen Kessels aus dem langobardischen Gräberfeld Apensen, Niedersachsen. Masterarbeit an der HTW Berlin. 2019.
- [212] D. Steigmann: Two-dimensional models for the combined bending and stretching of plates and shells based on three-dimensional linear elasticity. International Journal of Engineering Science, 46(7): S. 654–676, 2008.
- [213] H. Streicher, E. Rieß: Eine Lösung für ein doppelseitig bemaltes Leinwandbild - Restaurierungsmaßnahmen An Ludwig Meidners Revolution (Barrikadenkampf)/Apokalyptische Landschaft und Neukonzeption eines Zierrahmens mit integrierter Spannkonstruktion. VDR Beiträge zur Erhaltung von Kunst- und Kulturgut. Heft 2, S. 61-70. 2017.
- [214] W. Stühler: Einwirkungen von Erschütterungen auf Kunstgegenstände beim Transport mit Kurier-Koffern. Zeitschrift für Kunsttechnologie un Konservierung, Band 1, Heft 1, 1987, S. 68-74. ISSN 09317198.
- [215] W. Stühler: Möglichkeiten zur Reduzierung der Einwirkung von Erschütterungen beim Transport von Kunstgegenständen, Band 4, Heft 1, 1990, S. 107-112. ISSN 09317198.
- [216] I. Szabo: Einführung in die Technische Mechanik. 8. Auflage, Springer Verlag Berlin Heidelberg New York. 2003.
- [217] I. Szabo: Die Geschichte der mechanischen Prinzipien. Wissenschaft und Kultur, Bd. 32, Birkhäuser Verlag, Basel, Boston, Stuttgart, 2. Aufl.1979.
- [218] I. Szabo: Höhere Technische Mechanik. 8. Auflage, Springer Verlag Berlin Heidelberg New York. 2003.
- [219] L. Tänzer: Strukturdynamische Modellierung und statische Berechnung von Segelkonstruktionen. Dissertation, Shaker Verlag, 1997.
- [220] S. P. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger: Theory of Plates and Shells. McGraw Hill Education (India) Private Limited, Neu Delhi. 11. Reprint. 2014.
- [221] TrelleborgVibracoustic (Hrsg.): Schwingungstechnik im Automobilbau. Grundlagen, Werkstoffe, Konstruktion, Berechnung und Anwendungen. Vogel Business Media GmbH 6 Co. KG, Würzburg, 1. Auflage, 2015.
- [222] C. Thomsen, H.-E. Gummlisch: Ein Jahr für die Physik - Newton, Feynmann und andere. Wissenschaft & Technik, 4. Edition 2017.

