



**Forschungsberichte aus dem  
Institut für Thermische Strömungsmaschinen**  
Hrsg.: Prof. Dr.-Ing. Hans-Jörg Bauer

Marc Keller

# **Zur numerischen Simulation der Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion in Flugtriebwerken**

Eine Studie mit SPH und VOF



Zur numerischen Simulation der  
Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion  
in Flugtriebwerken:  
Eine Studie mit SPH und VOF

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

**Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)**

von der KIT-Fakultät für Maschinenbau des  
Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)

genehmigte

**Dissertation**

von

Marc Christoph Keller, M.Sc.  
aus Stuttgart

Tag der mündlichen Prüfung:

22. Juli 2022

Hauptreferent:

Prof. Dr.-Ing. Hans-Jörg Bauer

Korreferent:

Prof. Dr.-Ing. Thomas Schulenberg

## Forschungsberichte aus dem Institut für Thermische Strömungsmaschinen

herausgegeben von:

Prof. Dr.-Ing. Hans-Jörg Bauer,  
Lehrstuhl und Institut für Thermische Strömungsmaschinen  
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)  
Kaiserstr. 12  
D-76131 Karlsruhe

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der  
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind  
im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.



Dieses Werk ist lizenziert unter der Creative Commons Attribution 4.0 Lizenz CC BY-NC-ND (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>). Die Bedingungen der Creative-Commons-Lizenz gelten nur für Originalmaterial. Die Wiederverwendung von Material aus anderen Quellen (gekennzeichnet mit Quellenangabe) wie z. B. Schaubilder, Abbildungen, Fotos und Textauszüge erfordert ggf. weitere Nutzungsgenehmigungen durch den jeweiligen Rechteinhaber.

©Copyright Logos Verlag Berlin GmbH 2022

Alle Rechte vorbehalten.

ISSN 1615-4983

ISBN 978-3-8325-5582-5

DOI 10.30819/5582

Logos Verlag Berlin GmbH  
Georg-Knorr-Str. 4, Geb. 10,  
12681 Berlin

Tel.: +49 030 42 85 10 90

Fax: +49 030 42 85 10 92

INTERNET: <http://www.logos-verlag.de>

Zur numerischen Simulation der  
Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion  
in Flugtriebwerken:  
Eine Studie mit SPH und VOF

von  
Marc Christoph Keller

Karlsruhe 2022



# Vorwort des Herausgebers

Der schnelle technische Fortschritt im Turbomaschinenbau, der durch extreme technische Forderungen und starken internationalen Wettbewerb geprägt ist, verlangt einen effizienten Austausch und die Diskussion von Fachwissen und Erfahrung zwischen Universitäten und industriellen Partnern. Mit der vorliegenden Reihe haben wir versucht, ein Forum zu schaffen, das neben unseren Publikationen in Fachzeitschriften die aktuellen Forschungsergebnisse des Instituts für Thermische Strömungsmaschinen am Karlsruher Institut für Technologie (KIT) einem möglichst großen Kreis von Fachkollegen aus der Wissenschaft und vor allem auch der Praxis zugänglich macht und den Wissenstransfer intensiviert und beschleunigt.

Flugtriebwerke, stationäre Gasturbinen, Turbolader und Verdichter sind im Verbund mit den zugehörigen Anlagen faszinierende Anwendungsbereiche. Es ist nur natürlich, dass die methodischen Lösungsansätze, die neuen Messtechniken, die Laboranlagen auch zur Lösung von Problemstellungen in anderen Gebieten – hier denke ich an Otto- und Dieselmotoren, elektrische Antriebe und zahlreiche weitere Anwendungen – genutzt werden. Die effiziente, umweltfreundliche und zuverlässige Umsetzung von Energie führt zu Fragen der ein- und mehrphasigen Strömung, der Verbrennung und der Schadstoffbildung, des Wärmeübergangs sowie des Verhaltens metallischer und keramischer Materialien und Verbundwerkstoffe. Sie stehen im Mittelpunkt ausgedehnter theoretischer und experimenteller Arbeiten, die im Rahmen nationaler und internationaler Forschungsprogramme in Kooperation mit Partnern aus Industrie, Universitäten und anderen Forschungseinrichtungen durchgeführt werden.

Es sollte nicht unerwähnt bleiben, dass alle Arbeiten durch enge Kooperation innerhalb des Instituts geprägt sind. Nicht ohne Grund ist der Beitrag der Werkstätten, der Technik-, der Rechner- und Verwaltungsabteilungen besonders hervorzuheben. Diplomanden und Hilfsassistenten tragen mit ihren Ideen Wesentliches bei, und natürlich ist es der stets freundschaftlich fordernde wissenschaftliche Austausch zwischen den Forschergruppen des Instituts, der zur gleichbleibend hohen Qualität der Arbeiten entscheidend beiträgt. Dabei sind wir für die Unterstützung unserer Förderer außerordentlich dankbar.

Eine in jüngster Zeit in ersten Turbofantriebwerken vollzogene Änderung der Triebwerksarchitektur, die Integration eines Planetengetriebes zwischen dem Fan des Triebwerks und der Niederdruckwelle, führt zu einer drastischen Reduktion des Brennstoffverbrauchs. Das Getriebe erlaubt, den Fandurchmesser und damit das Nebenstromverhältnis zu erhöhen und gleichzeitig die Drehzahl der Niederdruckturbine zu steigern. Durch die schnellaufende Welle kann die Stufenzahl der Niederdruckturbine im Vergleich zur bisherigen Architektur deutlich reduziert werden. Des Weiteren lässt sich die aerodynamische Effizienz der Beschaufelung der Niederdruckturbine erhöhen. Und schließlich sinkt durch die Drehzahlerhöhung das über die Welle übertragene Moment, was die Materialauswahl und die Gestaltung dieser Komponente erleichtert. Eine wesentliche Herausforderung bei der Auslegung des Untersetzungsgetriebes von Triebwerken besteht in der Beherrschung seines Thermalhaushalts. Aufgrund der immensen übertragenen Leistung führen selbst geringe relative mechanische Verluste des Getriebes zu einer beträchtlichen Dissipation von Leistung, die in Form von Wärme abgeführt werden muss. Dadurch ist es erforderlich, die dissipierte Leistung durch eine effektive und effiziente Kühlung mit Hilfe einer Öleinspritzkühlung der Zahnräder aus dem Getriebe abzuleiten. Um dieses Ziel erreichen zu können, ist die genaue Kenntnis der Interaktion zwischen Ölstrahl und Zahnflanken unbedingte Voraussetzung. Im Rahmen des vorliegenden Bandes der Schriftenreihe befasst sich der Autor

mit der Untersuchung der Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion eines repräsentativen Zahnrad unter Verwendung modernster numerischer Verfahren. Dazu gehört zum einen das etablierte gitterbasierte Verfahren *Volume of Fluid* (VOF) und zum anderen die vergleichsweise junge Methode *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH). Die SPH-Methode wird am Institut für Thermische Strömungsmaschinen des Karlsruher Instituts für Technologie seit einigen Jahren für den Einsatz bei turbomaschinentypischen Strömungen angepasst und weiterentwickelt. Im Zuge der durchgeführten Untersuchungen hat der Autor den institutseigenen SPH-Code um die Funktion bewegter Ränder sorgfältig erweitert und validiert. Mit dieser Erweiterung ist es ihm erstmals gelungen, die SPH-Methode für die umfassende Berechnung der Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion – sowohl für ein einzelnes Zahnrad als auch für den Fall zweier, sich im Eingriff befindende Zahnräder – anzuwenden. Gerade der letztere Fall ist von besonderer Bedeutung, da sich gitterbasierte Verfahren für derartige Anwendung nicht oder nur mit großem Aufwand einsetzen lassen. Im Verlauf der numerischen Studie werden die spezifischen Eigenschaften bzw. Vor- und Nachteile und Herausforderungen des VOF-Verfahrens einerseits und der ein- bzw. zweiphasigen SPH andererseits systematisch herausgearbeitet. Dieser Vergleich beinhaltet sowohl die Möglichkeiten und Grenzen der Einsetzbarkeit bezüglich geometrischer Randbedingungen, die Fähigkeit und Genauigkeit der Verfahren, die wesentlichen Detailprozesse der Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion aufzulösen sowie der mit dem jeweiligen Verfahren verbundene numerische Aufwand. Als anwendungsbezogenes Ergebnis der Untersuchungen werden die benetzte Fläche der Zahnflanken sowie die Eindringtiefe des Öls in die Kavität zwischen den Zähnen als zentrale Einflussgrößen für die Kühl- bzw. Schmiereffektivität der Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion identifiziert. Durch eine umfangreiche Parametervariation wird im vorliegenden Band die Abhängigkeit dieser Größen von den primären Geometrieparametern und den Betriebsbedingungen bzw. daraus abgeleiteten dimensionslosen Parametern aufgezeigt. Die daraus entwickelten Korrelationen lassen sich leicht und effizient für die praktische Auslegung der Ölspritzkühlung verwenden.

# Vorwort des Autors

Die vorliegende Dissertation verfasste ich während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Thermische Strömungsmaschinen (ITS) des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT). Teile der Ergebnisse wurden in den Projekten OLIAS und VOLAT erzielt, die durch das Luftfahrtforschungsprogramm (LuFo) des Bundesministeriums für Wirtschaft und Klimaschutz (BMWK) gefördert und in enger Kooperation mit dem Industriepartner Rolls-Royce Deutschland Ltd & Co KG bearbeitet wurden. Die CFD-Simulationen und Datenauswertungen für diese Arbeit wurden überwiegend auf den Hochleistungsrechnern bwUniCluster 1/2.0 und ForHLR I/II durchgeführt, die durch das Land Baden-Württemberg über das Programm bwHPC gefördert wurden.

Wäre eine Promotion eine Sportart, käme sie eher einem Marathonlauf als einem 100-Meter-Sprint gleich. Ohne die Unterstützung anderer würde dieser Lauf endlos erscheinen und das Ziel wohl stets unerreicht bleiben. An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die mich bei meinem persönlichen *Promotionsmarathon* begleitet haben.

Mein spezieller Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Hans-Jörg Bauer, Ordinarius und Institutsleiter des ITS, für die Übernahme des Hauptreferats, die stete wissenschaftliche Begleitung meiner Arbeit und die hervorragenden Forschungsbedingungen, unter denen ich am ITS arbeiten durfte. Besonders dankbar bin ich Prof. Bauer für das entgegengebrachte Vertrauen, den notwendigen Rückhalt und den gestalterischen Freiraum bei unterschiedlichsten akademischen, projektbezogenen oder organisatorischen Tätigkeiten am ITS.

Ebenso danke ich herzlich Herrn Prof. Dr.-Ing. Thomas Schulenberg, ehemaliger Institutsleiter des Instituts für Thermische Energietechnik und Sicherheit (ITES)<sup>1</sup> des KIT, für die Übernahme des Korreferats und das damit verbundene Interesse an meiner Arbeit.

Ein großes Dankeschön gilt Frau Dr.-Ing. Corina Schwitzke, Leiterin der Arbeitsgruppe Luft- und Ölsystem des ITS, deren Teil ich sein durfte. Die vielen kürzeren und längeren, aber immer hilfreichen Gespräche haben die Anfangsphase meiner Promotionszeit sehr erleichtert und geholfen später das Ziel nicht aus den Augen zu verlieren. Mit ihrer Pionierarbeit zum Einsatz der SPH-Methode im Bereich der thermischen Strömungsmaschinen hat Dr. Schwitzke außerdem den Grundstein für große Teile dieser Arbeit gelegt.

Mein Dank gilt auch Herrn Dr.-Ing. Rainer Koch, Leiter der Arbeitsgruppe Verbrennung und Zweiphasenströmung des ITS, für den engen arbeitsgruppenübergreifenden fachlichen (und kulinarischen) Austausch. Neben einer außergewöhnlichen Expertise und Intuition für Strömungsphänomene jeglicher Art besitzt Dr. Koch eine von Forscherdrang und Innovationsgeist gekennzeichnete Einstellung, die auf mich oft ansteckend wirkte und motivierte.

Meine Zeit am ITS wurde in einzigartiger Weise durch den engen Kontakt zu den vielen engagierten Menschen am Institut geprägt. Insbesondere danke ich den Frauen Brigitte Humbert, Rosa D’Aiuto, Petra Geyer und Jing Gu für die Unterstützung bei organisatorischen und administrativen Angelegenheiten. Für die Administration der IT-Infrastruktur und Rechencluster des ITS, ohne welche diese Arbeit nur schwer realisierbar gewesen wäre, danke ich Dr.-Ing. Rainer Koch, Michael Lahm, Michael Lienhart, Jordi Lubberts, Misel Kuser und Ivan Corak. Außerdem danke

---

<sup>1</sup>zuvor Institut für Kern- und Energietechnik (IKET)

ich Michael Lahm und Lothar Kowatsch für diverse unkomplizierte und immer freundliche Hilfestellungen.

Unvergessen bleiben die freundschaftliche Arbeitsatmosphäre und die vielen offenen, teils kontroversen und vielleicht nicht immer ganz ernst gemeinten Gespräche, bei denen ich viel über andere Forschungsthemen aber auch über Gott und die Welt und mich selbst gelernt habe. Bei unzähligen Kaffeerunden oder auch Laufrunden durch den Hardtwald ergaben sich nicht nur Ideen für die eigene Arbeit sondern auch Denkanstöße und Impulse, die mich über schwierigere Phasen der Promotionszeit getragen haben. Die gemeinsame Teilnahme bei Events wie der Badischen Meile oder dem Kaktus-Cup waren für mich stets Höhepunkte, die symbolisch für das angenehme Miteinander standen. Dafür bin ich allen Kollegen dankbar. Hervorzuheben ist aber Herr Dr.-Ing. Thilo Dauch, der mir nicht nur in fachlicher und privater Hinsicht ein sehr guter Diskussionspartner war sondern ein noch besserer Freund geworden ist. In ähnlicher Weise danke ich Christian Kromer, Sven Hoffmann, Simon Holz, Thomas Jackowski, Dr.-Ing. Matthias Krug, Dr.-Ing. Lars Wieth und Dr.-Ing. Tim Pychynski für die intensive, vertrauensvolle und freundschaftliche Zusammenarbeit. Alle haben in vielerlei Hinsicht ganz entscheidend zur Fertigstellung dieser Arbeit beigetragen.

Ich hatte Glück, bei Forschungsprojekten und der SPH-Code-Entwicklung auf Kollegen und Partner zu treffen, mit denen die Themen kollaborativ vorangetrieben wurden. Der SPH-Gruppe, allen voran Dr.-Ing. Samuel Braun, Dr.-Ing. Lars Wieth, Dr. Geoffroy Chaussonnet, Dr.-Ing. Thilo Dauch, Johannes Kaden, Max Okrashevski, Dr. Cihan Ates und Niklas Bürkle, danke ich für die fruchtbaren Diskussionen, konstruktive Kritik, jeden einzelnen *Commit* und die geteilte Vision. Dem Industriepartner Rolls-Royce Deutschland Ltd & Co KG danke ich für die kontinuierliche und vertrauensvolle Zusammenarbeit in den Projekten zum UltraFan, insbesondere möchte ich Dr.-Ing. Wolfram Kurz-Hardjosekatmo, Dr.-Ing. Jens Klostermann, Rens Douma, Dr.-Ing. Michael Klingsporn und Dr.-Ing. Klaus Willenborg meinen Dank aussprechen. Ebenso danke ich den Kollegen Christian Kromer, Emre Ayan, Dr.-Ing. Felix von Plehwe und Dr.-Ing. Laura Cordes für die Unterstützung und Zusammenarbeit bei diesen Projekten. Dr.-Ing. Matthias Krug danke ich für das Teilen der Geheimnisse erfolgreicher VOF-Simulationen. Nicht unerwähnt dürfen die Studenten bleiben, die im Rahmen von Abschlussarbeiten, HiWi-Tätigkeiten oder Praktika mit viel Engagement ebenfalls ihren Beitrag zu dieser Arbeit geleistet haben.

Ohne den Rückhalt meiner Familie wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen. Meinen Eltern danke ich für ihre bedingungslose Unterstützung bei all meinen Vorhaben und Entscheidungen seit früher Jugend. Auch meiner Schwester, meinem Onkel und dem gesamten Familien- und Freundeskreis danke ich von Herzen für deren Rückhalt, der mir trotz räumlicher Distanzen zu jeder Zeit zuteil wurde. Mein größter Dank gilt meiner Partnerin Jennifer für ihre Unterstützung, Geduld und Liebe, die sie mir all die Jahre entgegengebracht hat. Trotz zeitlicher Entbehrungen, die das Promotionsvorhaben mit sich brachte, hatte sie (meist) Verständnis und hat mir oft neue Sichtweisen auf ingenieurtechnische Probleme aufgezeigt. Ich bin stolz darauf, dass wir inzwischen mit unserem geliebten Sohn Jannik eine eigene, kleine Familie gegründet haben.

# Kurzfassung

Das Getriebefan-Triebwerk gilt als zeitnahe Antwort auf ökonomische, ökologische und gesellschaftliche Forderungen nach effizienten und leisen Antrieben für die zivile Luftfahrt. Bei dieser Triebwerksarchitektur ist die Optimierung des Ölsystems im integralen Höchstleistungsgetriebe unerlässlich, insbesondere hinsichtlich dessen Kühlfunktion. Vorangegangene Untersuchungen haben gezeigt, dass der Ölausbreitung über die Zahnflanken infolge der Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion (ÖZI) eine wichtige Rolle für die mittels Einspritzschmierung erzielte Kühlwirkung zukommt. Dennoch existiert bislang keine geeignete analytische oder experimentelle Methodik zur quantitativen Analyse der ÖZI, weshalb deren Charakterisierung lückenhaft ist. An diesem Punkt knüpft die vorliegende Arbeit an. Mittels numerischer Strömungssimulation (CFD) wird die ÖZI zugänglich gemacht. Dabei werden die gitterbasierte Methode *Volume of Fluid* (VOF) und erstmals die partikelbasierte Methode *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH) eingesetzt. Letztere verspricht Limitierungen gitterbasierter Methoden bei der Modellierung der Zahnradbewegung – insbesondere des Zahnradeingriffs – und der komplexen Öl/Luft-Zweiphasenströmung zu überwinden.

In vergleichenden Studien wird zunächst unter Einbeziehung experimenteller Beobachtungen die Anwendbarkeit beider CFD-Verfahren hinsichtlich der Modellierungsmöglichkeiten, der Genauigkeit und der Recheneffizienz evaluiert und die Ergebnisse plausibilisiert. Die präsentierten SPH-Simulationen der ÖZI sind weltweit die ersten ihrer Art und zeigen eindrücklich das große Potenzial der Methode auf. Im Weiteren wird mittels der VOF-Methode der Einfluss ausgewählter Betriebs- und Geometrieparameter (Ölstrahlgeschwindigkeit, -durchmesser, -winkel und Zahnradzahl) untersucht. Dazu wird die Ölstrahl-Interaktion mit einem einzelnen Zahnrad in 21 Betriebspunkten simuliert. Zur Analyse der Simulationsergebnisse werden mit dem zeitlichen Verlauf der Eindringtiefe, der Benetzungsfläche und des Ölfilmvolumens neue Metriken eingeführt. Dadurch wird die bisherige Beschreibung der ÖZI um quantitative räumliche und zeitliche Informationen zur Ölausbreitung auf den Zahnflanken erweitert. Als Haupteinflussgrößen werden die Aufpralltiefe, das Effektivvolumen und die Aufprall-Reynolds-Zahl identifiziert, die alle a priori bestimmbar sind. Die Erkenntnisse werden genutzt, um auf der generierten Datenbasis Korrelationen für die maximale Benetzungsfläche und die maximale Eindringtiefe zu bilden. Abschließend wird mittels der SPH-Methode die Ölstrahl-Interaktion mit zwei ineinandergreifenden Zahnradern für drei Einspritzvarianten simuliert. Die Strömungsprozesse der ÖZI vor und hinter dem Eingriff einer Zahnradpaarung werden dadurch erstmals simulativ erfasst.

Mit den beschriebenen Simulationsmodellen, den detaillierten Simulationsergebnissen sowie den daraus gewonnenen Daten, Korrelationen und Erkenntnissen wird durch diese Arbeit die Optimierung des Ölsystems für Getriebefan-Triebwerke maßgeblich unterstützt und der Einsatz von CFD auf diesem Gebiet, speziell von SPH, weiter motiviert.



# Abstract

The geared turbofan engine is seen as a short-term response to economic, ecological and societal demands for efficient and quiet propulsion systems in civil aviation. For this jet engine architecture, optimization of the oil system in the integral ultrahigh-power gearbox is essential, in particular with regard to its cooling function. Previous studies have shown that the oil distribution over the tooth flanks resulting from the oil jet-gear interaction (OGI) plays an important role for the cooling effect achieved by means of oil-jet lubrication. However, to date there is no suitable analytical or experimental methodology for quantitative analysis of the OGI, which is why its characterization is incomplete. This work aims to address this point. By means of computational fluid dynamics (CFD), the OGI is made accessible. Here, the grid-based volume of fluid (VOF) method and, for the first time, the particle-based smoothed particle hydrodynamics (SPH) method are used. The latter promises to overcome limitations of grid-based methods in modeling the gear motion – in particular the gear meshing – and the complex oil/air two-phase flow.

In comparative studies and considering experimental observations, the applicability of both CFD methods is first evaluated in terms of modeling capabilities, accuracy, and computational efficiency. Also, plausibility checks of the results are performed. The presented SPH simulations of the OGI are the world's first simulations of this kind and clearly highlight the great potential of the method. Further, the effect of selected operational and geometrical parameters (oil-jet velocity, oil-jet diameter, oil-jet angle and gear speed) is investigated by means of the VOF method. To this end, the oil-jet interaction with a single gear is simulated at 21 operating points. Through the time history of the penetration depth, the wetting area and the oil film volume, new metrics are introduced to analyze the simulation results. This extends the current description of the OGI by quantitative spatial and temporal information about the oil distribution on the tooth flanks. The impingement depth, the effective volume and the impingement Reynolds number are identified as the main influencing parameters, all of which can be determined a priori. The findings are exploited to build correlations for the maximum wetting area and the maximum penetration depth using the generated database. Finally, the SPH method is used to simulate the oil-jet interaction with two interlocking gears for three injection variants. The into-mesh and out-of-mesh flow details of the OGI are thus simulated for the first time.

With the simulation models build, the detailed simulation results presented and the data, correlations and findings gained, this work substantially contributes to the optimization of the oil system for geared turbofan engines and motivates the further application of CFD, in particular of SPH, in this field.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungen</b>	<b>xiii</b>
<b>Tabellen</b>	<b>xix</b>
<b>Symbole</b>	<b>xxi</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Stand der Forschung</b>	<b>5</b>
2.1 Funktion und Varianten der Einspritzschmierung . . . . .	5
2.2 Klassifizierung der Strömungsphänomene . . . . .	9
2.2.1 Düseninnenströmung und Physik von Flüssigkeitsstrahlen . . . . .	11
2.2.2 Luftströmung um ein rotierendes Zahnrad . . . . .	16
2.2.3 Flüssigkeitsstrahl unter aerodynamischer Last . . . . .	18
2.2.4 Strahlaufprall und Filmströmung . . . . .	22
2.3 Analytische Untersuchungen zur Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion . . . . .	23
2.3.1 Ölstrahlkühlung von Zahnrädern . . . . .	23
2.3.2 Aufpralltiefe . . . . .	29
2.4 Experimentelle Untersuchungen zur Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion . . . . .	33
2.5 Numerische Untersuchungen zur Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion . . . . .	36
2.5.1 Simulationsmethoden für Mehrphasenströmungen . . . . .	36
2.5.2 Ölstrahl-Interaktion mit einzeltem Zahnrad . . . . .	39
2.5.3 Ölstrahl-Interaktion mit ineinandergreifenden Zahnrädern . . . . .	40
<b>3 Zielsetzung</b>	<b>43</b>
<b>4 Grundlagen der numerischen Methoden</b>	<b>45</b>
4.1 Mathematische Beschreibung von Mehrphasenströmungen . . . . .	45
4.1.1 Bilanzgleichungen . . . . .	46
4.1.2 Konstitutive Gleichungen . . . . .	46
4.1.3 Navier-Stokes-Gleichungen in Lagrange'scher Form . . . . .	47
4.2 Die Volume-of-Fluid-Methode . . . . .	48
4.2.1 Mathematisches Konzept . . . . .	48
4.2.2 Adaptive Netzverfeinerung . . . . .	51
4.2.3 Rechengebietsdeformation . . . . .	52
4.3 Die Smoothed-Particle-Hydrodynamics-Methode . . . . .	55
4.3.1 ITS-SPH-Code . . . . .	57
4.3.2 Mathematisches Konzept . . . . .	58
4.3.3 Zweiphasige Formulierung (TPSPH) . . . . .	61
4.3.4 Einphasige Formulierung (SPSPH) . . . . .	65
4.3.5 Randbedingungen . . . . .	66
<b>5 Modellbildung zur Simulation der Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion</b>	<b>71</b>
5.1 Referenzkonfiguration und numerisches Modell . . . . .	71
5.1.1 Geometrie- und Betriebsparameter . . . . .	71

5.1.2	Rechengebiet, Modellanforderungen und Randbedingungen . . . . .	74
5.2	Vergleich zwischen der VOF- und SPH-Methode . . . . .	80
5.2.1	Zweidimensionale Modellierung . . . . .	80
5.2.2	Dreidimensionale Modellierung . . . . .	93
5.3	Zusammenfassung und Methodenauswahl . . . . .	105
<b>6</b>	<b>Simulation der Ölstrahl-Interaktion mit einzeltem Zahnrad</b>	<b>107</b>
6.1	Simulationsstudie . . . . .	107
6.1.1	Basiskonfiguration – Geometrie- und Betriebsparameter . . . . .	107
6.1.2	Numerisches Simulationsmodell . . . . .	108
6.1.3	Versuchsplanung . . . . .	110
6.2	Analyse der Simulationsdaten . . . . .	114
6.2.1	Bestimmung der Aufpralltiefe . . . . .	114
6.2.2	Bestimmung der Eindringtiefe . . . . .	115
6.2.3	Bestimmung der Ölfilmodynamik . . . . .	115
6.3	Einflüsse veränderter Betriebsparameter . . . . .	116
6.3.1	Vorhersage der Aufprall- und Eindringtiefe . . . . .	117
6.3.2	Vorhersage der Benetzungsfläche . . . . .	120
6.3.3	Statistische Analyse und Fazit . . . . .	124
6.4	Ableitung empirischer Berechnungsansätze . . . . .	126
<b>7</b>	<b>Simulation der Ölstrahl-Interaktion mit ineinandergreifenden Zahnrädern</b>	<b>129</b>
7.1	Simulationsstudie . . . . .	129
7.1.1	Geometrie- und Betriebsparameter . . . . .	129
7.1.2	Numerisches Simulationsmodell . . . . .	131
7.2	Vorhersage der Ölzuführung in den beginnenden Eingriff . . . . .	133
7.3	Vorhersage der Ölzuführung in den auslaufenden Eingriff . . . . .	135
7.4	Fazit . . . . .	136
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>137</b>
	<b>Literatur</b>	<b>139</b>
	<b>Mitbetreute studentische Arbeiten</b>	<b>155</b>
	<b>Eigene Veröffentlichungen</b>	<b>157</b>
	<b>Anhang</b>	<b>161</b>
A.1	Erweiterung des vektoriiellen Modells zur Bestimmung der Aufpralltiefe . . . . .	162
A.2	Winkeldefinitionen des kinematischen Modells zur Bestimmung der Aufpralltiefe	163
A.3	Dynamischer Lastverteilungsalgorithmus für den ITS-SPH-Code . . . . .	164
A.4	Einfluss der Partikelgröße bei 3D-Simulationen mittels der SPSPH-Methode . .	169
A.5	Rechenaufwand für die Simulationsstudien zur ÖZI . . . . .	170
A.6	Visualisierung der Simulationen zur Ölstrahl-Interaktion mit einzeltem Zahnrad	171
A.7	Korrelation der Betriebsparameter mit den Auswertemetriken bei der Simulati- onsstudie zur Ölstrahl-Interaktion mit einzeltem Zahnrad . . . . .	182
	<b>Lebenslauf</b>	<b>183</b>

# Abbildungen

1.1	Gegenlichtaufnahmen der Ölstrahl-Interaktion mit einzelner rotierendem Zahnrad (Schober, 1983b). . . . .	3
2.1	Varianten der Einspritzschmierung nach Schober (1983a). . . . .	8
2.2	Verteilung von Ölstrahlen über die Zahnradbreite mittels einer Ölbrause. . . . .	9
2.3	Illustration der Teilphänomene der Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion. Seitenansicht (oben) und Draufsicht (unten). . . . .	10
2.4	Regimekarte und Stabilitätskurve zur Einteilung der Primärzerfallsregime von Flüssigkeitsstrahlen. . . . .	13
2.5	Schematische Darstellung unterschiedlicher Zerfallsmechanismen von Flüssigkeitsstrahlen nach Hiroyasu et al. (1991). . . . .	14
2.6	Geschwindigkeitsprofil eines laminaren und eines voll turbulenten Flüssigkeitsstrahls am Düsenaustritt nach Lefebvre (1989) und Illustration der Profilrelaxation. . . . .	15
2.7	Luftströmung in einer Zahnücke und Grenzschichtprofil am Zahnradkopf nach Akin et al. (1975) und Al-Shibl et al. (2007). . . . .	16
2.8	Dreidimensionales Strömungsfeld in einer Zahnradücke durch den Pumpeffekt an den Zahnradseiten nach Akin et al. (1975). . . . .	17
2.9	Experimentell ermittelte tangentielle Geschwindigkeitskomponente der Luftströmung in einer Zahnradücke für zwei Zahnradumfangsgeschwindigkeiten nach Massini et al. (2017a). Die Auswertelinie ist mittig in der Zahnradücke platziert und verläuft radial nach außen. . . . .	18
2.10	Schematische Darstellung des Zerfalls eines Flüssigkeitsstrahls unter aerodynamischer Last (Queranströmung) nach Broumand und Birouk (2016) und Krug (2019). . . . .	19
2.11	Regimekarten zur Einteilung der Primärzerfallsmechanismen querangeströmter nicht turbulenter Flüssigkeitsstrahlen. . . . .	20
2.12	Mittels Korrelationen vorhergesagte Flüssigkeitstrajektorie für Wasser und $q = 300$ . . . . .	21
2.13	Ölstrahlaufprall auf eine (von links nach rechts) bewegte Oberfläche mit a) Lamellenablösung und b) angelegtem Flüssigkeitsfilm sowie c) Strahlaufprall auf ruhender Oberfläche. Nachdruck aus Moulson und Green (2013), mit Genehmigung von AIP Publishing. . . . .	23
2.14	Schematische Darstellung des analytischen Modells nach DeWinter und Blok (1974) bzw. Kromer et al. (2019). . . . .	24
2.15	Verlauf der akkumulierten, abgeschleuderten und gesamt abgeführten Wärmemengen nach DeWinter und Blok (1974). . . . .	26
2.16	Charakteristische Längen- und Zeitskalen des Wärmeübergangsprozesses bei der Ölstrahlkühlung nach El-Bayoumy et al. (1989). . . . .	26
2.17	Einfluss der initialen Filmdicke und einer temperaturabhängigen Viskosität auf den mittleren Wärmeübergangskoeffizienten nach Kromer et al. (2019). . . . .	28
2.18	Definition der Aufpralltiefe $D_i$ . . . . .	29
2.19	Kinematisches Modell nach Akin und Townsend (1989). . . . .	30
2.20	Mittels analytischer Modelle bestimmbare, qualitative Zusammenhänge zwischen der Aufpralltiefe $D_i$ , dem Geschwindigkeitsverhältnis $\Sigma$ und dem Strahlwinkel $\varphi_S$ für ein Stirnrad mit Modul $m = 4$ mm und Zahnhöhe $H = 9$ mm. . . . .	32

2.21	Experimentell gemessene Wärmeübergangskarte bei $\Sigma = 0,35$ nach von Plehwe (2022). . . . .	35
4.1	Illustration der VOF-Methode zur Verfolgung von freien Oberflächen in Zweiphasenströmungen. . . . .	49
4.2	Exemplarische, 3-stufige AMR nahe einer Phasengrenzfläche. . . . .	52
4.3	Strategien zur Berücksichtigung von Rechengebietsdeformationen mittels gitterbasierter Simulationsmethoden. Dargestellt sind jeweils 3 zeitlich aufeinanderfolgende Momentaufnahmen. . . . .	54
4.4	Illustration des quintischen Kernels mit dem Einflussradius $r_{\max}$ sowie fiktive Verteilung der Nachbarpartikel um ein Zentralpartikel. . . . .	59
4.5	Einflussbereich in der Nähe einer Phasengrenzfläche (freie Oberfläche) bei a) der TPSPH- und b) der SPSPH-Formulierung. . . . .	61
4.6	Illustration unterschiedlicher SPH-Randbedingungen fester Wände nach Violeau und Rogers (2016). . . . .	67
4.7	Umsetzung von Einlass- und Auslassrandbedingungen mittels Pufferzonen nach Vacondio et al. (2012). . . . .	68
4.8	Illustration der implementierten Festkörperbewegung in Kombination mit der rotatorischen Periodizität. . . . .	69
5.1	Ableitung der Referenzgeometrie REF. . . . .	72
5.2	Referenzgeometrie REF nach Keller et al. (2017, 2019a). . . . .	72
5.3	Abgeleitetes Rechengebiet und Randbedingungen der Referenzkonfiguration REF. . . . .	74
5.4	2D-Rechengebiet der Referenzkonfiguration REF für Simulationen mit der TPSPH- und SPSPH-Methode. . . . .	81
5.5	2D-Rechengebiet der Referenzkonfiguration REF für Simulationen mit der VOF-Methode. . . . .	82
5.6	Charakteristische Momentaufnahme der mittels der TPSPH-Methode berechneten ÖZI bei $t^+ = 1,98$ und 4 unterschiedlichen mittleren Partikelabständen $\Delta x$ . . . . .	85
5.7	Charakteristische Momentaufnahme der mittels der SPSPH-Methode berechneten ÖZI bei $t^+ = 1,98$ und 4 unterschiedlichen mittleren Partikelabständen $\Delta x$ . . . . .	86
5.8	Charakteristische Momentaufnahme der mittels der VOF-Methode berechneten ÖZI bei $t^+ = 1,98$ und 4 unterschiedlichen mittleren Zellweiten $\Delta x$ . . . . .	86
5.9	Momentaufnahmen zu 4 konsekutiven Zeitschritten bei $t^+ = 1,32; 1,50; 1,98$ und $2,30$ . Dargestellt sind jeweils die Partikel der TPSPH- (links) und SPSPH-Simulation (Mitte) sowie das Feld der Indikatorfunktion der VOF-Simulation (rechts). SPH-Ergebnisse enthalten zum Vergleich die Iso-Kontur mit $F_{\text{Lub}} = 0,5$ (Öloberfläche) des jeweiligen VOF-Ergebnisses. . . . .	88
5.10	Ölströmung bei $t^+ = 2,31$ und $2,66$ . Dargestellt sind jeweils die Ölpartikel der TPSPH- (links) und SPSPH-Simulation (Mitte) sowie die Rechenzellen mit $F_{\text{Lub}} > 0,5$ der VOF-Simulation (rechts). Die Farbskala gibt den Betrag der relativen Geschwindigkeit an. . . . .	89
5.11	Vergleich von a) der Recheneffizienz sowie b) des Rechenaufwands und der Zahl der Partikel bzw. Gitterzellen bei $\Delta x = ds/46$ . . . . .	90
5.12	3D-Rechengebiete der Referenzkonfiguration REF. . . . .	94

5.13	Momentaufnahmen der 3D-SPSPH-Simulation zu 6 konsekutiven Zeitschritten bei $t^+ = 2,79; 2,88; 3,15; 3,37; 3,78$ und $4,99$ . Dargestellt sind jeweils die nach dem Betrag der relativen Geschwindigkeit eingefärbten Partikel. . . . .	97
5.14	Momentaufnahmen der 3D-VOF-Simulation zu 6 konsekutiven Zeitschritten bei $t^+ = 2,79; 2,88; 3,15; 3,37; 3,78$ und $4,99$ . Dargestellt ist jeweils die nach dem Betrag der relativen Geschwindigkeit eingefärbte Iso-Kontur mit $F_{Lub} = 0,5$ (Öloberfläche). . . . .	98
5.15	Mittels der SPSPH- und der VOF-Methode bestimmter zeitlicher Verlauf des Widerstandsdrehmoments für den Referenzfall REF. . . . .	100
5.16	Vergleich zwischen a) experimentell und mittels b) SPSPH- beziehungsweise c) VOF-Simulation erzielten Momentaufnahmen der ÖZI beim radialen Einspritzen auf den Umfang eines Zahnrads. . . . .	102
5.17	Vergleich des Rechenaufwands und der Zahl der Partikel bzw. Gitterzellen für die 3D-Simulation des Referenzfalls REF. . . . .	103
6.1	Rechengebietszonen der Basiskonfiguration BAS1Z. . . . .	109
6.2	Ausschnitt des Rechengitters in der $x,y$ -Ebene durch die Strahlachse bei einem Düsenwinkel von $\varphi_D > 0$ . . . . .	110
6.3	Teilfaktorieller Versuchsplan in Bezug auf die Betriebsparameter $u_S, n_Z$ und $d_S$ bei $\hat{\varphi}_S = 0^\circ$ . . . . .	112
6.4	Momentaufnahmen der Ölströmung ( $F_{Lub} = 0,5$ ) aus 3 charakteristischen Strömungsphasen des Basisfalls und Illustration von a) der Aufpralltiefe, b) der Eindringtiefe und c) der Benetzungsfläche und des Ölfilmvolumens. . . . .	114
6.5	Zeitlicher Verlauf der Benetzungsfläche $A_F$ und des Ölfilmvolumens $V_F$ für den Basisfall. Dargestellt ist nur jeder 10. Datenpunkt. . . . .	115
6.6	Benetzungskarten aus 3 charakteristischen Strömungsphasen des Basisfalls. . . . .	116
6.7	Aufprall- bzw. Eindringtiefe $D_{i/p,max}$ in Abhängigkeit des Strahlwinkels $\hat{\varphi}_S$ bei $\Sigma = 0,5$ (Betriebspunkte B und P bis U). . . . .	117
6.8	Aufprall- bzw. Eindringtiefe $D_{i/p}$ in Abhängigkeit des Geschwindigkeitsverhältnisses $\Sigma$ und des Strahldurchmessers $d_S$ . . . . .	118
6.9	Benetzungskarten für die Betriebspunkte E, B und F mit $\Sigma = 0,5$ und unterschiedlichen Strahldurchmessern $d_S$ . . . . .	119
6.10	Benetzungskarten für die Betriebspunkte H, B und K mit $\Sigma = 0,5, Fr_{i,\omega} = 12,7$ und unterschiedlichen Aufprall-Reynolds-Zahlen $Re_i$ . . . . .	119
6.11	Benetzungsfläche $A_{F,max}$ in Abhängigkeit des Strahlwinkels $\hat{\varphi}_S$ . . . . .	120
6.12	Benetzungskarten für die Betriebspunkte A, B und C mit unterschiedlichen Geschwindigkeitsverhältnissen $\Sigma$ . . . . .	121
6.13	Benetzungsfläche $A_{F,max}$ in Abhängigkeit des Strahldurchmessers $d_S$ und des Geschwindigkeitsverhältnisses $\Sigma$ . . . . .	121
6.14	Benetzungskarten und Momentaufnahmen des <i>Splashings</i> (Skala siehe Abbildung 6.4) für die Betriebspunkte E, J, I und F mit $\Sigma = 0,5$ und unterschiedlichem $Re_i$ . . . . .	123
6.15	Benetzungskarten für die Betriebspunkte D, B und G mit $V_{eff} = konst.$ und unterschiedlichem $\Sigma$ und $d_S$ . . . . .	124
6.16	Auszug der Streudiagrammmatrix bezüglich der Metriken $A_{Fi,max}, D_{p,max}$ und $D_i$ sowie der Einflussgrößen $V_{eff}$ und $Re_i$ . . . . .	125
6.17	Aufbau der empirischen Berechnungsansätze. . . . .	126

6.18	Vergleich zwischen der empirischen Korrelation (Gleichung (6.4)) und der CFD-Ergebnisse bezüglich a) der maximalen Benetzungsfläche $A_{F,max}$ und b) der maximalen Eindringtiefe $D_{p,max}$ . . . . .	128
7.1	Geometrie der untersuchten Zahnradpaarung im Stirnschnitt, Düsenpositionen $E_{IM}$ , $U_{IM}$ und $E_{OOM}$ sowie Rechengietsgrenzen. . . . .	130
7.2	3D-Rechengbiet für die Simulation ineinandergreifender Zahnräder mittels der SPSPH-Methode: Gesamtansicht a) sowie Detailansichten b) und c). . . . .	131
7.3	Momentaufnahmen der ÖZI beim Einspritzen in den beginnenden Eingriff in der Variante $E_{IM}$ . . . . .	133
7.4	Experimentelle Gegenlichtaufnahmen der ÖZI beim Einspritzen in den beginnenden Eingriff in der Variante $E_{IM}$ (Schober, 1983b). . . . .	134
7.5	Momentaufnahmen der ÖZI beim Einspritzen in den beginnenden Eingriff in der Variante $U_{IM}$ . . . . .	135
7.6	Momentaufnahmen der ÖZI beim Einspritzen in den auslaufenden Eingriff in der Variante $E_{OOM}$ . . . . .	136
A.1	Prinzip der RCB-Methode im Falle der Zerlegung des 2D-TPSPH-Referenzfalls in 32 Teilrechengebieten. . . . .	164
A.2	Exemplarische Baumstruktur bei der Zerlegung in 5 Teilrechengebiete mittels der RCB-Methode und Entwicklung von $N_{sub}$ . . . . .	165
A.3	Auszug der Rechengietszerlegung für die 2D-Simulation des Referenzfalls REF mittels der TPSPH-Methode und 32 Rechenkernen. . . . .	166
A.4	Entwicklung der Lastfaktoren a) ohne und b) mit dynamischer Lastverteilung während der 2D-Simulation des Referenzfalls REF mittels der TPSPH-Methode. . . . .	166
A.5	Entwicklung der Lastfaktoren a) ohne und b) mit dynamischer Lastverteilung während der 2D-Simulation des Referenzfalls REF mittels der SPSPH-Methode. . . . .	167
A.6	Momentaufnahmen einer 3D-SPSPH-Simulation der Referenzkonfiguration REF bei einem mittleren Partikelabstand von $\Delta x = 50 \mu m$ . . . . .	169
A.7	Übersicht des Rechenaufwands für die VOF-Simulationen der Betriebspunkte A bis U aus Kapitel 6. . . . .	170
A.8	Übersicht des Rechenaufwands für die SPSPH-Simulationen der Einspritzvarianten $E_{IM}$ , $U_{IM}$ und $E_{OOM}$ aus Kapitel 7. . . . .	170
A.9	Betriebspunkt A . . . . .	171
A.10	Betriebspunkt B . . . . .	172
A.11	Betriebspunkt C . . . . .	172
A.12	Betriebspunkt D . . . . .	173
A.13	Betriebspunkt E . . . . .	173
A.14	Betriebspunkt F . . . . .	174
A.15	Betriebspunkt G . . . . .	174
A.16	Betriebspunkt H . . . . .	175
A.17	Betriebspunkt I . . . . .	175
A.18	Betriebspunkt J . . . . .	176
A.19	Betriebspunkt K . . . . .	176
A.20	Betriebspunkt L . . . . .	177
A.21	Betriebspunkt M . . . . .	177
A.22	Betriebspunkt N . . . . .	178