## Primäre Literaturquellen

- [223] V. Tornari, E. Tsiranidu, E. Bernikola: Crack-Growth on Canvas Paintings during Transport Simulation monitored with Digital Holographic Speckle Interferometry, Advances in Research 2(12): 967-986, Article no. 2014.12.023, 2014.
- [224] H. Torv: Planung und Ergänzung an Metallobjekten mittels Finite Element Analysis. Masterarbeit am Fachbereich 5 - Gestaltung und Kultur, HTW Berlin, 2022. [https://www.researchgate.net/publication/362237744\\_Planung\\_von\\_Erganzungen\\_an\\_Metallobjekten\\_mittels\\_Finite-Element-Analysis\\_Masterarbeit\\_Konservierung\\_und\\_Restaurierung](https://www.researchgate.net/publication/362237744_Planung_von_Erganzungen_an_Metallobjekten_mittels_Finite-Element-Analysis_Masterarbeit_Konservierung_und_Restaurierung)
- [225] H. Torv, J. Hollerb, A. Müller: Parameterstudie zur Restaurierung eines archäologischen Kulturgutes aus Kupfer mittels FEM. Projektarbeit im Rahmen des Modules „FEM – Labor für Restauratoren & Ingenieure“ an der Universität Bremen. 2021.
- [226] L. Tröbst: Experimentelle Analyse der Schwingungsantwort von Gemälden und des Schädigungspotentials durch die Umströmung der Objekte mit Luft. Bachelorarbeit. TU Berlin. 2021.
- [227] R. Trostel: Mathematische Grundlagen der Technischen Mechanik Bd. I+II: Vektor- und Tensoranalysis. Vieweg+Teubner Verlag. 1. Edition (1. Januar 1997).
- [228] R. Trostel: Materialmodelle in der Ingenieurmechanik - Mathematische Grundlagen der Technischen Mechanik III. Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden. 1999.
- [229] C. A. Truesdell, W. Noll: The non-linear field theories of mechanics. Handbuch der Physik. Band III/3, Herausgeber: Flügge. Springer, Berlin, Heidelberg, New York. 1965.
- [230] Leitfaden für transdisziplinäre Projekte. Herausgeberin: Universität Stuttgart, Internationales Zentrum für Kultur- und Technikforschung, Dr. Elke Uhl, 2018. [https://www.izkt.uni-stuttgart.de/dokumente/IZKT\\_Leitfaden.pdf](https://www.izkt.uni-stuttgart.de/dokumente/IZKT_Leitfaden.pdf)
- [231] M. Vaudremer: Protokoll über Dummyherstellung. Internes Dokument. Restaurierungsatelier Vaudremer, Utrecht. 2020.
- [232] I. Vekua: Shell Theory: General Methods of Construction. Volume 25 of Monographs, Advanced Texts and Surveys in Pure and Applied Mathematics, Pitman, Boston, 1985
- [233] Verband der Restauratoren - Beiträge zur Erhaltung von Kunst- und Kulturgut. M. J. Raak GmbH, Frankfurt a. Main. Heft 1, 2017.
- [234] L. v. d. Maaten, R. Erdmann: Automativ thread-level canvas analysis - A machine-learning approach to analyzing the canvas of paintings. IEEE Signal processing magazine, S. 38-45, July 2015, DOI: 10.1109/MSP.2015.2407091
- [235] E. van de Wetering: Rembrandt - The painter at work. Amsterdam University Press, Amsterdam, 1997.
- [236] E. van Duijn: Changing views, altering practices - A brief overview of nearly two hundred years of painting conservation at the Rijksmuseum in Amsterdam, ICOM-CC 18th Triennial Conference, Copenhagen, 2017.
- [237] V. v. Gogh: Briefe, Herausgeber: B. Plachta, Übersetzer: C. Captijn-Müller u. W.