---

A.23 Betriebspunkt O . . . . .	178
A.24 Betriebspunkt P . . . . .	179
A.25 Betriebspunkt Q . . . . .	179
A.26 Betriebspunkt R . . . . .	180
A.27 Betriebspunkt S . . . . .	180
A.28 Betriebspunkt T . . . . .	181
A.29 Betriebspunkt U . . . . .	181
A.30 Ausschnitt der Streudiagrammmatrix bezüglich der Betriebsparameter $u_S$ , $d_S$ , $\hat{\varphi}_S$ und $n_z$ sowie der Auswertemetriken $A_{Fl,max}$ , $D_{p,max}$ und $D_i$ . . . . .	182



# Tabellen

2.1	Korrelationen zur Bestimmung der Trajektorie querangeströmter Flüssigkeitsstrahlen bei $p = 1$ bar. . . . .	21
4.1	Terme der allgemeinen Transportgleichung in Euler'scher Form (Oertel jr., 2017). . . . .	46
5.1	Geometrische Parameter der Referenzgeometrie REF. . . . .	73
5.2	Betriebsparameter der Referenzkonfiguration REF. . . . .	73
5.3	Physikalische Eigenschaften des untersuchten Getriebeöls und der Umgebungsluft bei $p = 1$ bar und $T = 80$ °C. . . . .	74
5.4	Dimensionslose Kennzahlen der Strömungsprozesse zur Charakterisierung der untersuchten Referenzkonfiguration REF. . . . .	75
5.5	Zusammenfassung der Anforderungen und Randbedingungen für die Simulationsmodelle der Referenzgeometrie REF. . . . .	80
5.6	Methodenspezifische <i>Solver</i> -Einstellungen der 2D-SPH-Modelle für die Referenzkonfiguration REF. . . . .	82
5.7	Methodenspezifische <i>Solver</i> -Einstellungen des 2D-VOF-Modells für die Referenzkonfiguration REF. . . . .	83
5.8	Übersicht der variierten räumlichen Auflösungen und deren Bewertung. . . . .	84
5.9	Einfluss der räumlichen Auflösung auf die Zahl der Diskretisierungselemente für die dreidimensionale Referenzkonfiguration REF. . . . .	95
5.10	Einstellungen der mit der VOF-Methode angewandten gradientenbasierten AMR an der Phasengrenzfläche. . . . .	96
5.11	Auswahl der Simulationmethoden für die weiterführenden Untersuchungen in dieser Arbeit. . . . .	105
6.1	Geometrische Parameter der Geometrie BAS1Z. . . . .	108
6.2	Betriebsparameter der Basiskonfiguration BAS1Z. . . . .	108
6.3	Variierter Betriebsparameterbereich. . . . .	110
6.4	Unabhängige Variablen und deren diskrete Faktorstufen. . . . .	111
6.5	Übersicht der untersuchten Betriebspunkte und variierten Parameter. . . . .	113
6.6	Koeffizienten und Exponenten für die empirischen Berechnungsansätze der Benetzungsfläche $A_{F,max}$ und der Eindringtiefe $D_{p,max}$ mittels Gleichung (6.4). . . . .	127
A.1	Rechenzeiten mit und ohne dynamischer Lastverteilung für die 2D-Simulation des Referenzfalls REF mittels der SPH-Methode. . . . .	168



# Symbole

Formelzeichen	Einheit	Bedeutung
Lateinische Symbole		
$A_F$	$m^2$	Benetzungsfläche
$A_{Fl}$	$m^2$	Flankenfläche
$a$	$m$	Achsabstand
$a$	$m/s$	Schallgeschwindigkeit
$a$	$m^2/s$	Temperaturleitfähigkeit
$b$	$m$	Flankenspiel
$c$	$m$	Kopfspiel
$c$	$m/s$	künstliche Schallgeschwindigkeit
$c_0$	1	Modellkoeffizient
$c_p$	$J/(kg\ K)$	spezifische Wärmekapazität bei konstantem $p$
$D$	1	räumliche Dimension
$D (D_x, D_y, D_z)$	$m$	Düsenmittelpunkt
$D_i$	$m$	Aufpralltiefe
$D_p$	$m$	Eindringtiefe
$d$	$m$	Durchmesser
$d_a$	$m$	Kopfkreisdurchmesser
$d_D$	$m$	Durchmesser der Düsenbohrung
$d_f$	$m$	Fußkreisdurchmesser
$d_p$	$m$	Teilkreisdurchmesser
$d_S$	$m$	Strahldurchmesser
$d_w$	$m$	Wälzkreisdurchmesser
$e$	$J/kg$	spezifische innere Energie
$e_n$	1	$n$ -ter Modellexponent
$F$	1	Farbfunktion, Indikatorfunktion
$\vec{F}$	$N/m^3$	Volumenkraft
$\vec{f}$	$m/s^2$	Beschleunigung durch externe Feldkräfte
$G$	$m/s^2$	Zentrifugalbeschleunigung
$\mathbb{G}$	1	Partikelmenge eines Zahnrads
$g$	$m/s^2$	Erdbeschleunigung
$H$	$m$	Zahnhöhe
$h$	$m$	Glättungslänge
$h_D$	$m$	Abstand zwischen Düsenaustritt und Teilkreis
$h_F$	$m$	Filmdicke

$I$	N s	Impuls
$I (I_x, I_y, I_z)$	m	Aufprallpunkt
$\mathbf{I}$	1	Einheitsmatrix
$i$	1	Übersetzungsverhältnis
$\mathbf{J}$	verschieden	dissipative Flüsse
$k$	1	Phase
$k$	$\text{m}^2/\text{s}^2$	turbulente kinetische Energie
$L$	m	charakteristisches Längenmaß
$L$	1	Rechenlast
$L'$	1	Lastfaktor
$l_B$	m	Zerfallslänge
$l_D$	m	Länge der Düsenbohrung
$M$	N m	Drehmoment
$m$	kg	Masse
$m$	m	Modul
$\dot{m}$	kg/s	Massenstrom
$N$	1	Anzahl
$n$	1/min	Drehzahl
$\vec{n} (n_x, n_y, n_z)$	1/m	Oberflächennormalenvektor
$\odot$	1	Partikelmenge der Ölphase
$P$	W	Leistung
$P_V$	W	Verlustleistung
$P_{VD}$	W	Dichtreibungsverluste
$P_{VL}$	W	Lagerverluste
$P_{VX}$	W	Verlustleistung sonstiger Komponenten und Aggregate
$P_{VZ}$	W	Zahnreibungsverluste
$p$	Pa	Druck
$p_{\text{back}}$	Pa	numerischer Hintergrunddruck
$Q$	J/m	Wärme pro Meter Zahnbreite
$\vec{q} (\dot{q}_x, \dot{q}_y, \dot{q}_z)$	$\text{W}/\text{m}^2$	Wärmestromdichte
$\dot{q}'$	W/kg	spezifische Wärmequellen und -senken
$\mathbf{R}$	1	Rotationsmatrix
$r$	m	Radius
$r_{\text{AMR}}$	1	Exponent zur Volumengewichtung
$r_a$	m	Kopfkreisradius
$r_b$	m	Grundkreisradius
$r_{\text{CFD}}$	m	radialer Rechengebietsabschluss
$r_f$	m	Fußkreisradius
$r_i$	m	Aufprallradius

$r_{\max}$	m	Einflussradius
$r_p$	m	Teilkreisradius
$r_{xy}$	1	empirischer Korrelationskoeffizient der Größen $x$ und $y$
$\mathbf{S}$	N/m <sup>2</sup>	Schubspannungstensor
$S (S_x, S_y, S_z)$	m	Startpunkt
$s^+$	m	entdimensionierte Konturkoordinate
$\mathbf{T}$	N/m <sup>2</sup>	Reibungsspannungstensor
$T$	°C, K	Temperatur
$t$	s	Zeit
$\tilde{t}$	s	Zeitintervall
$\Delta t$	s	Zeitschrittweite
$t_f$	s	Flugzeit
$t_i$	s	Zeit ab dem Aufprall
$U$	m/s	charakteristische Strömungsgeschwindigkeit
$\vec{u} (u_x, u_y, u_z)$	m/s	Geschwindigkeitsvektor
$u_i$	m/s	Aufprallgeschwindigkeit, Impingementgeschwindigkeit
$u_p$	m/s	Umfangsgeschwindigkeit am Teilkreisdurchmesser
$u_S$	m/s	(mittlere) Strahlgeschwindigkeit
$u_Z$	m/s	Umfangsgeschwindigkeit des Zahnrads
$V$	m <sup>3</sup>	Volumen
$\dot{V}$	ℓ/min, m <sup>3</sup> /s	Volumenstrom
$V_{\text{CFD}}$	m <sup>3</sup>	Rechengebietsvolumen
$V_{\text{eff}}$	m <sup>3</sup>	Effektivvolumen
$V_F$	m <sup>3</sup>	Ölfilmvolumen
$V_{\text{Zelle}}$	m <sup>3</sup> , m <sup>2</sup> , m	Volumen / Fläche / Länge einer Rechenzelle
$W$	1/m <sup><math>n</math></sup>	$n$ -dimensionale Kernelfunktion
$W (W_x, W_y, W_z)$	m	Wälzpunkt
$w_{\text{CFD}}$	m	Rechengebietsbreite
$w_Z$	m	Zahnradbreite
$x$	1	Profilverschiebungsfaktor
$\vec{x} (x, y, z)$	m	Ortsvektor in kartesischen Koordinaten
$\Delta x$	m	mittlerer Partikelabstand, Gitterzellweite
$(x_B, y_B)$	m	Säulenzerfallspunkt (Zerfallshöhe, Zerfallsabstand)
$z$	1	Zähnezahl

## Griechische Symbole

$\alpha$	°	Eingriffswinkel
$\alpha$	W/(m <sup>2</sup> K)	Wärmeübergangskoeffizient
$\alpha_w$	°	Betriebseingriffswinkel

$\beta$	°	Schrägungswinkel
$\beta_i$	°	Impingementwinkel
$\gamma$	°	stoffabhängige Konstante
$\gamma_v$	1	Temperaturabhängigkeitsparameter der Viskosität
$\delta$	m	Grenzschichtdicke
$\epsilon$	1	relative Abweichung
$\epsilon_{\text{AMR}}$	verschieden	AMR-Schwellwert
$\eta$	m	numerischer Hilfswert
$\eta_G$	1	Getriebewirkungsgrad
$\Theta$	°	statischer Kontaktwinkel
$\theta_f$	°	Flugwinkel
$\theta_n$	°	$n$ -ter Modellwinkel
$\kappa$	1/m	Krümmung
$\Lambda$	m	radiales, quer zur Strömungsrichtung gemessenes turbulentes Längenmaß
$\lambda$	W/(m K)	Wärmeleitfähigkeit
$\mu$	Pa s	dynamische Viskosität
$\mu'$	Pa s	Volumenviskosität
$\mu_A$	1	Ausflusszahl
$\nu$	m <sup>2</sup> /s	kinematische Viskosität
$\Pi$	1	dimensionsloser Term
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Dichte
$\sigma$	N/m	Oberflächenspannung
$\sigma_{k_1-k_2}$	N/m	Grenzflächenspannung zwischen den Phasen $k_1$ und $k_2$
$\sigma_\phi$	[ $\phi$ ]	Standardabweichung der Größe $\phi$
$\Phi$	verschieden	Quell- und Senkterme
$\phi$	verschieden	allgemeine Größe, allgemeine Funktion
$\varphi_D$	°	Düsenwinkel
$\varphi_S$	°	Strahlwinkel
$\hat{\varphi}_S$	°	Strahlwinkel gemessen am Teilkreisdurchmesser
$\psi$	verschieden	allgemeine Bilanzgröße
$\Omega$	m <sup>n</sup>	$n$ -dimensionaler Integrationsbereich, Einflussbereich
$\omega$	1/s	spezifische Dissipationsrate
$\omega$	rad/s	Winkelgeschwindigkeit

## Dimensionslose Kennzahlen

$$Fa = \frac{\Delta}{d_S} We_{fl} q^{\frac{1}{3}} = \frac{\rho_{fl} \Delta u_S^2}{\sigma} q^{\frac{1}{3}} \quad \text{Faeth-Zahl}$$

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{L_f}} \quad \text{Froude-Zahl}$$

$Ma = \frac{u}{a}$	Mach-Zahl
$Oh = \frac{\sqrt{We}}{Re} = \frac{\eta}{\rho\sigma L}$	Ohnesorge-Zahl
$q = \frac{\rho_{fl} u_{fl}^2}{\rho_g u_g^2}$	Impulsstromdichtenverhältnis
$\tilde{q} = \left( \frac{G}{\nu_{Lub} a_{Lub} H^3} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{Q}{\rho_{Lub} c_{p,Lub} \Delta T_{Lub}}$	entdimensionierte Wärme
$Re = \frac{\rho LU}{\mu}$	Reynolds-Zahl
$t^+ = \frac{t z \omega z}{2\pi} = \frac{t z n z}{60}$	entdimensionierte Zeit
$We = \frac{\rho LU^2}{\sigma}$	Weber-Zahl
$\Sigma = \frac{u_S}{u_p}$	$u_S/u_p$ -Verhältnis
$\chi = \frac{l_D}{d_D}$	$l_D/d_D$ -Verhältnis
$\psi = \left( \frac{Ga_{Lub}}{\nu_{Lub} x} \right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{t}$	entdimensionierter Zeit- und Ortsparameter

## Indizes

0	lastunabhängig, Anfangswert, Referenz
$a$	Zentralpartikel
ab	Abtrieb, getrieben
abg	abgeschleudert
akk	akkumuliert
AMR <sup>+</sup> / AMR <sup>-</sup>	Verfeinerung / Vergrößerung
an	Antrieb, treibend
$b$	Nachbarpartikel
cf	Querströmung (engl.: <i>crossflow</i> )
D	Düse
E	Einspritzschmierung
F	Ölfilm
fl	flüssig
g	gasförmig
i	Aufprall (engl.: <i>impingement</i> )
krit	kritisch
L	Luft
Lub	Ölschmierstoff (engl.: <i>lubricant</i> )
max	maximal
min	minimal
$n$	$n$ -ter Zeitschritt
rel	relativ

rx	relaxiert
S	Strahl
si	gleitende Schnittstelle (engl.: <i>sliding interface</i> )
Sim	Simulation
t	tangential
th	theoretisch, analytisch
therm	thermisch
tot	gesamt
u	in Umfangsrichtung
visk	viskos
Z	Zahnrad
*	modifiziert, normiert, Referenz
$\infty$	Umgebungszustand

## Abkürzungen

2D	zweidimensional
3D	dreidimensional
ALE	Arbitrary Lagrangian-Eulerian
AMR	Adaptive Netzverfeinerung (engl.: <i>adaptive mesh refinement</i> )
BAS1Z	Basiskonfiguration
BP	Betriebspunkt
BPR	Nebenstromverhältnis (engl.: <i>bypass ratio</i> )
CAD	Computer-Aided Design
CFD	Computational Fluid Dynamics
CFL	Courant-Friedrichs-Lewy
CICSAM	Compressive Interface-Capturing Scheme for Arbitrary Meshes
CLSVOF	Coupled Level-Set/Volume of Fluid
CSF	Continuum Surface Force
E	Ölzuführung in den Zahnradengriff
EHD	Elastohydrodynamik
ERCOFTAC	European Research Community on Flow, Turbulence and Combustion
FD	Finite-Differenzen
FE	Finite-Elemente
FV	Finite-Volumen
HRIC	High-Resolution Interface Capturing
IISPH	Implicit ISPH

---

IM	beginnender Zahnradeingriff (engl.: <i>into-mesh</i> )
ISPH	Incompressible SPH
ITS	Institut für Thermische Strömungsmaschinen
KA	Kernel-Approximation
KK	Kühlkreislauf
LB	Lastverteilung (engl.: <i>load balance</i> )
LB	Lattice Boltzmann
LIF	lokale instantane Formulierung
LOR	Verfeinerungsstufe (engl.: <i>level of refinement</i> )
LS	Level-Set
MAC	Marker and Cell
MPI	Message Passing Interface
NSG	Navier-Stokes-Gleichungen
OOM	auslaufender Zahnradeingriff (engl.: <i>out-of-mesh</i> )
OpenMP	Open Multi-Processing
ÖZI	Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion
PA	Partikel-Approximation
PIC	Particle in Cell
PISO	Pressure-Implicit with Splitting of Operators
PIV	Particle Image Velocimetry
PLIC	Piecewise Linear Interface Calculation
RCB	Recursive Coordinate Bisection
REF	Referenzkonfiguration
SPH	Smoothed Particle Hydrodynamics
SPHERIC	SPH Research and Engineering International Community
SPSPH	Single-Phase SPH
SST	Shear Stress Transport
STACS	Switching Technique for Advection and Capturing of Surfaces
TPSPH	Two-Phase SPH
U	Ölzuführung auf den Zahnradumfang
URANS	Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes
VOF	Volume of Fluid
WCSPH	Weakly Compressible SPH



# 1 Einleitung

Die wachsende Weltbevölkerung und der steigende Wohlstand in den weltweiten Mittelschichten sowie die Globalisierung der Märkte und Gesellschaften führten in den letzten Jahrzehnten zu einem starken Anstieg des Luftverkehrsaufkommens. Forscher prognostizieren, dass dieser Megatrend anhalten wird. Die Zahl der weltweit geflogenen Passagierkilometer wird demnach in den nächsten 20 Jahren jährlich um 4,5 % zunehmen und sich insgesamt um einen Faktor von 2,4 mehr als verdoppeln. Gleichzeitig führen Flottenerneuerungen und der Aufstieg von Billigfluggesellschaften zu einer verstärkten globalen Wettbewerbssituation, wodurch die Gewinnmargen der Fluggesellschaften je Passagier bereits in den letzten 20 Jahren um 2,2 % p.a. gesunken sind (JADC, 2018). Der gesellschaftliche Wille zum Klimaschutz ist in multilateralen Abkommen der Vereinten Nationen (United Nations, 1992) manifestiert. Durch die Reduzierung der Treibhausgasemissionen (CO<sub>2</sub>) und der Erhöhung des Anteils regenerativer Energieträger am Primärenergiebedarf soll demnach der globale Temperaturanstieg eine Schwelle von 1,5 °C im Vergleich zum vorindustriellen Niveau nicht überschreiten. Für die Luftfahrt im Speziellen mündeten die Klimaziele auf europäischer Ebene in den Strategiepapieren der ACARE (*Advisory Council for Aeronautics Research in Europe*), der Vision 2020 und dem Flightpath 2050 (ACARE, 2001, 2011). Der durch die Luftfahrt verursachte CO<sub>2</sub>-Ausstoß machte 2015 ca. 1,6 % der globalen Emissionen aus, wobei mit einem steigenden Anteil aufgrund des wachsenden Marktes gerechnet wird (JADC, 2018). Die ACARE-Ziele beinhalten unter anderem, basierend auf dem Niveau vom Jahr 2000, die Reduktion der CO<sub>2</sub>-Emissionen je Passagierkilometer um 75 %, der NO<sub>x</sub>-Emissionen um 90 % und der Lärmemissionen um 65 % bis zum Jahr 2050. Auf internationaler Ebene setzt die ICAO (*International Civil Aviation Organization*) die Klimaziele in Form von strengeren Grenzwerten für Schadstoffemissionen im Luftverkehr um. Das Ziel, die Zunahme des Luftfahrtverkehrs von 2020 an CO<sub>2</sub>-neutral zu erreichen, wird ab dem Jahr 2021 zudem durch die Einführung eines Emissionshandels unterstützt (JADC, 2018).

Unter diesen gesellschaftlichen, politischen und marktwirtschaftlichen Rahmenbedingungen, sind die Triebwerkshersteller bestrebt, leistungsfähigere Antriebssysteme bei reduziertem spezifischen Treibstoffverbrauch sowie reduzierten Lärm- und Schadstoffemissionen anzubieten. In der zivilen Luftfahrt machen Turbinen-Luftstrahltriebwerke den größten Anteil des Triebwerksangebots für Verkehrsflugzeuge aus. Durch den Einsatz fortschrittlicher Materialien und Kühlkonzepte konnte der Gesamtwirkungsgrad dieser Triebwerksart in den letzten Jahrzehnten stetig verbessert werden. Dies erfolgte überwiegend über die Optimierung des zugrundeliegenden thermodynamischen Kreisprozesses und somit des thermischen Wirkungsgrades durch Erhöhung des Brennkammerdrucks und der Turbineneintrittstemperatur sowie der Optimierung weiterer Komponentenwirkungsgrade. Gleichzeitig wurde das Nebenstromverhältnis immer weiter, bis auf über 10, erhöht und so der Vortriebswirkungsgrad optimiert. Konzeptionell stößt die Weiterentwicklung des Triebwerks der heutigen Generation an physikalische und technische Grenzen. Aufgrund des hohen Wissensstands in der Gasturbinentechnologie sind nur graduelle Wirkungsgradsteigerungen des Kerntriebwerks zu erwarten. Neue Materialien und Fertigungstechniken können hier eine wichtige Rolle spielen. Auch der Vortriebswirkungsgrad kann durch Erhöhung des Nebenstromverhältnisses nicht beliebig weit optimiert werden. Die Festigkeit der Fanschaufeln und Verluste durch transsonische Effekte an den Fanspitzen sind hier limitierend anzuführen. Um diese Grenzen zu überwinden, ist es notwendig, neue Antriebssysteme mit konzeptionellen Änderungen zu entwickeln, die potenziell zu einer signifikanten Steigerung des Gesamtwirkungsgrades führen können (Bräunling, 2015).

Forscher haben dazu Konzepte, wie etwa die Integration einer rekuperativen Zwischenkühlung in den thermodynamischen Kreisprozess, erarbeitet. Die Umsetzung solcher Konzepte in die Serienproduktion erfordert lange Entwicklungszeiten, da große Eingriffe in die herkömmliche Triebwerkskonstruktion erforderlich sind (Bräunling, 2015). Ein aus technischer Sicht einfacher realisierbares Konzept stellt der Getriebefan dar. Mit dem Pratt & Whitney PW1000G ist seit 2016 ein erstes ziviles Triebwerk dieser Art als Antrieb von Schmalrumpfflugzeugen wie dem Airbus A320neo im Einsatz. Im Unterschied zu einem konventionellen Turbofan wird beim Getriebefan ein Planetengetriebe zwischen die Niederdruckwelle und den Fan geschaltet. Die Teilsysteme können dadurch in jeweils optimierten Drehzahlbereichen betrieben werden. Mit einem langsamlaufenden Fan sind größere Fandurchmesser und somit größere Nebenstromverhältnisse und Vortriebswirkungsgrade sowie geringere Lärmemissionen realisierbar. Zudem zeichnet sich eine schnelllaufende Niederdruckturbine durch eine geringere Stufenanzahl und somit eine verkürzte Bauweise und geringeres Gewicht aus. Diesen Vorteilen stehen das Gewicht der zusätzlichen Getriebekomponenten, die technischen Herausforderungen bei deren Systemintegration und ein erhöhter Wartungsaufwand gegenüber (Kurzke, 2009).

Für einen sicheren und wirtschaftlichen Betrieb muss das Planetengetriebe bei möglichst kompakter und leichter Bauweise einen hohen Wirkungsgrad aufweisen. Die anfallende Verlustleistung tritt überwiegend durch eine Temperaturerhöhung der Getriebekomponenten in Erscheinung. Um typischen Schadensmechanismen von Zahnrädern, wie der Grübchenbildung und dem Zahnfußbruch, entgegenzuwirken, ist deshalb das Schmier- und Kühlsystem integraler Bestandteil hochbelasteter Getriebe (Linke, 2018). Während die Schmierung von langsamdrehenden und geringbelasteten Zahnradpaarungen durch einen einfachen Fettauftrag erfolgt und auf eine aktive Kühlung verzichtet werden kann, müssen schnelllaufende und hochbelastete Getriebe durch Öl geschmiert und gekühlt werden. Dabei wird allgemein zwischen der Öl-Tauchschmierung und der Öl-Einspritzschmierung unterschieden. Für Umfangsgeschwindigkeiten der Zahnradspitzen unter 30 m/s eignet sich die Tauchschmierung. In Flugtriebwerken werden jedoch höhere Zahnspitzengeschwindigkeiten erreicht – die Schmierung wird in diesem Regime meistens durch eine Einspritzschmierung realisiert (Niemann und Winter, 2003).

In Abbildung 1.1 wird die Einspritzschmierung durch experimentell erzielte Gegenlichtaufnahmen exemplarisch dargestellt. Die Einspritzdüse ist dabei in unmittelbarer Nähe zu den Zahnrädern positioniert und spritzt das Öl direkt auf die vorbeieilenden Zahnflanken oder bei Zahnradpaaren in den beginnenden oder auslaufenden Eingriff.

Die so generierte Kühlleistung muss die entstehende Verlustleistung ausgleichen. Diese setzt sich aus lastabhängigen und lastunabhängigen Anteilen zusammen, wobei letztere bei schnelllaufenden Getrieben erheblich sind und durch die Interaktion der Zahnräder mit dem Öl selbst entstehen (Niemann und Winter, 2003). Für ein optimiertes Ölsystem ist demnach eine Minimierung der eingesetzten Ölmenge anzustreben. Damit einher geht eine Reduzierung des Gewichts, was in der Luftfahrt von besonderer Wichtigkeit ist. Gleichzeitig muss innerhalb der zulässigen Flugbereichsgrenzen sichergestellt sein, dass das Kühlsystem ausreichend dimensioniert ist.

Mit der Perspektive, den Getriebefan zukünftig als Antrieb für Großraumflugzeuge in Triebwerken mit höheren Wellenleistungen einzusetzen, ist die Verständnisvertiefung der Einzelphänomene im Ölsystem von Höchstleistungsgetrieben hinsichtlich deren Schmierung und Kühlung von hoher Relevanz. Ein besonderes Interesse liegt dabei auf der thermischen Belastung der Zahnräder. Während die Phänomene im Zahnradkontakt durch die Theorie der Elastohydrodynamik (EHD) hinreichend bekannt sind, ist die Beschreibung der Ölzuführung durch Einspritzung und der

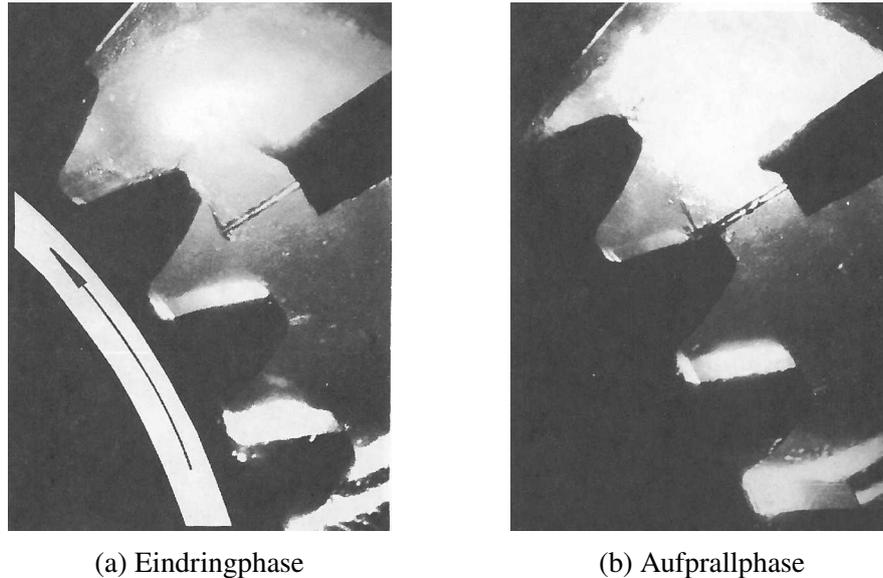


Abbildung 1.1: Gegenlichtaufnahmen der Ölstrahl-Interaktion mit einem rotierenden Zahnrad (Schober, 1983b).

dadurch auf den Zahnflanken erzielte Wärmeübergang unzureichend beschrieben. Die Ölausbreitung über die Zahnflanken infolge der Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion bestimmt dabei maßgeblich den Wärmeübergang (DeWinter und Blok, 1974; Long et al., 2003; von Plehwe, 2022).

Die detaillierte Analyse der auf kurzen Zeitskalen ablaufenden und komplexen Strömungsprozesse der Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion ist Gegenstand aktueller Forschung und Entwicklung. Häufig kommen dabei experimentelle, analytische und numerische Methoden zum Einsatz. Aufgrund der anspruchsvollen Messtechnik und der limitierten optischen Zugänglichkeit ist der durch experimentelle Methoden erfassbare Detaillierungsgrad eingeschränkt. Numerische Simulationsmethoden für Zweiphasenströmungen, die für den Einsatz in den heutzutage verfügbaren Höchstleistungsrechenzentren angepasst sind, bieten dagegen die Möglichkeit, die Prozesse in einem höheren Detaillierungsgrad zu erfassen.

An diesem Punkt knüpft die vorliegende Arbeit an. Mittels moderner numerischer Methoden soll die Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion im Detail untersucht werden. Als Simulationsmethoden werden die Methoden *Volume of Fluid* (VOF) und *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH) eingesetzt. Ziel ist es, das Verhalten der Ölphase nach Verlassen der Einspritzdüse bis zum Abschleudern von den Zahnradzähnen vorherzusagen und die räumlich und zeitlich hochaufgelösten Simulationsdaten zu nutzen, um die Interaktion des Öls mit den Zahnradzähnen und die Ölströmung auf den Zahnflanken zu analysieren. Die Ergebnisse sollen zudem dazu beitragen, die Anwendbarkeit der eingesetzten Methoden nachzuweisen. Dies gilt insbesondere für die noch wenig etablierte SPH-Methode. Aufgrund deren Lagrange'schen Charakters wird diese als besonders geeignet für die vorliegende Problemstellung erachtet und eine effiziente Modellierung der Zahnradrotation und der Zweiphasenströmung erwartet. In einem Vergleich der VOF- und SPH-Methoden untereinander und zu vereinfachten analytischen Modellen und Experimenten sollen so die Simulationsergebnisse plausibilisiert werden. Die Untersuchungen finden bei triebwerksnahen Betriebsbedingungen zukünftiger Luftfahrtantriebe statt, wobei mittels der erarbeiteten Simulationswerkzeuge Parameterstudien durchgeführt werden sollen, um so den Einfluss ausgewählter Betriebsparameter identifizieren zu können.

Die vorliegende Arbeit ist in folgende Abschnitte unterteilt. Im Kapitel 2 wird der gegenwärtige Stand der Forschung aufgezeigt. Anhand der identifizierten wissenschaftlichen Lücken wird die Zielsetzung der Arbeit abgeleitet, die im Kapitel 3 konkretisiert wird. Nachdem im Kapitel 4 die Grundlagen der eingesetzten numerischen Verfahren beschrieben wurden, wird im Kapitel 5 die Modellbildung zur Simulation der Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion mit der VOF- und SPH-Methode beschrieben und deren Anwendbarkeit in vergleichenden Studien bewertet. Daraus folgt die Methodenauswahl für die weiterführenden numerischen Untersuchungen. Das Kapitel 6 widmet sich der Simulation und den Ergebnissen der Ölstrahl-Interaktion mit einem einzelnen rotierenden Zahnrad. In einer Parameterstudie werden die wichtigsten Einflussfaktoren auf etablierte und neu eingeführte Auswertegrößen identifiziert. Die Simulationsergebnisse der Interaktion eines Ölstrahls mit einem im Eingriff befindlichen Zahnradpaar werden im Kapitel 7 diskutiert. Abschließend wird in Kapitel 8 der Inhalt der Arbeit zusammengefasst und ein Ausblick für weiterführende Untersuchungen gegeben.

## 2 Stand der Forschung

Im Fokus dieser Arbeit stehen die Strömungsprozesse der Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion (ÖZI), welche als Teilphänomen der komplexen Öl/Luft-Zweiphasenströmung in Getriebesystemen mit Einspritzschmierung auftritt. Im Speziellen soll die ÖZI mittels numerischer Strömungssimulationen untersucht werden. Während analytische und experimentelle Untersuchungen von Getriebesystemen im Allgemeinen schon seit frühindustrieller Zeit durchgeführt werden, ist die massiv computergestützte Untersuchung erst durch die fortschreitende digitale Revolution in jüngerer Zeit realisierbar. Die numerische Simulation eröffnet neue Möglichkeiten, die Strömungsvorgänge der ÖZI im Detail zu betrachten und analysieren. Im digitalen Modell können beispielsweise beliebige Perspektiven der Strömungsstrukturen in zeitlich und räumlich hochaufgelöster Form generiert werden, was im Experiment durch messtechnische Limitierungen nur bedingt möglich ist. Jedoch steht die Simulationstechnik vor großen Herausforderungen. Im vorliegenden Anwendungsfall treten beispielsweise Strömungsprozesse unterschiedlicher Längen- und Zeitskalen in hochdynamischen Getriebeumgebungen auf. Eine detaillierte Simulation realitätsnaher Konfigurationen ist deshalb mit enormen Datenmengen und langen Rechenzeiten verbunden. Trotz zunehmender Leistungsfähigkeit moderner Hochleistungsrechner sind oft nur vereinfachte Betrachtungen in sinnvoller Zeit möglich.

In diesem Kapitel wird der gegenwärtige wissenschaftliche Kenntnisstand zur ÖZI aufgezeigt, an dem die vorliegende Arbeit anknüpft. Im Abschnitt 2.1 wird zunächst auf die Einspritzschmierung als getriebetechnisches Konstruktionselement eingegangen. Im Anschluss werden im Abschnitt 2.2 die strömungsmechanischen Prozesse, die der ÖZI zuzuordnen sind, beschrieben und klassifiziert. Diese stellen die Grundlage für den in dieser Arbeit beschriebenen Modellbildungsprozess zur Simulation der ÖZI dar. Die weiteren Abschnitte sind nach Art der darin jeweils präsentierten Untersuchungen zur ÖZI untergliedert. Im Abschnitt 2.3 wird der wissenschaftliche Kenntnisstand zusammengefasst, der auf analytischen Untersuchungen basiert. Ein Überblick experimenteller Untersuchungen folgt im Abschnitt 2.4. Das Kapitel schließt im Abschnitt 2.5 mit einer Zusammenfassung relevanter numerischer Untersuchungen zur ÖZI und einem Überblick der verfügbaren numerischen Methoden, die zur Simulation von Mehrphasenströmungen im Allgemeinen und zur Untersuchung der ÖZI im Speziellen eingesetzt werden.

### 2.1 Funktion und Varianten der Einspritzschmierung

Die Öl-Einspritzschmierung stellt ein wesentliches Konstruktionselement in technischen Getriebeanwendungen dar, was hier am Beispiel des Einsatzes in Getriebefan-Flugtriebwerken skizziert wird. Neben der Einführung getriebetechnischer Grundlagen wird insbesondere auf die Kühlfunktion des Ölsystems zur Kompensation der Verlustleistung in schnelllaufenden Getrieben eingegangen und die daraus entstehenden Anforderungen an das Ölsystem formuliert. Zudem werden typische konstruktive Varianten der Ölzuführung präsentiert und gängige Auslegungspraktiken beschrieben.

Die Wandlung von Drehmoment und Drehzahl ist die Hauptfunktion von Zahnradgetrieben. Beim Getriebefan wird das Drehmoment der schnelllaufenden Niederdruckwelle (an) über ein Planetengetriebe auf die langsamlaufende Fanwelle (ab) übertragen. Das Drehmoment wird dabei

erhöht. Das Übersetzungsverhältnis  $i$  kann bezüglich der Drehzahlen  $n_{\text{an/ab}}$  beziehungsweise der Winkelgeschwindigkeiten  $\omega_{\text{an/ab}}$  und auch bezüglich der Drehmomente  $M_{\text{an/ab}}$  durch

$$i = \frac{n_{\text{an}}}{n_{\text{ab}}} = \frac{\omega_{\text{an}}}{\omega_{\text{ab}}} \quad \text{und} \quad i_M = \frac{M_{\text{ab}}}{M_{\text{an}}} = \eta_G i \quad (2.1)$$

beschrieben werden, wobei beide Übersetzungsverhältnisse durch den Getriebewirkungsgrad  $\eta_G$  verknüpft sind. Kurzke (2009) zeigt, dass beim Getriebefan mit hohem Nebenstromverhältnis (BPR, engl.: *bypass ratio*) Übersetzungsverhältnisse von ca. 3 bis 4 auftreten. Dies folgt aus einer Betrachtung der maximal zulässigen Umfangsgeschwindigkeit der Fanspitzen und der Triebwerkseffizienz. Die bereits in Dienst gestellte Triebwerksserie Pratt & Whitney PW1000G weist bei einem BPR von 12 ein Übersetzungsverhältnis von  $i = 3,0625$  auf (EASA, 2019). Ultra-High-BPR-Triebwerke werden nochmals größere BPR-Werte und somit auch größere Übersetzungsverhältnisse aufweisen. Der Getriebewirkungsgrad

$$\eta_G = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{an}}} \quad (2.2)$$

setzt die Leistung  $P_{\text{ab}}$  an der getriebenen Welle (Fan) ins Verhältnis zur an der treibenden Welle (Niederdruckwelle) anliegenden Leistung  $P_{\text{an}}$ . Typischerweise sind die Wirkungsgrade solcher Getriebe mit parallelen Achsen sehr hoch und nehmen Werte von  $\eta_G > 0,98$  an (Niemann und Winter, 2003). Dennoch fällt bei einer hohen Wellenleistung selbst bei höchsten Wirkungsgraden eine hohe absolute Verlustleistung an. Nach Niemann und Winter (2003) setzt sich die Verlustleistung  $P_V$  eines Getriebes aus lastabhängigen und lastunabhängigen Anteilen zusammen:

$$P_V = \underbrace{P_{VZ} + P_{VZ0}}_{\text{Zahnräder}} + \underbrace{P_{VB} + P_{VB0}}_{\text{Lager}} + \underbrace{P_{VD}}_{\text{Dichtungen}} + \underbrace{P_{VX}}_{\text{Sonstiges}} \quad (2.3)$$

Die lastunabhängigen Verluste, auch Leerlaufverluste bezeichnet, sind für die Zahnreibungsverluste  $P_{VZ}$  und die Lagerverluste  $P_{VB}$  durch den Index 0 gekennzeichnet. Die Reibungsleistung der Dichtungen  $P_{VD}$  und Verlustleistungen sonstiger Komponenten und Aggregate  $P_{VX}$  werden ebenfalls zu den Leerlaufverlusten gezählt. Die Leerlaufverluste  $P_{VZ0}$  sind bei der Einspritzschmierung überwiegend auf strömungsmechanische Verluste durch die Interaktion des Öls und der Luft mit den rotierenden Zahnradern zurückzuführen. Während bei der Tauchschmierung hauptsächlich die Planschverluste zu nennen sind, können bei der Einspritzschmierung weitere Verlustmechanismen identifiziert werden:

- *Beschleunigungsverluste* durch Beschleunigung und Umlenkung des eingespritzten Öls
- *Quetschverluste* durch Verdrängung der Fluide aus den Zahnlücken
- *Ventilationsverluste* durch Verwirbelung der Luft bzw. des Öl-Nebels im Getriebegehäuse

Lastunabhängige Verluste dominieren bei hohen Drehzahlen und geringen Lasten (Niemann und Winter, 2003). Eine allgemeine Übersicht der Forschungsarbeiten zu lastunabhängigen Verlusten geben Eastwick und Johnson (2008) und Stavytsky et al. (2010). Die strömungsmechanischen Verlustanteile in einem Luftfahrtgetriebe werden von Arisawa et al. (2017, 2019) analytisch,

experimentell und numerisch untersucht. Die Autoren zeigen, dass die Beschleunigungsverluste, die direkt auf die ÖZI zurückzuführen sind, durch

$$P_{VZ0,ÖZI} = \dot{m}_S u_p^2 \cos \beta \quad (2.4)$$

modelliert werden können. In Gleichung (2.4) ist  $\dot{m}_S$  der Ölstrahlmassenstrom,  $u_p$  die Umfangsgeschwindigkeit des Zahnrads am Teilkreisdurchmesser und  $\beta$  der Schrägungswinkel des Zahnrads. Zur Herleitung wird eine einfache Impulsbilanz eines Ölmasselements aufgestellt. Für die untersuchte Getriebekonfiguration wird festgestellt, dass der Anteil der Beschleunigungsverluste bis zu ca. 30 % der strömungsmechanischen Verluste ausmachen kann. Zudem wird der starke Einfluss der Gehäusegeometrie hervorgehoben, weshalb für jedes Getriebe eine individuelle Betrachtung der lastunabhängigen Verluste notwendig ist. Mit einem ähnlichen Ansatz bestimmen Fondelli et al. (2015a,b) das durch die ÖZI durchschnittlich wirkende Widerstandsdrehmoment

$$M_{VZ0,ÖZI} = \dot{m}_S \frac{d_p}{2} (u_p - u_S \sin \varphi_S) , \quad (2.5)$$

wobei  $d_p$  der Teilkreisdurchmesser,  $u_S$  die Ölstrahlgeschwindigkeit und  $\varphi_S$  der Anstellwinkel des Ölstrahls ist.

Unabhängig vom Mechanismus der Verlustleistungsentstehung führen die beschriebenen Verluste zu einer Temperaturerhöhung in den Getriebebauteilen. Dieser kontinuierliche Wärmeeintrag muss durch das Kühlsystem kompensiert werden. Sind die entstehenden Verlustleistungen bekannt, kann die notwendige Kühlmenge  $\dot{V}_E$  nach Niemann und Winter (2003) durch eine einfache Bilanzierung der Wärmeströme bestimmt werden:

$$\dot{V}_E = \frac{P_{KK}}{c_{p,Lub} \rho_{Lub} \Delta T_{Lub}} . \quad (2.6)$$

Dabei ist  $c_{p,Lub}$  die spezifische Wärmekapazität und  $\rho_{Lub}$  die Dichte des Öls.  $P_{KK}$  ist die notwendige Kühlleistung, die durch den Kühlkreislauf (KK) abtransportiert werden muss. Die Differenz zur Gesamtverlustleistung  $P_V$  wird durch Wärmeleitung durch das Gehäuse abgeführt. Die Temperaturdifferenz  $\Delta T_{Lub}$  gibt die Temperaturerhöhung des Öls zwischen Ein- und Austritt in beziehungsweise aus dem Getriebe an. Als Faustregel wird empfohlen

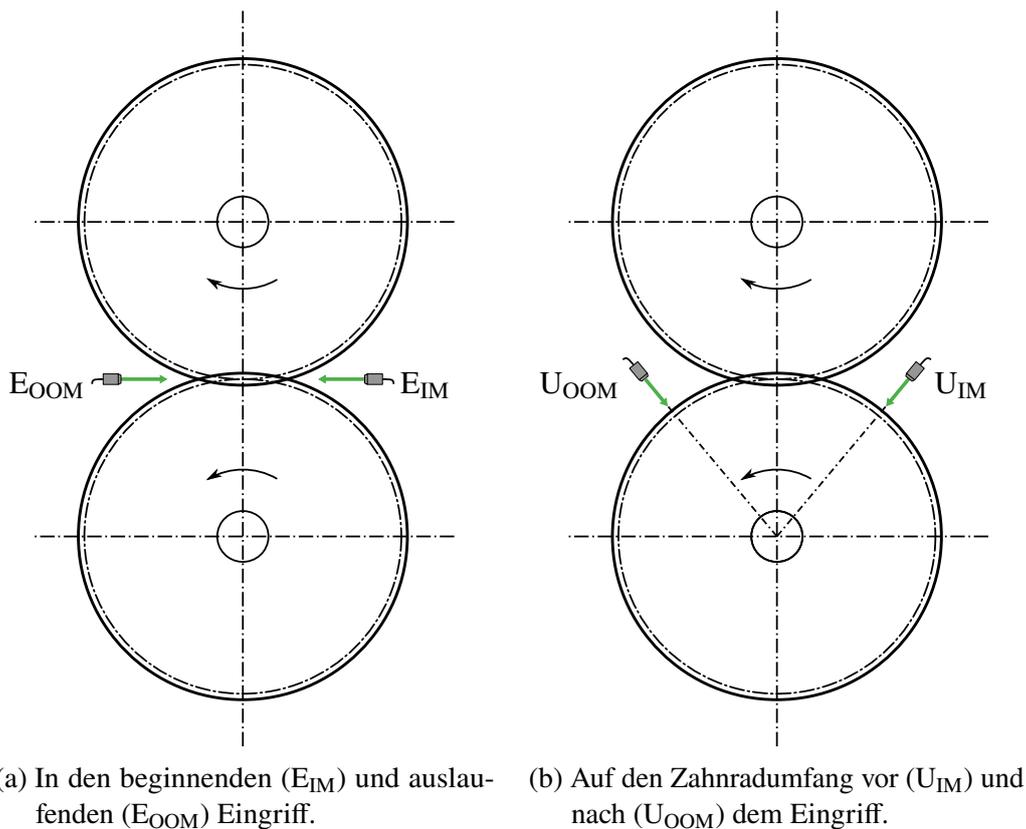
$$\dot{V}_E \approx 0,08 \dots 0,1 \ell / \text{min} \quad (2.7)$$

je Millimeter Zahnbreite einzusetzen.

Die dargestellten Zusammenhänge der erforderlichen Kühlmenge  $\dot{V}_E$  und der Verlustleistung  $P_V$  zeigen, dass eine Zunahme der Verluste eine erhöhte Kühlmenge erfordert (Gleichung (2.6)). Da die Kühlmenge gleichzeitig die Höhe der Verluste beeinflusst (u.a. Gleichung (2.4)), stellt die Auslegung des Schmier- und Kühlsystems von Getrieben ein Optimierungsproblem dar. Ein optimales Ölsystem zeichnet sich im Allgemeinen durch hohe Getriebewirkungsgrade, geringe Getriebetemperaturen, geringe Ölmengen und, im Falle der Einspritzschmierung, durch geringe Einspritzdrücke aus.

Neben der Ölmenge beeinflusst insbesondere die Konstruktion der Öleinspritzung die erzielbare Schmier- und Kühlwirkung sowie die wirkenden Verlustentstehungsmechanismen. Vereinfachend

lassen sich die Varianten der Ölzuführung auf die in Abbildung 2.1 dargestellten Düsenanordnungen zurückführen. So wird typischerweise zwischen dem Einspritzen vor und nach dem Eingriff einer Zahnradpaarung unterschieden. In Abbildung 2.1a ist das Einspritzen tangential zu den Wälzkreisen einer Zahnradpaarung dargestellt. Die Variante  $E_{IM}$  (engl.: *into-mesh*) bezeichnet dabei das Einspritzen in den beginnenden, während die Variante  $E_{OOM}$  (engl.: *out-of-mesh*) das Einspritzen in den auslaufenden Eingriff bezeichnet. Wie in Abbildung 2.1b exemplarisch für das untere Zahnrad dargestellt, wird die Einspritzdüse häufig so positioniert, dass radial oder in einem Winkel auf den Umfang eines Zahnrads eingespritzt wird. Auch für diese Variante wird zwischen dem Einspritzen vor ( $U_{IM}$ ) und nach ( $U_{OOM}$ ) dem Eingriff unterschieden. Des Weiteren treten Kombinationen der genannten Varianten auf (Niemann und Winter, 2003; Schober, 1983b).



(a) In den beginnenden ( $E_{IM}$ ) und auslaufenden ( $E_{OOM}$ ) Eingriff. (b) Auf den Zahnradumfang vor ( $U_{IM}$ ) und nach ( $U_{OOM}$ ) dem Eingriff.

Abbildung 2.1: Varianten der Einspritzschmierung nach Schober (1983a).

In der Literatur wird häufig beschrieben, dass das Einspritzen vor dem Eingriff (IM) im Wesentlichen zur Sicherstellung des Schmierfilmaufbaus eingesetzt wird. Nimmt das Öl, wie im Falle schnelllaufender Getriebe, überwiegend die Funktion der Kühlung ein, wird das Einspritzen nach dem Eingriff (OOM) bevorzugt (Wittel et al., 2013). Niemann und Winter (2003) empfehlen, bereits ab Umfangsgeschwindigkeiten von etwa  $u_p \approx 30$  m/s das gesamte Öl nach dem Eingriff einzuspritzen. Jedoch existieren auch gegenteilige Empfehlungen. Linke (2018) beschreibt zwar, dass das Einspritzen nach dem Eingriff (OOM) zu geringeren Verlusten führt, eine bessere Kühlwirkung jedoch durch Einspritzen vor dem Eingriff (IM) realisiert wird. Außerdem wird in der Literatur von Getrieben mit reiner Einspritzung in den beginnenden Eingriff ( $E_{IM}$ ) bei Umfangsgeschwindigkeiten von mehr als 100 m/s berichtet (Schober, 1983b). Diese uneinheitlichen Angaben lassen den Schluss zu, dass keine allgemein anwendbare Richtlinie existiert, nach der die Auslegung der Einspritzschmierung beliebiger Getriebesysteme erfolgen

kann. Vielmehr basiert diese auf Erfahrungswerten und dem individuellen Nachweis der Funktionalität parallel zur Produktentwicklung. In den Abschnitten 2.4 und 2.5 werden weitere Erkenntnisse zum Einfluss der Düsenpositionierung aus experimentellen und numerischen Forschungsarbeiten beschrieben.

Bei breiten Zahnradern werden über die Zahnradbreite verteilt einzelne Ölstrahlen angeordnet. Wie in Abbildung 2.2 dargestellt, kann dies durch Bohrungen an einer gemeinsamen Ölzuführung, der sogenannten Ölbrause, erfolgen. Weitere Freiheitsgrade im Vergleich zu einem einzelnen Ölstrahl sind die Strahlanzahl und der Abstand zwischen den einzelnen Düsenbohrungen.

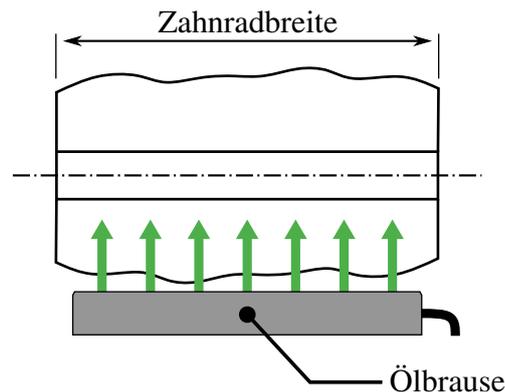


Abbildung 2.2: Verteilung von Ölstrahlen über die Zahnradbreite mittels einer Ölbrause.

## 2.2 Klassifizierung der Strömungsphänomene

Ziel dieser Arbeit ist die Simulation der ÖZI mittels numerischer Methoden. Für eine physikbasierte numerische Modellierung von Strömungen ist es notwendig, die wichtigsten strömungsmechanischen Prozesse zu identifizieren. Nur so ist es möglich, zulässige Modellannahmen und -vereinfachungen zu treffen, über notwendige physikalische Modelle zu entscheiden sowie Randbedingungen und erforderliche räumliche und zeitliche Auflösungen festzulegen. In diesem Abschnitt werden deshalb die Strömungsphänomene der ÖZI basierend auf Erkenntnissen aus der wissenschaftlichen Literatur klassifiziert und der zugrundeliegende Stand der Forschung kompakt zusammengefasst.

Aus den im Abschnitt 2.1 beschriebenen Varianten der Einspritzschmierung lassen sich bereits unterschiedliche Strömungsphänomene, die die Einspritzschmierung im Allgemeinen und die ÖZI im Speziellen kennzeichnen, identifizieren. Auf Getriebesebene kann zwischen

- der Ölzuführung,
- der Düseninnenströmung,
- der ÖZI,
- der Öl/Luft-Getriebeinnenströmung,
- der Ölabscheidung und
- der Ölrückführung

unterschieden werden. Die Ölzuführung, Ölabscheidung und Ölrückführung stehen nicht im Fokus dieser Arbeit und werden nicht näher klassifiziert. Eng mit der Ölabscheidung ist die Öl/Luft-Getriebeinnenströmung verbunden, welche zudem wesentlichen Einfluss auf die strömungsmechanischen Leerlaufverluste (Plansch- und Ventilationsverluste) hat. Die Untersuchung der Getriebeinnenströmung ist allgemein äußerst komplex, stark von der individuellen Konstruktion eines Getriebes abhängig und Gegenstand aktueller Forschung. Die ÖZI selbst ist auf den Nahbereich der Zahnradflanken beschränkt und somit in die Getriebeinnenströmung eingebettet. Die Öleinspritzung ist der ÖZI vorangestellt. Da die Art der Düse die resultierende Ölstrahlform bestimmt, hat die Düseninnenströmung großen Einfluss auf die ÖZI.

In diesem Kontext werden nachfolgend die Strömungsphänomene, welche in dieser Arbeit im Fokus stehen, klassifiziert. Für die Einspritzvariante  $U_{OOM}$  (vgl. Abbildung 2.1b) sind die relevanten Strömungsphänomene der ÖZI in Abbildung 2.3 schematisch dargestellt. Vereinfachend wird hier der Einfluss des Zahnradengriffs vernachlässigt und ein einzelnes Zahnrad betrachtet.

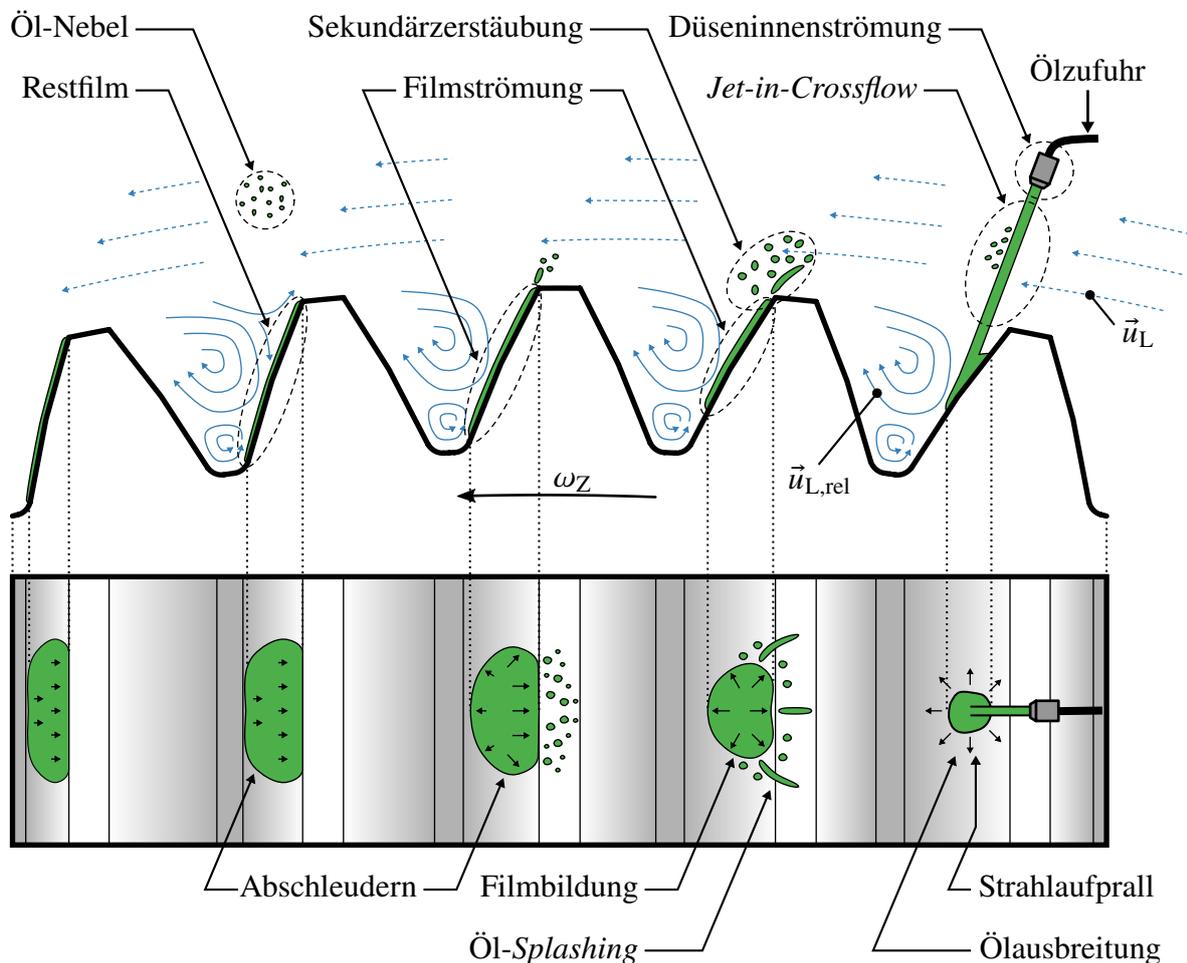


Abbildung 2.3: Illustration der Teilphänomene der Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion. Seitenansicht (oben) und Draufsicht (unten).

Wie in Abschnitt 2.1 beschrieben, wird bei der Einspritzschmierung Öl zunächst durch einen Ölkreislauf zu einzelnen Einspritzdüsen oder einer Ölbrause geleitet. Die Düseninnenströmung kann als Ausgangspunkt der ÖZI betrachtet werden. Hier entscheidet sich die Form des eingespritzten Ölstrahls, wobei in dieser Arbeit von Rundstrahldüsen ausgegangen wird. Nach dem

Austritt des Öls aus der Düse ist das Öl der Luftströmung im Getriebe ausgesetzt. In der Nähe des Zahnrads ist davon auszugehen, dass die Luftströmung stark durch die Zahnradrotation bestimmt wird, wobei zwischen einer mitgeführten Strömung in den Zahnluken und einer äußeren Strömung unterschieden wird. Bei radialer Öleinspritzung auf den Zahnradumfang führt dies zu einer Queranströmung des Ölstrahls. Die physikalischen Gesetzmäßigkeiten sind äquivalent zum häufig untersuchten Fall von Flüssigkeitsstrahlen unter aerodynamischer Last (engl.: *jet in crossflow*). Hohe aerodynamische Lasten können zu einer Ablenkung und Zerstäubung des Ölstrahls führen. Erreicht der Ölstrahl das Zahnrad, kommt es zum Strahlaufprall und anschließend zur Ölausbreitung auf der getroffenen Zahnflanke. Diese Phase ist gekennzeichnet durch einen hohen Impulsaustausch zwischen dem Öl und dem Zahnrad sowie einer hohen Dynamik. Es kommt zur Bildung eines Ölfilms sowie von Ölspritzern (engl.: *oil splashing*). Das auf dem Zahnrad mitbewegte Öl wird durch Zentrifugalkräfte radial nach außen beschleunigt, es kommt zum Abschleudern des Öls. Abgeschleuderte Tropfen und Ligamente werden wiederum der äußeren Luftströmung ausgesetzt. In diesem Bereich sind Sekundärzerstäubungseffekte zu erwarten, die zur Bildung eines Öl-Nebels führen. In den nachfolgenden Abschnitten wird der wissenschaftliche Kenntnisstand zu den aufgezeigten Teilphänomenen weiter beschrieben.

### 2.2.1 Düseninnenströmung und Physik von Flüssigkeitsstrahlen

Die Physik von Flüssigkeitsstrahlen ist für technische Systeme und in der Natur von großer Bedeutung. Dementsprechend umfangreich und eingehend ist die wissenschaftliche Literatur über das Thema (Eggers und Villermaux, 2008). Die Erzeugung von zylindrischen Flüssigkeitsstrahlen wird in der Regel durch Runddüsen realisiert. Diese können unterschiedliche Konstruktionsformen annehmen und haben einen immensen Einfluss auf die Erscheinungsform des erzeugten Flüssigkeitsstrahls sowie die beobachtbaren Primärzerfallsmechanismen. Deshalb werden die beiden Teilphänomene in diesem Abschnitt gemeinsam betrachtet.

Lefebvre (1989), Dumouchel (2008) und Birouk und Lekic (2009) geben einen umfassenden Überblick über relevante physikalische Phänomene von Flüssigkeitsstrahlen in ruhender Umgebung und gehen dabei auch auf die Düseninnenströmung ein. Es sei angemerkt, dass diese Untersuchungen abgegrenzt zum Fall eines quer angeströmten Flüssigkeitsstrahls zu sehen sind. Letzterer Fall wird im Abschnitt 2.2.3 thematisiert.

Zur Beschreibung der Strömungsphänomene von Düseninnenströmungen und von Flüssigkeitsstrahlen werden meist die nachfolgenden dimensionslosen Kennzahlen verwendet:

$$\text{(Strahl-Reynolds-Zahl)} \quad Re_{fl} = \frac{\rho_{fl} d_S u_S}{\mu_{fl}} \quad (2.8)$$

$$\text{(Gas- und Strahl-Weber-Zahl)} \quad We_g = \frac{\rho_g d_S u_S^2}{\sigma} \quad \text{und} \quad We_{fl} = \frac{\rho_{fl} d_S u_S^2}{\sigma} \quad (2.9)$$

$$\text{(Ohnesorge-Zahl)} \quad Oh = \frac{\sqrt{We_{fl}}}{Re_{fl}} = \frac{\mu_{fl}}{\sqrt{\rho_{fl} d_S \sigma}} \quad (2.10)$$

$$\text{(} l_D/d_D\text{-Verhältnis)} \quad \chi = \frac{l_D}{d_D} \quad (2.11)$$

Mit diesen Kennzahlen werden die wichtigsten geometrischen und physikalischen Einflussgrößen in Relation gesetzt. Als geometrische Randbedingungen treten der Strahldurchmesser nach Düsenaustritt  $d_S$  sowie die Länge  $l_D$  und der Durchmesser  $d_D$  der Düsenbohrung in Erscheinung. Die Stoffwerte werden durch die Dichte der Flüssigkeit und der Gasphase,  $\rho_{fl}$  und  $\rho_g$ , die dynamische Viskosität der Flüssigkeit  $\mu_{fl}$  sowie die Oberflächenspannung  $\sigma$  berücksichtigt. Zudem tritt die mittlere Strahlgeschwindigkeit  $u_S$  auf, welche durch den Volumenstrom und die nominale Düsenaustrittsfläche definiert ist. Die Strahl-Reynolds-Zahl und die Strahl-Weber-Zahl werden nachfolgend auch mit den Formelzeichen  $Re_S$  und  $We_S$  verwendet.

Die Gestalt des Flüssigkeitsstrahls wird stark durch die auftretenden Primärzerfallsmechanismen bestimmt. Je nach Zerfallsart wird ein Strahl mit glatter oder stark zerklüfteter Strahloberfläche erwartet. Außerdem können unterschiedliche Zerfallslängen festgestellt werden. Traditionell wird zwischen 5 Regimen unterschieden:

- A: Abtropf-Regime
- B: Rayleigh-Regime
- C: Erstes windbedingtes Zerwellungs-Regime
- D: Zweites windbedingtes Zerwellungs-Regime
- E: Zerstäubungs-Regime

Diesen Regimen können jeweils unterschiedliche Zerfallsmechanismen zugeordnet werden. Das Regime A tritt im Grenzfall auf, wenn derart geringe Volumenströme vorliegen, dass sich Tropfen direkt am Düsenaustritt bilden und durch die Schwerkraft einzeln abgerissen werden. Das Regime B tritt bei geringen Strömungsgeschwindigkeiten auf. Der weitestgehend glatte Flüssigkeitsstrahl wird durch den Einfluss der Oberflächenspannung achsensymmetrischen Störungen ausgesetzt, die sich verstärken, bis sich an der Strahlspitze Tropfen in der Größenordnung des Strahldurchmessers bilden. Im Regime C wird der Mechanismus aus Regime B durch aerodynamische Kräfte überlagert, wodurch der Zerfallsprozess beschleunigt wird und in weniger strukturierter Weise auftritt. Wie im Regime B findet der Zerfall in großer Distanz zum Düsenaustritt statt. Kürzere Zerfallslängen und chaotischere Strahloberflächen sind im Regime D zu beobachten. Durch eine höhere Relativgeschwindigkeit zwischen dem Strahl und der umgebenden Luft werden kleinskalige Störungen an der Strahloberfläche direkt am Düsenaustritt generiert, welche sich verstärken und zum Zerfall in zunächst größere Ligamente führen. Zudem werden Tropfen direkt an der Strahloberfläche abgeschert. Durch Sekundärzerfallsmechanismen zerfallen die Ligamente und Tropfen weiter zu Tropfengrößen deutlich kleiner dem Strahldurchmesser. Im Regime E wird der Strahl direkt am Düsenaustritt in kleinskalige Tropfen und Ligamente zerstäubt. Das Auftreten von Turbulenz verstärkt die zuvor genannten Effekte.

Aufbauend auf der Arbeit von Ohnesorge (1936) definiert Reitz (1978) Bereiche in einem  $Oh, Re_{fl}$ -Diagramm, wodurch die Grenzen und Übergänge der genannten Zerfallsregime beschrieben werden können. Die Regime-Karte ist in Abbildung 2.4a dargestellt. Hohe Strahl-Reynolds-Zahlen und hohe Ohnesorge-Zahlen begünstigen demnach den Zerfall von Flüssigkeitsstrahlen.

Des Weiteren können die Zerfallsregime im charakteristischen Verlauf der sogenannten *Stabilitätskurve* ausgemacht werden. In dieser Darstellung wird die Zerfallslänge  $l_B$  über der Strahlgeschwindigkeit  $u_S$  aufgetragen. Die Zerfallslänge ist definiert als Distanz zwischen dem Düsenaustritt und dem Punkt auf der Strahlachse, an dem der kompakte und zusammenhängende

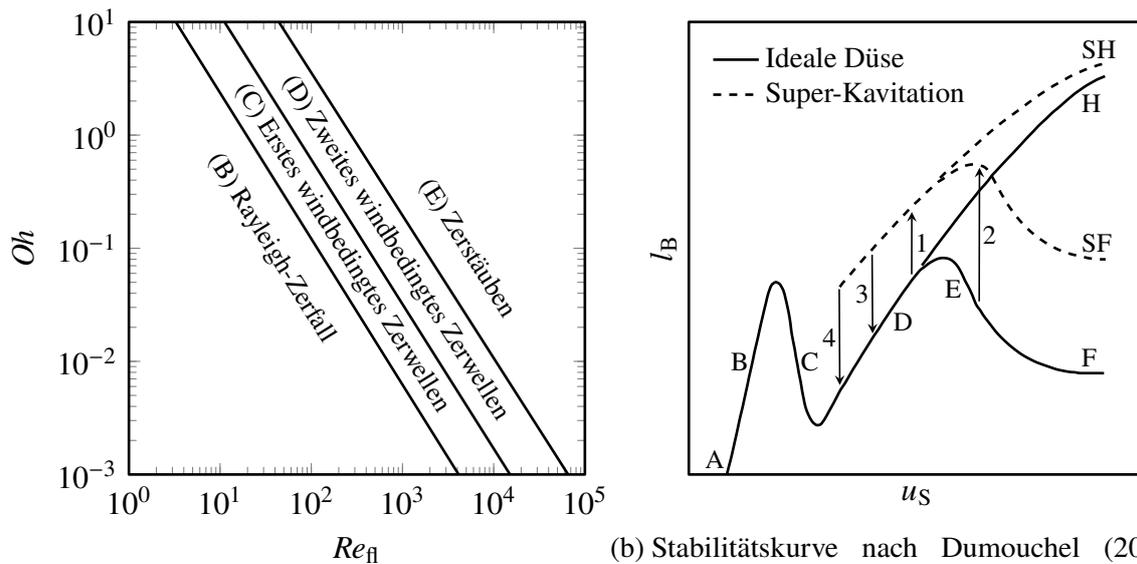


Abbildung 2.4: Regimekarte und Stabilitätskurve zur Einteilung der Primärzerfallsregime von Flüssigkeitsstrahlen.

Flüssigkeitsstrahl in Tropfen oder Ligamente übergeht (vgl. Abbildung 2.5). Leroux et al. (1996) oder Lefebvre (1989) diskutieren den Verlauf dieser Kurve, der exemplarisch in Abbildung 2.4b dargestellt ist.

In Abbildung 2.4b ist zu erkennen, dass sich die Zerfallslänge in einer komplexen Abhängigkeit von der Strahlgeschwindigkeit befindet. Im Regime B ist eine näherungsweise lineare Zunahme bis zu einem Maximum festzustellen. Im Regime C kommt es zu einer Abnahme der Zerfallslänge. Dies wird meistens mit der Zunahme der aerodynamischen Kräfte durch die Luftphase begründet (Leroux et al., 1996). Im Regime D kommt es durch den zunehmenden Einfluss der Turbulenz wiederum zu einem Anstieg. In der Literatur existieren unterschiedliche Stabilitätskurven, insbesondere die Regime D, E und F werden nicht einheitlich beschrieben (Leroux et al., 1996). Zur weiteren Illustration soll die Stabilitätskurve nach Arai et al. (1988) (Abbildung 2.4b) genauer betrachtet werden. Die Autoren heben den enormen Einfluss der Düsengeometrie auf die resultierende Strahlform hervor. Außerdem wird das Auftreten von Kavitation im Düseninneren beschrieben. In Abbildung 2.5 sind diese Einflüsse schematisch dargestellt.

Zunächst ist in den Abbildungen 2.5a und 2.5b einerseits eine sehr kurze Düse ( $\chi = 0$ ) als auch eine Düse mit abgerundetem Einlauf dargestellt. In diesen Fällen wird beschrieben, dass die Düsengeometrie keinen oder, im Falle des abgerundeten Einlaufs, bei moderaten  $\chi$ -Werten einen geringen Einfluss hat. Die Stabilitätskurve wird in diesen Fällen bei hohem Umgebungsdruck auf dem Pfad ABCDEF und bei niedrigem Umgebungsdruck auf dem Pfad ABCDH durchlaufen. Treten dagegen scharfkantige Querschnittsänderungen am Düsen Eintritt auf, wird bei ausreichender Strömungsgeschwindigkeit eine abgelöste Strömung und die Ausbildung einer *vena contracta* erwartet. Dies führt schließlich zu erhöhten Strömungsgeschwindigkeiten und einem ausgeprägteren Strahlzerfall. Dadurch wird die Zerfallslänge reduziert. Bei kleinen  $\chi$ -

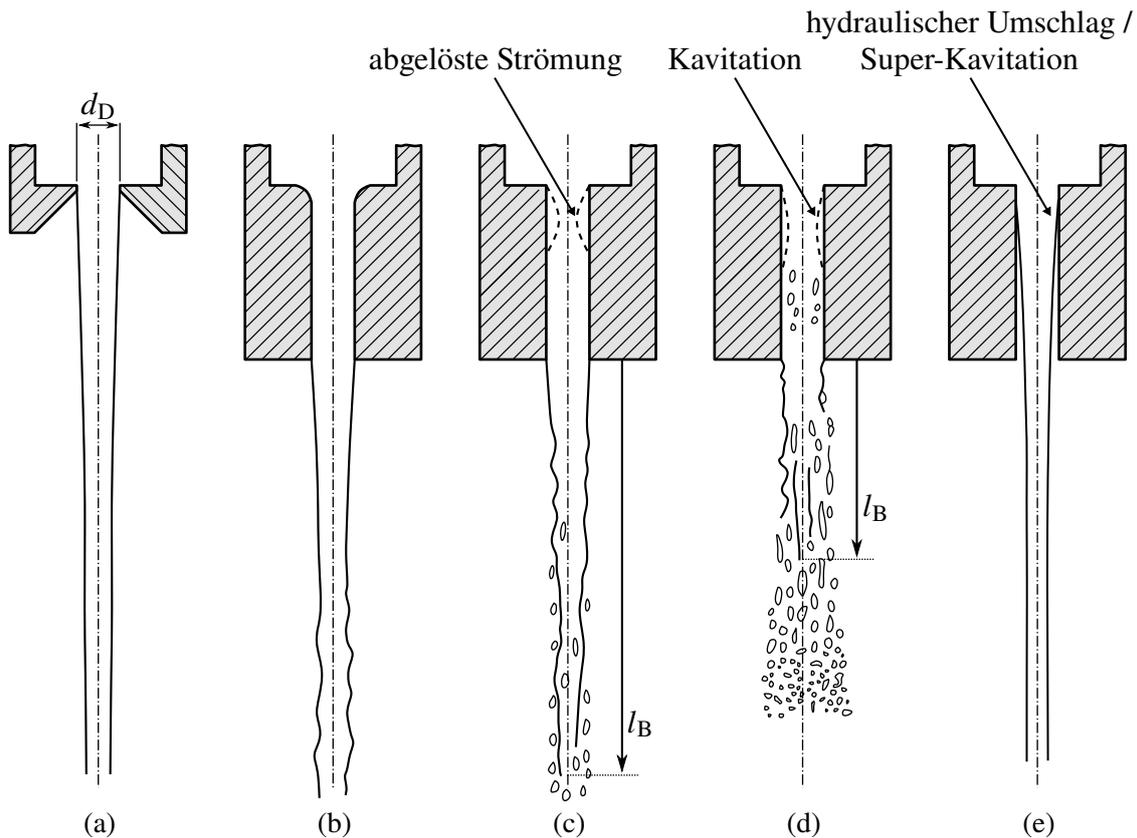


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung unterschiedlicher Zerfallsmechanismen von Flüssigkeitsstrahlen nach Hiroyasu et al. (1991).

Werten oder hohen Geschwindigkeiten kann es zudem zu einem hydraulischen Umschlag kommen. Wie in Abbildung 2.5e dargestellt, reicht dabei die Düsenlänge nicht aus, damit sich die Flüssigkeit nach der Ablösung wieder an die Düsengeometrie anlegt. Die Folge ist ein störungsfreier Ölstrahl mit hoher Zerfallslänge. Durch das Auftreten von Kavitation werden ähnliche Effekte generiert. Tritt an scharfkantigen Düseninlässe, wie in Abbildung 2.5d dargestellt, Kavitation auf, führt dies bei ausreichend hohen  $\chi$ -Werten zu einer starken Begünstigung des Strahlzerfalls. Zudem wird eine Aufweitung des Strahlkegels beschrieben. Löst die Strömung durch den Einfluss der Kavitation vollständig ab, stellt sich der Zustand aus Abbildung 2.5e ein, was durch einen sprunghaften Anstieg der Zerfallslänge begleitet wird. Dieses Phänomen wird in der Literatur als *Super-Kavitation* bezeichnet. In der Stabilitätskurve in Abbildung 2.4b ist dieser Zustand durch die gestrichelten Pfade mit den Endpunkten SH und SF gekennzeichnet. Dabei ist eine Hysterese zu beobachten. Bei zunehmenden Geschwindigkeiten wird bei großen Strahldurchmessern ein Übergang in den abgelösten Zustand über den Pfad 2 und bei kleinen Durchmessern über den Pfad 1 beschrieben. Das Wiederanlegen erfolgt jeweils nach einer Geschwindigkeitsabnahme über die Pfade 3 und 4 (Dumouchel, 2008).

Lefebvre (1989) fasst den Einfluss weiterer Größen auf die Zerfallslänge zusammen. Bei niedrigen Umgebungsdrücken stellen Hiroyasu et al. (1982) einen starken Einfluss der Düsenlänge fest. Kleinere  $\chi$ -Werte führen zu größeren Zerfallslängen, während eine moderate Zunahme des  $\chi$ -Werts zu einer Reduktion der Zerfallslänge führt. Jedoch werden bei großen Werten ( $\chi = 50$ ) wiederum große Zerfallslängen beobachtet. Gesichert ist jedoch, dass sehr kleine  $l_D/d_D$ -Verhältnisse ( $\chi \rightarrow 0$ ) stabilisierend auf den Strahl wirken, da sich keine Grenzschicht entwickeln

kann und der Turbulenzgrad gering ist (Dumouchel, 2008). Bei hohen Umgebungsdrücken ist kein signifikanter Einfluss nachweisbar. Für weiterführende Beschreibungen wird auf die umfangreiche Literatur (z.B. Lefebvre (1989) oder Dumouchel (2008)) verwiesen.

Abschließend soll das zu erwartende Geschwindigkeitsprofil im Strahl diskutiert werden. Für ein voll ausgebildetes Geschwindigkeitsprofil in einer Rohrströmung ist wohlbekannt, dass je nach Reynolds-Zahl ein laminares oder turbulentes Strömungsprofil anzunehmen ist. Die jeweiligen Profile sind in der Abbildung 2.6 dargestellt. Im laminaren Fall stellt sich ein parabelförmiges Geschwindigkeitsprofil mit einem Maximum von  $2u_S$  an der Rohrmittelachse ein, während im voll turbulenten Fall ein annähernd gleichförmiges Profil vorzufinden ist. Das Maximum liegt im turbulenten Fall dennoch über der mittleren Strahlgeschwindigkeit, bei Annahme eines Profils nach dem  $1/7$ -Potenzgesetz bei  $1,22u_S$ .

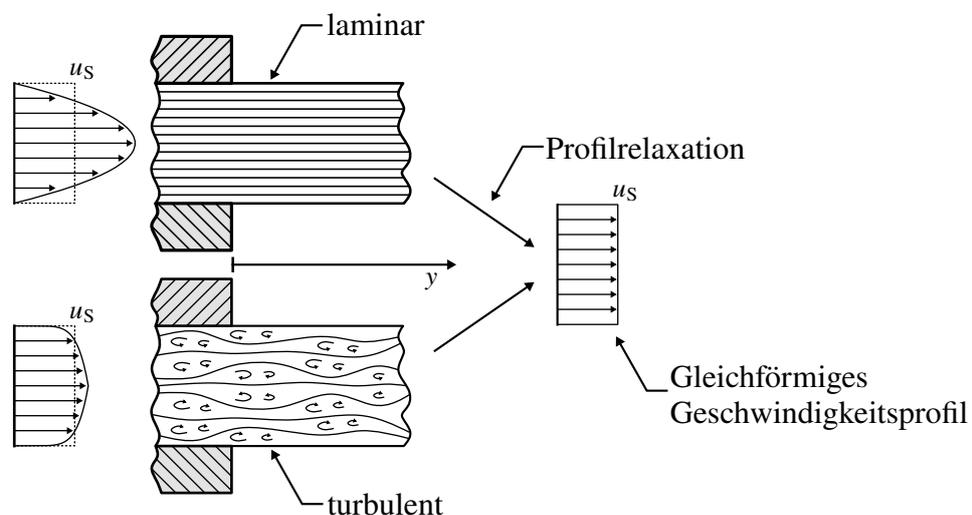


Abbildung 2.6: Geschwindigkeitsprofil eines laminaren und eines voll turbulenten Flüssigkeitsstrahls am Düsenaustritt nach Lefebvre (1989) und Illustration der Profilrelaxation.

Die Modellannahme einer ausgebildeten Rohrströmung ist nur bei angelegter Düsinnenströmung mit ausreichend hohem  $l_D/d_D$ -Verhältnis zulässig. Spezielle Düsengeometrien, Strömungsablösung oder Kavitation, wie in Abbildung 2.5 skizziert, führen zu veränderten Geschwindigkeitsprofilen. Scharfkantige, kurze Düsen oder Düsen mit hydraulischem Umschlag (vgl. Abbildungen 2.5a und 2.5e) generieren beispielsweise ein gleichförmiges Profil. Somit ist das Geschwindigkeitsprofil von Flüssigkeitsstrahlen am Düsenaustritt immer für den konkreten Anwendungsfall zu überprüfen.

Bei Strahlen mit unterschiedlichen Geschwindigkeitsprofilen treten unterschiedliche Zerfallsmechanismen auf. Außerdem werden die stromab gelegenen Strömungsprozesse, wie etwa die in dieser Arbeit untersuchte ÖZI, beeinflusst. Lienhard (2006) beschreibt dies am Fall der Prallkühlung. Jedoch wird in der Literatur auch der Effekt der *Profilrelaxation* beschrieben. Wie in Abbildung 2.6 illustriert, findet nach Düsenaustritt ein schubspannungsgetriebener, lateraler Impulsaustausch innerhalb des Strahls statt, der nach dem Wegfallen der Wandreibungskräfte zu einer Homogenisierung des Geschwindigkeitsprofils führt. In ausreichendem Abstand  $y_{rx}$  vom Düsenaustritt stellt sich demnach in kompakten Rundstrahlen ein gleichförmiges Geschwindigkeitsprofil ein. Stevens und Webb (1992) messen das Geschwindigkeitsprofil in einem

Flüssigkeitsstrahl an unterschiedlichen axialen Abständen vom Düsenaustritt. Ab einem Abstand von  $y_{rx} = 5d_s$  wird ein näherungsweise gleichförmiges Geschwindigkeitsprofil festgestellt (Lienhard, 2006). In einer numerischen Studie kommen Castrejón-Pita et al. (2012) zu vergleichbaren Ergebnissen.

## 2.2.2 Luftströmung um ein rotierendes Zahnrad

Die Luftströmung um ein rotierendes Zahnrad ist gekennzeichnet durch ein komplexes dreidimensionales Wirbelsystem sowie einen scharfen Übergang von einem mitrotierenden zu einem stehenden Bezugssystem. Schon früh beschreiben Akin et al. (1975) die charakteristische Struktur dieser Luftströmung. In Abbildung 2.7 ist schematisch dargestellt, wie demnach zwischen einer äußeren Grenzschichtströmung sowie einem inneren mitrotierenden Wirbelsystem unterschieden werden kann.

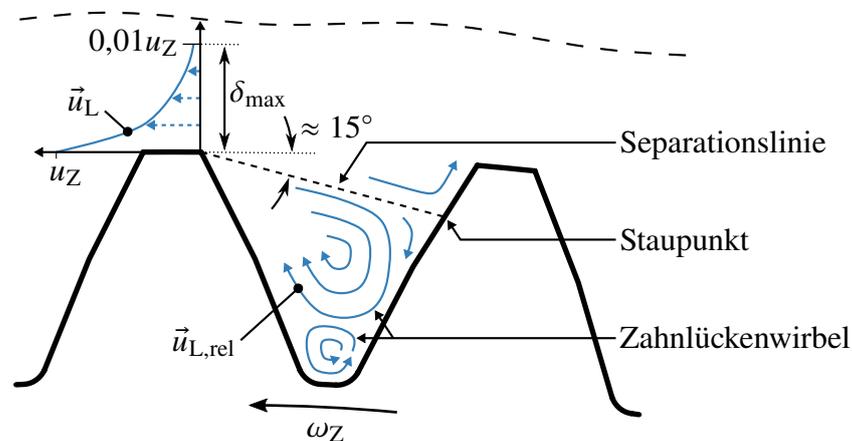


Abbildung 2.7: Luftströmung in einer Zahnflanke und Grenzschichtprofil am Zahnradkopf nach Akin et al. (1975) und Al-Shibl et al. (2007).