- Jung, Pulido & Nunes, Reclam Philipp jun. GmbH Verlag, 2019.
- [238] Van Gogh's Sunflowers Illuminated - Art meets science. Editoren: E. Hendriks und M. Vellekoop, Amsterdam University Press, Jan-Peter Wissink, Publisher, 2019.
- [239] S. von Ende: Transient angeregte LAMB-Wellen in elastischen und viskoelastischen Platten – Berechnung und experimentelle Verifikation. Dissertation, HSU, Hamburg, 2008.
- [240] A. v. Loon, R. Hoppe, K. Keune, J. Hermans et al.: Paint delamination as a result of zinc soap formation in an early Mondrian painting. Metal Soaps in Art - Conservation and Research. Springer International Publishing, 1st edition, pages 359-373. 2019.
- [241] C. Ventura, S. Gade: Operational Modal Analysis. Seminarhandbuch, Vorkurs der IOMAC - International Operational Modal Analysis Conference, Portonovo, Italien, 04.-06.05.2009.
- [242] Berufsbild Restaurator:in. Herausgegeben vom Verband der Restauratoren e. V., P. Grasse, P. Brozio, Dr. C. Schillig, 2022. ISBN: 978-3-930015-90-0
- [243] Virtex - virtual experiments for wooden artwork. Editoren: M. Kaliske, D. Konopka, O. Tietze, C. Herm, DZA Druckerei zu Altenburg, Altenburg, 2021.
- [244] A. Wach: Eine Revolution im Kunsttransport. Restauro Nr. 4, S. . 2022.
- [245] F. Waentig, M. Dropmann, K. Konold, E. Spiegel, C. Wenzel: Präventive Konserverung - Ein Leitfaden. Beiträge zur Museologie Band 5, 1. Auflage, 2014.
- [246] R. Waller: Conservation risk assessment: A strategy for managing resources for preventive conservation. Roy and P. Smith (Hg.. Preprints der Beiträge zum Ottawa Congress, 12-16 September 1994, Preventive Conservation: Practice, Theory and Research. London: IIC A. 1994.
- [247] B. Walz: Möglichkeiten und Grenzen bodenmechanischer 1g-Modellversuche. In: Entwicklungen in der Bodenmechanik, Bodendynamik und Geotechnik - Festschrift zum 60. Geburtstag von Univ.-Professor Dr.-Ing. habil. Stavros A. Savidis (Herausgeber: F. Rackwitz), Springer Berlin, Heidelberg. 2016. S. 63-91.
- [248] B. Wassertheurer: Reifenmodellierung für die Fahrdynamiksimulation auf Schnee, Eis und nasser Fahrbahn. Dissertation, Institut für Fahrzeugsystemtechnik, Karlsruher Institut für Technologie, KIT Scientific Publishing, Karlsruhe. 2020.
- [249] J. Wauer: Kontinuumsschwingungen - Vom einfachen Strukturmodell zum komplexen Mehrfeldsystem. Vieweg+Teubner — GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden. 2008.
- [250] M. Weber: Vektoren und Tensoren als universelle Sprache der Physik und Technik 1. In: SpringerVieweg, Berlin, Heidelberg. 1930. S. 274-354. DOI: 10.1007/978 – 3 – 642 – 92021 – 9\_4
- [251] W. Wei, V. Bakker, A. Lagana, J. Frohn et al.: A semi-automatic system for the non-contact „fingerprinting“ of objects of art and cultural heritage. In: Print of ICOM Committee for Conservation 15th Triennial Meeting New Delhi India 22-26 September 2008, Allied Publishers, 2008. ISBN 978-81-8424-344-4.

## Primäre Literaturquellen

- [252] W. Werner: Das Allgemeine Ähnlichkeitsprinzip der Physik und sein Zusammenhang mit der Dimensionslehre und der Modellwissenschaft. Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft, Wiesbaden. 2019.
- [253] B. Wei: Art Conservation - Mechanical Properties and Testing of Materials. Jenny Stanford Publishing, Singapore. 2021.
- [254] W. Wei, J. Wölk, L. Sauvage: Baseline limits for allowable vibrations for objects. ICOM Committee for Conservation (Hg.), 17. Triennial Meeting, Melbourne, Australia, 19-23 September 2014.
- [255] A. Wermescher: Kunst auf Reisen - Die Geschichte des Kunsttransportes im 19. und 20. Jahrhundert. Dissertation, Hochschule für bildende Künste, 2018. <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:14-qucosa2-358387>
- [256] K. Winkler: Die Physik der Muskinstrumente. Spektrum Akademischer Verlag, 1. Auflage, 1988.
- [257] P. Wriggers: Nichtlineare Finite-Elemente-Methoden, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg. 2001.
- [258] J. D. Wood, C. Gauvin, C. R.T. Young, A. C. Taylor, D. S. Balint, M. N. Charalambides: Cracking in paintings due to relative humidity cycles. Procedia Structural Integrity 13, 2018, S. 379–384. DOI 10.1016/j.prostr.2018.12.063.
- [259] J. Woodtli: PRAKTISCHE FRAKTOGRAPHIE - BRÜCHE AN METALLSCHEN UND KERAMISCHEN BAUTEILEN SOWIE AN OBJEKten AUS GLAS. Hrsg: Eidgenössische Materialprüfungs- und Forschungsanstalt EMPA, Dübendorf, 2003
- [260] R. Yamada: Wire rope isolators: Shock and vibration mitigation in the packing museum artefacts. Blog-Beitrag auf der Internetseite von PACCIN, 2014. <https://www.paccin.org/content.php?286-WIRE-ROPE-ISOLATORS>
- [261] C. R.T. Young: Biaxial properties of sized cotton-duck. Tagungsband (Preprints), 11. dreijährliche Treffen der ICOM Committee for Conservation, Edinburgh, 01. - 06.09.1996. ISBN: 978-1873936504
- [262] C. R.T. Young: Quantitative measurement of in-plane strain of canvas paintings using ESPI. Tagungsband (Preprints), Institute of Physics Applied Optics and Optoelectronics Conference, Brighton, 16. - 19.03.1998. ISBN: 978-0750304566
- [263] C. R.T. Young: Preparation of artisits canvases: Factors that affect adhesion between ground and canvas. Tagungsband (Preprints), 12. dreijährliche Treffen der ICOM Committee for Conservation, Lyon, 29.08. - 03.09.1999. ISBN: 978-1873936924
- [264] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor: The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics. Butterworth-Heinemann, 7. Auflage. 2013.
- [265] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, J. Z. Zhu: The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals. Butterworth-Heinemann, 7. Auflage. 2013.
- [266] S. Zumbühl, N. Scherrer, E. S. B. Ferreira, S. Hons et al.: Accelerated ageing of drying oil paint - an FTIR study on the chemical alteration: Problems of accelerated ageing under variable conditions of light, temperature and reallive humidity,

Zeitschrift für Kunsttechnologie und Konservierung 25-2, S. 139-151, 2011.



# Sekundäre Literaturquellen

- [B1] <https://patentimages.storage.googleapis.com/27/8f/87/4bad00537a5cb5/EP3988472A1.pdf>, letzter Aufruf: 30.09.2024
- [B2] <https://www.restauratoren.de/> letzter Aufruf: 30.09.2024
- [B3] Informationsseite des Museums für Naturkunde über deren Nass-Sammlung: <https://www.museumfuernaturkunde.berlin/de/museum/ausstellungen/nass-sammlung> (letzter Aufruf: 30.09.2024).
- [B4] Internetseite des Verbandes deutscher Restauratoren, Fachgruppe "Präventive Restaurierung"<https://www.restauratoren.de/der-vdr/fachgruppen/fachgruppe-praeventive-konservierung>, (letzter Aufruf: 30.09.2024).
- [B5] Website der „International touring exhibition: Egyptian mummies: exploring ancient lives“ 19 Sep 2020 - 21 Mar 2021. <https://www.britishmuseum.org/exhibitions/egyptian-mummies-exploring-ancient-lives> (letzter Aufruf: 30.09.2024.)
- [B6] <https://www.kuma.art/de/ausstellungen/symposium-alles-schwingt-mechanische-schwingungen-wirken-auf-kunstwerke> (letzter Aufruf am 30.09.2024)
- [B7] Downloadseite des Programms „ISOMAG“ von der Bundesanstalt für Arbeitsschutz und Arbeitssicherheit zur Auslegung einer Schwingungsisolation von Maschinen <https://www.baua.de/DE/Themen/Arbeitsgestaltung-im-Betrieb/Physikalische-Faktoren-und-Arbeitsumgebung/Vibrationen/ISOMAG.html> (letzter Aufruf: 30.09.2024)
- [B8] Internetauftritt des von der EU geförderten Projektes „Collection Care Project“, <https://www.collectioncare.eu/>, (letzter Aufruf: 30.09.2024)
- [B9] Ratgeber Risikomanagement: [https://www.iccrom.org/sites/default/files/2017-12/risk\\_management\\_guide\\_english\\_web.pdf](https://www.iccrom.org/sites/default/files/2017-12/risk_management_guide_english_web.pdf), Canadian Conservation Institute, 2016, (letzter Aufruf 30.09.2024)
- [B10] Beschreibung der Büste der Nofretete auf der website: <https://www.smb.museum/museen-einrichtungen/aegyptisches-museum-und-papyrussammlung/sammeln-forschen/bueste-der-nofretete/die-bueste/>, (letzter Aufruf: 30.09.2024.)
- [B11] Erläuterung zur größten erhaltenen hellenistischen Glasamphore auf Wikipedia: [https://de.wikipedia.org/wiki/Berliner\\_Glasamphora\\_aus\\_Olbia](https://de.wikipedia.org/wiki/Berliner_Glasamphora_aus_Olbia), (letzter Aufruf: 30.09.2024).
- [B12] U. Baier, Blogbeitrag: Wie bewahrt man historische Gläser. <https://www.restauro.de/wie-bewahrt-man-historische-glaeser/>, (letzter Aufruf:

30.09.2024).