Beide Bereiche sind durch die mit etwa  $15^\circ$  geneigte Separationslinie getrennt. Diese verläuft von der Hinterkante des vorausgehenden Zahns bis zum eingezeichneten Staupunkt auf der Zahnflanke des nachfolgenden Zahns. Unterhalb der Separationslinie wird angenommen, dass sich die Luft mit der Umfangsgeschwindigkeit des Zahnrads am Teilkreisdurchmesser  $\vec{u}_p$  im Absolutsystem bewegt. Wird die Relativgeschwindigkeit zur Zahnradrotation  $\vec{u}_{L,rel}$  betrachtet, so wird beschrieben, dass die Zahnflankenströmung durch kleinskalige Wirbel überlagert wird. Oberhalb der Separationslinie bildet sich eine fluiddynamische Grenzschicht zwischen dem rotierenden Zahnrad und der Umgebungsluft aus. An der Zahnkopffläche wirkt die Haftbedingung, d.h. die Luft bewegt sich hier näherungsweise mit der Geschwindigkeit  $u_p$  in Umfangsrichtung mit dem Zahnrad mit. Darüber nimmt die Luftgeschwindigkeit über die Grenzschichthöhe bis auf 1% der Geschwindigkeit ab. Das Geschwindigkeitsprofil kann mittels dem Prandtl'schen  $1/7$ -Potenzgesetz bestimmt werden. Die Höhe der Grenzschicht wird von den Autoren nicht weiter spezifiziert.

Akin et al. (1975) beschreiben, dass an den Seitenwänden eines Zahnrads Luft radial nach außen befördert wird und von der Seite in die Zahnflanken eindringt. Wie in Abbildung 2.8 dargestellt, führt dies zu dreidimensionalen Strömungseffekten und einer starken Beeinflussung

der Zahnlückenströmung. Dawson (1984) beobachtet diesen Effekt durch Strömungsvisualisierung mittels Rauchschwaden ebenfalls. Durch eine seitliche Abdichtung der Zahnlücken wird eine stark veränderte Luftströmung und ein starker Einfluss auf die gemessenen Ventilationsverluste festgestellt.

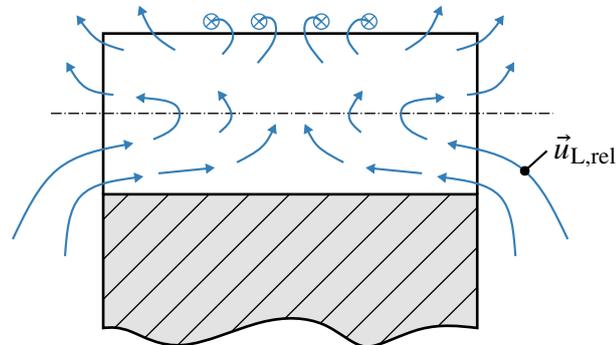


Abbildung 2.8: Dreidimensionales Strömungsfeld in einer Zahnradlücke durch den Pumpeffekt an den Zahnradseiten nach Akin et al. (1975).

Auch neuere Untersuchungen zeigen die beschriebenen Strukturen des Geschwindigkeitsfelds um ein rotierendes Zahnrad. Mit dem Ziel Ventilationsverluste zu bestimmen, führen Al-Shibl et al. (2007) numerische Strömungssimulationen (CFD) einer zweidimensionalen Zahnradgeometrie durch. Die Autoren können die typische Struktur der Zahnlückenströmung wiedergeben, wobei das in Abbildung 2.7 illustrierte gegenläufige Wirbelpaar identifiziert wird. Die vorhergesagten Widerstandsmomente stimmen nur qualitativ mit experimentellen Daten überein. Die Abweichungen werden auf die fehlenden dreidimensionalen Strömungseffekte zurückgeführt, weshalb für weitere Untersuchungen die Durchführung dreidimensionaler CFD-Simulationen empfohlen wird. Mittels dreidimensionaler CFD-Simulationen können Hill et al. (2011, 2008), Hill und Kunz (2012), Marchesse et al. (2011), Concli et al. (2014) und Massini et al. (2017a) Ventilationsverluste in guter Übereinstimmung zu experimentellen Daten bestimmen. Massini et al. (2017a) führen zudem PIV-Messungen (engl.: *particle image velocimetry*) des Geschwindigkeitsfelds in einer Zahnradlücke durch, um die numerischen Ergebnisse zu validieren.

Die gemessene tangentielle Geschwindigkeitskomponente  $u_{L,t}$  entlang einer Auswertelinie, welche mittig in der Zahnradlücke platziert und radial nach außen verläuft, ist in Abbildung 2.9 dargestellt. Für zwei Zahnradrehzahlen mit den Umfangsgeschwindigkeiten von  $u_p = 25$  m/s und  $u_p = 50$  m/s werden ähnliche entdimensionierte Verläufe festgestellt. Ab einer radialen Position von  $r \approx 1,2r_p$  ist die Luft fast vollständig in Ruhe. Zum Zahnrad hin ist die Strömungsgrenzschicht durch die Geschwindigkeitszunahme gut zu erkennen. In beiden untersuchten Fällen wird ein Maximum von ca. 1,2 beobachtet, bevor die Luftgeschwindigkeit zum Zahnfuß hin wieder abnimmt.

Untersuchungen der Luftströmung um ineinandergreifende Zahnradpaare sind weniger häufig in der Literatur vertreten. Gorla et al. (2013) untersuchen die Verlustmechanismen an einer vollständig in Öl eingetauchten Zahnradpaarung numerisch und experimentell. Es werden übereinstimmende globale Widerstandsdrehmomente ermittelt. Burberi et al. (2016) können die Ergebnisse von Gorla et al. (2013) bestätigen. Im Unterschied zu einzelnen Zahnradern wird beschrieben, dass sich durch die Volumenänderung im Bereich des beginnenden Eingriffs ein Überdruck- und im Bereich des auslaufenden Eingriffs ein Unterdruckgebiet einstellt.

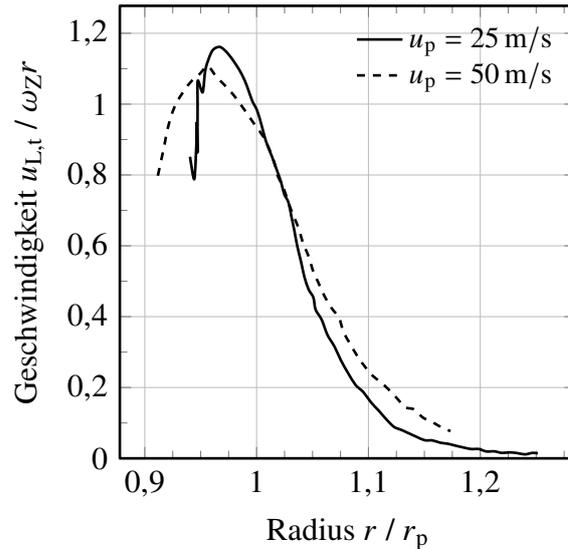


Abbildung 2.9: Experimentell ermittelte tangentielle Geschwindigkeitskomponente der Luftströmung in einer Zahnradlücke für zwei Zahnradumfangsgeschwindigkeiten nach Massini et al. (2017a). Die Auswertelinie ist mittig in der Zahnradlücke platziert und verläuft radial nach außen.

### 2.2.3 Flüssigkeitsstrahl unter aerodynamischer Last

Wird der Fokus von Flüssigkeitsstrahlen im Allgemeinen auf die Phänomene von Flüssigkeitsstrahlen unter aerodynamischer Last gelenkt, lassen sich einzelne, in der Literatur häufig beschriebene Zerfallsmechanismen und Metriken identifizieren. In diesem Abschnitt sollen die für diese Arbeit wichtigsten Zusammenhänge formuliert und kompakt zusammengefasst werden. Für einen aktuellen und umfangreichen Überblick wird auf die Arbeiten von Broumand und Birouk (2016) und Krug (2019) verwiesen.

In Abbildung 2.10 sind die Einzelphänomene, die bei einem quer angeströmten Flüssigkeitsstrahl zu beobachten sind, illustriert. Durch die Queranströmung durch das gasförmige Medium mit der Geschwindigkeit  $u_{cf}$  und der Dichte  $\rho_{cf}$  erfährt der in  $y$ -Richtung ausgerichtete Ölstrahl mit dem Durchmesser  $d_s$  eine Beschleunigung in  $x$ -Richtung. Durch die an der Strahloberfläche angreifenden Kräfte wird der Strahl zum einen abgelenkt, zum anderen kommt es zu charakteristischen Zerfallsmechanismen, wodurch die zunächst kompakte Flüssigkeitssäule verformt wird und anschließend in Tropfen und Ligamente zerfällt. Der Übergang vom Rundstrahl zum entstandenen Spray wird Säulenzersfallspunkt genannt und kann durch die Koordinaten  $x_B$  und  $y_B$  beschrieben werden. Auch vor dem Säulenzersfallspunkt kommt es durch die aerodynamischen Kräfte, die an der Strahloberfläche wirken, zur Ablösung von Flüssigkeitstropfen. Dies wird als Oberflächenzerfall bezeichnet.

Zur Beschreibung dieses Strömungsphänomens wird zusätzlich zu den Gleichungen (2.8) bis (2.10) häufig das Verhältnis der Impulsstromdichten

$$q = \frac{\rho_{fl} u_{fl}^2}{\rho_g u_g^2} \quad (2.12)$$

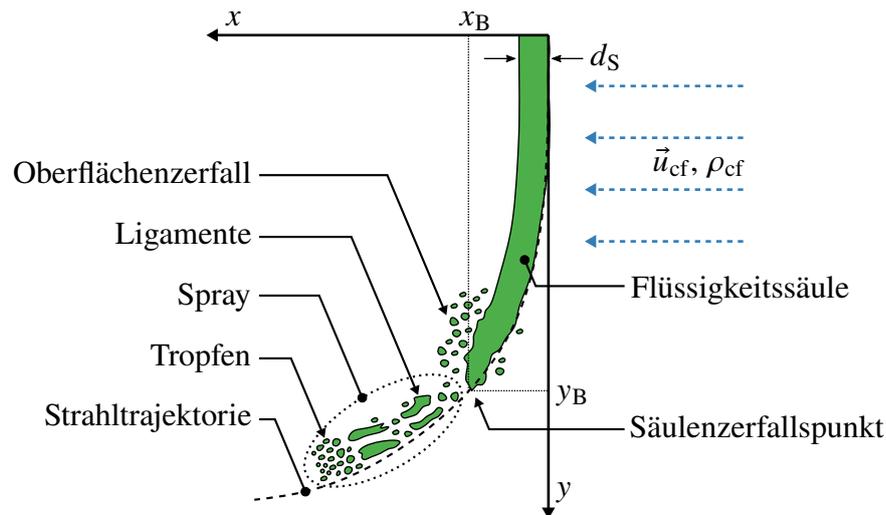


Abbildung 2.10: Schematische Darstellung des Zerfalls eines Flüssigkeitsstrahls unter aerodynamischer Last (Queranströmung) nach Broumand und Birouk (2016) und Krug (2019).

verwendet, hier mit  $\rho_g = \rho_{cf}$  und  $u_g = u_{cf}$ . Es sei angemerkt, dass hier die Gas-Weber-Zahl im Unterschied zur Gleichung (2.9) mit der Geschwindigkeit der Gasphase ( $u_g = u_{cf}$ ) gebildet und nachfolgend mit Crossflow-Weber-Zahl  $We_{cf}$  bezeichnet wird.

Mittels dieser dimensionslosen Kennzahlen werden Regime definiert, in denen unterschiedliche Zerfallsmechanismen zu erwarten sind. Diese unterscheiden sich von den zuvor beschriebenen Zerfallsmechanismen von Flüssigkeitsstrahlen in ruhender Umgebung. Für laminare Flüssigkeitsstrahlen sind die in Abbildung 2.11 dargestellten Regimekarten nach Wu et al. (1997) und Sallam et al. (2004) häufig zitierte Referenzen.

Wu et al. (1997) unterscheiden zwischen kombiniertem Oberflächen- und Säulenzerfall und reinem Säulenzerfall. Den Übergang zwischen diesen Regimen geben die Autoren durch den Zusammenhang

$$\lg(q) = -0,81 \lg(We_{cf}) + 3,1 \quad (2.13)$$

an. Der Säulenzerfall wird in Abhängigkeit der Crossflow-Weber-Zahl weiter unterteilt. Mit ansteigender Weber-Zahl wird zwischen dem Taschenzerfall (engl.: *bag breakup*), einem Übergangsbereich (engl.: *multimode breakup*) und dem Zerfall aufgrund wirkender Scherkräfte (engl.: *shear breakup*) unterschieden. Bei geringen Weber-Zahlen unter  $We_{cf} = 11$  wird ein geringer Einfluss der Querströmung festgestellt, der Zerfall wird durch Kapillarkräfte (engl.: *capillary breakup*) getrieben und entspricht dem zuvor beschriebenen Rayleigh-Regime bei ruhender Gasphase. Sallam et al. (2004) fassen ihre Untersuchungen in einer  $We_{cf}, Oh$ -Karte zusammen. Wie in Abbildung 2.11b dargestellt, werden den Regimen Grenzen zugeordnet. Der Übergang zum Taschenzerfall wird bei  $We_{cf} = 4$ , der Übergang vom Taschen zum *multimode breakup* bei  $We_{cf} = 30$  und der Übergang zum *shear breakup* bei  $We_{cf} = 110$  festgelegt. Wu et al. (1997) hingegen definieren die entsprechenden Grenzen bei  $We_{cf} = 11$ ,  $We_{cf} = 30$  und  $We_{cf} = 90$ . Auch weitere Autoren finden in ihren Untersuchungen Schwellwerte in ähnlicher Größenordnung. Jedoch wird aus den Unterschieden deutlich, dass weitere Einflussfaktoren zu berücksichtigen sind. Broumand und Birouk (2016) deuten etwa auf den Einfluss der Düsengeometrie ( $l_D/d_D$ -Verhältnis) hin. Abschließend ist festzustellen, dass der auftretende Zerfallsmechanismus stark

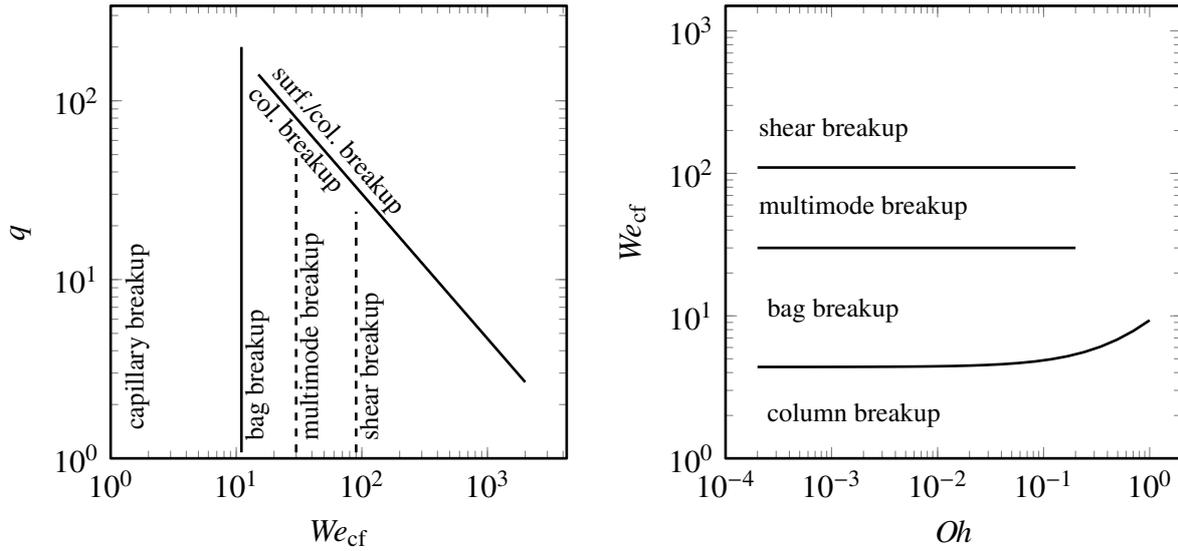
(a)  $q, We_{cf}$ -Karte nach Wu et al. (1997)(b)  $We_{cf}, Oh$ -Karte nach Sallam et al. (2004)

Abbildung 2.11: Regimekarten zur Einteilung der Primärzerfallsmechanismen querangeströmter nicht turbulenter Flüssigkeitsstrahlen.

von der Crossflow-Weber-Zahl  $We_{cf}$  abhängig ist. Die in der Literatur definierten Übergänge zwischen den beschriebenen Regimen können zur Einordnung einer untersuchten Strömung herangezogen, nicht aber als allgemeingültig angenommen werden.

Weist der Flüssigkeitsstrahl ein turbulentes Verhalten auf, wird in der Literatur zwischen einem aerodynamischen Zerfallsregime und einem turbulenten Zerfallsregime unterschieden. Während im aerodynamischen Regime dieselben Effekte wie beim laminaren Strahl zu beobachten sind, ist der Zerfall im turbulenten Regime stark durch turbulente Primärzerfallsmechanismen gekennzeichnet. Diese äußern sich darin, dass direkt am Düsenaustritt Tropfen und Ligamente vom Strahl abgelöst werden und sich der Strahl über die Lauflänge aufweitet (Broumand und Birouk, 2016). Beobachtungen von Sallam et al. (2006) und Osta und Sallam (2008) führen zur Definition der Faeth-Zahl

$$Fa = \frac{\Lambda}{d_S} We_S q^{\frac{1}{3}} = \frac{\rho_{fl} \Lambda u_S^2}{\sigma} q^{\frac{1}{3}} \quad (2.14)$$

und zum Zusammenhang

$$Fa_{krit} = 17\,000 \quad (2.15)$$

mit welchem der laminar-turbulente Übergang definiert werden kann. Für  $Re_S < 6000$  ist immer das aerodynamische und für  $Re_S > 60\,000$  das turbulente Regime anzunehmen. In Gleichung (2.15) ist  $\Lambda$  das radiale, quer zur Strömungsrichtung gemessene turbulente Längenmaß. Bei Runddüsen gilt  $\Lambda = d_S/8$ .

Neben den Zerfallsmechanismen untersuchen zahlreiche Wissenschaftler den Verlauf der resultierenden Strahltrajektorie (vgl. Abbildung 2.10). Es existieren empirische und analytische Korrelationen für die Vorhersage der Trajektorie, meistens der Form  $y = \phi(x)$ . Für einen umfassenden Überblick sei auf Broumand und Birouk (2016) oder Krug (2019) verwiesen. Ein Vergleich der Korrelationen lässt eine Bandbreite an Vorhersagen erkennen, was auf die Komplexität des Strömungsphänomens aber auch auf messtechnische Herausforderungen bei

der Erfassung der Trajektorie zurückzuführen ist (Broumand und Birouk, 2016). Die Korrelationen unterscheiden sich zudem in jeweils gültigen Wertebereich. Drei Korrelationen, deren angegebene Wertebereiche für die in dieser Arbeit untersuchten Ölstrahlen relevant sind, sind in Tabelle 2.1 aufgeführt und in Abbildung 2.12 dargestellt. Dabei wurde ein Wert von  $q = 300$  und Wasser als Flüssigkeit angenommen.

Tabelle 2.1: Korrelationen zur Bestimmung der Trajektorie querangeströmter Flüssigkeitsstrahlen bei  $p = 1$  bar.

Referenz	Korrelation	Wertebereich		
		$q$	$We_{cf}$	$\frac{x}{d_S}$
Wu et al. (1997)	$\frac{y}{d_S} = 1,37q^{0,5} \left(\frac{x}{d_S}\right)^{0,5}$	3–185	57–1180	0–12
Iyogun et al. (2006)	$\frac{y}{d_S} = 1,997q^{0,444} \left(\frac{x}{d_S}\right)^{0,444}$	8,3–726	9,3–159	0–63,5
Birouk et al. (2007)	$\frac{y}{d_S} = 1,627q^{0,47} \left(\frac{x}{d_S}\right)^{0,46} \left(\frac{\mu_{fl}}{\mu_{Wasser}}\right)^{0,079}$	8,3–726	9,3–159	0–40

Es fällt auf, dass die aufgelisteten Korrelationen auf einem ähnlichen Funktionsansatz basieren. Demnach ist das Impulsstromdichtenverhältnis  $q$  von entscheidendem Einfluss. Birouk et al. (2007) berücksichtigen zudem den Einfluss der Viskosität. Insbesondere im Nahbereich des Düsenaustritts sind bei den in Abbildung 2.12 gezeigten Trajektorien nur geringe Unterschiede festzustellen.

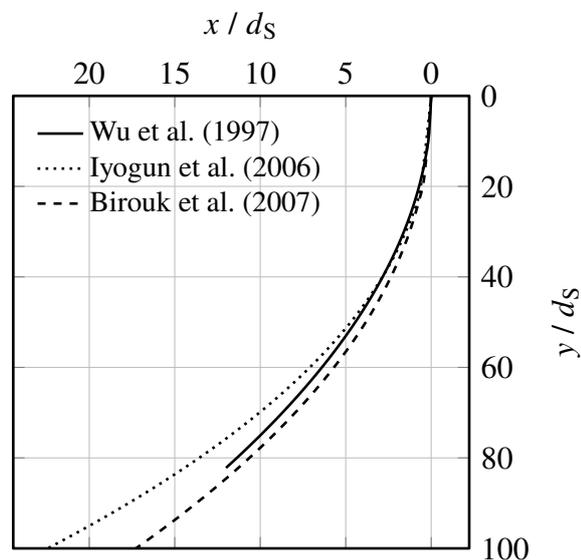


Abbildung 2.12: Mittels Korrelationen vorhergesagte Flüssigkeitstrajektorie für Wasser und  $q = 300$ .

Neben der Trajektorienberechnung werden in der Literatur auch Korrelationen zur Bestimmung des Säulenzersfallpunkts, definiert durch den Zerfallsabstand  $x_B$  und die Zerfallshöhe  $y_B$  (vgl. Abbildung 2.10), angegeben. Wu et al. (1997) ermitteln einen Zerfallsabstand von  $x_B/d_S = 8,06 \pm 1,46$  und eine Zerfallshöhe von  $y_B/d_S = 3,44\sqrt{q}$ . Iyogun et al. (2006) sowie Birouk et al.

(2007) geben mit  $x_B/d_S \approx 12$  einen etwas größeren Zerfallsabstand an. Die Zerfallshöhe wird nicht weiter spezifiziert. Für weitere Korrelationen zur Bestimmung des Säulenzerfallspunkts wird auf Broumand und Birouk (2016) verwiesen. Zusammengefasst lässt sich feststellen, dass der Zerfallsabstand weitestgehend unabhängig von den Luft- und Flüssigkeitseigenschaften ist und sich proportional zum Strahldurchmesser verhält. Auf die Zerfallshöhe hat wiederholt das Impulsstromdichtenverhältnis  $q$  den größten Einfluss.

## 2.2.4 Strahlaufprall und Filmströmung

Der Aufprall des Ölstrahls auf die rotierenden Zahnradflanken ist sowohl für die Kühlung als auch für die Schmierfilmbildung wichtig. Insbesondere bei ineinandergreifenden Zahnradpaaren wird durch die Aufprallkinematik und die anschließende Ölumlenkung die Trajektorie des Öls maßgeblich bestimmt (Schober, 1983b).

Nur wenige Arbeiten befassen sich jedoch mit der dreidimensionalen Ölausbreitung auf den Zahnflanken. Basierend auf der Arbeit von Schach (1934) teilen DeWinter und Blok (1974) und Schober (1983b) den aufprallenden Ölstrahl in einen nach innen gerichteten und einen radial nach außen gerichteten Zweig auf. Die Volumenströme und somit die Filmdicken werden als Funktion des Aufprallwinkels durch die von Schach (1934) angegebenen Gleichungen bestimmt. Diese Modelle unterliegen der Annahme eines ebenen Flüssigkeitsstrahls (Flachstrahl) als auch eines stationären Strömungszustands.

Dadurch, dass der Ölstrahl von den vorbeieilenden Zahnradzähnen wiederholend an der Spitze abgeschert wird, findet in wiederkehrender Weise auf jedem Zahn ein hoch transienter Aufprallvorgang statt (vgl. Abbildung 1.1). Dies wird als intermittierender Aufprall bezeichnet. Zumbrunnen und Aziz (1993) zeigen in experimentellen Untersuchungen, dass diese Art des Aufpralls unter anderem zu einem erhöhten Wärmeübergang führt. Den numerischen Arbeiten von Yazdani und Soteriou (2014) und Fondelli et al. (2015a,b) oder auch den Experimenten von Schober (1983b) und von Plehwe (2022) ist die Komplexität des Aufprallvorgangs und der resultierenden Ölausbreitung im Falle bewegter Zahnflanken zu entnehmen. Eine quantifizierende Beschreibung wird in den Arbeiten nicht gegeben.

Während der stationäre Aufprall von Flüssigkeitsstrahlen auf ruhende ebene Oberflächen in der Literatur, wie beispielsweise von Lienhard (1995) zusammengetragen, ausführlich behandelt wird, werden die grundlegenden Mechanismen beim Strahlaufprall auf bewegte Oberflächen nur vereinzelt beschrieben. Moulson und Green (2013) zeigen, dass sich die Strömungsphänomenologie in diesem Fall stark von ruhenden Oberflächen unterscheidet. Wie in Abbildungen 2.13a und 2.13b im Unterschied zum stationären Aufprall in Abbildung 2.13c zu sehen ist, bildet sich am Aufprallpunkt ein Flüssigkeitsfilm (Lamelle), der durch die Oberflächenbewegung abtransportiert wird. Es wird zwischen dem Regime a) mit Lamellenablösung (engl.: *detachment*) und dem Regime b) mit einer anliegenden Lamelle (engl.: *deposition*) unterschieden.

Keshavarz et al. (2011) identifizieren viskose Kräfte als Haupteinflussfaktor für den Regimewechsel und definieren den Übergang von angelegter zu abgelöster Lamelle durch  $Re_S = 325$ . Die Autoren bedienen sich dabei Modellen, die zur Beschreibung der Tropfen/Wand-Interaktion genutzt werden. Kumar (2011) beobachtet bei hohen Strahl-Reynolds-Zahlen einen Übergang zurück zu angelegten Lamellen. Gradeck et al. (2006) und Fujimoto et al. (2011) untersuchen den Aufprall auf eine trockene beziehungsweise bereits mit einem Flüssigkeitsfilm beladene,

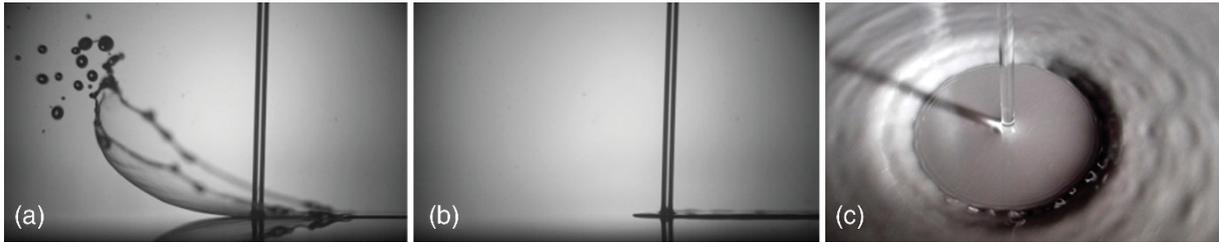


Abbildung 2.13: Ölstrahlaufprall auf eine (von links nach rechts) bewegte Oberfläche mit a) Lamellenablösung und b) angelegtem Flüssigkeitsfilm sowie c) Strahlaufprall auf ruhender Oberfläche. Nachdruck aus Moulson und Green (2013), mit Genehmigung von AIP Publishing.

bewegte Oberflächen. Die Untersuchungen finden bei relativ großen Strahldurchmessern und niedrigen Geschwindigkeiten statt. Moulson und Green (2013) untersuchen den Einfluss des Umgebungsdrucks auf den Strahlaufprall. Die Autoren beobachten, dass die Lamellenablösung durch Reduktion des Umgebungsdrucks vollständig unterdrückt werden kann. Zusätzlich zur Strahl-Reynolds-Zahl sind demzufolge auch aerodynamische Kräfte von entscheidendem Einfluss.

Die direkte Übertragung dieser Modelle auf den in dieser Arbeit im Fokus stehenden Ölstrahlaufprall auf rotierende Zahnräder ist nicht möglich. Zum einen ist die Kinematik aufgrund der nicht rein translatorischen Bewegung der Zahnoberfläche anders, zum anderen treten durch die Zahnradrotation zusätzliche Kräfte auf. Insbesondere die Zentrifugalkraft kann den Vorgang beeinflussen, zudem beschreiben El-Bayoumy et al. (1989), dass auch Coriolis-Kräfte einen Einfluss auf die Ölströmung haben können.

## 2.3 Analytische Untersuchungen zur Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion

Wie in den vorangegangenen Abschnitten dieses Kapitels erläutert, unterliegt die ÖZI überlagerten und komplexen Strömungsprozessen. Bisher existiert kein analytisches Modell, in dem die Vielfalt der Prozesse vereint und die ÖZI ganzheitlich beschrieben wird. In der wissenschaftlichen Literatur existieren jedoch analytische Modelle für einzelne Teilphänomene der ÖZI. In den Abschnitten 2.3.1 und 2.3.2 wird auf Modelle zur Beschreibung der Ölstrahlkühlung respektive der sogenannten Aufpralltiefe eingegangen. Die dabei aufgezeigten Erkenntnisse sowie die Limitierungen der Modelle motivieren zusätzlich die Zielsetzung dieser Arbeit.

### 2.3.1 Ölstrahlkühlung von Zahnrädern

Um die thermische Belastung von Zahnrädern zu untersuchen, werden schon seit den späten 1970er Jahren numerische Modelle einzelner periodischer Zahnradzähne oder Zahnradsegmente eingesetzt. Basierend auf der Finite-Elemente(FE)-Methode werden dabei geeignete thermische Randbedingungen an der Zahnradoberflächen aufgeprägt und so die resultierenden Zahnradtemperaturen ermittelt. Diese Art der Modellierung wird im Folgenden als *Thermalmodellierung* bezeichnet (Long et al., 2003; Patir und Cheng, 1979; Townsend und Akin, 1981). Auf den Zahnradflanken werden dabei häufig Korrelationen für die Wärmeentstehung aufgrund des

Zahnradkontakts angewandt, wofür die Theorie der EHD bewährte Ansätze liefert. Unklarer ist die Randbedingung für den Wärmeübergangskoeffizienten auf der Zahnflanke. Aufgrund der komplexen Zweiphasenströmung, die sich bei der Einspritzschmierung im Getriebeinneren einstellt, können die Wärmeübergangskoeffizienten auf den Flanken bislang nur in sehr vereinfachter Form modelliert werden. An den Zahnradseiten können etablierte Korrelationen für rotierende Scheiben genutzt werden.

Die Arbeit von DeWinter und Blok (1974) legt den Grundstein für die analytische Modellierung des Wärmeübergangs zwischen dem eingespritzten Öl und den Zahnflanken von rotierenden Zahnradern. In Abbildung 2.14 ist das analytische Ersatzmodell schematisch dargestellt, welches zur Beschreibung der strömungsmechanischen Prozesse herangezogen wird.

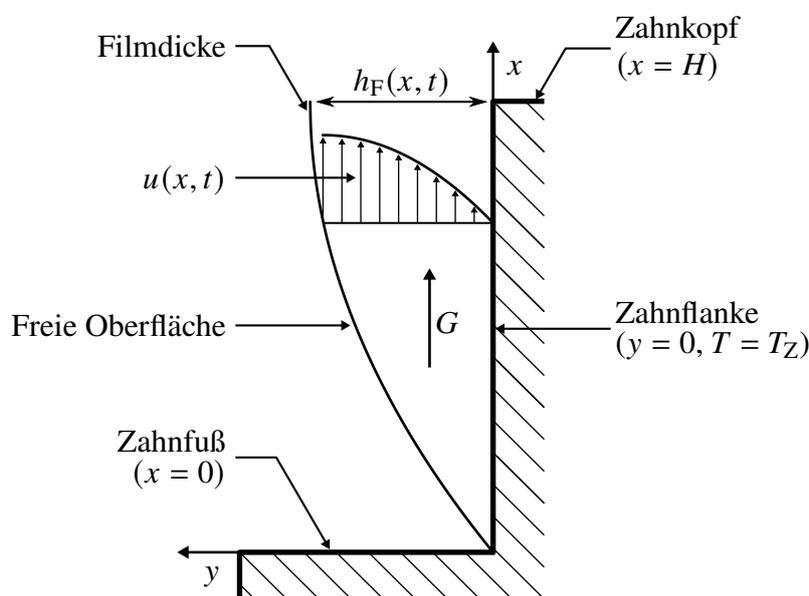


Abbildung 2.14: Schematische Darstellung des analytischen Modells nach DeWinter und Blok (1974) bzw. Kromer et al. (2019).

In dem zweidimensionalen Modell wird die Zahnflanke durch ein senkrechtes Wandsegment der Höhe  $H$  (Zahnhöhe) ersetzt und angenommen, dass die Zahnücke initial vollständig mit Öl geflutet ist. Mit der Zentrifugalbeschleunigung  $G = \omega^2 r_p$  als treibende Kraft kann die Kinematik des entstehenden Ölfilms auf der Zahnflanke analytisch beschrieben werden. Dabei wird ausgenutzt, dass bei Annahme temperaturunabhängiger Stoffwerte und Vernachlässigung der viskosen Dissipation die Energiegleichung von der Kontinuitäts- und Impulsgleichung entkoppelt ist. Werden in einem weiteren Schritt die Oberflächenspannung und aerodynamischen Kräfte an der freien Filmoberfläche vernachlässigt, kann das Geschwindigkeitsfeld  $u(x, t)$  und die Filmdicke  $h_F(x, t)$  analytisch beschrieben werden. Die orts- und zeitabhängige Filmdicke ist demnach durch

$$h_F(x, t) = \sqrt{\frac{\nu_{\text{Lub}} x}{Gt}} \quad (2.16)$$

gegeben, wobei  $\nu_{\text{Lub}}$  die kinematische Viskosität des Öls ist. Das in Abbildung 2.14 gezeigte parabolische Filmprofil kann somit zu jedem Zeitpunkt beschrieben werden. Am Zahnkopf ( $x = H$ ) wird Masse abgeschleudert, weshalb die mittlere Filmdicke

$$\bar{h}_F(t) = \frac{1}{H} \int_0^H h_F(x, t) dx = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\nu_{\text{Lub}} H}{Gt}} \quad (2.17)$$

mit der Zeit abnimmt.

Mit der bekannten Filmkinematik lösen DeWinter und Blok (1974) die transiente Energiegleichung numerisch. Da der Film sehr dünn im Vergleich zu seiner Länge ist, wird die Wärmeleitung ausschließlich orthogonal zur Zahnflanke in  $y$ -Richtung betrachtet. Die Zahnradtemperatur wird als konstant angenommen und der Wärmeaustausch an der freien Oberfläche zwischen dem Film und der Umgebung wird vernachlässigt. Aus dem resultierenden Temperaturfeld bestimmen die Autoren die pro Zahnradbreiteneinheit akkumulierte Wärme im Ölfilm  $Q_{\text{akk}}(t)$  und die abgeschleuderte Wärmemenge  $Q_{\text{abg}}(t)$ . Die Summe beider Anteile entspricht der gesamten, dem Zahnrad entzogenen Wärmemenge  $Q_{\text{tot}}(t)$ . In Abbildung 2.15 ist der zeitliche Verlauf der so bestimmten Wärmemengen in entdimensionierter Form dargestellt. Der Verlauf der gesamten abgeführten Wärme  $\tilde{q}_{\text{tot}}$  zeigt, dass die Dauer der Wärmeabfuhr durch die Wärmekapazität des auf der Flanke verbliebenen Öls begrenzt ist. Der Wärmeübergang auf den Zahnflanken kommt zum Erliegen, sobald sich das Öl auf den Zahnflanken auf die Zahnflankentemperatur aufgeheizt hat. DeWinter und Blok (1974) legen den Sättigungszeitpunkt durch  $\psi = 0,868$  fest. Die Definition des dimensionslosen Zeit- und Ortsparameters  $\psi$  (vgl. Abbildung 2.15) verdeutlicht, dass geringere Ölviskositäten und höhere Zentrifugalbeschleunigungen zu einer früheren Sättigung führen. Dies liegt daran, dass in diesem Fall die Filmdicke nach Gleichung (2.16) schneller abnimmt und somit die Wärmekapazität des Films schneller sinkt. Zudem ist der Sättigungszeitpunkt abhängig von der Position auf der Flanke, am Zahnkopf wird dieser am längsten hinausgezögert. Es wird verdeutlicht, dass für eine effiziente Kühlung eine ausreichende Zeitspanne beziehungsweise, durch die Zahnradrotation ausgedrückt, ein ausreichender Abschleuderwinkel in der Auslegung von Getrieben einzuhalten ist.

Eine zu Beginn getroffene Annahme ist besonders kritisch zu bewerten. So wird vorausgesetzt, dass die Zahnflanke über die gesamte Höhe vollständig mit Öl benetzt ist. Wie im Abschnitt 2.3.2 diskutiert wird, ist dies bei schnelllaufenden Getrieben nicht sichergestellt. Häufig prallt der Ölstrahl in einem gewissen Abstand zum Zahnfuß, im äußersten Fall in der Nähe des Zahnkopfes, auf der Zahnflanke auf. El-Bayoumy et al. (1989) berücksichtigen dies, indem die benetzte Fläche der Zahnflanke modifiziert wird. Im Unterschied zum Modell von DeWinter und Blok (1974) wird der Start der  $x$ -Koordinate nicht am Zahnfuß, sondern am Aufprallpunkt festgelegt. Unterschiedliche Benetzungszustände der Flanke über die Zahnradtiefe werden in dem modifizierten Modell weiterhin nicht berücksichtigt. Die auftretenden Längen- und Zeitskalen beschreiben El-Bayoumy et al. (1989), wie in Abbildung 2.16 illustriert, durch die Entwicklung der Ölfilm- und Grenzschichtdicken. Hier wird zusätzlich die Ölausbreitungsphase nach dem Strahlaufprall berücksichtigt. Diese findet in derselben zeitlichen Größenordnung statt wie der Aufbau der viskosen Grenzschicht  $\delta_{\text{visk}}$ . Aufgrund der logarithmischen Darstellung ist diese Phase vernachlässigbar kurz im Vergleich zur anschließenden Wärmeübergangsphase. Der zuvor beschriebene Sättigungszeitpunkt ist in Abbildung 2.16 durch den Punkt beschrieben, an dem die wachsende thermische Grenzschicht  $\delta_{\text{therm}}$  die Dicke  $h_F$  des verbleibenden Ölfilms

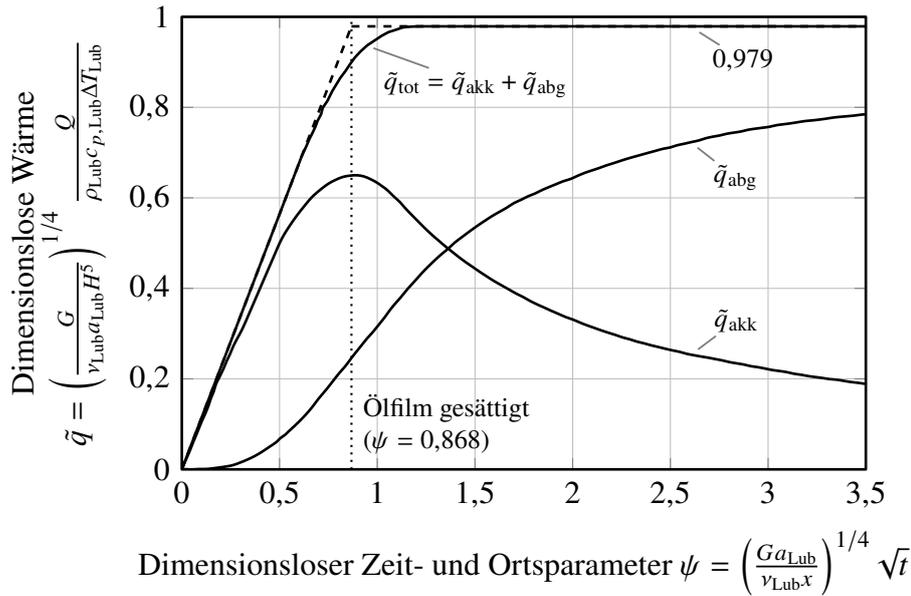


Abbildung 2.15: Verlauf der akkumulierten, abgeschleuderten und gesamt abgeführten Wärmemengen nach DeWinter und Blok (1974).

erreicht. Letztere fällt entsprechend der Gleichung (2.17) proportional zu  $1/\sqrt{t}$  mit der Zeit ab. Das theoretische Maximum der Film- beziehungsweise Grenzsichtdicken in Abbildung 2.16 wird von den Autoren durch den Quotienten des initial zugeführten Ölvolumens und der benetzten Fläche abgeschätzt.

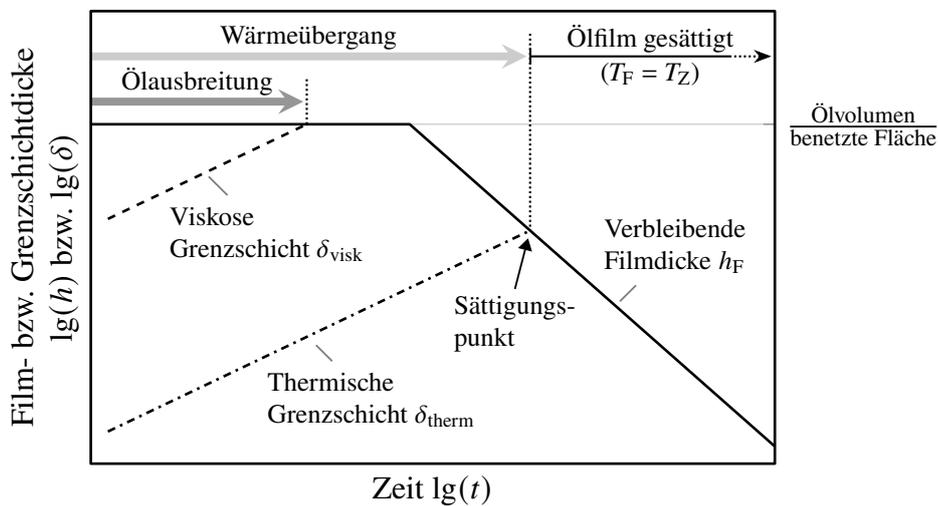


Abbildung 2.16: Charakteristische Längen- und Zeitskalen des Wärmeübergangsprozesses bei der Ölstrahlkühlung nach El-Bayoumy et al. (1989).

Basierend auf der Arbeit von DeWinter und Blok (1974) bestimmen Kromer et al. (2019) den Wärmeübergangskoeffizienten beziehungsweise die lokale und zeitlich veränderliche Nußelt-Zahl auf der Zahnflanke analytisch. Es werden die Parameter eines Ausgleichspolynoms 5. Ordnung angegeben, mit welchem die Lösung approximiert werden kann. Für abgeschlossene Wärme-

übergangsprozesse, wofür das Kriterium  $\psi > 1,6$  angegeben wird, wird der zeitlich gemittelte Wärmeübergangskoeffizient entlang der Zahnflanke durch

$$\alpha_{\tilde{t}}(x) \approx 1,226 \frac{\lambda_{\text{Lub}}}{\tilde{t}} \left( \frac{\nu_{\text{Lub}} x}{G a_{\text{Lub}}^3} \right)^{1/4} \quad (2.18)$$

und der über die Zahnflanke gemittelte Wärmeübergangskoeffizient durch

$$\bar{\alpha}_{\tilde{t}} = \frac{1}{H} \int_0^H \alpha_{\tilde{t}}(x) dx \approx 0,981 \frac{\lambda_{\text{Lub}}}{\tilde{t}} \left( \frac{\nu_{\text{Lub}} H}{G a_{\text{Lub}}^3} \right)^{1/4} \quad (2.19)$$

bestimmt, wobei  $\lambda_{\text{Lub}}$  die Wärmeleitfähigkeit und  $a_{\text{Lub}}$  die Temperaturleitfähigkeit ( $a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$ ) des Kühlmittels sind. Die Variable  $\tilde{t}$  beschreibt das betrachtete Zeitintervall. Für eine vollständige Zahnradumdrehung ergeben sich somit die Zusammenhänge

$$\alpha_{\tilde{t}}(x) \Big|_{\tilde{t}=\frac{2\pi}{\omega_Z}} = 0,1951 \lambda_{\text{Lub}} \left( \frac{\nu_{\text{Lub}} x \omega_Z^2}{r_p a_{\text{Lub}}^3} \right)^{1/4} \quad (2.20)$$

$$\text{und } \bar{\alpha}_{\tilde{t}} \Big|_{\tilde{t}=\frac{2\pi}{\omega_Z}} = 0,1561 \lambda_{\text{Lub}} \left( \frac{\nu_{\text{Lub}} H \omega_Z^2}{r_p a_{\text{Lub}}^3} \right)^{1/4} . \quad (2.21)$$

Durch Betrachtung der Gleichungen (2.19) und (2.21) wird wiederholt der Einfluss der angenommenen benetzten Fläche ersichtlich. Im Falle einer nur teilweise benetzten Flanke ist die fiktive Zahnhöhe  $H$  entsprechend zu verringern, wodurch der mittlere Wärmeübergangskoeffizient proportional zu  $H^{1/4}$  abnimmt.

Eine weitere Annahme im Modell von DeWinter und Blok (1974) ist, dass der initiale Ölfilm unendlich dick ist (vgl. Gleichung (2.16)). In der Praxis ist die zugeführte Ölmenge limitiert, weshalb die initiale Filmdicke  $h_{F,0}$  einen finiten Wert annehmen muss. Dieser kann beispielsweise, wie in Abbildung 2.16 illustriert, durch den Quotienten aus dem in eine Zahnflanke zugeführten Ölvolumen und der benetzten Fläche abgeschätzt werden. Terauchi et al. (1989) beschreiben weitere Möglichkeiten die initiale Filmdicke abzuschätzen und schreiben Gleichung (2.16) zu

$$h_F(x, t) = \sqrt{\frac{\nu_{\text{Lub}} x}{G(t + t_0)}} \quad (2.22)$$

um. Damit wird der Ursprung von  $t$  um den Betrag  $t_0$  verschoben, wobei  $t_0$  der Zeit entspricht, die vergeht, bis sich ein zunächst unendlich dicker Film nach Gleichung (2.16) auf die Filmdicke  $h_{F,0}$  reduziert hat. Die Autoren stellen fest, dass eine reduzierte initiale Filmdicke zu reduzierten Wärmeübergangskoeffizienten führt. Der relative Einfluss auf den mittleren Wärmeübergangskoeffizienten wird von Kromer et al. (2019) durch den in Abbildung 2.17a gezeigten Verlauf in Abhängigkeit des Parameters

$$\psi_0 = \frac{2}{3} \left( \frac{\nu_{\text{Lub}} a_{\text{Lub}} H}{G} \right)^{1/4} \frac{1}{\bar{h}_{F,0}} \quad (2.23)$$

beschrieben. Dieser Parameter ist umso größer je kleiner die mittlere initiale Filmdicke  $\bar{h}_{F,0}$  angenommen wird. Für eine bekannte mittlere initiale Filmdicke kann somit deren Einfluss abgeschätzt werden. Für  $\psi_0 < 0.2$  wird ein vernachlässigbarer Einfluss auf den mittleren Wärmeübergangskoeffizienten festgestellt. Ab  $\psi_0 > 2$  fällt der mittlere Wärmeübergangskoeffizient proportional zu  $\psi_0^{-1}$  und somit proportional zu  $\bar{h}_{F,0}$ .

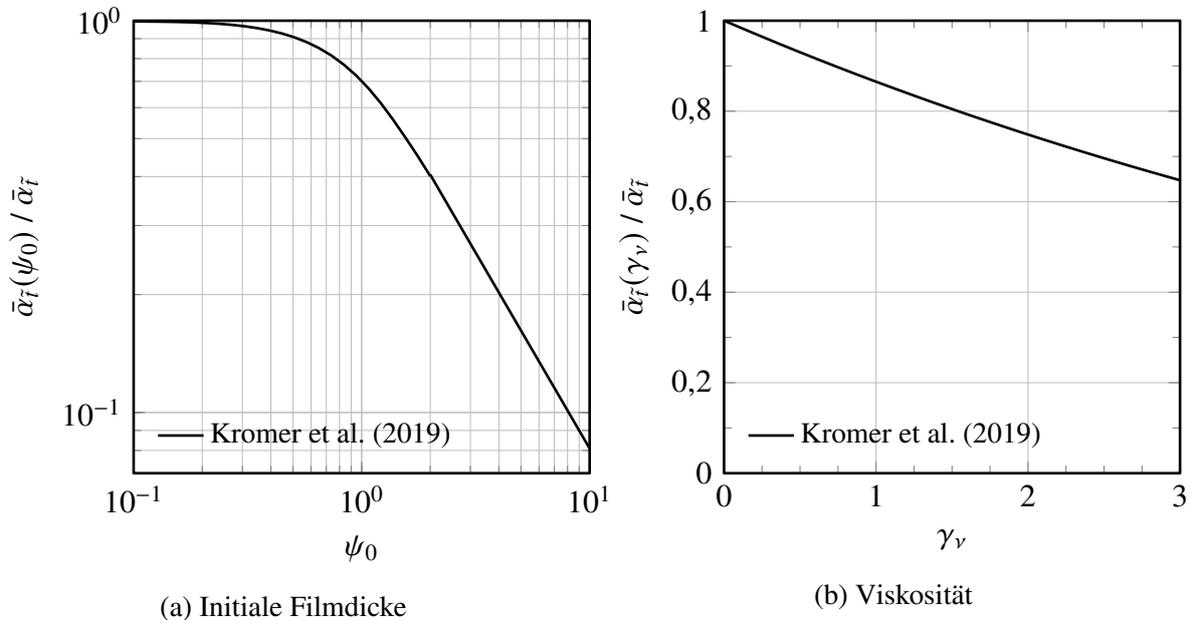


Abbildung 2.17: Einfluss der initialen Filmdicke und einer temperaturabhängigen Viskosität auf den mittleren Wärmeübergangskoeffizienten nach Kromer et al. (2019).

Der Einfluss einer temperaturabhängigen Viskosität auf den mittleren Wärmeübergangskoeffizienten wird von van Heijningen und Blok (1974) und van Heijningen (1984) untersucht. Die Viskositätsänderung wird dabei in exponentieller Abhängigkeit zur Temperatur  $T$  durch  $\nu(T) = \nu_0 \exp(-\gamma_v T)$  modelliert, wobei der Temperaturabhängigkeitsparameter  $\gamma_v$  selbst temperaturabhängig sein kann. Durch die Viskositätsabnahme bei ansteigenden Temperaturen wird das Abschleudern des Öls beschleunigt, was zu reduzierten mittleren Wärmeübergangskoeffizienten führt. Kromer et al. (2019) geben eine Korrelation für die relative Änderung an, deren Verlauf in Abbildung 2.17b gezeigt ist. Bei geringen  $\gamma_v$ -Werten ist der Einfluss der Viskositätsänderung auf den mittleren Wärmeübergangskoeffizienten gering.

Wie aus den vorgestellten analytischen Untersuchungen hervorgeht, ist der Wärmeübergang von den Zahnflanken zum eingespritzten Öl maßgeblich davon abhängig, in welcher Menge das zur Kühlung eingesetzte Öl an welchen Ort gelangt. Die ÖZI, die zeitlich der Wärmeübergangsphase vorangestellt ist, ist somit von entscheidender Bedeutung, da dadurch die Benetzung sowie die tatsächlichen Filmdicken festgelegt werden. Die Modellierungsansätze unterliegen diesbezüglich jedoch starken Vereinfachungen. So wird die ÖZI weitestgehend nicht in der Modellierung berücksichtigt. Ausschließlich die Aufpralltiefe wird als Maß für die Benetzung der Zahnflanken in radialer Richtung herangezogen. Im Abschnitt 2.3.2 wird genauer auf diese häufig verwendete Metrik zur Charakterisierung der ÖZI eingegangen.

### 2.3.2 Aufpralltiefe

Die große Bedeutung der Ölzuführung zum Zahnrad für die Kühl- und Schmierwirkung wurde schon früh erkannt. Seit den 60er Jahren werden bereits analytische Modelle zur Charakterisierung der Ölstrahldynamik entwickelt. Ziel der Modelle ist eine möglichst genaue Vorhersage der Aufpralltiefe  $D_i$  des Ölstrahls in die an der Öldüse vorbeieilenden Zahnradlücken. In Abbildung 2.18 ist die Definition der Aufpralltiefe am Beispiel eines mit dem Winkel  $\varphi_S$  angestellten Ölstrahls dargestellt. Zum Zeitpunkt  $t_1$  beginnt der Ölstrahl in den Zahnzwischenraum einzudringen, bis er vom nächsten Zahn eingeholt wird und am Punkt  $I$  zum Zeitpunkt  $t_2$  aufprallt. Die eingezeichnete Bahnlinie veranschaulicht den Weg der Strahlspitze, welche näherungsweise in Richtung des Relativgeschwindigkeitsvektors  $u_i$  verläuft. Dieser ergibt sich aus dem Geschwindigkeitsdreieck mit den Vektoren der Ölstrahlgeschwindigkeit  $u_S$  und der Umfangsgeschwindigkeit des Zahnrads  $u_Z \approx u_p = \omega_Z r_p$ . Die Relativgeschwindigkeit wird auch *Impingementgeschwindigkeit* und der Anstellwinkel  $\beta_i$  nach von Plehwe (2022) auch *Impingementwinkel* genannt. Die maximale Aufpralltiefe ist die Zahnhöhe  $H$ .

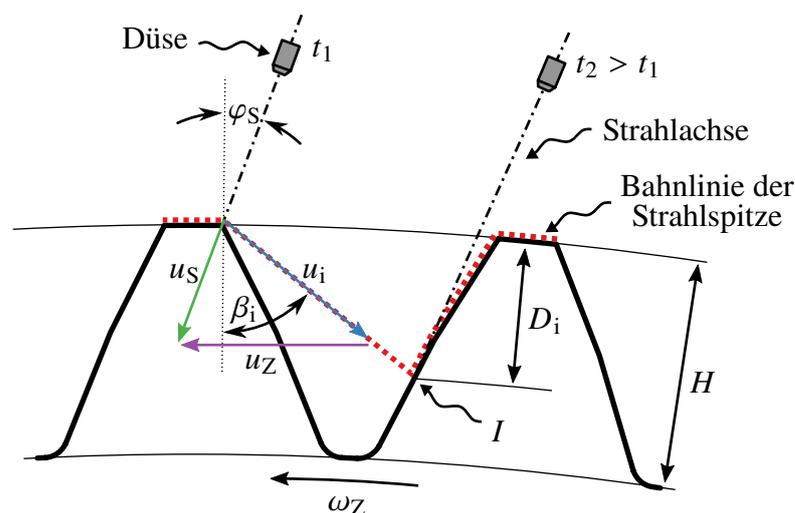


Abbildung 2.18: Definition der Aufpralltiefe  $D_i$ .

In einer frühen Arbeit von McCain und Alsandor (1966) wird ein Vektormodell vorgestellt, mit welchem die Aufpralltiefe für einen in der Zahnradebene angestellten Ölstrahl bestimmt werden kann. Vereinfachend wird ein eindimensionaler Ölstrahl mit konstanter Geschwindigkeit angenommen und die Wechselwirkung mit der Umgebungsluft vernachlässigt. Das Modell wird verwendet, um den Einfluss unterschiedlicher Düsenpositionen und Strahlgeschwindigkeiten auf die erreichbaren Zahnradflankenbereiche und die Aufpralltiefe zu untersuchen. Die Autoren identifizieren so für die betrachtete Getriebekonfiguration, einem Getriebe für Raketenantriebe, eine optimierte Düsenauslegung.

Später entwickeln Akin et al. (1975) ein ähnliches Modell zur analytischen Vorhersage der Aufpralltiefe. Bei dem sogenannten *vektoriellen Modell* wird die Zahnradgeometrie als Zahnstange vereinfacht und der Ölstrahl analog zum Modell von McCain und Alsandor (1966) als Strahl ohne räumliche Ausdehnung und mit einer konstanten Ausbreitungsgeschwindigkeit angenommen. In

der Arbeit werden zudem nur rein radial auf das Zahnrad ausgerichtete Ölstrahlen untersucht. Für die Berechnung der Aufpralltiefe wird der formale Zusammenhang

$$D_i = \frac{\frac{\pi}{2} + 2 \tan \alpha + \frac{b}{2}}{\frac{1}{m} \left( \tan \alpha + \frac{u_p}{u_s} \right)} \quad (2.24)$$

hergeleitet, wobei  $m$  das Modul,  $\alpha$  der Eingriffswinkel und  $b$  das Flankenspiel ist. Die vorgestellten Ergebnisse bestätigen, dass für hohe Aufpralltiefen ausreichend hohe, an die Zahnradzahl angepasste, Ölstrahlgeschwindigkeiten notwendig sind. Um den Einfluss der Luftströmung auf die Ölstrahltrajektorie zu untersuchen, wird der Ölstrahl vereinfachend durch die Bewegung einzelner sphärischer Tropfen modelliert. Die aufgestellte Bewegungsgleichung für die modifizierte Trajektorie enthält Widerstandsbeiwerte für sphärische Tropfen, worüber die auf den Ölstrahl wirkenden aerodynamischen Kräfte berücksichtigt werden. Ein Vergleich zu den bestimmten Aufpralltiefen ohne Lufteinfluss zeigt geringe Unterschiede. Nur für sehr klein angenommene Tropfendurchmesser ( $\lesssim 20 \mu\text{m}$ ) wird eine deutlich geringere Aufpralltiefe erwartet. Um das vektorielle Modell für angestellte Ölstrahlen anzuwenden, kann Gleichung (2.24) zur Gleichung (A.1) aus Anhang A.1 erweitert werden.

Das genaueste Modell zur Beschreibung der Aufpralltiefe wird von Akin und Townsend (1989) vorgestellt. Dieses, als *kinematisches Modell* bezeichnete Berechnungsverfahren, berücksichtigt im Gegensatz zum zuvor vorgestellten *vektoriellen Modell* (Akin et al., 1975) die Krümmung des Zahnrads, die Evolventenform der Zahnradflanken und eine gegebenenfalls vorliegende Profilverschiebung. Außerdem kann damit die Aufpralltiefe für beliebig angestellte Ölstrahlen bestimmt werden. In Abbildung 2.19 werden das Modell und die dabei verwendeten Winkeldefinitionen schematisch dargestellt.

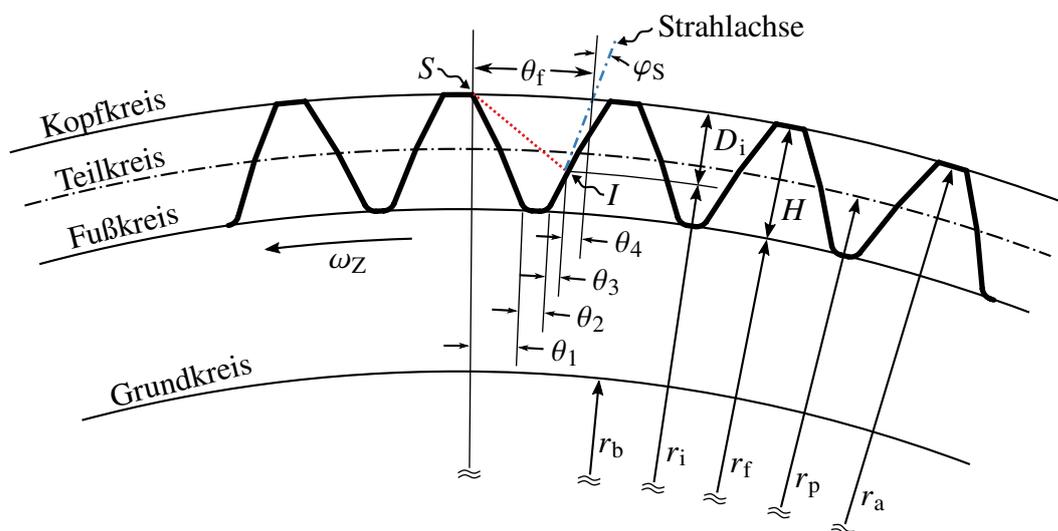


Abbildung 2.19: Kinematisches Modell nach Akin und Townsend (1989).

Die Berechnung der Aufpralltiefe basiert auf der Analyse der kinematischen und geometrischen Beziehungen zwischen dem Ölstrahl und dem Zahnrad. Dazu wird die sogenannte Flugzeit  $t_f$

bestimmt, die zwischen dem Abscheren des Ölstrahls durch den vorausseilenden Zahn am Punkt  $S$  bis zum Aufprall am Punkt  $I$  vergeht. In der gleichen Zeit muss das Zahnrad um den Winkel

$$\theta_f = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 = \omega_Z t_f \quad (2.25)$$

rotieren und die Strahlspitze die Aufpralltiefe

$$D_i = t_f u_S \cos \varphi_S \quad (2.26)$$

erreichen. Durch Isolierung von  $t_f$  und Gleichsetzen der Gleichungen (2.25) und (2.26) kann die Aufpralltiefe für einen gegebenen Betriebspunkt bestimmt werden. Dies muss iterativ erfolgen, da der Winkel  $\theta_f$  abhängig von der Lösungsvariable  $D_i$  ist. Es sei angemerkt, dass Gleichung (2.26) nur näherungsweise für kleine Strahlwinkel und große Zahnräder gilt. In dieser Arbeit wird deshalb Gleichung (2.26) für  $\varphi_S \neq 0$  durch

$$D_i = r_a - t_f u_S \frac{\sin \varphi_S}{\sin \theta_4} \quad (2.27)$$

ersetzt. Die Definitionen der Winkel  $\theta_1$  bis  $\theta_4$  sind im Anhang A.2 zu finden.

Das kinematische und das vektorielle Modell können zu deutlich unterschiedlichen Aufpralltiefen führen, insbesondere bei kleinen Zahnradern mit wenig Zähnen. Bei großen Zahnradern, bei denen die Zahnradkrümmung gering ist, treten nur geringe Unterschiede bei sehr großen positiven oder negativen Strahlwinkeln auf. Die Modelle zeigen, dass neben dem Zahnradprofil insbesondere der Strahlwinkel  $\varphi_S$  und das Geschwindigkeitsverhältnis  $u_S/u_p$  dominierenden Einfluss auf die Aufpralltiefe haben. Für das Geschwindigkeitsverhältnis wird in dieser Arbeit die Kennzahl

$$\Sigma = \frac{u_S}{u_p} \quad (2.28)$$

eingeführt. Für ein Stirnrad mit einem Modul von  $m = 4$  mm und der Zahnhöhe  $H = 9$  mm ergeben sich mit beiden Modellen qualitativ die exemplarisch in Abbildung 2.20 dargestellten Aufpralltiefen. Die Aufpralltiefe  $D_i$  wird hier mit der Zahnhöhe  $H$  normiert, ein Wert von 1 entspricht demnach dem Aufprall am Zahnfuß.

In Abbildung 2.20a ist der Einfluss des Strahlwinkels  $\varphi_S$  für unterschiedliche Geschwindigkeitsverhältnisse  $\Sigma$  zu sehen. Die einzelnen Kurvenverläufe zeigen eine charakteristische Abhängigkeit der Aufpralltiefe vom Strahlwinkel. Bei maximaler positiver und negativer Anstellung von  $\pm 90^\circ$  trifft der Strahl tangential auf den Kopfkreis des Zahnrad und dringt nicht in die Zahnücke ein. Die Aufpralltiefe nimmt den Wert 0 an. Zwischen den beiden Extrema verläuft die berechnete Aufpralltiefe glockenförmig. Das Maximum der Kurve verschiebt sich mit zunehmendem Geschwindigkeitsverhältnis  $\Sigma$  in Richtung positiver Winkel. Ab einem ausreichend hohen Geschwindigkeitsverhältnis, hier etwa von 0,8, werden für bestimmte Anstellwinkel relative Aufpralltiefen von 1 erreicht. Das Diagramm zeigt auch, dass bei geringen Geschwindigkeitsverhältnissen der Einfluss des Strahlwinkels weniger stark ausgeprägt ist.

In Abbildung 2.20b ist die Aufpralltiefe über dem Geschwindigkeitsverhältnis  $\Sigma$  für 3 Strahlwinkel dargestellt. Die deutlichen Unterschiede für die 3 eingezeichneten Verläufe für die Strahlwinkel von  $\varphi_S = -45^\circ$ ,  $0^\circ$  und  $45^\circ$  zeigen nochmals den großen Einfluss der Parameter  $\varphi_S$  und  $\Sigma$ . Zum einen ist zu sehen, dass für stark negative Winkel die maximal erreichbare Aufpralltiefe limitiert ist.

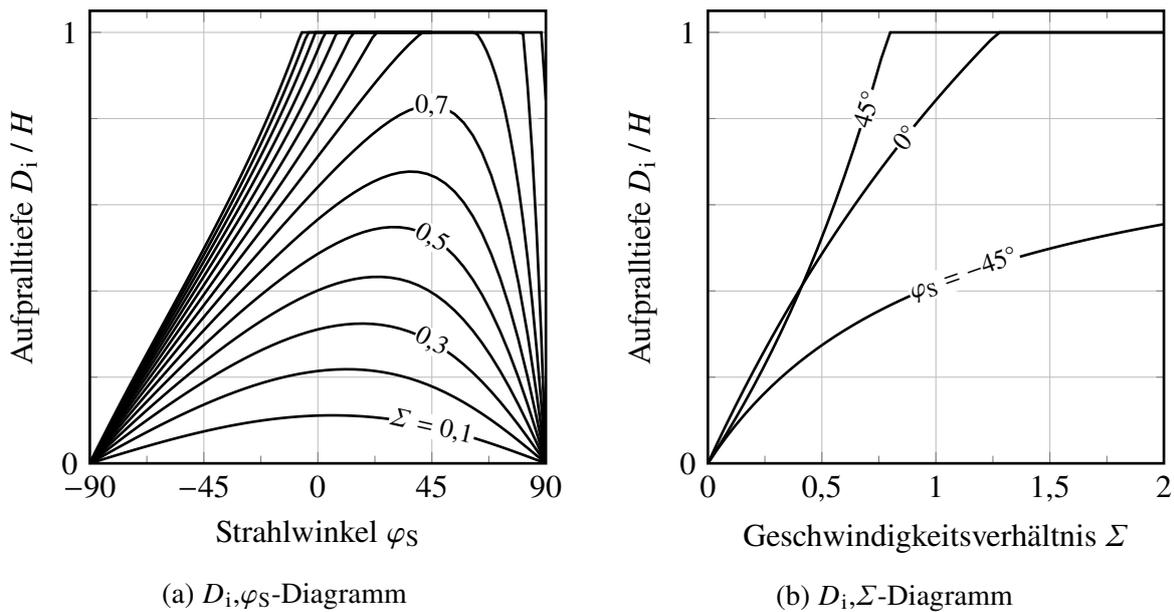


Abbildung 2.20: Mittels analytischer Modelle bestimmbare, qualitative Zusammenhänge zwischen der Aufpralltiefe  $D_i$ , dem Geschwindigkeitsverhältnis  $\Sigma$  und dem Strahlwinkel  $\varphi_S$  für ein Stirnrad mit Modul  $m = 4$  mm und Zahnhöhe  $H = 9$  mm.

Im Fall von  $\varphi_S = -45^\circ$  wird auch durch eine weitere Erhöhung des Geschwindigkeitsverhältnisses der Zahnfuß nicht erreicht. Im Unterschied dazu wird bei einem Strahlwinkel von  $\varphi = 0^\circ$  der Zahnfuß bei einem Geschwindigkeitsverhältnis von etwa 1,25 und bei positiver Anstellung mit  $\varphi_S = 45^\circ$  bereits bei etwa 0,75 erreicht. Dieses Beispiel zeigt deutlich die Wichtigkeit der optimalen Wahl der Düsenparameter, wenn das Erreichen hoher Aufpralltiefen von Interesse ist. Darüber hinaus sei ergänzend erwähnt, dass der benötigte Einspritzdruck vereinfachend durch

$$\Delta p_E = \frac{1}{\mu_A^2} \frac{\rho_{\text{Lub}} u_S^2}{2} \sim u_S^2 \quad (2.29)$$

bestimmbar ist und für eine ideale Düse mit einer konstanten Ausflusszahl  $\mu_A$  quadratisch proportional zur Strahlgeschwindigkeit ist. Die Möglichkeit, mit einer angepassten Düsenanordnung bei geringeren Strahlgeschwindigkeiten eine gleiche oder sogar erhöhte Aufpralltiefe zu erzielen, entspricht somit einer Minimierung der erforderlichen Pumpleistung und des damit verbundenen Gewichts und der Größe des Ölsystems.

Wie das im vorigen Absatz beschriebene Beispiel zeigt, ist die Bestimmung der Aufpralltiefe aus den kinematischen Zusammenhängen der Ölstrahlausbreitung und der Zahnradbewegung umfangreich in der Literatur beschrieben. Jedoch basiert die Berechnung auf erheblichen Modellvereinfachungen, wie etwa der Annahme eines eindimensionalen Strahls. Außerdem kann mit einem einzelnen Skalar der komplexe Aufprallprozess nicht umfassend charakterisiert werden. So wird etwa die Ölausbreitung in radialer oder axialer Richtung nach dem Aufprall auf der Zahnflanke nicht erfasst. Für die hochaufgelöste Thermalmodellierung von Zahnrädern besteht demnach der Bedarf nach Metriken, mit denen die ÖZI in einem höheren Detaillierungsgrad und im dreidimensionalen Raum beschrieben werden kann.

## 2.4 Experimentelle Untersuchungen zur Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion

Experimentelle Untersuchungen stellten lange Zeit, neben der Analytik (vgl. Abschnitt 2.3), die einzige Möglichkeit dar, die ÖZI zu analysieren. Der Ölstrahl und die Interaktion mit den Zahnradern wird ausschließlich mittels bildgebender Verfahren untersucht. Die eingeschränkte optische Zugänglichkeit und die hochdynamischen Strömungsprozesse stellen dabei große Herausforderungen dar. Häufig sind deshalb Seitenansichten eines einzelnen Zahnrad oder einer Zahnradpaarung in der Literatur zu finden, womit die Dreidimensionalität der Ölausbreitung auf der Zahnflanke nicht erfasst wird.

Die Arbeitsgruppe um Lee S. Akin und Dennis P. Townsend führen ab den 1970er Jahren weitgehend experimentelle Untersuchungen durch und vergleichen die Ergebnisse zu den zeitgleich entwickelten analytischen Modellen zur Bestimmung der Aufpralltiefe (vgl. Abschnitt 2.3.2). Akin et al. (1975, 1974) präsentieren Hochgeschwindigkeitsaufnahmen der Interaktion eines einzelnen Ölstrahls mit einem einzelnen rotierenden Zahnrad. Der Versuchsaufbau besteht aus einer Hochgeschwindigkeitskamera, einer Xenon-Lampe zur Beleuchtung des Öls sowie einer stroboskopischen Lichtquelle zur Aufhellung der Zahnradzähne. Für unterschiedliche Kombinationen der Strahlgeschwindigkeit und der Zahnradrehzahl werden die Aufpralltiefen ermittelt. Im Vergleich zu analytischen Vorhersagen werden geringere Werte gemessen, wobei bei höheren Einspritzdrücken eine sehr gute Übereinstimmung festgestellt wird. Die geringeren Aufpralltiefen bei niedrigen Einspritzdrücken werden auf das Ausflussverhalten der Düse und in geringerem Maße auf den Einfluss der Luftströmung zurückgeführt. Die Autoren beschreiben qualitativ, dass durch den Strahlaufprall auf das Zahnrad Tropfen und Ligamente entstehen. Ein Teil des Öls dringt nach dem Aufprall tiefer in die Zahnflanke ein, ein Großteil wird ohne weiteren Kontakt zum Zahnrad abgeschleudert.

Fujita et al. (1976) untersuchen den Einfluss der Ölstrahlposition und der Strahleigenschaften auf das Auftreten von Zahnradfressen bei einer Zahnradpaarung. Die Untersuchungen umfassen die Einspritzvarianten in den beginnenden Eingriff  $E_{IM}/U_{IM}$  als auch in den auslaufenden Eingriff  $E_{OOM}/U_{OOM}$  (vgl. Abbildung 2.1) sowie die Variation der Strahlgeschwindigkeit, Zahnradrehzahl und der Ölviskosität. Zur Aufnahme des Ölstrahls und der Interaktion mit den Zahnradern wird, bei verdunkelter Umgebung und geöffnetem Kameraverschluss, die Szene durch einen einzelnen Stroboskopblitz belichtet. Die Ergebnisse geben Rückschluss über die vom Öl, zum Teil nach Umlenkung an den Zähnen, erreichten Regionen. Es wird eine geringe Ablenkung des Strahls durch die Luftströmung beobachtet und die Autoren weisen darauf hin, dass eine gute Benetzung der Flanken dem Auftreten von Fressschäden entgegenwirkt. Bei ausreichend hoher Strahlgeschwindigkeit werden die Einspritzvarianten in Richtung des Zahnradmittelpunkts ( $U_{OOM/IM}$ ) als vorteilhaft bewertet.

Aufbauend auf den Experimenten von Akin et al. (1975, 1974) bestimmen Townsend und Akin (1977, 1978) mittels Hochgeschwindigkeitsaufnahmen die Aufpralltiefe, die beim Einspritzen in den auslaufenden Eingriff ( $E_{OOM}$ ) einer Zahnradpaarung erreicht wird. Die Experimente werden für unterschiedliche Getriebeübersetzungen, Strahlgeschwindigkeiten und Zahnradrehzahlen durchgeführt. Dabei wird keine signifikante Beeinflussung des Ölstrahls durch die Luftströmung festgestellt. Ergänzend zur Arbeit von Fujita et al. (1976) werden die gemessenen Aufpralltiefen einem analytischen Modell qualitativ gegenübergestellt. Die Autoren merken an, dass die präzise Messung der Aufpralltiefe aus dem aufgenommenen Bildmaterial nur bedingt möglich ist. Dennoch kann gezeigt werden, dass die Aufpralltiefe beim Einspritzen in der Variante

$E_{OOM}$  durch das Abschneiden des Strahls durch den jeweils vorausseilenden Zahn limitiert ist und bei Übersetzungsverhältnissen von  $i \neq 1$  ungleich zwischen den Zahnrädern ausfällt. Zur weiteren Optimierung wird ein lateraler Versatz der Strahlachse weg von der Mittellinie einer Zahnradpaarung und eine Veränderung der Strahlorientierung empfohlen.

Schober (1983a,b) stellt qualitativ hochwertige Hochgeschwindigkeits-Gegenlichtaufnahmen der ÖZI bei einzelnen Zahnrädern als auch bei Zahnradpaaren vor (vgl. Abbildung 1.1). Dass in der Praxis oft relativ geringe Einspritzdrücke und somit Strahlgeschwindigkeiten anzutreffen sind, wird durch die Beobachtung begründet, dass die Ölbeaufschlagung der Flanken durch Umlenkung und Abschleudern des Öls durch die Interaktion mit den Zahnrädern geschieht, was qualitativ durch die präsentierten Momentaufnahmen beschrieben wird. Für die Interaktion eines Ölstrahls mit einem einzelnen Zahnrad ist das Abscheren des Strahls am vorausseilenden Zahn, das Eindringen in die Zahnluke und die pilzförmige Deformation der Strahlspitze besonders gut zu erkennen. Die Experimente werden für unterschiedliche Strahldurchmesser, Strahlgeschwindigkeiten, Zahnradrehzahlen, Einspritzwinkel und Düsenabstände durchgeführt. An einem Lastprüfstand werden die Erkenntnisse durch Messungen der Öltemperaturen verifiziert.

Townsend (1985) präsentiert ebenfalls Hochgeschwindigkeitsaufnahmen für Untersuchungen mit einem einzelnen Zahnrad als auch am beginnenden (IM) und auslaufenden (OOM) Eingriff einer Zahnradpaarung. Es wird ein kompakter Ölstrahl beobachtet. Aufgrund der schlechten Bildqualität können die Ergebnisse jedoch kaum stichhaltig interpretiert werden.

Massini et al. (2016, 2017b) führen experimentelle Untersuchungen zur Bestimmung des Widerstandsmoments, welches durch die Einspritzschmierung hervorgerufen wird, durch. Bei unterschiedlichen Umgebungsdrücken (0,3 und 1 bar), Strahl-Reynolds-Zahlen, Strahlwinkeln, und Düsenabständen zum Zahnrad werden Hochgeschwindigkeitsaufnahmen für die Interaktion eines Ölstrahls mit einem einzelnen Zahnrad präsentiert. Bei sehr hohen Abständen der Düse vom Zahnrad und hohen Strahl-Reynolds-Zahlen wird ein Strahlzerfall aufgrund turbulenter und aerodynamischer Effekte beobachtet (vgl. Abschnitt 2.2.1), was zur Reduktion des resultierenden Widerstandsmoments führt. Bei geringeren Abständen tritt dieser Effekt nicht auf. Auch wird keine signifikante Ablenkung des Strahls durch die Luftströmung beobachtet.

Von Plehwe (2022) entwickelt einen Prüfstand zur Messung der Temperaturen beziehungsweise der Wärmeübergangskoeffizienten auf den Flanken eines durch Einspritzschmierung gekühlten Zahnrads. Die Experimente stellen die ersten Messungen dar, die eine Analyse der räumlichen Verteilung der Wärmeübergangskoeffizienten zulassen. Auf Basis der experimentellen Daten wird eine Korrelation zur Berechnung des mittleren Wärmeübergangskoeffizienten abgeleitet. Aus der Berechnungsvorschrift geht ein starker Einfluss der Impingementgeschwindigkeit  $u_i$  und der Aufpralltiefe in Form des Impingementwinkels  $\beta_i$  hervor. Im Zuge der Arbeit werden außerdem Gegenlicht-Hochgeschwindigkeitsaufnahmen der ÖZI angefertigt. Durch deren Vergleich mit sogenannten *Wärmeübergangskarten* wird ein Zusammenhang zwischen benetzten Flächen und Regionen erhöhten Wärmeübergangs auf den Zahnflanken festgestellt.

In Abbildung 2.21 wird exemplarisch eine Wärmeübergangskarte gezeigt, durch welche die Verteilung der ermittelten Wärmeübergangskoeffizienten für einen Betriebspunkt veranschaulicht wird. Dargestellt ist ein Zahn des untersuchten Zahnrads, wobei sich mittig zwischen strömungszugewandter und -abgewandter Flanke der Zahnkopf befindet. Die Koordinate  $s^+$  entspricht der entdimensionierten Konturkoordinate, in der Breite ( $z^+$ -Koordinate) wird die Darstellung auf den Einflussbereich eines Ölstrahls beschränkt.

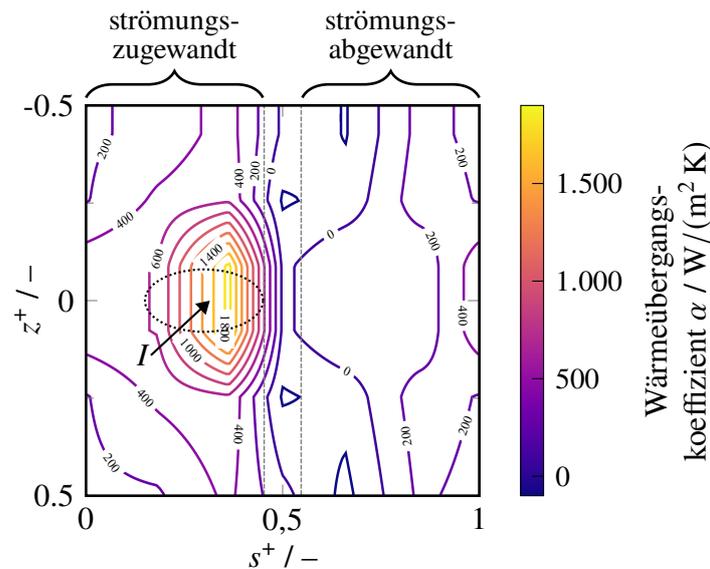


Abbildung 2.21: Experimentell gemessene Wärmeübergangskarte bei  $\Sigma = 0,35$  nach von Plehwe (2022).

Auf der strömungszugewandten Zahnflanke ist eine Region mit erhöhten Wärmeübergangskoeffizienten zu erkennen. Diese liegt im Bereich des Strahlaufpralls (Punkt  $I$  bzw.  $\cdots$ ), wobei die Ausbreitung des erhöhten Wärmeübergangs deutlich über den Aufprallbereich hinaus geht. In den weiter vom Aufprallbereich entfernten Bereichen, beispielsweise auf der strömungsabgewandten Flanke, liegen deutlich geringere Werte vor. Von Plehwe (2022) schließt darauf, dass für einen hohen Wärmeübergang zum einen der Strahlaufprallimpuls (Impingementgeschwindigkeit) und zum anderen die Ölbenetzung wichtige Einflussgrößen sind. Eine quantitative Beschreibung der Ölbenetzung ist mit dem verwendeten Prüfstands Aufbau nicht möglich.

Die in diesem Abschnitt vorgestellten experimentellen Untersuchungen der ÖZI können in den nachfolgenden Punkten zusammengefasst werden:

- Die schlechte optische Zugänglichkeit limitiert die räumliche Beobachtung der ÖZI, meist auf Seitenansichten.
- Bei den meisten untersuchten Betriebsbedingungen trifft der Ölstrahl als kompakter Rundstrahl auf den Zahnflanken auf.
- Der hochdynamische Aufprallvorgang führt zur Bildung von Tropfen und Ligamenten, die teilweise ohne weiteren Zahnradkontakt abgeschleudert werden.
- Die Düsenpositionierung und -ausrichtung sowie das Verhältnis der Strahl- zur Zahnradumfangsgeschwindigkeit bestimmen – in Übereinstimmung mit analytischen Modellen – maßgeblich die erzielbare Aufpralltiefe.
- Bei ineinandergreifenden Zahnradpaarungen ist das Abschneiden und Umlenken des Ölstrahls durch die Interaktion mit den Zahnradzähnen sowie das Abschleudern des Öls nach dem ersten Kontakt entscheidend für die erreichten Benetzungszustände.
- In räumlich aufgelösten Wärmeübergangskarten ist der Einfluss der Ölbenetzung auf den Wärmeübergang durch Einspritzschmierung zu erkennen.

## 2.5 Numerische Untersuchungen zur Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion

Wie im Abschnitt 2.4 dargelegt, sind experimentelle Untersuchungen der ÖZI limitiert. Die numerische Strömungsmechanik (CFD, engl.: *computational fluid dynamics*) hat das Potenzial, die beschriebenen Unzulänglichkeiten zu überwinden und Untersuchungen zu ermöglichen, bei denen die Strömungsvorgänge der ÖZI simuliert und aus beliebigen Perspektiven oder mittels experimentell nicht messbarer Metriken analysiert werden können. Dennoch sind numerische Untersuchungen der ÖZI nur vereinzelt in der wissenschaftlichen Literatur vertreten. Dies ist auf die Komplexität des Strömungsproblems und die spezifischen Einschränkungen der verfügbaren numerischen Methoden zurückzuführen.

Die Komplexität kann anhand der im Abschnitt 2.2 beschriebenen Teilprozesse der ÖZI nachvollzogen werden. Die Einzelphänomene weisen sowohl stark unterschiedliche Längen- als auch Zeitskalen auf. Beispielsweise kann der Zahnradradius mehrere hundert Millimeter ( $d_p \sim \mathcal{O}(100 \text{ mm})$ ) betragen, während der Ölstrahldurchmesser wenige Millimeter ( $d_s \sim \mathcal{O}(1 \text{ mm})$ ) und die Ölfilmdicke wenige Mikrometer ( $h_F \sim \mathcal{O}(10 \mu\text{m})$ ) ausmachen. Tropfen oder Ligamente können noch kleinere Längenskalen annehmen. Die Dynamik des Aufprallprozesses läuft im Vergleich zur Dauer einer Zahnradumdrehung oder den thermischen Prozessen auf viel kürzeren Zeitskalen ab (Yazdani und Soteriou, 2014). Die Öl/Luft-Zweiphasenströmung ist zudem durch ein hohes Dichteverhältnis von  $\rho_{\text{Lub}}/\rho_{\text{L}} \approx 1000$  und eine hochdynamisch veränderliche freie Oberfläche gekennzeichnet. Darüber hinaus sind durch die Rotation der Zahnräder bewegte Körper im Prozess involviert.