- [B13] Hizkia Van Kralingen – Turtles, Art, and the Family Business. Tharawat Magazine 01.11.2016. Link: <https://www.tharawat-magazine.com/future-industries/hizkia-van-kralingen-family-business/> (letzter Aufruf: 30.09.2024)
- [B14] <https://www.klug-conservation.de/Zubehoer-Polyestervlies> (letzter Aufruf: 30.09.2024)
- [B15] <https://deffner-johann.de/de/polyester-vlies-30-g-m2.html> (letzter Aufruf: 30.09.2024)
- [B16] <https://www.edana.org/> (letzter Aufruf: 30.09.2024)
- [B17] <https://caruso-ebersdorf.de/de/vliessstoffe/> (letzter Aufruf: 30.09.2024)
- [B18] <https://www.don-audio.com/CARUSO-ISO-BONDZ-WLG-040-100mm-Schallabsorber-Akustikvlies> (letzter Aufruf: 30.09.2024)
- [B19] <https://www.klug-conservation.de/Wabe-071-naturweiss> (letzter Aufruf: 30.09.2024)
- [B20] <https://www.klug-conservation.de/Wellpappe> (letzter Aufruf: 30.09.2024)
- [B21] <https://meine-stegplatten.de/> (letzter Aufruf: 30.09.2024)
- [B22] <https://www.kuma.art/de/symposium-alles-schwingt-mechanische-schwingungen-wirken-auf-kunstwerke> (letzter Aufruf: 30.09.2024)
- [B23] <https://www.restauratoren.de/der-vdr/arbeitsausschuss-arbeitssicherheit/> (letzter Aufruf: 30.09.2024)
- [B24] <https://www.youtube.com/watch?v=tfMk4L5438k> Dokumentation der Schwingungsmessung ab Zeitmarke 14:27 min (letzter Aufruf: 30.09.2024)
- [B25] <https://vimeo.com/576729765> (letzter Aufruf: 30.09.2024)
- [B26] <https://www.kuma.art/de/symposium-alles-schwingt-mechanische-schwingungen-wirken-auf-kunstwerke> (letzter Aufruf: 30.09.2024)
- [B27] <https://www.apollo-magazine.com/art-acne-paintings-conservation/> (letzter Aufruf: 30.09.2024)
- [B28] AUTHORS: Custom 3D-printed packaging solutions for artwork. Poster. TU Berlin. 2021. Das Poster ist auch zu finden unter: <https://www.tu.berlin/svfs/studium-lehre/3d-druck/posterausstellung-3d-druck-in-der-mechanik-ws2021/> (letzter Aufruf: 30.09.2024).
- [B29] U. Baier: Entstanden italienische Geigenlacke nach deutschen Rezepten? Blogbeitrag auf der website des Restauro. <https://www.restauro.de/entstanden-italienische-geigenlacke-nach-deutschen-rezepten/> (letzter Aufruf: 30.09.2024).
- [B30] Frequenzen der gleichschwebend temperierten Stimmung mit  $a'=440$  Hz: <http://pianotip.de/frequenz.html> (letzter Aufruf: 30.09.2024). (letzter Aufruf 30.09.2024)
- [B31] Informationsplattform der Kanadischen Instituts für Konservierung zum Thema „Agenten des Verfalls“ <https://www.canada.ca/en/conservation-institute/>

- [services/agents-deterioration.html](http://www.artguardian.com/services/agents-deterioration.html), (letzter Aufruf 30.09.2024)
- [B32] Internetauftritt des von dem Fraunhofer Instituts entwickelten Klimaloggers: [www.artguardian.com/](http://www.artguardian.com/) (letzter Aufruf 30.09.2024)
- [B33] V. Großmann: Wie können Museen und historische Gebäude nachhaltiger werden?; Blog-Beitrag vom 21.09.2020 auf der RESTAURO-website, <https://www.restauro.de/wie-koennen-museen-und-historische-gebäude-nachhaltiger-werden/>(letzterAufruf30.09.2024)(letzter Aufruf 30.09.2024)
- [B34] V. Großmann: Wie können Museen und historische Gebäude nachhaltiger werden?. Blog-Beitrag vom 21.09.2020 auf der RESTAURO-website, url<https://blogs.sw.siemens.com/simcenter/the-incredible-pace-of-digital-transformation>(letzter Aufruf 30.09.2024)



## Danksagung

An erster Stelle möchte ich meinem Sohn, Peer, und meiner Mutter danken. Sie waren mein Anker und haben mir stets bewusst gemacht, worauf es im Leben ankommt. Ihre Geduld, Genügsamkeit und ihre Kraft waren meine Basis.

Auf universitärer Seite danke ich an erster Stelle Herrn Prof. Utz von Wagner, Leiter des Fachgebiets Mechatronische Maschinendynamik an der TU Berlin. Seit dem Beginn unserer Zusammenarbeit im Jahr 2005 bis heute hat er mich auf der akademischen Seite stets unterstützt und gefördert. Hierfür und für seine Ehrlichkeit bin ich ihm äußerst dankbar.

Herrn Prof. Norbert Hoffmann, Leiter der Dynamics Group an der TUHH, danke ich herzlich für die äußerst anregenden und stets ehrlichen Diskussionen sowie seinen steten Rat.

Besonderer Dank gebührt auch der zentralen Frauenbeauftragten, Frau Antje Bahnik, und ihrem unermüdlichen Team. Die im Rahmen der „Joint Programmes for Female Scientists & Professionals“ geförderte Gastprofessur für die Mechanik von Kunstwerken und Kulturobjekten ermöglichte mir die Rückkehr in die Wissenschaft und akademische Lehre auf Zeit und damit einen erheblichen Fortschritt in der Entwicklung der vorliegenden Habilitationschrift. In diesem Zusammenhang danke ich Herrn Prof. Wolfgang H. Müller, Leiter des Fachgebiets Kontinuumsmechanik und Materialtheorie (TU Berlin), für die sehr freundliche Aufnahme und Unterstützung im Fachgebiet während meiner Zeit als Gastprofessorin. Frau Dr. Starcevic und den Herren Ronald Koll und Arion Juritzza danke ich herzlich für die Unterstützung und für ihre hervorragende Arbeit im Reibungslabor, in der Werkstatt und im Werkstofflabor. Großer Dank gebührt auch meiner langjährigen sehr geschätzten Kollegin, Frau Kerstin Tegeler, mit der ich seit langem über unsere gemeinsame TU Berlin-Zeit hinaus einen fachlichen Austausch pflege.

Den Herren Prof. Kiefer und Prof. Avila von der Universität Bremen danke ich für die Möglichkeit meine Fähigkeiten in der Lehre und Personalführung im Rahmen der Vertretungsprofessur am Fachgebiet für Technische Mechanik zu erproben und auszubauen. Die Mitarbeiter am Fachgebiet schätzen ich sehr. Sie haben Großartiges geleistet.

Den Professoren Thomas Kletschkowski, Leiter des Departments Fahrzeugtechnik und Flugzeugbau an der Hochschule für Angewandte Wissenschaften (HAW), und Rolf Lammering, ehemaliger Leiter des Fachgebiets Mechanik an der Helmut-Schmidt Universität Hamburg danke ich für die langjährige Begleitung des Themas und die vielen konstruktiven Gespräche.

Auf akademischer, restauratorischer Seite danke ich Frau Prof. Alexandra Jeberien, von der Hochschule für Technik und Wirtschaft (HTW) Berlin für die hervorragende interdisziplinäre Zusammenarbeit seit 10 Jahren. Nicht ganz so lange aber nicht minder intensiv war die Zusammenarbeit mit Frau Prof. Khadija von Zinnburg-Carroll von der Central European University, Wien (AUT) sowie mit Frau Prof. Waentig und Herrn Krupa von der Technischen Hochschule Köln. Zudem danke ich den Professorinnen und Dozentinnen Gustavson, Hensel, Jansen und Pietsch für die Möglichkeiten an der Universität von Amsterdam (NL) als Gastdozentin vorlesen zu dürfen.