Trotz der Fortschritte in der Computertechnik und der damit rasant zunehmenden Verfügbarkeit von Rechenleistung ist die numerische Simulation derartiger Strömungsprozesse herausfordernd. Dies liegt zum einen an den erforderlichen Rechengrößen und Simulationszeiten, zum anderen werden die numerischen Methoden selbst an den Rand ihrer Leistungsfähigkeit getrieben. Sowohl die Modellierung bewegter Körper als auch komplexer Zweiphasenströmungen mit freien Oberflächen sind meist mit erhöhtem Rechenaufwand und fehleranfälligen Algorithmen verbunden.

Nachfolgend wird ein Überblick der verfügbaren numerischen Methoden zur Simulation von Mehrphasenströmungen mit freien Oberflächen gegeben. Im Anschluss werden wissenschaftliche Arbeiten vorgestellt, in denen die ÖZI mittels numerischer Methoden untersucht werden.

### 2.5.1 Simulationenmethoden für Mehrphasenströmungen

Strömungen mit zwei oder mehr unterschiedlichen Phasen treten in der Natur und in technischen Systemen in vielen Erscheinungsformen auf. Im Folgenden wird gezielt auf Gas/Flüssigkeits-Zweiphasenströmungen eingegangen. Eine mögliche Klassifizierung dieser Strömungen kann anhand der Struktur der auftretenden Grenzflächen zwischen den Phasen erfolgen. Häufig wird dabei zwischen drei Gruppen unterschieden. Strömungen der ersten Gruppe sind durch eine wohldefinierte, scharfe Phasengrenzfläche gekennzeichnet. Dies können beispielsweise laminare Filmströmungen oder in der Schwerelosigkeit schwebende Tropfen sein. In der zweiten Gruppe werden Strömungen erfasst, bei denen die Phasengrenzflächen einer stärkeren dynamischen Veränderung ausgesetzt sind. An einer Küste brechende und sich überschlagende Wellen oder der Strahlzerfall in Ligamente und Tropfen können beispielhaft genannt werden. Die dritte

Gruppe umfasst disperse Strömungen, in denen stark durchmischte Phasen ohne wohldefinierte Phasengrenzflächen vorliegen (Muzaferija und Perić, 1999). Für die Untersuchungen in dieser Arbeit sind insbesondere die Strömungsformen der ersten und zweiten Gruppe relevant. Die Phasengrenzfläche tritt dabei als freie Oberfläche in Erscheinung, deren dynamische Verformung und Bewegung durch entsprechende numerische Modelle abgebildet werden muss.

In diesem Spezialgebiet der Strömungssimulation wurde eine Vielzahl an Methoden entwickelt, deren vollständige Beschreibung an dieser Stelle nicht möglich ist. Abhandlungen mit den häufigsten Herangehensweisen werden beispielsweise durch Prosperetti (2002), Caboussat (2005), Cruchaga et al. (2014) oder Tryggvason et al. (2014) gegeben. Allgemein wird bei der Strömungssimulation zwischen Euler'schen und Lagrange'schen Methoden unterschieden. Erstere basieren auf der Formulierung der Grundgleichungen in einem ruhenden Bezugssystem, während zweitere in einem mit der Strömung mitbewegten Bezugssystem formuliert sind. Die klassischen Methoden in der numerischen Strömungsmechanik sind die Finite-Volumen(FV)-, Finite-Differenzen(FD)- und Finite-Elemente(FE)-Methoden, welche in die Kategorie der Euler'schen Methoden fallen. Zur numerischen Diskretisierung der Grundgleichungen werden dabei meist ortsfeste Rechengitter mit finiten Zellgrößen eingesetzt. Die Erfassung einer infinitesimalen freien Oberfläche ist demnach mit zusätzlichem Aufwand verbunden. Die gängigsten Verfahren sind die Methoden

- *Particle in Cell* (PIC) (Harlow, 1962),
- *Marker and Cell* (MAC) (Harlow und Welch, 1965),
- *Volume of Fluid* (VOF) (Hirt und Nichols, 1981) und
- *Level-Set* (LS) (Osher und Sethian, 1988).

Diese Methoden können alle der Gruppe der *Interfaceerfassungsmethoden* zugeordnet werden. Im Unterschied zu *Interfaceverfolgungsmethoden* wird dabei das Rechengitter nicht an die veränderliche Topologie der freien Oberfläche angepasst. Vielmehr wird diese durch spezielle Algorithmen erfasst und verfolgt (Ferziger und Perić, 2008).

Bei der MAC- und PIC-Methode werden die Grundgleichung auf einem Rechengitter gelöst, die Identifizierung der Phasengrenzfläche erfolgt über sogenannte Marker-Partikel, die in Lagrange'scher Weise entsprechend dem berechneten Geschwindigkeitsfeld bewegt werden. Zellen, die Marker enthalten, werden der flüssigen Phase und leere Zellen der Gasphase zugeordnet. An leere Zellen angrenzende Zellen werden Oberflächenzellen bezeichnet. Im Unterschied zur PIC-Methode sind die Marker der MAC-Methode masselos und nehmen nicht am Lösungsverfahren der Grundgleichungen teil. Diese Methoden haben den Nachteil, dass bei starken Oberflächenverformungen Marker gelöscht oder erzeugt werden müssen und so Ungenauigkeiten entstehen. Außerdem ist das Vorgehen mit einem hohen Speicherbedarf verbunden (Harlow, 1962; Harlow und Welch, 1965).

Anstelle von Marker-Partikeln werden heutzutage überwiegend Marker-Funktionen, auch *Indikatorfunktionen* genannt, eingesetzt. Diese sind im gesamten Strömungsgebiet definiert und werden parallel zu den Grundgleichungen der Strömungsmechanik durch Transportgleichungen berechnet. Die älteste und heute etablierteste Methode ist die VOF-Methode. Die Indikatorfunktion nimmt dabei auf der einen Seite einer Phasengrenzfläche den Wert 0 und auf der anderen Seite den Wert 1 an. Die Funktion entspricht demnach einer unstetigen Heaviside-Funktion. Die Advektion

dieser Gleichung ist fehleranfällig. Die Genauigkeit hängt insbesondere von der Genauigkeit der rekonstruierten Phasengrenzfläche ab, wofür aufwendige Algorithmen eingesetzt werden.

Bei der LS-Methode werden Regionen unterschiedlicher Phasen durch eine stetig differenzierbare Indikatorfunktion beschrieben. Diese nimmt auf der einen Seite einer Grenzfläche negative und auf der anderen Seite positive Werte an. Die Grenzfläche selbst ist demnach durch einen Nulldurchgang der Indikatorfunktion definiert. Die Advektion der Indikatorfunktion benötigt im Unterschied zur VOF-Methode keine aufwendige Grenzflächenrekonstruktion, jedoch kann bei der LS-Methode eine erhebliche Verletzung der Massenerhaltung auftreten. Durch hochgenaue Diskretisierungsschemata können diese Probleme heutzutage weitestgehend eliminiert werden. Die ursprüngliche Einfachheit der Methode wird dadurch jedoch aufgehoben (Tryggvason et al., 2014). Um die Vorteile der LS- und VOF-Methoden zu kombinieren, existieren in der Literatur auch kombinierte Ansätze, beispielsweise die von Sussman und Puckett (2000) eingeführte CLSVOF-Methode.

Da alle diese Methoden auf einer Euler'schen Formulierung und an Rechengitter geknüpfte Berechnungsverfahren basieren, ist die Modellierung dynamisch deformierender Rechengebiete ein gemeinsamer Schwachpunkt dieser Methoden. Werden die Rechengebietsgrenzen durch beispielsweise bewegte Körper dynamisch verändert, sind Netzanpassungsalgorithmen oder ähnliche Verfahren notwendig. Diese sind meist fehleranfällig und rechenintensiv (siehe Abschnitt 4.2.3). Die Methoden sind deshalb hinsichtlich der Simulation von Strömungen mit freien Oberflächen in Kombination mit deformierenden Rechengebieten stark limitiert (Ferziger und Perić, 2008).

Für diesen Spezialfall treten rein Lagrange'sche Methoden in den Vordergrund. Insbesondere die noch relativ junge, partikelbasierte *Smoothed-Particle-Hydrodynamics* (SPH)-Methode (Monaghan, 1994) hat in den letzten Jahren an Signifikanz gewonnen. Die räumliche Diskretisierung erfolgt dabei durch Partikel, die unveränderlich einer Phase zugehörig sind. Die Partikel dienen gleichzeitig als Stützstellen für die numerischen Approximationsverfahren. Da die Partikel mit der jeweils berechneten, lokalen Strömungsgeschwindigkeit transportiert werden, wird die Lage der Phasengrenzschicht inhärent durch die relative Partikelanordnung beschrieben. Die Lagrange'sche Formulierung ermöglicht zudem eine einfache Umsetzung bewegter Körper. Ein Überblick über die SPH-Methode wird beispielsweise durch Monaghan (2012) gegeben.

Eine weitere relativ junge Methode ist die *Lattice-Boltzmann* (LB)-Methode (Kadanoff et al., 1989). Diese basiert nicht auf der Approximation der Strömungsgleichungen auf makroskopischer Ebene, sondern auf einem mikroskopischen Modell. Meist wird in den Zellen eines kartesischen Rechnetzes die Interaktion fiktiver mikroskopischer Partikel berechnet und daraus in einem zweiten Schritt auf die makroskopische Fluidbewegung zurückgeschlossen. Die Methode ist effizient parallelisierbar und so für den Einsatz auf Hochleistungsrechnern attraktiv. Die Modellierung von Zweiphasenströmung erfolgt ähnlich zur MAC-Methode durch mitbewegte, masselose Marker-Partikel. Chen und Doolen (1998) geben einen Überblick über die LB-Methode.

Für die Simulation der ÖZI wird bislang, wie im nächsten Abschnitt beschrieben, in den allermeisten Fällen die VOF-Methode angewandt. Bei Untersuchungen der Getriebeinnenströmung, der Planschschmierung oder artverwandten Anwendungen kommt bereits teilweise die SPH-Methode zum Einsatz (Kondor et al., 2016; Koukouvinis et al., 2011, 2013; Liu et al., 2018; Marongiu et al., 2010, 2007; Mettichi et al., 2015). Aufgrund der genannten Vorteile sind die mit der SPH-Methode erzielten Ergebnisse vielversprechend und motivieren deren Einsatz für die Simulation der ÖZI.

## 2.5.2 Ölstrahl-Interaktion mit einzelner Zahnrad

Im Abschnitt 2.5.1 wurde dargelegt, dass die Simulation der ÖZI mit heutigen numerischen Methoden äußerst herausfordernd ist. Deshalb beschränken sich numerische Untersuchungen oft auf die Interaktion eines Ölstrahls mit einem einzelnen rotierenden Zahnrad. Jedoch sind auch diese Untersuchungen nur sehr sporadisch in der wissenschaftlichen Literatur vertreten.

Yazdani und Soteriou (2014) präsentieren einen Modellierungsansatz zur Vorhersage des thermischen Verhaltens von Zahnradern. Dabei wird die Zweiphasenströmung zunächst isotherm für wenige Zahnradumdrehungen berechnet. Im Anschluss wird während einer Zahnradumdrehung eine zeitlich entkoppelte Energiegleichung zur Bestimmung der Zahnradtemperatur gelöst und so das thermische Langzeitverhalten simuliert. Die Autoren wenden dieses Modell auf die Kühlung eines einzelnen rotierenden Zahnrads durch einen Ölstrahl an. Dieser trifft tangential auf den Teilkreisdurchmesser, wobei die Drehrichtung des Zahnrads variiert wird. Für die Simulation der Zweiphasenströmung wird die VOF-Methode angewandt. Die Zahnradbewegung wird durch ein dynamisches Rechennetz modelliert. Dieses wird durch einen Laplace'schen Glättungsalgorithmus nach jedem Zeitschritt an die veränderte Zahnradposition angepasst. Es werden keine Details zur genauen Zellgröße in der Nähe des Strahls oder der Zahnflanken genannt. Jedoch wird darauf hingewiesen, dass eine präzise Vorhersage der Ölverteilung auf den Zahnflanken von entscheidender Bedeutung für die korrekte Erfassung des Wärmeaustauschs an den Flanken ist. Die präsentierten Momentaufnahmen der vorhergesagten Ölverteilung für Fälle ohne und mit einer einstufigen adaptiven Netzverfeinerung (siehe Abschnitt 4.2.2) weisen deutliche Unterschiede auf. Es muss davon ausgegangen werden, dass die verwendete Auflösung nicht ausreicht, um die kleinskaligen Ölstrukturen zu erfassen. In einer weiterführenden Arbeit (Yazdani et al., 2015) wird das Modell auf ein durch Planschmierung gekühltes Getriebesystem angewandt, die ÖZI spielt dabei keine Rolle.

Fondelli et al. (2015a,b) untersuchen mittels der VOF-Methode das durch die Einspritzschmierung hervorgerufene Widerstandsmoment. Das numerische Modell besteht aus einem Ölstrahl, der radial auf ein einzelnes Zahnrad ausgerichtet ist. Das Rechennetz ist in eine innere, rotierende Zone und eine äußere, statische Zone unterteilt. Dies ermöglicht die Realisierung der Zahnradbewegung, wobei an der gemeinsamen Trennfläche beider Zonen Lösungsvariablen interpoliert werden. Die größte Zellweite des Grundrechennetzes beträgt  $d_s/2$  und die Zellhöhe an der Zahnradflanke  $d_s/8$ , wobei zusätzlich eine 3- bis 5-stufige adaptive Netzverfeinerung angewandt wird. Zielgröße der Untersuchungen ist das globale Widerstandsmoment, das auf das Zahnrad wirkt. Die Simulationsdauer ermöglicht die Analyse der ersten 5 Strahlaufprallereignisse. Die Zeitreihe des resultierenden Widerstandsmoments weist deshalb 5 Maxima auf. Das charakteristische Profil während eines Aufprallvorgangs kann durch die präsentierten Momentaufnahmen der Ölverteilung einzelnen Strömungsphasen zugeordnet werden. Zudem wird der Einfluss der Düsenorientierung für zwei in Drehrichtung angestellte Ölstrahlen untersucht. In diesen Fällen wird ein geringeres mittleres und maximales Widerstandsmoment als beim radial auf den Zahnradumfang ausgerichteten Strahl beobachtet. Gleichzeitig findet der Impulsaustausch über ein längeres Zeitintervall statt. Im Vergleich zu einem analytischen Modell (vgl. Gleichung (2.5)) werden in allen Fällen niedrigere mittlere Widerstandsmomente beobachtet. Dies wird auf teilweise abgeschleudertes Öl zurückgeführt, welches nicht vollständig am Impulsaustausch teilnimmt. Die Benetzung der Zahnflanke bei veränderten Betriebsparametern wird nicht weiter beschrieben oder diskutiert.

Ambrose et al. (2018) nutzen die LB-Methode, um das Aufprallverhalten eines Ölstrahls auf einem rotierenden Zahnrad zu untersuchen. Momentaufnahmen der simulierten Ölverteilung werden zu Ergebnissen, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit entstanden sind (Keller et al., 2017), und zur Arbeit von Fondelli et al. (2015a) verglichen. Dabei wird eine qualitative Übereinstimmung festgestellt. Eine Variation des Verhältnisses der Ölstrahl- zur Zahnradumfangsgeschwindigkeit zeigt einen großen Einfluss auf die resultierende Ölverteilung.

### 2.5.3 Ölstrahl-Interaktion mit ineinandergreifenden Zahnrädern

In der wissenschaftlichen Literatur sind numerische Untersuchungen ineinandergreifender Zahnräder mit Berücksichtigung der ÖZI nur vereinzelt und in stark vereinfachter Form vertreten.

Mit dem Ziel, Wärmeübergangskoeffizienten für eine Thermalmodellierung eines Zahnrads abzuleiten, führen Wang et al. (2016a) stark vereinfachte CFD-Simulationen durch. Die Ölstrahl-Interaktion mit einer Zahnradpaarung wird derart abstrahiert, dass das Strömungsproblem auf die stationäre Interaktion eines Ölstrahls mit ebenen Flächen reduziert wird. Die mittels der VOF-Methode erzielten Ergebnisse weisen zudem eine erhebliche Grenzflächendiffusion auf. Aufschluss über die physikalischen Vorgänge der ÖZI können die Ergebnisse nicht liefern.

In den Arbeiten von Wang et al. (2018a,b) wird der Eingriffsprozess einer Zahnradpaarung in mehrere instantane, quasi-stationäre Zustände unterteilt. Für jeden dieser Zustände werden mittels der VOF-Methode stationäre Simulationen durchgeführt. Die Ergebnisse werden hinsichtlich der im Eingriffspunkt vorliegenden Ölmenge ausgewertet und für unterschiedliche Einspritzvarianten wiederholt. Da die dynamische Interaktion zwischen dem Öl und den Zahnrädern mit dem Modell nicht abgebildet wird, ist fraglich, ob die Ergebnisse als repräsentativ angesehen werden können.

Dai et al. (2018) untersuchen mittels der VOF-Methode das Einspritzen in den auslaufenden Eingriff ( $E_{OOM}$ ). Der Fokus der Untersuchungen liegt auf dem Einfluss der Luftströmung und unterschiedlicher Düsenpositionen auf die erzielbaren Aufpralltiefen. Die Düse ist dabei in großer Distanz ( $> d_p/2$ ) zum Eingriffspunkt positioniert. Die Beschreibung des numerischen Modells lässt keinen Rückschluss auf die verwendete Methodik zur Realisierung der Zahnradbewegung zu. Mit etwa 4 bis 6 Rechenzellen über eine Zahnhöhe wird ein sehr grobes Rechengitter verwendet und zwischen den Zahnrädern ist ein deutlich vergrößerter Abstand zu erkennen. Die präsentierten Ergebnisse weisen zudem eine erhebliche numerische Diffusion der Phasengrenzfläche auf.

Liu et al. (2019) führen isotherme VOF-Simulationen der Ölzuführung in den beginnenden Eingriff einer generischen Zahnradpaarung durch. Ein ovaler Ölstrahl wird dabei entlang der gemeinsamen Tangente der Wälzkreise eingespritzt. Ziel der Untersuchung ist die Quantifizierung der Leerlaufverluste. Die Verluste werden für zwei unterschiedliche Schmierstoffsorten, zwei Strahl- (2,1 und 4,2 m/s) und drei Umfangsgeschwindigkeiten (0,5; 2,0 und 8,3 m/s) in guter qualitativer Übereinstimmung zu empirischen Korrelationen nach Mauz (1987) bestimmt. Das numerische Modell besteht aus einem in mehrere Zellzonen unterteilten Rechenetz. Zur Realisierung des Eingriffs wird die Zellzone um die Zahnräder in jedem Zeitschritt der Simulation angepasst. Dies erfolgt durch Glättung und bei unzureichender Netzqualität durch Neuvernetzung der Zellzone. Durch Skalierung der Zahnräder auf 96 % der eigentlichen Maße vermeiden die Autoren kleine Spalte im Eingriffsbereich, die mit den verwendeten Zellweiten nicht aufgelöst werden können. Das Rechenetz besteht aus insgesamt  $0,68 \cdot 10^6$  Zellen mit einer mittleren

Zellweite von 1,0 bis 1,14 mm. Dies entspricht in etwa der Strahlbreite der untersuchten Geometrie. Numerischer Diffusion der Phasengrenzfläche wird durch eine lokale Verfeinerung entlang des Ölstrahls entgegengewirkt. Aufgrund unteraufgelöster Regionen im restlichen Rechengebiet weisen die Ergebnisse zum Teil starke numerische Diffusion auf. Die Studie zeigt, dass hinsichtlich der globalen Bestimmung der Leerlaufverluste das angewandte numerische Modell trotzdem zufriedenstellende Ergebnisse liefert. Die Ergebnisse werden zudem genutzt, um die Auswirkung der variierten Parameter auf die qualitative Ölverteilung im Getriebe zu untersuchen. Über die lokale Ölverteilung auf den Zahnflanken und die ÖZI im Eingriffsbereich geben die Ergebnisse keinen Aufschluss.

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass die wissenschaftliche Literatur zur numerischen Simulation der ÖZI erhebliche Lücken aufweist. Weder für einzelne noch für ineinandergreifende Zahnräder existieren Untersuchungen, in denen eine gesamtheitliche Charakterisierung des Aufprallprozesses und der anschließenden Ölausbreitung mittels numerischer Methoden vorgenommen wird. Es liegen keine belastbaren Simulationsstudien vor, deren Ergebnisse zur detaillierten Analyse der mit der ÖZI verbundenen Wärmeübergangsprozesse genutzt werden. Die verwendeten Simulationsmodelle für den Fall ineinandergreifender Zahnräder unterliegen zudem erheblichen Vereinfachungen.



### 3 Zielsetzung

Für die Funktionserfüllung einer effizienten und zuverlässigen Kühlung und Schmierung hochbelasteter und schnelllaufender Getriebesysteme ist die Einspritzschmierung ein elementarer Bestandteil des Getriebefan-Triebwerks neuester Generation. Die in Kapitel 2 beschriebene Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion (ÖZI) stellt dabei einen wichtigen Strömungsprozess dar, der in einer komplexen Getriebeinnenströmung eingebettet ist. Detaillierte Kenntnisse über die ÖZI sind der Schlüssel zum verbesserten Verständnis der damit verbundenen Wärmeübergangsprozesse und ein wichtiger Baustein für eine optimale Auslegung der Kühlung und Schmierung von schnelllaufenden Höchstleistungsgetrieben im Allgemeinen.

Die Strömungsvorgänge und die damit verbundenen physikalischen Mechanismen, die der ÖZI zugeordnet werden können, werden im Einzelnen in der wissenschaftlichen Literatur, teils eingehend, beschrieben (vgl. Abschnitt 2.2). Die Beschreibung der Interaktion eines Ölstrahls mit einem rotierenden Zahnrad hingegen weist erhebliche wissenschaftliche Lücken hinsichtlich deren strömungsmechanischen Charakterisierung auf. Untersuchungen, die den Aufprall von Flüssigkeitsstrahlen auf eine stehende oder rein translatorisch bewegte Oberfläche thematisieren, sind nicht auf die ÖZI übertragbar. Die am häufigsten herangezogene Metrik zur Charakterisierung der ÖZI ist die Aufpralltiefe, die beschreibt, wie weit ein Ölstrahl zwischen zwei Zähne eindringt, bevor er auf die Zahnflanke trifft. Diese skalare Größe kann nur als sehr vereinfachte Metrik zur Beschreibung des dreidimensionalen Strömungsvorgangs angesehen werden (vgl. Abschnitt 2.3.2).

Analytische Modelle zur Beschreibung des Wärmeübergangs zwischen den Zahnradflanken und dem eingespritzten Öl unterliegen deshalb stark vereinfachenden Annahmen zur Ausbreitung des Öls infolge der ÖZI (vgl. Abschnitt 2.3.1). Neuere experimentelle Untersuchungen können Aufschluss über die lokale Verteilung der Wärmeübergangskoeffizienten auf einer Zahnflanke geben. Aufgrund messtechnischer Limitierungen sind diese jedoch zeitlich gemittelt und räumlich grob aufgelöst (vgl. Abschnitt 2.4). Die analytischen Modelle wie auch die experimentellen Ergebnisse weisen darauf hin, dass die erzielte Zahnflankenbenetzung einen großen Einfluss auf die erreichbare Kühlwirkung hat. Zur Verbesserung der Thermalmodellierung mittels FE-Modellen werden deshalb örtlich hochaufgelöste Informationen zur ÖZI und der Ölausbreitung auf den Zahnflanken benötigt. Dies gilt ebenfalls für die Weiterentwicklung analytischer Modelle oder empirischer Korrelationen zur Bestimmung des Wärmeübergangs.

Die numerische Strömungssimulation ermöglicht eine detaillierte Untersuchung der ÖZI (vgl. Abschnitt 2.5). Sie erlaubt eine dreidimensionale Analyse des Strahlaufpralls in hoher zeitlicher und räumlicher Auflösung. Aufgrund der Bandbreite der auftretenden Längen- und Zeitskalen, von hochdynamischen, kleinskaligen Fluidbewegungen bis hin zur im Verhältnis dazu langsamen, großskaligen Zahnradbewegung, ist eine gesamtheitliche simulative Untersuchung mit heutigen Hochleistungsrechnern nicht möglich. Die dem Stand der Forschung entsprechenden Untersuchungen weisen deshalb zu grobe Rechengitter und stark vereinfachte Randbedingungen auf. Zum gegenwärtigen Zeitpunkt existieren keine wissenschaftlichen Veröffentlichungen, in denen die enorme Informationsmenge der numerischen Strömungssimulation ausgenutzt und Metriken abgeleitet werden, die über den Informationsgrad der Aufpralltiefe hinausgehen. Als Simulationemethode wird meistens die gitterbasierte VOF-Methode eingesetzt. Die durchgeführten Simulationen zeigen konsistente Ergebnisse im Bereich der Verlustleistungsberechnung.

Allerdings ist die Methode eingeschränkt hinsichtlich der Anwendbarkeit auf komplexere Getriebesysteme mit mehreren Zahnradpaarungen. Im Speziellen für die Untersuchung hochdynamischer Zweiphasenströmungen mit freien Oberflächen sowie bewegter Objekte stellt die partikelbasierte SPH-Methode eine vielversprechende Alternative dar. Der konkrete Nachweis der Anwendbarkeit für die ÖZI steht jedoch aus.

Der wissenschaftliche Beitrag der vorliegenden Arbeit besteht darin, dass mittels numerischer Methoden die Teilprozesse der ÖZI in einem bislang unerreichten Detaillierungsgrad untersucht und die Simulationsergebnisse durch konsequentes Anwenden moderner Datenauswertungsroutinen zugänglich gemacht werden. Dazu wird erstmals die SPH-Methode zur Vorhersage der ÖZI angewandt. In vergleichenden Studien zur VOF-Methode sollen die Anwendbarkeit beider Verfahren evaluiert, die Ergebnisse plausibilisiert und die Methoden gezielt für weiterführende Untersuchungen eingesetzt werden. Im Fokus dieser Untersuchungen steht der Ölstrahl nach dem Verlassen der Einspritzdüse, die Interaktion des Ölstrahls mit einem einzelnen Zahnrad als auch mit einem im Eingriff befindlichen Zahnradpaar und das Abschleudern des Öls von den Zahnflanken nach dem Aufprall. Die Untersuchungen werden isotherm durchgeführt und beschränken sich, um eine hohe Auflösung der Strömungsstrukturen zu ermöglichen, auf den Nahbereich der Zahnradflanken. Die Ergebnisse sollen dazu beitragen, mittels neuer Metriken die Charakterisierung der strömungsmechanischen Prozesse der ÖZI weiter zu verbessern. Mittels der erarbeiteten Auswertegrößen soll der Einfluss veränderlicher Betriebsparameter identifiziert und so eine Bewertung unterschiedlicher Gestaltungskonzepte ermöglicht werden.

Die folgenden Teiluntersuchungen bilden den Kern der vorliegenden Arbeit:

#### **Modellbildung zur Simulation der Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion (Kapitel 5)**

An einem generischen Zahnrad werden die Modellierungsmöglichkeiten der eingesetzten numerischen Methoden evaluiert. Die SPH-Methode wird erstmals für die Simulation der ÖZI eingesetzt. In vergleichenden Studien werden die vorhergesagten Strömungsbilder untereinander und zu experimentellen Daten verglichen. Von den Ergebnissen wird das Vorgehen für die weiterführenden Untersuchungen abgeleitet.

#### **Simulation der Ölstrahl-Interaktion mit einzeltem Zahnrad (Kapitel 6)**

Zur Charakterisierung der ÖZI wird der Einfluss ausgewählter Betriebsparameter untersucht. Die Ergebnisse ermöglichen die Analyse der Aufpralldynamik und der Benetzung der Zahnradflanken. Zur Auswertung werden neu eingeführte Metriken herangezogen.

#### **Simulation der Ölstrahl-Interaktion mit ineinandergreifenden Zahnrädern (Kapitel 7)**

Die Rolle der Ölzuführung im Eingriffsbereich einer Zahnradpaarung wird untersucht. Erstmals wird dieser Prozess mit numerischen Methoden abgebildet. Für ausgewählte Düsenpositionierungen werden die resultierenden Öltrajektorien analysiert.

## 4 Grundlagen der numerischen Methoden

Wie im Abschnitt 2.5.1 diskutiert, existieren unterschiedliche numerische Methoden zur Simulation von Mehrphasenströmungen mit freien Oberflächen. In dieser Arbeit werden mit der VOF- und der SPH-Methode zwei fundamental unterschiedliche numerische Ansätze eingesetzt. Während die VOF-Methode zu den gitterbasierten Methoden zählt und im Euler'schen Bezugssystem formuliert ist, ist die SPH-Methode eine sogenannte Partikelmethode. Da letztere im Lagrange'schen Bezugssystem formuliert ist, weisen die Methoden unterschiedliche Strategien zur Behandlung von Zweiphasenströmungen mit freien Oberflächen und von bewegten Körpern beziehungsweise von veränderlichen Rechengebietsgrenzen im Allgemeinen auf. In diesem Kapitel werden die beiden Methoden und im Speziellen die in dieser Arbeit verwendeten Modellvarianten vorgestellt.

Gemein ist den beiden Methoden das zugrundeliegende mathematische und physikalische Grundkonzept zur Beschreibung von Fluiden. Im Abschnitt 4.1 wird dieses zunächst in kompakter Form durch Einführung der Grundgleichungen der Strömungsmechanik skizziert. Da eine analytische Lösung der Grundgleichungen nur bei starker Vereinfachung der partiellen Differenzialgleichungen möglich ist, wird deren Lösung durch numerische Verfahren, hier durch die VOF- und SPH-Methode, approximiert. Zur VOF-Methode wird im Abschnitt 4.2 das grundlegende numerische Konzept eingeführt. Des Weiteren werden die Konzepte zur Rekonstruktion der Phasengrenzfläche, zur adaptiven Netzverfeinerung (Abschnitt 4.2.2) und zur Behandlung bewegter Körper (Abschnitt 4.2.3) erläutert und insbesondere die in dieser Arbeit angewandten Modelle skizziert. Im Abschnitt 4.3 wird die SPH-Methode präsentiert. Aufgrund der sehr dynamischen Forschungsaktivitäten zur Methodik geht aus dem aktuellen Stand der Wissenschaft keine einheitliche, referenzierbare SPH-Formulierung hervor. Zunächst wird im Abschnitt 4.3.1 der in dieser Arbeit eingesetzte SPH-Strömungslöser und dessen Anwendungen kurz beschrieben. Das mathematische Grundkonzept der SPH-Methode wird im Abschnitt 4.3.2 umrissen. Die konkret in dieser Arbeit verwendeten Modellvarianten werden im Anschluss in den Abschnitten 4.3.3 und 4.3.4 vorgestellt. Abschließend wird im Abschnitt 4.3.5 auf die verwendeten Randbedingungen und die Modellierung bewegter Objekte eingegangen.

### 4.1 Mathematische Beschreibung von Mehrphasenströmungen

Die Mehrphasenströmung ist eine Strömungsform, die sich durch die Präsenz einer oder mehrerer diskreter Grenzflächen auszeichnet, wodurch Regionen unterschiedlicher Aggregatzustände eines einzelnen Fluids oder Regionen unterschiedlicher Stoffe separiert werden. Es ist naheliegend, dass in den Teilregionen dieselben physikalischen Gesetzmäßigkeiten gelten wie in einphasigen Strömungen. Somit besteht die Mehrphasenströmung aus Gebieten einphasiger Strömungen mit sich dazwischen mitbewegenden Grenzflächen. Dies führt, in Abgrenzung zu räumlich oder zeitlich gemittelten Formulierungen, zur sogenannten *lokalen instantanen Formulierung* (LIF). An den Phasengrenzflächen und an den Gebietsgrenzen wird die LIF durch Sprung- und Randbedingungen ergänzt (Ishii und Hibiki, 2006).

### 4.1.1 Bilanzgleichungen

Die mathematische Beschreibung einphasiger Fluide basiert auf der in der Kontinuumsmechanik geltenden Erhaltungsgesetze beziehungsweise Bilanzgleichungen für Masse, Impuls und Energie. Die einzelnen Bilanzgleichungen weisen eine einheitliche mathematische Form auf und können mit der allgemeinen Transportgleichung durch

$$\frac{\partial \rho_k \psi_k}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{u}_k \rho_k \psi_k) = -\vec{\nabla} \cdot \mathbf{J}_k + \rho_k \vec{\Phi}_k \quad (4.1)$$

beschrieben werden. Dabei ist  $\psi_k$  eine beliebige Bilanzgröße, welche mit der Geschwindigkeit  $\vec{u}_k$  in der Phase  $k$  mit der Dichte  $\rho_k$  transportiert wird. Der erste Term in Gleichung (4.1) gibt die zeitliche Änderung der volumenspezifischen Bilanzgröße  $\rho_k \psi_k$  an. Die weiteren Terme beschreiben die entsprechenden konvektiven Flüsse, die dissipativen Flüsse  $\mathbf{J}_k$  und Quell- oder Senkterme  $\vec{\Phi}_k$ . Die genannten Bilanzgleichungen ergeben sich durch Einsetzen der Terme entsprechend der Tabelle 4.1 (Oertel jr., 2017).

Tabelle 4.1: Terme der allgemeinen Transportgleichung in Euler'scher Form (Oertel jr., 2017).

Bilanzgleichung	Bilanzgröße $\psi_k$	Dissipativer Fluss $\mathbf{J}_k$	Quell-/Senkterm $\vec{\Phi}_k$
Massenbilanz	1	0	0
Impulsbilanz	$\vec{u}_k$	$-\mathbf{T}_k = p_k \mathbf{I} - \mathbf{S}_k$	$\vec{f}_k$
Energiebilanz	$e_k + \frac{1}{2} u_k^2$	$\vec{q}_k - \mathbf{T}_k \vec{u}_k$	$\vec{f}_k \cdot \vec{u}_k + \dot{q}'_k$

Der Spannungstensor  $\mathbf{T}_k$  ist hier der physikalischen Ursache nach in einen Druckterm  $p_k \mathbf{I}$  und einen Schubspannungsterm  $\mathbf{S}$  unterteilt. Beschleunigungen durch externe Feldkräfte, wie beispielsweise Gravitation oder Magnetismus, werden im Quellterm  $\vec{f}_k$  erfasst. Die Energiegleichung wird durch eine Bilanzierung der spezifischen Totalenergie, bestehend aus der spezifischen inneren Energie  $e_k$  und einem kinetischen Energieanteil, gebildet. Die weiteren Terme beinhalten die Wärmestromdichte  $\vec{q}_k$  und spezifische Wärmequellen oder -senken  $\dot{q}'_k$ .

### 4.1.2 Konstitutive Gleichungen

Das somit resultierende mathematische Gleichungssystem aus 5 partiellen Differentialgleichungen ist zur Bestimmung der 6 auftretenden Lösungsvariablen  $(\rho_k, p_k, \vec{u}_k, e_k)$  unterbestimmt. Die Schließung des Gleichungssystems wird durch eine thermische Zustandsgleichung der Form

$$\phi(p_k, \rho_k, T_k) = 0 \quad (4.2)$$

erreicht, die einen Zusammenhang der drei thermischen Zustandsgrößen Druck, Dichte und Temperatur ( $T_k$ ) darstellt (Ghiaasiaan, 2007). Für Gase kann dies beispielsweise die ideale Gasgleichung oder die Van-der-Waals-Gleichung sein. Zur Beschreibung von Wasser kommt häufig die Tait'sche Gleichung zum Einsatz. Über eine zusätzliche kalorische Zustandsgleichung

wird der innere Zustand mit zwei der thermischen Zustandsgrößen verknüpft. Für die spezifische innere Energie gilt demnach ein Zusammenhang der Form

$$e_k = \phi(\rho_k, T_k) . \quad (4.3)$$

Weitere konstitutive Gleichungen werden zur Beschreibung einzelner Terme des Gleichungssystems genutzt, wobei sich grundlegender physikalischer Gesetzmäßigkeiten bedient wird. Der Wärmeleitungsterm kann meistens nach dem Fourier'schen Wärmeleitungsgesetz durch

$$\vec{q}_k = -\lambda_k \vec{\nabla} T_k \quad (4.4)$$

modelliert werden, wobei die Wärmeleitung proportional zur Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_k$  und dem Temperaturgradienten angenommen wird. Häufig werden Newton'sche Fluide betrachtet, für welche sich der Schubspannungstensor durch

$$\mathbf{S}_k = \mu_k \left[ \vec{\nabla} \vec{u}_k + \left( \vec{\nabla} \vec{u}_k \right)^T \right] - \left( \frac{2}{3} \mu_k - \mu'_k \right) \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{u}_k \right) \mathbf{I} \quad (4.5)$$

beschreiben lässt. Dabei ist  $\mu_k$  die dynamische Viskosität und  $\mu'_k$  die Volumenviskosität des Fluids. Die Spannung ist demnach proportional zum Geschwindigkeitsgradienten. Für eine detaillierte Herleitung der Ausdrücke sei auf die Standardliteratur der Strömungsmechanik (z.B. Ishii und Hibiki (2006) oder Oertel jr. (2017)) verwiesen.

### 4.1.3 Navier-Stokes-Gleichungen in Lagrange'scher Form

In der Strömungsmechanik werden die eingeführten Grundgleichungen (Gleichungen (4.1) bis (4.5)) gewöhnlich als *Navier-Stokes-Gleichungen*<sup>1</sup> (NSG) bezeichnet. Eine analytische Lösung der NSG ist im Allgemeinen nicht möglich. Wie im Abschnitt 2.5.1 beschrieben, werden deshalb Euler'sche und Lagrange'sche numerische Methoden eingesetzt, um die NSG zu approximieren. Bevor im Abschnitt 4.3 die bezüglich der Lagrange'schen SPH-Methode eingesetzten Diskretisierungsschemata beschrieben werden, werden die NSG hier in Lagrange'scher Form präsentiert. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird die Indizierung der jeweiligen Phase  $k$  fallen gelassen.

Durch Einführung der substantiellen Ableitung

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla}\phi , \quad (4.6)$$

hier für eine allgemeine Größe  $\phi$ , können die NSG bezüglich des Lagrange'schen mitbewegten Bezugssystems formuliert werden. Aus der Massenbilanz folgt die *Kontinuitätsgleichung*

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \right) \quad (4.7)$$

und die Impulsbilanz führt zur *Impulsgleichung*

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \mathbf{S} + \rho \vec{f} . \quad (4.8)$$

<sup>1</sup>In dieser Arbeit umfasst der Begriff sowohl die Impuls- als auch die Kontinuitäts- und Energiegleichung.

Aus Gleichung (4.7) wird ersichtlich, dass inkompressible Strömungen ein divergenzfreies Geschwindigkeitsfeld ( $\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$ ) besitzen. Hervorzuheben ist, dass der erste Term in Gleichung (4.8) die wirkende Fluidbeschleunigung repräsentiert und die Gleichung einer Bewegungsgleichung nach dem zweiten Newton'schen Gesetz entspricht. Dieser Zusammenhang wird bei rein Lagrange'schen Methoden, wie später für die SPH-Methode ersichtlich wird, ausgenutzt (Ishii und Hibiki, 2006). In dieser Arbeit werden nur isotherme Strömungen modelliert, weshalb auf die Beschreibung der Energiegleichung in Lagrange'scher Form verzichtet wird.

## 4.2 Die Volume-of-Fluid-Methode

Die VOF-Methode im eigentlichen Sinne ist kein numerisches Verfahren zur Lösung partieller Differenzialgleichungen, sondern ein Konzept zur numerischen Modellierung von Strömungen mit freien Oberflächen für Euler'sche Simulationsmethoden (Hirt und Nichols, 1981). Das zugrundeliegende numerische Verfahren zur Approximation der NSG ist meistens die Finite-Volumen(FV)-Methode, so auch in der vorliegenden Arbeit.

Die FV-Methode basiert auf der integralen Bilanzierung der Erhaltungsgrößen an einem finiten Volumenelement, das einen Teil eines zusammenhängenden Rechengebiets repräsentiert. Dazu werden mittels Interpolationsverfahren die Flüsse an den Kontrollvolumenoberflächen approximiert und die Oberflächen- und Volumenintegrale durch numerische Integration bestimmt. Die Zeitdiskretisierung kann explizit oder implizit erfolgen. Die entsprechenden Diskretisierungsschemata sind in der Literatur (z.B. Laurien und Oertel (2018) oder Ferziger und Perić (2008)) hinreichend beschrieben. Im Rahmen dieser Arbeit wird der Strömungslöser ANSYS Fluent in der Version 16 und 18 eingesetzt. Die Softwaredokumentation (ANSYS, Inc., 2015, 2017) gibt weitere Informationen zu den implementierten numerischen Verfahren.

Die VOF-Methode wurde ursprünglich durch Hirt und Nichols (1981) entwickelt und ermöglicht zunächst die Erfassung beliebiger Diskontinuitäten eines Strömungsfeldes, wie etwa auch von Stoßfronten. Damit gehört die Methode in Abgrenzung zu den Interfaceverfolgungsmethoden zur Kategorie der Interfaceerfassungsmethoden (Ferziger und Perić, 2008). Nachfolgend wird nur auf die Erfassung der Diskontinuität in Form der sprunghaften Änderung der Stoffwerte an einer Zweiphasengrenzfläche eingegangen.

### 4.2.1 Mathematisches Konzept

Wie in Abbildung 4.1 dargestellt, basiert die VOF-Methode auf der Einführung einer *Farbfunktion*  $F_k$ . Diese ist auf dem Intervall  $[0, 1]$  definiert und beschreibt den Volumenanteil der Phase  $k$  in jeder Rechenzelle. Für inkompressible Zweiphasenströmungen genügt die Betrachtung eines einzigen Skalars  $F$ , da aus Gründen der Massenerhaltung die Invarianz

$$F = F_{fl} = 1 - F_g \quad (4.9)$$

gilt. Die Indizes fl und g kennzeichnen dabei die flüssige beziehungsweise gasförmige Phase der in dieser Arbeit betrachteten Flüssigkeit/Gas-Zweiphasenströmung. Für die Farbfunktion, auch Indikatorfunktion genannt, werden die folgenden Definitionen eingeführt:

- Wenn  $F = 0$ , dann ist Zelle vollständig mit Gas gefüllt.
- Wenn  $F = 1$ , dann ist Zelle vollständig mit Flüssigkeit gefüllt.
- Wenn  $0 < F < 1$ , dann verläuft die Phasengrenzfläche (freie Oberfläche) durch Zelle.