## **Großer Dank**

gebührt außerdem folgenden Institutionen, Unternehmen und Personen für die erfolgreichen Kooperationen:

Fondation Beyeler, insbesondere Markus Groß, Frederike Steckling und Eva Krug v. Nidda;  
Hamburger Bahnhof Nationalgalerie der Gegenwart, Berlin, insbesondere Eva Rieß; HIZKIA & Turtle, Den Haag;  
Jüdisches Museum Berlin, insbesondere Bülent Durmus und Franziska Lipp;  
Kulturhistorisches Museum Oslo;  
Kunsthalle Mannheim, insbesondere Dr. Inge Herold und Katrin Radermacher;  
Kunsthistorisches Museum Wien, insbesondere Martina Griesser, Julia Spitaler und Dr. Theresa Krah;  
Kunstmuseum Bern, insbesondere Nathalie Bäschlin, Katharina Sautter und Matthias Läuchli;  
Kunstmuseum Den Haag, insbesondere Doede Hardemann und Ruth Hoppe;  
Kröller-Müller Museum, Otterlo insbesondere Tanja De Boer, Madeleine Bisschoff und Margje Leeuwenstein;  
Landesmuseum Hannover, insbesondere Antje-Fee Köllermann und Kirstin Hinderer;  
Landesmuseum Württemberg, insbesondere Monika Harter;  
Musée d'Orsay, insbesondere Manuel Croquery;  
Museum für Hamburgische Geschichte, insbesondere Silke Beiner-Büth;  
museumstechnik Gesellschaft für Ausstellungsproduktion mbH, Berlin;  
Neue Pinakothek, München, insbesondere Renate Poggendorf;  
Neue Nationalgalerie Berlin, insbesondere Joachim Jäger und Hana Streicher;  
Rijksmuseum Amsterdam, insbesondere Katrien Keune, Lisette Vos und Anna Krekeler;  
Staatliches Museum Schwerin, insbesondere Petra Kruse, Claudia Köhler und Jutta Allmann;  
Stéphane Grosgeorge, Siemens Industry Software;  
The British Museum, insbesondere Verena Kotonski;  
Van Gogh Museum, Amsterdam, insbesondere Nienke Bakker, Ruth Hoppe und Saskia van Oudheusden;  
Victoria & Albert Museum, London, insbesondere Susana Fajado;  
sowie den freiberuflichen Restauratorinnen:  
Daniela Hedinger, Stuttgart und  
Madeleine Vaudremer, Utrecht.



Die Mechanik besitzt als historisch ältestes Teilgebiet der Physik vielfältige Facetten. Untersuchungsgegenstand ist im weitesten Sinne die Beschreibung der Bewegungen von Festkörpern und Fluiden. Die Entwicklung des konzeptionellen Apparates zur Abbildung der physikalischen Zusammenhänge wurde im Verlauf der Geschichte der Mechanik entweder durch den Lösungsbedarf praktischer Probleme oder durch den Ehrgeiz, mathematisch-philosophische Unstimmigkeiten aufzuklären, motiviert. In dieser Arbeit ist es Beides.

Steht nicht die Mechanik im Zentrum des Interesses, sondern der Erhalt von Kunstwerken und Kulturobjekten, ist die Mechanik eines von vielen einzubeziehenden Fachgebieten. Die Entwicklung technischer Lösungen für

- den klimastabilen und schwingungsarmen Transport, der Ausstellung und der Lagerung im Depot (präventive Kon servierung),
- die Unterstützung der Restaurierung bei der Zustandsbestimmung und -überwachung der Objekte und
- die Planung restauratorischer Maßnahmen

erfordern komplexe, multiphysikalische Betrachtungsweisen. In dieser Arbeit werden Ansätze und Wege aufgezeigt, wie die Technische Mechanik zum Schutz einzigartiger, hochkomplexer Gemälde und Museumsobjekte beitragen kann.

**Logos Verlag Berlin**

**ISBN 978-3-8325-6024-9**

<https://www.logos-verlag.de/oekobuch>