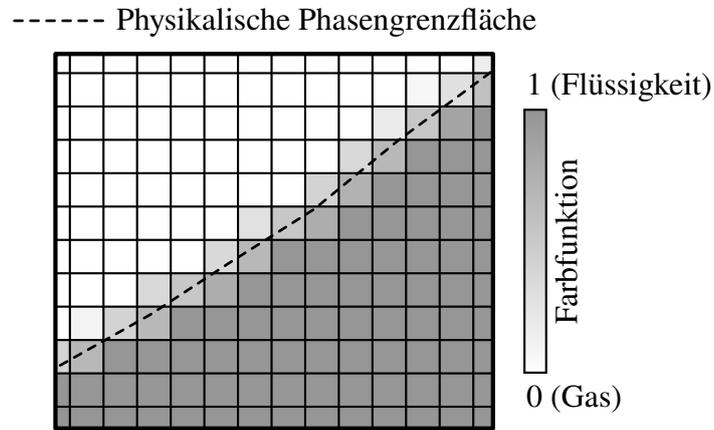


Abbildung 4.1: Illustration der VOF-Methode zur Verfolgung von freien Oberflächen in Zweiphasenströmungen.

Die im Abschnitt 4.1 eingeführten Gleichungen werden bei der VOF-Methode nicht separat für jede Phase mitgeführt. Es wird vielmehr ein Pseudofluid betrachtet, das entsprechend der Volumenanteile einer Zelle berechnete Stoffwerte

$$\phi = \sum_k F_k \phi_k \quad (4.10)$$

aufweist. Für den in dieser Arbeit vorliegenden Anwendungsfall wird im Konkreten die Pseudodichte  $\rho$  und die Pseudoviskosität  $\mu$  durch

$$\rho = F \rho_{\text{fl}} + (1 - F) \rho_{\text{g}} \quad (4.11)$$

$$\text{und } \mu = F \mu_{\text{fl}} + (1 - F) \mu_{\text{g}} \quad (4.12)$$

lokal in jeder Zelle beziehungsweise jedem Punkt im Rechengebiet bestimmt.

Um die zeitlich veränderliche Lage und Form der Phasengrenzfläche dynamischer Strömungen zu verfolgen, wird die Transportgleichung für die Farbfunktion  $F$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{u}F) = 0 \quad (4.13)$$

eingeführt und zusätzlich zu den Bilanzgleichungen numerisch approximiert. Bei der Diskretisierung der Gleichung (4.13) ist eine möglichst genaue Berechnung des konvektiven Terms durch kleine Zellabstände in Grenzflächennähe und ein geeignetes Diskretisierungsverfahren anzustreben, um den scharfen Phasenübergang (Sprung von  $F = 0$  auf  $F = 1$  oder umgekehrt) an der freien Oberfläche zu erhalten. Insbesondere bei großen Dichteverhältnissen kommt es sonst durch numerische Diffusion zum Verschmieren der Grenzfläche, was zu unphysikalischen Simulationsergebnissen führen kann (Hirt und Nichols, 1981; Ubbink, 1997).

Oberflächenspannungseffekte, die für die Dynamik von Flüssigkeitsstrahlen und -tropfen eine Rolle spielen können, werden durch das sogenannte *Continuum-Surface-Force*(CSF)-Modell nach Brackbill et al. (1992) berücksichtigt. Die eigentliche Oberflächenkraft wird dabei als Volumenkraft den grenzflächennahen Zellen aufgebracht. Zur Berechnung der volumenspezifischen Kraft

$$\vec{F}_\sigma = \sigma \kappa \vec{n} \quad (4.14)$$

wird neben der Oberflächenspannung  $\sigma$  der Normalenvektor  $\vec{n}$  und die Krümmung  $\kappa$  der freien Oberfläche benötigt, wobei die Krümmung durch den Zusammenhang  $\kappa = -\vec{\nabla} \cdot (\vec{n}/\|\vec{n}\|)$  eine Funktion des Normalenvektors ist. Die Verteilung des Skalars  $F$  gibt zunächst keinen Rückschluss auf die Lage und Form der freien Oberfläche. In der Literatur existieren jedoch unterschiedliche Rekonstruktionsverfahren, die eine Approximation ermöglichen. Unvermeidbare Approximationsfehler wirken sich direkt auf die so bestimmte Oberflächenspannung aus. Neben dem möglichen Verschmieren der scharfen Phasengrenzfläche ist dies der zweite Grund, weshalb der Diskretisierung des Konvektionsterms aus Gleichung (4.13) eine besondere Wichtigkeit bei der VOF-Methode zukommt.

In dieser Arbeit wird das sogenannte *Compressive*-Verfahren, das im eingesetzten Strömungslöser ANSYS Fluent implementiert ist, verwendet. Dieses gehört zur Kategorie der algebraischen Verfahren und ist eine Erweiterung des ursprünglichen *Donor-Acceptor*-Verfahrens von Hirt und Nichols (1981). Genauere Oberflächenrekonstruktionen sind mit geometrischen Verfahren möglich. Hervorzuheben ist dabei das PLIC-Verfahren (engl.: *piecewise linear interface calculation*), welches auf der Arbeit von Youngs (1982) und Rider und Kothe (1998) basiert. Zudem existieren genauere algebraische Verfahren wie das CICSAM-Verfahren (engl.: *compressive interface-capturing scheme for arbitrary meshes*) von Ubbink und Issa (1999), das HRIC-Verfahren (engl.: *high-resolution interface capturing*) von Muzafarjija und Perić (1999) oder das STACS-Verfahren (engl.: *switching technique for advection and capturing of surfaces*) von Darwish und Moukalled (2006).

Den geometrischen Verfahren wird eine höhere Genauigkeit zugesprochen. Jedoch zeigen neuere Studien (Denner et al., 2014), dass auch mit algebraischen Verfahren eine vergleichbar hohe Genauigkeit erreicht werden kann. Vorteil der algebraischen Verfahren ist eine einfachere und somit weniger rechenintensive Berechnung. Peduto (2015) beschreibt zudem, dass bei der Verwendung einer adaptiven Netzverfeinerung auf Basis des Farbfunktionsgradienten eine zu scharfe Phasengrenzfläche nachteilig sein kann. Umgekehrt wird gezeigt, dass durch Kopplung der Netzverfeinerung mit dem *Compressive*-Verfahren der Aufprall von Einzeltropfen auf Flüssigkeitsfilme mit hoher Genauigkeit vorhergesagt werden kann. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit darauf verzichtet, rechenintensivere geometrische Verfahren einzusetzen.

Vorteil der VOF-Methode ist deren gute Anwendbarkeit auf komplexe Strömungen mit starken Deformationen der freien Oberfläche. Sich trennende und vereinigende Phasenligamente können ohne weitere Modifizierung erfasst werden, was bei Interfaceverfolgungsmethoden mit numerischen Schwierigkeiten verbunden ist. Außerdem ist die Methode im Vergleich zu MAC-Methoden speichereffizient, da nur eine zusätzliche Transportgröße pro Zelle mitgeführt werden muss (Hirt und Nichols, 1981).

Nachteil der VOF-Methode ist die Fehleranfälligkeit der an der Phasengrenzfläche notwendigen Verfahren zur Oberflächenrekonstruktion und korrekten Bestimmung der konvektiven Flüsse. Unvermeidbare Approximationsfehler können im schlechtesten Fall zu unphysikalischen

Verformungen und Diffusion der freien Oberfläche führen. Obwohl die VOF-Methode strikt massenerhaltend ist, können die algebraischen Rekonstruktionsverfahren Fehler induzieren, die zu Volumen- beziehungsweise Massenverlust führen (Krug, 2019). Dies wird bereits von Hirt und Nichols (1981) als Nachteil des *Donor-Acceptor*-Verfahrens beschrieben, bei dem die Einhaltung des Wertebereichs von  $F \in [0, 1]$  in einem Korrekturschritt erzwungen wird und so die Massenerhaltung verletzt. Untersuchungen von Hashmi (2012) zeigen, dass der physikalisch korrekte Austausch von Schubspannungskräften an der Phasengrenzfläche nur durch Einführung zusätzlicher Dämpfungsalgorithmen möglich ist. Um die numerischen Fehler gering zu halten, wird in der Regel ein sehr feines Rechengitter an der freien Oberfläche benötigt, was zu hohen Rechenzeiten führen kann. Eine Möglichkeit die Rechenzeit zu verringern, ist der Einsatz einer adaptiven Netzverfeinerung, worauf im Abschnitt 4.2.2 eingegangen wird. Ein weiterer Nachteil ist die zugrundeliegende Formulierung im Euler'schen Bezugssystem beziehungsweise die Kopplung an, im Allgemeinen, starre Rechengitter. Dies erschwert den Einsatz der Methode in Fällen, bei denen große Deformationen des Rechengebiets auftreten. Möglichkeiten der Handhabung solcher Fälle werden im Abschnitt 4.2.3 diskutiert.

### 4.2.2 Adaptive Netzverfeinerung

Im vorigen Abschnitt wird die Notwendigkeit eines ausreichend feinen Rechengitters nahe der Phasengrenzfläche für eine genaue Abbildung der Physik von Zweiphasenströmungen aufgezeigt. Sind die Längenskalen des gesamten Rechengebiets mehrere Größenordnungen größer als die angestrebte Gitterauflösung an der Phasengrenzfläche, ist eine globale Verfeinerung des Netzes nicht praktikabel. A-priori-Kenntnisse über im Raum stationäre Phasengrenzflächen erlauben eine regionale Verfeinerung des Netzes im *Preprocessing* der Simulation. In viele Fällen ist die Lage einer Phasengrenzfläche allerdings nicht bekannt oder ist über der Simulationszeit nicht ortsfest. Für diese Fälle ist es nützlich, während der Simulation automatisiert Regionen zu detektieren, die eine erhöhte Netzfeinheit erfordern, und die entsprechenden Zellen adaptiv anzupassen. Auf diese Weise kann global ein grobes Grundnetz eingesetzt werden. Da der Adaptionsschritt zusätzlichen Rechen- und Speicheraufwand erfordert, muss ein Kompromiss zwischen der Anzahl im Grundnetz vorhandenen und den adaptiv erzeugten Gitterzellen gefunden werden, um letztendlich Rechenzeit einzusparen.

Die adaptive Netzverfeinerung (AMR, engl.: *adaptive mesh refinement*) erfolgt durch Teilung einer Zelle in 4 (2D) bzw. 8 (3D) Tochterzellen. Die neu erzeugten Zellen werden als reguläre Zellen in einer Verfeinerungsstufe (LOR, engl.: *level of refinement*) registriert und können bis zu einem vorgegebenen maximalen LOR weiter unterteilt werden. Analog wird nach einem vorgegebenen Kriterium das Netz lokal vergrößert, beziehungsweise die Verfeinerung stufenweise rückgängig gemacht. Diese Prozedur wird während der Simulation nach einer vorgegebenen Anzahl von  $N_{AMR}$  Zeitschritten kontinuierlich wiederholt. In Abbildung 4.2 sind exemplarisch eine Grundzelle und 3 LORs dargestellt, wobei Zellen verfeinert werden, wenn die Phasengrenzfläche diese durchquert. Wie zu sehen ist, entstehen bei der Zellteilung sogenannte hängende Knoten, welche an der Grenze zu einer benachbarten nicht verfeinerten Zelle mittig generiert werden. Dies wird durch geeignete Diskretisierungsschemata berücksichtigt.

In der Praxis müssen durch die numerische Methode quantifizierbare Adaptionskriterien definiert werden. Grenzwerte für Strömungsvariablen, räumliche und zeitliche Gradienten oder geometrische Abstände sind solche typischen Kriterien. In dieser Arbeit wird das von Peduto (2015)

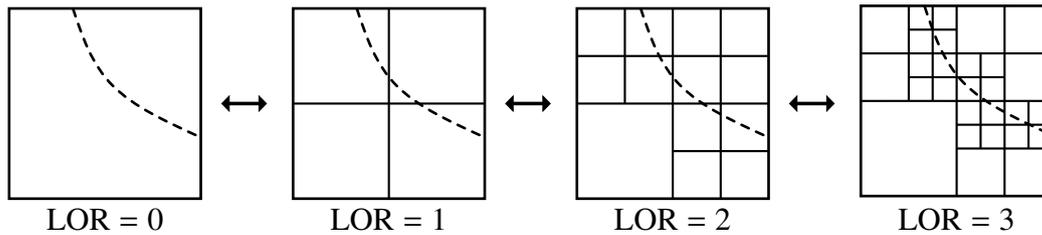


Abbildung 4.2: Exemplarische, 3-stufige AMR nahe einer Phasengrenzfläche.

vorgeschlagene Verfahren zur Verfeinerung der Rechenzellen auf Basis der Norm des räumlichen Gradienten der Farbfunktion eingesetzt. Dieser Gradient ist im Inneren einer Phase Null und nimmt nur in einem Transitionsband nahe der Grenzfläche Werte ungleich Null an. Je weniger numerische Diffusion an der freien Oberfläche auftritt, desto schmaler ist dieses Transitionsband. Konkret wird das im Strömungslöser ANSYS Fluent verfügbare Adaptionverfahren nach Dauenhofner und Baron (1985) verwendet und die Adaption im dreidimensionalen Fall auf Basis des Skalars

$$\epsilon_{AMR}^* = \frac{\epsilon_{AMR}}{\epsilon_{AMR,max}} \quad \text{mit} \quad \epsilon_{AMR} = \left\| \vec{\nabla} F \right\| V_{Zelle}^{\frac{r_{AMR}}{3}} \quad (4.15)$$

durchgeführt. Überschreitet der Wert einen vorgegebenen Grenzwert  $\epsilon_{AMR}^{*+}$  wird die Zelle zur Verfeinerung markiert. Umgekehrt wird bei einem Wert kleiner  $\epsilon_{AMR}^{*-}$  eine Vergrößerung ausgelöst. In Gleichung (4.15) ist  $V_{Zelle}$  das Zellvolumen,  $r_{AMR}$  ein Exponent zur Veränderung der Volumengewichtung und  $\epsilon_{AMR,max}$  der Maximalwert im Rechengebiet.

Wie bereits im vorigen Abschnitt erwähnt, wird dieses Adaptionkriterium gezielt in Kombination mit dem *Compressive*-Verfahren zur Grenzflächenrekonstruktion angewandt. Peduto (2015) beschreibt, dass so im Vergleich zu Verfahren höherer Ordnung an der Phasengrenzfläche zunächst zwar stärkere numerische Diffusion auftritt, das ausgeprägte Transitionsband jedoch notwendig ist, um das Gradientenkriterium effektiv anzuwenden. In Kombination kann so die resultierende Diffusion durch die erzielte Netzverfeinerung gering gehalten werden.

### 4.2.3 Rechengebietsdeformation

Treten Relativbewegungen der rechengebietsbegrenzenden Körper auf, so wird das Rechengebiet deformiert. Entfernen sich die Körper, findet lokal eine Expansion des Rechengebiets statt, während eine Annäherung der Körper zu einer lokalen Kompression führt. Euler'sche numerische Methoden basieren meist auf der Diskretisierung des Rechengebiets durch starre strukturierte und unstrukturierte Netze, die diese Deformationen standardmäßig nicht abbilden können. Zur Berücksichtigung bewegter Körper beziehungsweise deformierender Rechengebiete im Allgemeinen sind deshalb spezielle Verfahren notwendig, die im Folgenden erläutert werden.

In der Literatur wird häufig zwischen den folgenden Konzepten unterschieden (Ferziger und Perić, 2008):

- Dynamisches Netz durch Glättung (engl.: *smoothing*)
- Dynamisches Netz durch Neuvernetzung (engl.: *re-meshing*)
- Vorgegebene Netze (engl.: *key-frame*)

- Überlappende Netze (*Chimera*-Methode, engl.: *overset*)
- Gleitende Netze (engl.: *sliding mesh*)

In Abbildung 4.3 sind die Verfahren exemplarisch dargestellt. In Anlehnung an den in dieser Arbeit untersuchten Fall wird ein bewegtes Zahnstangensegment (unten) betrachtet, das an einem stehenden Körper (oben) vorbeibewegt wird. Für jede Vorgehensweise sind 3 zeitlich aufeinanderfolgende Momentaufnahmen des resultierenden Rechennetzes dargestellt. Die gezeigten Gittertypen können dabei beliebig ausgetauscht werden.

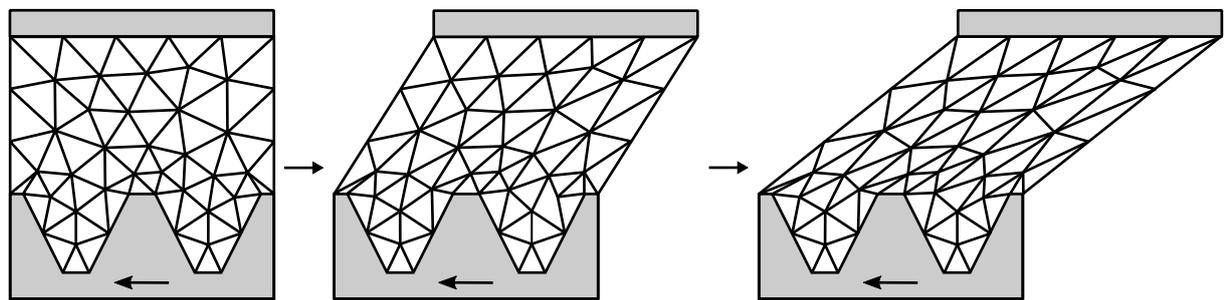
Dynamische Netze durch Glättung und Neuvernetzung basieren auf einem ähnlichen Konzept. Nach jedem Zeitschritt wird das Rechennetz dynamisch an die veränderte Topologie des Rechengebiets angepasst, woraufhin die Strömungsvariablen vom alten auf das neue Netz interpoliert werden. Wie in Abbildung 4.3a dargestellt, wird bei der Anpassung durch Glättung die initiale Netzstruktur über der Zeit beibehalten, d.h. die Zell- und Knotenzahl bleibt konstant. Die Bewegung des Zahnrads wird als Randbedingung an den Randknoten vorgegeben und die Positionen der inneren Rechenknoten werden beispielsweise durch einen Laplace'schen oder Feder-Dämpfer-basierten Glättungsalgorithmus neu bestimmt. Mit dem Verfahren können kleine Deformationen gut erfasst werden, bei größeren Verformungen, wie in der Abbildung 4.3a rechts zu sehen, können degenerierte Zellen von schlechter Qualität entstehen.

Die limitierte Flexibilität kann mit einem dynamischen Netz durch Neuvernetzung überwunden werden. Anstatt das initiale Rechennetz anzupassen, wird dabei nach jedem Zeitschritt das Netz automatisiert neu erzeugt. Meist wird ein solches Verfahren mit unstrukturierten Netzen und in Kombination mit der dynamischen Netzglättung angewandt, so dass die Neuvernetzung nicht nach jedem Zeitschritt, sondern erst nach Unterschreiten bestimmter Netzqualitätskriterien durchgeführt wird. Wie in Abbildung 4.3b dargestellt, kann so über die Simulationszeit eine hohe Netzqualität beibehalten werden. Nachteilig ist, dass der automatisierte Neuvernetzungsschritt aufwändig und fehleranfällig ist.

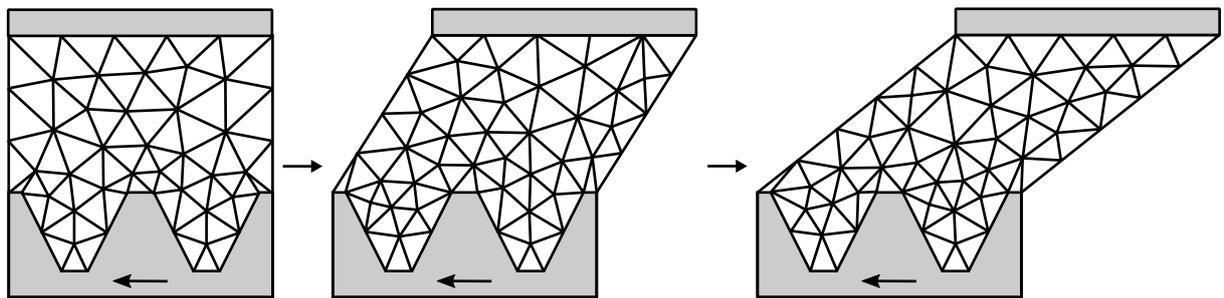
Deshalb existieren Ansätze, bei denen der Neuvernetzungsschritt nicht automatisiert während der Simulation durchgeführt wird, sondern Netze für unterschiedliche Zeitschritte im *Preprocessing* einer Simulation vorbereitet werden. Dadurch kann sichergestellt werden, dass die Netzqualität den geforderten Qualitätskriterien genügt. Das Vorgehen erfordert einen enormen Aufwand in der Simulationsvorbereitung und ist somit wenig flexibel.

Durch sogenannte gleitende Netze können zeitlich konstante Teilrechennetze eingesetzt werden, die keine gesonderte Anpassung erfordern. Wie in Abbildung 4.3c dargestellt, werden dabei getrennte Zellzonen definiert, die entlang einer wohldefinierten Gleitfläche aneinander abgleiten und so die Körperbewegung realisieren. Die einzelnen Zellzonen bleiben dabei unverändert, wobei für die Interpolation der Strömungsgrößen an der Gleitfläche die Nachbarschaftsbeziehungen der Gitterzellen dynamisch bestimmt werden. Eine starke Ungleichheit der Zellen auf beiden Seiten der Gleitfläche kann zu signifikanten Interpolationsfehlern führen. Des Weiteren ist dieses Verfahren in der Anwendbarkeit limitiert, da die Grenzfläche über die gesamte Simulationszeit erhalten bleiben muss. Dies ist beispielsweise für im Eingriff befindliche Zahnradpaarungen nicht der Fall.

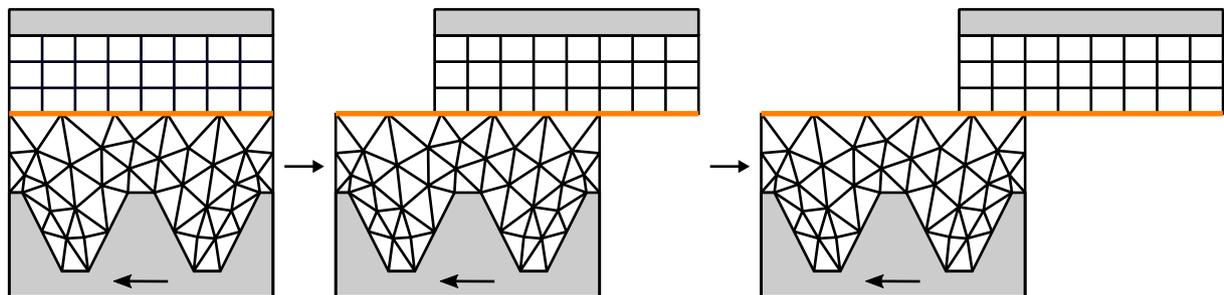
Ein weiteres, einfach anzuwendendes und flexibles Verfahren ist der Einsatz von überlappenden Netzen, was auf der sogenannten *Chimera*-Methode (Benek et al., 1985, 1983; Steger et al., 1983)



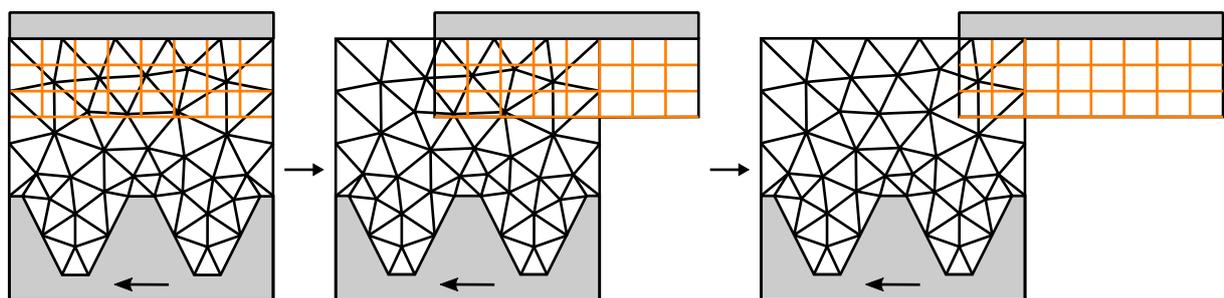
(a) Dynamisches Netz durch Glättung



(b) Dynamisches Netz durch Neuvernetzung oder vorgegebene Netze



(c) Gleitende Netze



(d) Überlappende Netze

Abbildung 4.3: Strategien zur Berücksichtigung von Rechengebietsdeformationen mittels gitterbasierter Simulationen. Dargestellt sind jeweils 3 zeitlich aufeinanderfolgende Momentaufnahmen.

basiert. Die Chimera-Methode ermöglicht zum einen eine vereinfachte Netzerzeugung für komplexe Geometrien, da alle Untermodelle einer Geometrie einzeln durch einfache Netztypen vernetzt werden können. Zum anderen können Rechengietsdeformationen und bewegte Körper durch die Vorgabe der Bewegung für ein einzelnes Teilnetz leicht umgesetzt werden. Die unterschiedlichen Rechengitter werden dabei, wie in Abbildung 4.3d illustriert, beliebig überlappend angeordnet und bewegt. In einem ersten Schritt werden zu jedem Zeitschritt die Überlappungen der Netze evaluiert und etwa Regionen hinter undurchlässigen Rechengietsgrenzen ausgeschnitten. In einem zweiten Schritt wird entsprechend der Anordnung der überlappenden Netze die lokale Interpolationsvorschrift abgeleitet. Mit den interpolierten Werten wird die numerische Lösung der NSG durchgeführt. Der flexiblen Anwendbarkeit stehen die durch die Interpolation zwischen den willkürlich überlappenden Gitterzellen entstehenden numerischen Ungenauigkeiten gegenüber. Außerdem entsteht ein erhöhter Speicherbedarf und Rechenaufwand.

Alle vorgestellten Verfahren haben gemein, dass Interpolationen zwischen angepassten, neu erzeugten, vorbereiteten, angrenzenden oder überlappenden Rechennetzteilen erforderlich sind. In Abbildung 4.3 sind die Bereiche der Interpolation orange markiert. Der Einsatz dieser Verfahren in Kombination mit der VOF-Methode führt deshalb unweigerlich zu zusätzlichen Fehlerquellen, die sich negativ auf die Genauigkeit der fehleranfälligen Oberflächenrekonstruktion als Teil der VOF-Methode auswirken können.

Die VOF-Methode wird, aus nachfolgenden Gründen, in dieser Arbeit ausschließlich in Kombination mit gleitenden Netzen eingesetzt. Bei dieser Methode wird allein am Übergangsbereich der beteiligten Netzzonen auf Interpolationsverfahren zurückgegriffen. Durch einen homogenen Übergang der Netzstrukturen kann der zu erwartende numerische Fehler zum einen gering gehalten und zum anderen lokal beschränkt werden. Im Inneren der Zellzonen kann die Oberflächenrekonstruktion äquivalent zu nicht deformierenden Rechennetzen durchgeführt werden und wird somit durch diese Methodik nicht beeinflusst. Die Lage der Gleitfläche wird zudem so gewählt, dass sie möglichst weit entfernt von den primär untersuchten Strömungsregionen nahe der Zahnradflanken liegt. Für die untersuchten Fälle, bei denen gleitende Netze aufgrund der Art der Gebietsdeformation nicht anwendbar sind (Zahnradeingriff), wird die im folgenden Abschnitt beschriebene SPH-Methode verwendet.

### 4.3 Die Smoothed-Particle-Hydrodynamics-Methode

Die SPH-Methode ist eine Partikelmethode zur numerischen Lösung partieller Differenzialgleichungen, die in unterschiedlichen wissenschaftlichen Disziplinen zum Einsatz kommt (Monaghan, 1992). Für die Simulation von Strömungen mit freien Oberflächen wurde die Methode erstmals von Monaghan (1994) angewandt. Zuvor wurde sie für Simulationen mit Bezug zur Astrophysik von Gingold und Monaghan (1977) und Lucy (1977) unabhängig voneinander eingeführt. Im Unterschied zu den gitterbasierten CFD-Methoden wird bei der SPH-Methode das kontinuierliche Strömungsmedium im Raum durch eine endliche Zahl an beweglichen Punkten – den sogenannten Partikeln – diskretisiert. An den Partikeln werden physikalische Eigenschaften wie Dichte, Geschwindigkeit und Druck gespeichert und durch deren Bewegung transportiert. Zudem dienen die Partikel als Stützstellen für numerische Approximationsverfahren zur Lösung der zugrundeliegenden Bilanzgleichungen, hier der NSG. Durch die Lösung der NSG wird

das instantane Geschwindigkeitsfeld bestimmt, woraufhin die Partikel explizit mit der lokalen Geschwindigkeit bewegt werden. SPH ist somit eine rein Lagrange'sche CFD-Methode.

Bei der Simulation von Mehrphasenströmungen bleibt die Phasenzugehörigkeit eines Partikels während der SPH-Simulation stets unverändert, weshalb sich die Phasengrenzfläche direkt über die Bewegung der Partikel und deren relativen Anordnung zueinander einstellt. Aufwändige und fehleranfällige Rekonstruktionsverfahren der Phasengrenzfläche sind somit nicht notwendig. Durch diese Eigenschaft können Mehrphasenströmungen mit freien Oberflächen, eine geringe Interaktion der Phasen vorausgesetzt, durch eine einphasige Modellierung beschrieben werden. Dabei wird nur die dominante Phase (meistens Flüssigkeit) mit Partikeln repräsentiert, während die weniger dominante Phase (meistens Gas) nicht diskretisiert wird. Die Partikelzahl und dadurch der Rechenaufwand kann so enorm reduziert werden. Ähnliche Ansätze sind aus gitterbasierten Verfahren bekannt (Caboussat, 2005; Oertel, 2015; Prosperetti, 2002). Der Lagrange'sche Charakter von SPH ermöglicht jedoch eine deutlich einfachere Umsetzung. Ein Überblick der unterschiedlichen Anwendungsmöglichkeiten von SPH und der unter dem Begriff SPH existierenden Varianten wird unter anderem durch Gomez-Gesteira et al. (2010), Liu und Liu (2010), Monaghan (2012), Violeau und Rogers (2016) und Wang et al. (2016b) gegeben.

Eine wesentliche Unterscheidung wird zwischen der sogenannten inkompressiblen SPH-Methode (ISPH) und der schwach-kompressiblen SPH-Methode (WCSPH, engl.: *weakly compressible SPH*) gemacht. Die beiden Varianten unterscheiden sich in ihrem Ansatz zur Bestimmung des Druckfelds inkompressibler Strömungen (Lee et al., 2008). Bei der ISPH-Methode wird die Divergenzfreiheit des Geschwindigkeitsfelds inkompressibler Fluide (vgl. Gleichung (4.7)) ausgenutzt. Die Druck-Geschwindigkeits-Kopplung beziehungsweise die Berechnung des Druckfelds wird dabei durch Lösen der Druck-Poisson-Gleichung erreicht. Wie von Cummins und Rudman (1999) vorgeschlagen, wird dies meist unter Verwendung von Projektionsmethoden umgesetzt. Im Gegensatz dazu wird bei der klassischen WCSPH-Methode (Monaghan, 1994) eine geringe Änderung der Dichte zugelassen und der Druck über eine thermische Zustandsgleichung (vgl. Gleichung (4.2)) der Form  $\phi(p, \rho) = 0$  direkt an die Dichteänderung gekoppelt. Da insbesondere Flüssigkeiten hohe Schallgeschwindigkeiten aufweisen, würde die Einhaltung des CFL-Kriteriums (*Courant-Friedrichs-Lewy*) nur sehr kleine Zeitschrittweiten erlauben und den Rechenaufwand erhöhen. Deshalb werden in der WCSPH-Methode reduzierte, künstliche Schallgeschwindigkeiten angenommen, wodurch größere Zeitschrittweiten möglich sind. Um unphysikalische Kompressibilitätseffekte zu minimieren, wird die Schallgeschwindigkeit so gewählt, dass die auftretenden Dichteänderungen auf 1 % limitiert werden.

Vorteil der ISPH-Methode ist, dass durch die semi-implizite Formulierung größere Zeitschritte realisiert werden können, die nicht durch die CFL-Zahl limitiert sind (Violeau und Leroy, 2015). Außerdem wird durch das Lösen der Druck-Poisson-Gleichung ein im Vergleich zur WCSPH-Methode weniger störungsbehaftetes Druckfeld berechnet. Insbesondere für Strömungen mit starker Fluid-Struktur-Interaktion können somit genauere Vorhersagen der wirkenden Druckkräfte erzielt werden. In der ISPH-Methode macht die Berechnung des Druckfelds über die Poisson-Gleichung jedoch einen bedeutenden Anteil (nach Chow et al. (2018) bis zu 90 %) der Gesamtrechnenzeit aus. Zudem führt das dabei zu lösende Gleichungssystem zu einem erhöhten Arbeitsspeicherbedarf, einer erschwerten Parallelisierung der Algorithmen sowie einer limitierten Skalierbarkeit. Aus diesen Gründen ist eine effiziente parallele Implementierung der ISPH-Methode herausfordernd (Chow et al., 2018). Durch eine implizite ISPH-Formulierung

(IISPH) kann diesem Nachteil entgegengewirkt werden (Ihmsen et al., 2014; Solenthaler und Pajarola, 2009).

Ein Vorteil der expliziten WCSPH-Methode ist dagegen, dass das Verfahren einfach zu programmieren, gut parallelisierbar und für den Einsatz auf Höchstleistungsrechnern mit vielen Rechenkernen und Hardwarebeschleunigung durch Grafikprozessoren geeignet ist (Braun, 2018). Trotz der genannten Oszillationen im vorhergesagten Dichte- und Druckfeld wird in der Praxis oft berichtet, dass mit der WCSPH-Methode ausreichend genaue Vorhersagen der Kinematik komplexer Zweiphasenströmung für technische Anwendungen erzielt werden (Ozbulut et al., 2014; Shadloo et al., 2012; le Touzé et al., 2013).

### 4.3.1 ITS-SPH-Code

In dieser Arbeit wird ein am *Institut für Thermische Strömungsmaschinen* (ITS) entwickelter SPH-Strömungslöser eingesetzt. Dieser wurde von Höfler (2013) zur Vorhersage des Primärzerfalls in Flugtriebwerksbrennkammern entwickelt und in den Arbeiten von Braun (2018), Wieth (2018) und Dauch (2021) weiterentwickelt. Der *Code* implementiert die klassische WCSPH-Methode und enthält Erweiterungen für die Modellierung der Oberflächenspannung sowie der Dreiphaseninteraktion. Letztere ermöglicht die Simulation von Mehrphasenströmungen unter Berücksichtigung von Oberflächenspannungen und Kontaktwinkeln, beispielsweise an einem in technischen Anwendungen häufig auftretenden Wand-Flüssigkeit-Gas- oder Flüssigkeit-Flüssigkeit-Gas-Kontakt (Wieth, 2018). Da die Kräfte und Beschleunigungen durch die Oberflächenspannung für den Primär- und Sekundärzerfall treibende Größen sind, kann mittels der ISPH-Methode in diesen Fällen keine signifikante Rechenzeitreduktion durch größere Zeitschrittweiten erreicht werden. Die WCSPH-Methode bietet sich aufgrund der beschriebenen Vorteile bezüglich der effizienten Programmierbarkeit für derartige Simulationen besonders an. Details zur Implementierung in C++ und zur Parallelisierung mittels MPI (*Message Passing Interface*) werden durch Braun (2018) gegeben. Der ITS-SPH-Code wird durch Werkzeuge für das *Pre-* und *Postprocessing* ergänzt, die zum einen die Erstellung komplexer Geometrien erleichtern (Dauch et al., 2017b) und zum anderen die Visualisierung der Simulationsdaten verbessern (Dauch et al., 2018). Auf dem Weg zu einem virtuellen Zerstäuberprüfstand sind dies wichtige komplementäre Erweiterungen (Chaussonnet et al., 2019).

Mit dem ITS-SPH-Code wurden unterschiedliche technische Anwendungen, überwiegend aus dem Bereich der Flüssigkeitszerstäubung, untersucht. Höfler (2013) zeigt anhand ausgewählter Testfälle, dass es mit den implementierten Modellen möglich ist, die physikalischen Teilprozesse der Primärzerstäubung abzubilden (Höfler et al., 2011, 2012, 2010). Die sogenannte Hinterkantenzerstäubung wird von Braun (2018) mit einer generischen ebenen Zerstäubergeometrie untersucht. Durch die hochaufgelösten Simulationen werden typische, aus Experimenten von Gepperth (2019) bekannte, Flüssigkeitsstrukturen reproduziert (Braun et al., 2019; Koch et al., 2017). Realitätsnahe luftgestützte Zerstäubergeometrien werden von Dauch (2021) mittels SPH simuliert und der Einfluss veränderter Geometriemerkmale und der Art der Kraftstoffzuführung untersucht (Dauch et al., 2016, 2017a). Im Kontext der Erzeugung von Kraftstoffen aus nachwachsenden Rohstoffen wird der *Code* zur Untersuchung der Zerstäubung von Biomasse in einer Vergasungsanlage eingesetzt. Das dynamische Verhalten des nichtnewtonschen Fluids wird dabei anhand der ermittelten Schwingungsfrequenzen und Tropfengrößenverteilungen analysiert, wobei eine gute Übereinstimmung mit Experimenten festgestellt wird (Chaussonnet et al., 2019,

2018). Des Weiteren wurde der *Code* auch für Untersuchungen des Ölsystems von Triebwerken eingesetzt. Wieth et al. (2015) modellieren die Triebwerkslagerkammerströmung und zeigen, dass sowohl die Luft- als auch die Ölströmung in guter Übereinstimmung zu experimentellen Beobachtungen vorhergesagt werden. Eine weitere Anwendung lässt sich in der Prozesstechnik finden, bei der Simulation eines Homogenisierungsprozesses von Emulsionen (Wieth et al., 2016).

### 4.3.2 Mathematisches Konzept

Das grundlegende mathematische Konzept der SPH-Methode ist, dass die Faltung einer allgemeinen räumlichen Funktion  $\phi(\vec{x})$  mit der Dirac-Funktion  $\delta(\vec{x} - \vec{x}')$  den Funktionswert selbst ergibt. Der Funktionswert an einer beliebigen Position  $\vec{x}$  im Raum kann demnach durch

$$\phi(\vec{x}) = \int \phi(\vec{x}') \delta(\vec{x} - \vec{x}') d\vec{x}' \quad (4.16)$$

ausgedrückt werden. Dieser mathematisch exakte, jedoch numerisch nicht anwendbare Ausdruck wird bei der SPH-Methode in zwei Schritten in eine numerisch handhabbare diskrete Form gebracht:

1. Kernel-Approximation
2. Partikel-Approximation

Die Kernel-Approximation (KA) ist der erste Schritt. Dabei wird in Gleichung (4.16) die irreguläre Dirac-Funktion durch eine integrierbare, kompakte Funktion  $W(\vec{x}, h)$ , die sogenannte *Kernelfunktion*, ersetzt. Dadurch kann der Funktionswert durch die integrale Interpolation

$$\phi(\vec{x}) \approx \phi_{\text{KA}}(\vec{x}) = \int_{\Omega} \phi(\vec{x}') W(\vec{x} - \vec{x}', h) d\vec{x}' \quad (4.17)$$

approximiert werden. Der Parameter  $h$  wird dabei als Glättungslänge bezeichnet und definiert die räumliche Ausdehnung des Kernels beziehungsweise des Integrationsbereichs  $\Omega$ .

Im zweiten Schritt, der Partikel-Approximation (PA), wird das kontinuierliche Integral aus Gleichung (4.17) in eine diskrete Form überführt. Dazu wird eine numerische Integration mit den Partikeln als Stützstellen angewandt. Es folgt

$$\phi_{\text{KA}}(\vec{x}) \approx \phi_{\text{PA}}(\vec{x}_a) = \sum_b \phi(\vec{x}_b) W_{ab,h} V_b = \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} \phi(\vec{x}_b) W_{ab,h} = \langle \phi \rangle_a, \quad (4.18)$$

wobei der Index  $b$  die Partikel angibt, die im Einflussbereich  $\Omega$  um das Partikel  $a$  liegen. Das Volumen  $V_b$  kann zudem durch die Partikelmasse und -dichte ( $m_b/\rho_b$ ) ausgedrückt werden. Aus Gründen der Lesbarkeit werden im Folgenden die gängige und bereits in Gleichung (4.18) eingeführte Kurzform der Kernelfunktion  $W_{ab,h} = W(\vec{x}_a - \vec{x}_b, h)$  sowie spitze Klammern für mit der SPH-Methode approximierten Größen  $\langle \phi \rangle_a$  eines Partikels  $a$  verwendet.

Unter Anwendung des Gauß'schen Integralsatzes führt ein ähnliches Vorgehen zur Partikel-Approximation räumlicher Ableitungen:

$$\vec{\nabla}\phi(\vec{x}) \approx \left\langle \vec{\nabla}\phi \right\rangle_a = \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} \phi(\vec{x}_b) \vec{\nabla}W_{ab,h}. \quad (4.19)$$

In Gleichung (4.19) fällt auf, dass zur Approximation der Ableitung neben dem Funktionswert lediglich die Ableitung des Kerns  $\vec{\nabla}W_{ab,h}$  erforderlich ist, welche für den differenzierbaren Kernel leicht analytisch bestimmt werden kann. Aus diesem Grund sind keine aufwändigen Diskretisierungsschemata notwendig, was sich positiv auf die Effizienz der Methode auswirkt.

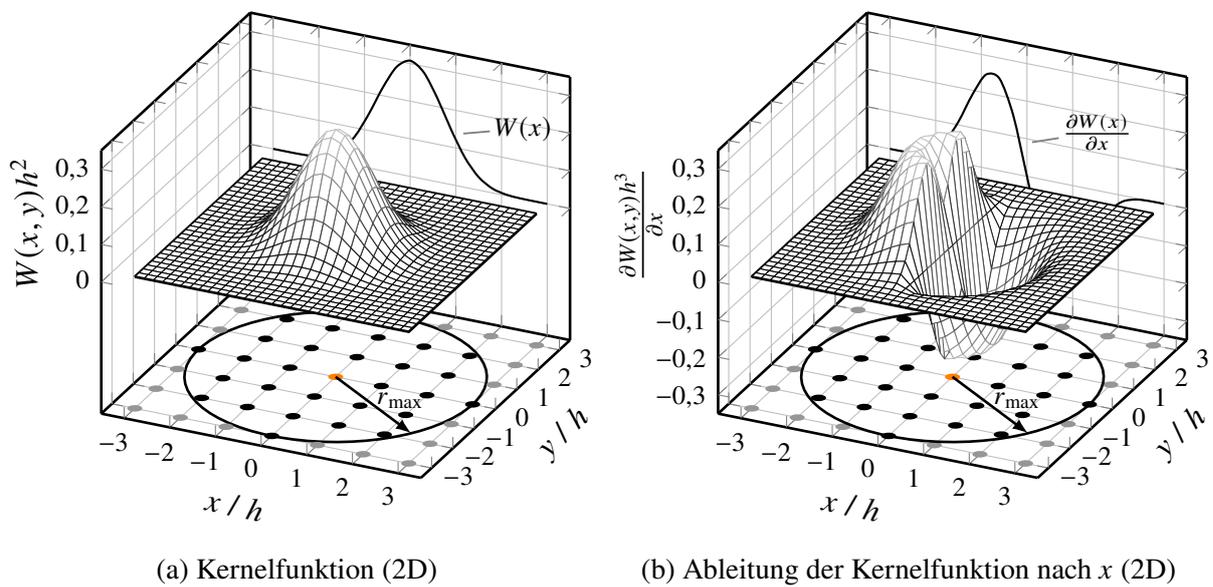


Abbildung 4.4: Illustration des quintischen Kerns mit dem Einflussradius  $r_{\max}$  sowie fiktive Verteilung der Nachbarpartikel (●) um ein Zentralpartikel (●).

Die Gleichungen (4.18) und (4.19) bilden die Grundformeln der SPH-Methode und sind schematisch in Abbildung 4.4 dargestellt. In dem gezeigten Fall stellen die in der unteren Ebene punktförmig dargestellten Partikel einen Ausschnitt eines zusammenhängenden, zweidimensionalen Rechengebiets dar. Die Berechnung eines Funktionswertes (vgl. Abbildung 4.4a) erfolgt nun durch die gewichtete Summation über das Zentralpartikel (●) selbst und die Nachbarpartikel (●). Als Nachbarpartikel werden alle Partikel bezeichnet, die innerhalb des Einflussradius  $r_{\max}$  liegen, wobei in diesem Beispiel  $r_{\max} = 3h$  gilt. Die Gewichtung erfolgt nach Gleichung (4.18) durch das Partikelvolumen  $V_b$  und dem Kernelwert  $W_{ab,h}$  am jeweiligen Partikel. Die Kernelfunktion ist für den sogenannten *quintischen Kernel* in Abbildung 4.4a dargestellt. Durch den glockenförmigen Verlauf ist klar zu erkennen, dass Partikel nahe des Zentralpartikels eine stärkere Gewichtung erfahren. Die Berechnung der räumlichen Ableitungen erfolgt nach Gleichung (4.19) analog, jedoch tritt als Gewichtungsfunktion die Kernelableitung auf. Exemplarisch ist die Ableitung des Kerns in  $x$ -Richtung in Abbildung 4.4b dargestellt.

Anstelle von Gleichung (4.19) werden in der Praxis meist eine der folgenden Formen nach Monaghan (1992) angewandt (Höfler, 2013):

$$\langle \vec{\nabla} \phi \rangle_a = \frac{1}{\rho_a} \sum_b m_b (\phi(\vec{x}_b) - \phi(\vec{x}_a)) \vec{\nabla} W_{ab,h} \quad (4.20)$$

$$\langle \vec{\nabla} \phi \rangle_a = \frac{1}{\rho_a} \sum_b m_b (\phi(\vec{x}_b) + \phi(\vec{x}_a)) \vec{\nabla} W_{ab,h} \quad (4.21)$$

$$\langle \vec{\nabla} \phi \rangle_a = \rho_a \sum_b m_b \left( \frac{\phi(\vec{x}_b)}{\rho_b^2} + \frac{\phi(\vec{x}_a)}{\rho_a^2} \right) \vec{\nabla} W_{ab,h} \quad (4.22)$$

Im Gegensatz zur Gleichung (4.19) erfüllen die Gleichungen (4.20) bis (4.22) durch die paarweise symmetrische und anti-symmetrische Formulierung die Symmetriebedingung (drittes Newton'sches Axiom). Zudem wird mit den Ausdrücken eine Konsistenz größer der nullten Ordnung erreicht, was durch Gleichung (4.19) nicht garantiert ist. Es sei angemerkt, dass durch Gleichung (4.20) der Gesamtimpuls nicht erhalten wird (Colagrossi, 2003).

Ableitungen höherer Ordnung können durch wiederholtes Anwenden der Gleichungen (4.19) bis (4.22) rekursiv bestimmt werden. Dies bedingt das Auftreten verschachtelter Summen und ist deshalb rechenaufwändig. Alternativ kann direkt die  $n$ -te Ableitung der Kernelfunktion herangezogen werden. Dies ist jedoch fehleranfällig, nicht nur für Kernels niedriger Ordnung. Deshalb existieren hybride SPH-Approximationen, insbesondere der zweiten Ableitung, die auf einer Kombination der SPH-Methode mit der Finite-Differenzen(FD)-Methode basieren und eine explizite SPH-Approximation des Laplace-Operators ermöglichen (Cleary und Monaghan, 1999; Morris et al., 1997). Die hier angewandten Varianten werden an der Stelle des Auftretens in den Abschnitten 4.3.3 und 4.3.4 erwähnt.

Als Kernelfunktion wird in dieser Arbeit der in Abbildung 4.4 illustrierte quintische Kernel verwendet. Falls nicht anders gekennzeichnet, wird dieser mit einer Glättungslänge von  $h = \Delta x$  und einem maximalen Einflussradius von  $r_{\max} = 3h$  eingesetzt.  $\Delta x$  entspricht dabei dem mittleren Partikelabstand. In der Literatur werden noch weitere Kernelfunktionen im Zusammenhang mit der SPH-Methode beschrieben (Wang et al., 2016b). Häufig kommt neben dem quintischen Kernel der Wendland Kernel zum Einsatz. Für weiterführende Betrachtungen unterschiedlicher Kernelfunktionen sowie Beschreibungen der erforderlichen mathematischen Eigenschaften wird auf die Literatur (z.B. Dehnen und Aly (2012)) verwiesen. Die Konstruktion neuer Kernels und die Untersuchung von deren Auswirkungen auf die Konvergenz-, Konsistenz- und Stabilitätseigenschaften der SPH-Methode sind Gegenstand aktueller Forschung und unterliegen einer stetigen Weiterentwicklung (Chaussonnet et al., 2015; Franz und Wendland, 2018).

Mit den beschriebenen SPH-Approximationen von Funktionswerten und Ableitungen können Systeme partieller Differenzialgleichungen in eine diskretisierte Form überführt werden. In den nachfolgenden Abschnitten werden die in den SPH-Formalismus überführten isothermen NSG vorgestellt, die die Grundlage für die in dieser Arbeit durchgeführten Strömungssimulationen bilden.

Wie in Abbildung 4.5 dargestellt, werden die SPH-Approximationen durch eine Interaktion mit den im Einflussradius  $r_{\max}$  befindlichen Nachbarpartikeln gebildet. Der Einflussbereich ist in der Regel vollständig mit Partikeln gefüllt, was notwendig ist für ein korrektes Approximationsergebnis. Für eine Zweiphasenströmung wird diese Bedingung, wie in Abbildung 4.5a zu sehen, in

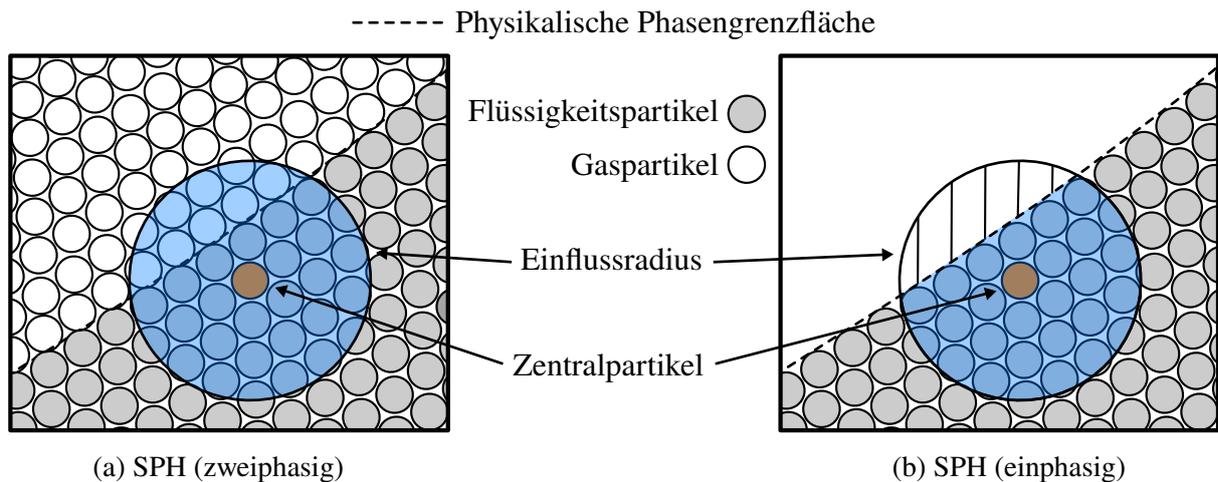


Abbildung 4.5: Einflussbereich in der Nähe einer Phasengrenzfläche (freie Oberfläche) bei a) der TPSPH- und b) der SPSPH-Formulierung.

der Nähe der Phasengrenzfläche nicht verletzt. Auftretende Diskontinuitäten, insbesondere der Dichteunterschied zwischen Partikeln unterschiedlicher Phasen, können durch den Einsatz geeigneter Algorithmen erfasst werden. Diese SPH-Variante wird im Folgenden mit TPSPH (engl.: *two-phase SPH*) bezeichnet und wird im Abschnitt 4.3.3 vorgestellt. Wie einleitend im Abschnitt 4.3 beschrieben, können in SPH auch Phasen mit vernachlässigbarem Einfluss ausgelassen werden, so dass für den Fall einer Zweiphasenströmung eine einphasige Variante formuliert werden kann. Dieser Fall ist in Abbildung 4.5b dargestellt. Der Einflussradius ist hier an der Phasengrenzfläche (freie Oberfläche) nicht vollständig gefüllt, was eine gesonderte numerische Behandlung erfordert. Die Unterschiede der im Folgenden SPSPH (engl.: *single-phase SPH*) genannten SPH-Variante werden im Abschnitt 4.3.4 beschrieben.

### 4.3.3 Zweiphasige Formulierung (TPSPH)

In diesem Abschnitt werden die in dieser Arbeit verwendeten Modelle und SPH-Approximationen für zweiphasige Strömungssimulationen vorgestellt. Die präsentierte WCSPH-Formulierung entspricht der Formulierung, die von Höfler (2013), Braun (2018) und Wieth (2018) in vorangegangenen Dissertationen am ITS eingesetzt wurde und im verwendeten ITS-SPH-Code (siehe Abschnitt 4.3.1) implementiert ist. Auf eine Beschreibung des Zeitintegrationsverfahrens wird hier verzichtet. Die verwendeten Algorithmen und adaptiven Zeitschrittkriterien werden durch Höfler (2013) und Braun (2018) eingehend dargelegt.

#### Kontinuitätsgleichung

Wie von Hu und Adams (2007) für Mehrphasenströmungen mit hohen Dichteverhältnissen vorgeschlagen, wird hier die direkte, strikt massenerhaltende Berechnung der Dichte durch

$$\langle \rho \rangle_a = m_a \sum_b W_{ab,h} \quad (4.23)$$

angewandt. Die Approximation erfolgt demnach direkt über die Partikelpositionen und nicht über die Diskretisierung der Kontinuitätsgleichung (4.7). Bei diesem Diskretisierungsschema, welches ursprünglich von Español und Revenga (2003) entwickelt wurde, tritt statt der Masse des jeweiligen Nachbarpartikels  $m_b$  stets die Masse des Zentralpartikels  $m_a$  auf. Dadurch wird der scharfe Dichtesprung an einer Phasengrenzfläche im Vergleich zur Standardapproximation nach Gleichung (4.18) besser erfasst.

## Impulsgleichung

Unter der Annahme, dass als zusätzlicher Quellterm nur die Oberflächenspannung auftritt, lautet die SPH-Approximation der Impulsgleichung (4.8)

$$\left\langle \frac{D\vec{u}}{Dt} \right\rangle_a = \left\langle -\frac{\vec{\nabla}p}{\rho} \right\rangle_a + \left\langle \frac{\vec{\nabla} \cdot \mathbf{S}}{\rho} \right\rangle_a + \left\langle \vec{f}_\sigma \right\rangle_a. \quad (4.24)$$

Die jeweiligen Modelle der Terme auf der rechten Seite werden nachfolgend beschrieben.

Für den Druckgradienten existieren unterschiedliche Formen der SPH-Approximation, die unter anderem ausführlich von Höfler (2013) beschrieben werden. Wie im Abschnitt 4.3.2 skizziert, liegt dies an den unterschiedlichen Ansätzen zur Approximation von Ableitungen in SPH. Hier erfolgt die Berechnung in symmetrischer Form nach Gleichung (4.21) durch

$$\left\langle -\frac{\vec{\nabla}p}{\rho} \right\rangle_a = -\frac{1}{\rho_a} \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} (p_b + p_a) \vec{\nabla}W_{ab,h}. \quad (4.25)$$

Nach Untersuchungen von Bonet und Lok (1999) ist diese Approximation nicht exakt Impuls- und Drehimpuls erhaltend, eine lokale Konsistenz mit der Dichteänderungsrate wird jedoch erreicht. Colagrossi und Landrini (2003) zeigen zudem, dass Gleichung (4.25) für Mehrphasenströmungen mit hohem Dichteverhältnis geeignet ist.

Zudem existieren bei der SPH-Methode unterschiedliche Herangehensweisen zur Approximation zweiter Ableitungen, wie sie im Gradienten des Schubspannungstensors auftreten (vgl. Gleichung (4.5)). Je nach Ansatz können die in der Literatur verfügbaren Modelle für den Schubspannungsterm in folgende Modelltypen unterteilt werden:

- Standard SPH-Approximation: Verschachtelte Summen oder Approximation durch 2. Kernelableitung (z.B. Takeda et al. (1994))
- Künstliche Viskosität (Monaghan und Gingold, 1983)
- Hybrides Viskositätsmodell: SPH und FD (Cleary, 1998; Morris et al., 1997)

In dieser Arbeit wird das hybride Viskositätsmodell nach Szewc et al. (2012) angewandt, welches eine modifizierte Version des von Cleary (1998) vorgestellten Modells ist. Die Schubspannung wird dabei in Abhängigkeit der räumlichen Dimension  $D$ , der dynamischen Viskosität  $\mu$  und einem numerischen Hilfwert  $\eta = 0.01h$  zur Vermeidung einer Singularität durch

$$\left\langle \frac{\vec{\nabla} \cdot \mathbf{S}}{\rho} \right\rangle_a = 2(2 + D) \sum_b \frac{m_b}{\rho_a \rho_b} \frac{\mu_a \rho_b + \mu_b \rho_a}{\rho_a + \rho_b} \frac{\vec{x}_{ab} \cdot \vec{u}_{ab}}{\|\vec{x}_{ab}\|^2 + \eta^2} \vec{\nabla}W_{ab,h} \quad (4.26)$$

approximiert. In Gleichung (4.26) werden die paarweisen Differenzen durch die Schreibweise  $\vec{\phi}_{ab} = \vec{\phi}_a - \vec{\phi}_b$  abgekürzt. Die Formulierung ist im Unterschied zum Modell nach Morris et al. (1997) lokal Drehimpuls erhaltend, da die Kraft zwischen zwei Partikeln immer entlang des Abstandsvektors orientiert ist.

Der letzte Term in Gleichung (4.24) repräsentiert den Einfluss der Oberflächenspannung. Ähnlich zum Vorgehen bei der VOF-Methode (vgl. Abschnitt 4.2.1) wird der Oberflächenspannungsterm in dieser Arbeit durch ein CSF-Modell (Brackbill et al., 1992) implementiert. Genauer wird das von Adami et al. (2010) beschriebene Verfahren eingesetzt. Dieses ist eine Weiterentwicklung des ursprünglichen CSF-Modells in SPH von Morris (2000) für hohe Dichteverhältnisse. Wieth et al. (2014) beschreiben die zusätzlich implementierte Erweiterung zur Modellierung von Dreiphaseninteraktionen. Die resultierende Beschleunigung aufgrund der Oberflächenspannung

$$\langle \vec{f}_\sigma \rangle_a = \frac{\langle \vec{F}_\sigma \rangle_a}{\rho_a} = \frac{\sigma_a}{\rho_a} \langle \kappa \rangle_a \langle \vec{n} \rangle_a \quad (4.27)$$

wird dabei abhängig von der Oberflächenspannung  $\sigma$ , der Oberflächenkrümmung  $\kappa$  und der Oberflächennormalen  $\vec{n}$  bestimmt. Für die einzelnen Terme kommen angepasste SPH-Approximationen zum Einsatz, die durch Wieth (2018) ausführlich vorgestellt werden. An einem Wand-Flüssigkeit-Gas-Kontakt kann damit der statische Kontaktwinkel  $\Theta$ , der durch die Young'sche Gleichung

$$\cos \Theta = \frac{\sigma_{\text{fest-gastförmig}} - \sigma_{\text{fest-flüssig}}}{\sigma_{\text{flüssig-gastförmig}}} \quad (4.28)$$

beschrieben wird, durch Angabe der Grenzflächenspannungen  $\sigma_{\text{flüssig-gastförmig}}$  (Oberflächenspannung),  $\sigma_{\text{fest-gastförmig}}$  und  $\sigma_{\text{fest-flüssig}}$  definiert werden. Dynamische Kontaktwinkel stellen sich durch die zusätzlich wirkenden Reibungskräfte implizit ein. Die verwendete Implementierung wird von Braun (2018) und Wieth (2018) erfolgreich für die Vorhersage der Tropfenschwingung und des Benetzungsverhaltens bei unterschiedlichen Materialkombinationen und aerodynamischen Randbedingungen validiert.

## Druckberechnung

Die Schließung des Gleichungssystems erfolgt durch eine Zustandsgleichung, die eine Kopplung des Drucks an die veränderliche Dichte ermöglicht. Wie einleitend im Abschnitt 4.3 beschrieben, ist dieser Schritt charakterisierend für die verwendete WCSPH-Methode. Prinzipiell können unterschiedliche Zustandsgleichungen angewandt werden. Neben der idealen Gasgleichung kommt in der SPH-Methode häufig die Tait'sche Zustandsgleichung nach Cole (1948) zum Einsatz. Letztere wird auch in dieser Arbeit verwendet. Dabei wird der Relativdruck eines Partikels zu einem Referenzzustand durch

$$\Delta p_a = \frac{c_k^2 \rho_{0,k}}{\gamma_k} \left[ \left( \frac{\rho_a}{\rho_0} \right)^{\gamma_k} - 1 \right] + p_{\text{back}}, \quad (4.29)$$

bestimmt. Neben der Dichte des betrachteten Partikels  $\rho_a$  treten in Gleichung (4.29) die Referenzdichte  $\rho_{0,k}$ , die künstliche Schallgeschwindigkeit  $c_k$  und die Konstante  $\gamma_k$  auf. Letztere wird je nach Aggregatzustand der betrachteten Phase  $k$  festgelegt. Für gasförmige und flüssige Fluide wird  $\gamma = 1$  respektive  $\gamma = 7$  gesetzt.

Da in der vorliegenden Arbeit ein inkompressibles Verhalten der simulierten Fluide zu erwarten ist, wird die künstliche Schallgeschwindigkeit der Phase  $k$  so gewählt, dass die Bedingung

$$c_k \geq 10 \|\vec{u}_k\|_{\max} \quad (4.30)$$

global erfüllt ist. Auf diese Weise wird sichergestellt, dass Dichtefluktuationen unter 1 % auftreten und von einem quasi-inkompressiblen Verhalten der Fluide ausgegangen werden kann (Monaghan, 1994). Aus Stabilitätsgründen ist es vorteilhaft, den Vorfaktor  $c_k^2 \rho_{0,k}$  aus Gleichung (4.29) für benachbarte Phasen durch eine entsprechende Wahl von  $c_k$  so festzulegen, dass die Beträge eine ähnliche Größenordnung annehmen (Chaussonnet et al., 2019, 2018). Je nach Anwendungsfall ist dies jedoch nicht immer möglich, ohne gleichzeitig Bedingung (4.30) zu verletzen.

### Numerische Korrekturen

Zur Stabilisierung der Methode wird in Gleichung (4.29), wie von Morris (1996) vorgeschlagen, der sogenannte Hintergrunddruck  $p_{\text{back}}$  addiert. Dieser globale und konstante Term induziert eine künstliche Kraft, die in der Impulsgleichung auftritt und so wirkt, dass sich eine homogene Partikelanordnung einstellt. Da eine ungeordnete Partikelverteilung zu fehlerhaften SPH-Approximationen führt und bereits leichte Unregelmäßigkeiten zum Verfehlen der Konsistenz nullter Ordnung führen (Vaughan et al., 2007), kann durch den Hintergrunddruck die Genauigkeit der Methodik erhöht werden (Litvinov et al., 2015). Ist die induzierte Kraft groß im Vergleich zu den physikalisch wirkenden Kräften, kann der Hintergrunddruck jedoch zu einer Verfälschung der Strömungsvorhersagen führen. Nach Chaussonnet et al. (2019) ist der unphysikalische Einfluss des Hintergrunddrucks gering, wenn die Bedingung

$$\frac{p_{\text{back}}}{c_k^2 \rho_{0,k}} \ll 1 \quad (4.31)$$

für jede Phase erfüllt ist.

Die Druck-Dichte-Kopplung durch die starre Zustandsgleichung (4.29) ist Ursache für die in der WCSPH-Methode häufig auftretenden unphysikalischen Druckschwankungen, die sich in einem verrauschten Dichtefeld bemerkbar machen. Ein weiterer Grund ist die genannte Ungenauigkeit der SPH-Approximationen bei ungünstigen Partikelanordnungen. Um diesem Schwachpunkt entgegenzuwirken, werden häufig modifizierte SPH-Schemata angewandt, die in folgende Kategorien eingeteilt werden können:

- Dichte-Filterung (Colagrossi und Landrini, 2003)
- Dichte-Diffusion (Molteni und Colagrossi, 2009)
- Riemann-SPH / ALE-SPH (engl.: *arbitrary Lagrangian-Eulerian*) (Vila, 1999)
- Partikelverschiebung (Lind et al., 2012; Xu et al., 2009)

Violeau und Rogers (2016) geben eine Übersicht der einzelnen Herangehensweisen. Ein Dilemma der rein Lagrange'schen SPH-Methode besteht darin, dass verbesserte Verfahren zwar zu einer genaueren Einhaltung der Lagrange'schen Eigenschaft führen, d.h. die Partikel folgen den Stromlinien exakt. Dies führt jedoch zum Beispiel in der Nähe eines Staupunkts zur Bildung kettenförmiger Strukturen und damit lokal zu einer inhomogenen Verteilung der Partikel und

fehlerhaften SPH-Approximationen. Deshalb kommen häufig Partikelverschiebungsverfahren zum Einsatz, wodurch die Partikelverteilung homogenisiert werden kann. Die genannten Methoden führen in der Regel zu erhöhter numerischer Diffusion und Dissipation sowie erhöhtem Rechenaufwand. In der Praxis muss daher für jeden Anwendungsfall der Bedarf und Nutzen der Korrekturalgorithmen evaluiert werden.

#### 4.3.4 Einphasige Formulierung (SPSPH)

Die in dieser Arbeit verwendete SPSPH-Formulierung ist in großen Teilen identisch zu der im vorherigen Abschnitt beschriebenen TPSPH-Formulierung. Wie eingangs beschrieben und in Abbildung 4.5 (rechts) dargestellt, ist in der Nähe der freien Oberfläche der Kerneinflussbereich unvollständig mit Partikeln gefüllt. Die explizite Dichteberechnung in diesen Bereichen mittels Gleichung (4.23) würde zu einem unphysikalischen Dichteabfall in der Nähe der Oberfläche führen. Daher wird in der implementierten SPSPH-Formulierung die Änderung der Dichte durch die klassische SPH-Approximation der Kontinuitätsgleichung (4.7) bestimmt. Die Anwendung der SPH-Approximationsvorschrift aus Gleichung (4.20) führt zu

$$\left\langle \frac{D\rho}{Dt} \right\rangle_a = \sum_b m_b \vec{u}_{ab} \cdot \vec{\nabla} W_{ab,h}, \quad (4.32)$$

wobei die Dichteänderung dabei mit der Geschwindigkeitsdifferenz benachbarter Partikel verknüpft ist und der Dichteabfall an der freien Oberfläche vermieden wird. Im Unterschied zur Gleichung (4.23) kann Gleichung (4.32) ohne weitere Korrektur in der Nähe der Phasengrenzfläche angewandt werden.

Nachteil von Gleichung (4.32) ist, dass die Massenerhaltung nicht garantiert ist. Durch die Zeitintegration der Gleichung (4.32) können sich numerische Fehler zudem über die Simulationsdauer akkumulieren. Um die Fehler klein zu halten, wird das Dichtefeld nach jeweils  $N$  ( $N \approx 30$ ) Simulationszeitschritten reinitialisiert. Dazu wird der sogenannte *Shepard-Filter* (Shepard, 1968) angewandt, wobei die Normierungsbedingung der Kernelfunktion

$$\sum_b \frac{m_b}{\rho_b} W_{ab,h} \stackrel{!}{=} 1 \quad (4.33)$$

ausgenutzt wird. Die Reinitialisierung erfolgt durch

$$\rho_a = \sum_b m_b W_{ab,h}^* \quad \text{mit} \quad W_{ab,h}^* = \frac{W_{ab,h}}{\sum_b \frac{m_b}{\rho_b} W_{ab,h}}. \quad (4.34)$$

Die Berechnung von  $W_{ab,h}^*$  entspricht dabei einer Kernelkorrektur nullter Ordnung (Randles und Libersky, 1996). In der Literatur werden häufig weitere Korrekturen höherer Ordnung, wie der Kernelgradientenkorrektur nach Bonet und Lok (1999), angewandt (Ozbulut et al., 2014; Wang et al., 2016b). Mit dem beschriebenen Ansatz werden für den vorliegenden Anwendungsfall plausible Ergebnisse erzielt, weshalb auf weitere meist rechenaufwändige Korrekturalgorithmen verzichtet wird. Zur Verbesserung der Stabilität wird die Glättungslänge des quintischen Kerns bei SPSPH-Simulationen auf  $h = 1,3\Delta x$  erhöht.

Durch das Wegfallen der Gasphase kann mit der SPSPH-Methode kein Impulsaustausch zwischen den Phasen einer Zweiphasenströmung modelliert werden. Für den jeweiligen Anwendungsfall ist die Anwendbarkeit der Methode deshalb stets zu verifizieren. Trotz des Fehlens der Gaspartikel werden in der SPSPH-Methode Oberflächenspannungseffekte abgebildet. Dies ist möglich, da die Berechnung der Beschleunigung durch die Oberflächenspannung nach Gleichung (4.27) auf der Bestimmung des Normalenvektors  $\vec{n}$  an der freien Oberfläche basiert und die Normalenvektoren ähnlich zum Vorgehen von Wieth (2018) auch für einphasige SPH-Varianten bestimmt werden können. Die Krümmung  $\kappa$  wird ebenfalls daraus abgeleitet.

Mit dieser SPSPH-Formulierung wurden von Hagg (2016) die Oszillation eines durch die Oberflächenspannung angetriebenen Flüssigkeitstropfens und der häufig untersuchte Dammbbruch-Testfall physikalisch korrekt vorhergesagt.

### 4.3.5 Randbedingungen

Die Realisierung von Randbedingungen gehört zu den *Grand Challenges*<sup>2</sup> der SPH-Methode. Ähnlich zu der im Abschnitt 4.3.4 diskutierten Behandlung freier Oberflächen kommt es in der Nähe von Rändern zu einem Abschneiden des Kerneinflussbereichs. In diesem Punkt unterscheidet sich die SPH-Methode stark von klassischen gitterbasierten CFD-Methoden, weshalb deren bewährte Konzepte meist nicht direkt auf SPH übertragbar sind. Dennoch existieren diverse Möglichkeiten, gängige Randbedingungen (Wände, Periodizität, Symmetrie, Ein- und Auslässe etc.) in SPH umzusetzen. Violeau und Rogers (2016) geben eine Übersicht der Verfahren.

Im verwendeten ITS-SPH-Code sind eine Vielzahl von Randbedingungen implementiert (Braun, 2018), die die Untersuchung technischer relevanter Strömungsprobleme (vgl. Abschnitt 4.3.1) erlauben. Folgende Randbedingungen können aufgeprägt werden:

- Wand (Haft- oder Gleitbedingung),
- Periodizität (translatorisch und rotatorisch),
- Einlass (Geschwindigkeitsprofil),
- Auslass (Druck) und
- Festkörperbewegung (vorgegebene Kinematik).

Im Folgenden wird auf die wichtigsten Randbedingungen für diese Arbeit eingegangen. Dazu gehören neben festen Rechengietsbegrenzungen (Wände) auch durchlässige Ränder (Ein- und Auslässe und Periodizitäten) sowie bewegte Körper. Die Modellierung bewegter Körper wurde im Rahmen dieser Arbeit in den ITS-SPH-Code implementiert.

<sup>2</sup>Die *Grand Challenges* werden durch die *SPH rEsearch and engineeRing International Community* (SPHERIC), einer zur ERCOFTAC zugehörigen Gruppierung aus Wissenschaftlern und SPH-Anwendern, definiert.

## Feste Wände

In technischen Anwendungen spielen Rechengebietsbegrenzungen durch feste Wände eine wichtige Rolle. Häufig wird an den Wänden eine Haft- oder Gleitbedingung für die Geschwindigkeit und eine Neumann Randbedingung für den Druck aufgeprägt. Die Ansätze zur Umsetzung dieser Bedingungen in SPH können allgemein in drei Gruppen, die in Abbildung 4.6 skizziert sind, unterteilt werden:

- abstoßende Kraft,
- Pseudo- und Geisterpartikel und
- semi-analytisches Randflächenintegral.

Die schon früh von Monaghan (1994) verwendete Wandmodellierung durch abstoßende Kräfte ist in Abbildung 4.6a dargestellt. Nähern sich Fluidpartikel der durch Wandpartikel definierten Rechengebietsgrenze, wirkt eine abstoßende Kraft der Partikelbewegung entgegen. Dadurch kann in vielen Fällen das Durchdringen der Ränder verhindert werden, eine exakte Aufprägung von Dirichlet- oder Neumann-Randbedingungen ist nicht möglich und die SPH-Approximationen in Wandnähe sind durch den abgeschnittenen Einflussbereich ungenau (Ferrand et al., 2012).

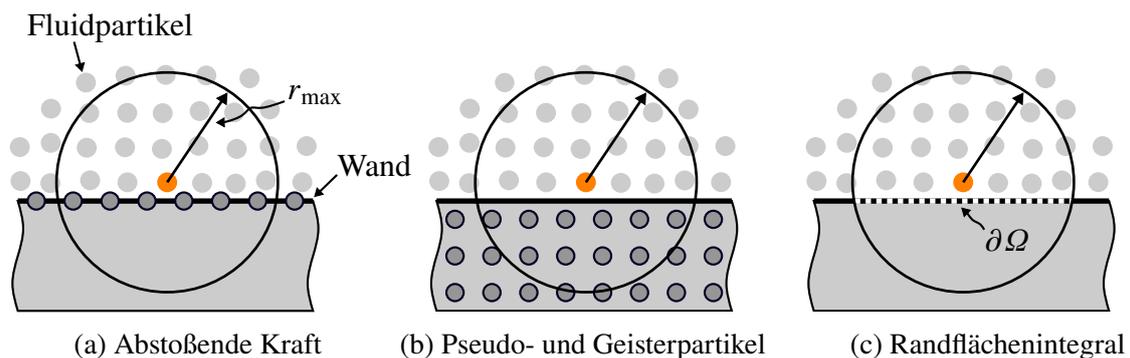


Abbildung 4.6: Illustration unterschiedlicher SPH-Randbedingungen fester Wände nach Violeau und Rogers (2016).

Ein weiterer einfacher Ansatz wird durch sogenannte Pseudopartikel realisiert. Dabei wird das Strömungsgebiet an festen Rändern durch Partikel erweitert und somit sichergestellt, dass der Einflussradius eines regulären Fluidpartikels vollständig gefüllt ist. Wie in Abbildung 4.6b veranschaulicht, müssen die Wandpartikel, je nach Größe des Einflussradius, mehrere Lagen bilden. Die Pseudopartikel werden im *Preprocessing* erzeugt und bleiben über die Simulationsdauer erhalten. Die Eigenschaften der Pseudopartikel werden nur teilweise aus einer SPH-Approximation abgeleitet. Um die Haft- bzw. Gleitrandbedingung aufzuprägen, kann ein lineares Geschwindigkeitsprofil über die wandnahen Partikel angenommen und das Verfahren von Takeda et al. (1994) angewandt werden. In einer Abwandlung dieser Vorgehensweise werden die Wandpartikel dynamisch während der Simulation durch Spiegelung der Fluidpartikel an der Wandfläche erzeugt. Die Eigenschaften dieser Partikel, oft als Geisterpartikel bezeichnet, werden ähnlich zu den Pseudopartikeln festgelegt. Die Erzeugung 3- oder 4-lagiger Partikelschichten ist für einfache Geometrien trivial, für komplexere Geometrien jedoch nicht ohne weiteres möglich. Dauch et al. (2017b) zeigen eine Möglichkeit auf, wie dies teil-automatisiert für industriell relevante und komplexe Geometrien umgesetzt werden kann. Wegen ihrer Einfachheit und der

damit erreichbaren Genauigkeit werden Pseudopartikel sehr häufig in SPH angewandt, so auch in der vorliegenden Arbeit. Der Vollständigkeit halber wird nachfolgend eine noch genauere aber auch aufwändigere Vorgehensweise skizziert.

Die genauesten Modelle für feste Rechengebietsgrenzen basieren auf der Auswertung der Partikel-Approximation (vgl. Gleichung (4.18)) unter Berücksichtigung des abgeschnittenen Kerns. Dabei wird das Randflächenintegral mit der tatsächlichen Berandung  $\partial\Omega$ , wie in Abbildung 4.6c dargestellt, semi-analytisch ausgewertet (Kulasegaram et al., 2004; Mayrhofer et al., 2013). Häufig wird diese Art der Wandmodellierung zusammen mit der ISPH-Methode angewandt, da die globale Lösung der Druck-Poisson-Gleichung sensibel auf die Wandrandbedingungen reagiert. Zudem können diese Ansätze gut mit der Beschreibung der Rechengebietsgrenzen durch Oberflächennetze gekoppelt werden (Ferrand et al., 2012). Letztere können direkt aus CAD-Modellen abgeleitet werden, wodurch das *Preprocessing* vereinfacht wird.

### Einlass- und Auslassränder

Die Umsetzung von Einlass- und Auslassrändern in SPH ist herausfordernd. Dies liegt daran, dass diese Art der Randbedingungen inhärent dem Prinzip des Euler'schen Bezugssystems unterliegt. Dennoch wurden in den 2010er Jahren Methoden entwickelt, mit denen beide Arten durchlässiger Ränder realisiert werden können. Der Stand der Forschung ist jedoch weitaus weniger umfangreich verglichen mit Randbedingungen für feste Wände.

Die meisten Verfahren basieren auf einer einfachen Herangehensweise, bei der vor einem Strömungseinlass beziehungsweise nach einem Strömungsauslass das Rechengebiet durch eine sogenannte *Pufferzone* erweitert wird (Lastiwka et al., 2009; Vacondio et al., 2012). Wie in Abbildung 4.7 dargestellt, haben diese Pufferzonen eine Ausdehnung von mindestens  $r_{\max}$ , so dass reguläre Fluidpartikel immer einen vollständig gefüllten Einflussradius aufweisen. In der Pufferzone der Einlassrandbedingung werden Partikel erzeugt und mit der vorgegebenen Strömungsgeschwindigkeit beaufschlagt. Sobald ein Pufferpartikel den Einlass überquert, wird es als reguläres Partikel behandelt. Ähnlich dazu wird am Auslass ein reguläres Partikel zu einem Pufferpartikel, sobald es den Auslass überquert. Beim Verlassen der Pufferzone am Auslass wird das Partikel gelöscht.

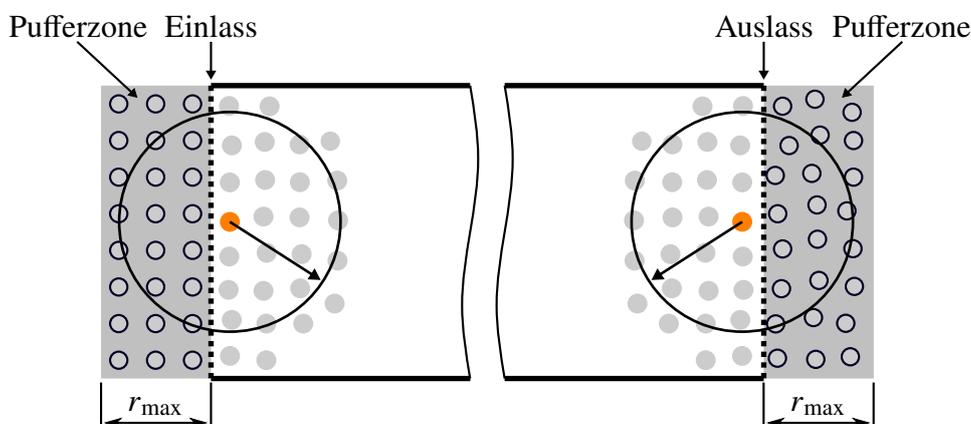


Abbildung 4.7: Umsetzungen von Einlass- und Auslassrandbedingungen mittels Pufferzonen nach Vacondio et al. (2012).

Diese Art der Randbedingung wird von Braun et al. (2015) aufgegriffen und unter Berücksichtigung des schwach-kompressiblen Charakters der WCSPH-Methode weiterentwickelt. Die Eigenschaften der Pufferpartikel werden dabei so modifiziert, dass möglichen Druckstößen beim Übertritt einzelner Partikel von der Pufferzone in das Rechengebiet und umgekehrt entgegengewirkt wird. Braun (2018) gibt eine ausführliche Beschreibung dieser Randbedingung, die im ITS-SPH-Code implementiert ist und auch in dieser Arbeit Anwendung findet. Andere semi-analytische Ansätze für Einlass- und Auslassränder basieren auf der Randintegration, ähnlich zu dem zuvor beschriebenen Vorgehen bei festen Wänden (Ferrand et al., 2017).

### Periodizität

Durch Ausnutzung der Periodizität räumlicher Strömungsprobleme kann in vielen Fällen die Größe des Rechengebiets erheblich reduziert und somit Rechenzeit und Rechenressourcen eingespart werden. In SPH sind nur wenige Ansätze bekannt, mit welchen diese wichtige Randbedingung umgesetzt wird. Braun et al. (2015) entwickeln basierend auf Ansätzen aus der Molekulardynamik sowohl translatorische als auch rotatorische periodische Randbedingungen. Ähnlich zu den Pufferzonen bei durchlässigen Rändern werden Bereiche vor und nach definierten periodischen Flächen eingeführt. Wie in Abbildung 4.8 veranschaulicht, besteht eine periodische Randbedingung immer aus der Verknüpfung zweier Randflächen (A und B) und der Vorgabe deren periodischen Beziehung. Reguläre Partikel (inkl. Wandpartikel) in einer Kopierzone werden dupliziert und durch die vorgegebene Translation oder Rotation aus dem Rechengebietsinneren in die jeweils verknüpfte Pufferzone verschoben. In dem Beispiel werden Partikel in der Nähe der Fläche A in die Pufferzone der Fläche B kopiert und umgekehrt. Die Umsetzung für translatorische Periodizitäten funktioniert analog.

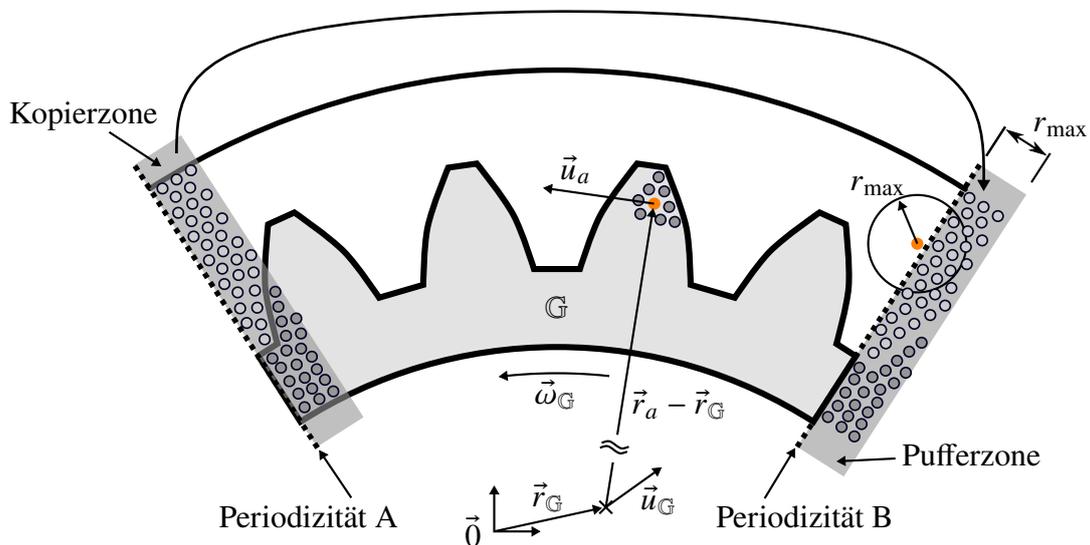


Abbildung 4.8: Illustration der implementierten Festkörperbewegung in Kombination mit der rotatorischen Periodizität.

In dieser Arbeit wird diese Implementierung der Periodizität ausgiebig genutzt. Dauch et al. (2017a) zeigen die Funktionalität dieser Randbedingung bei 3D-Simulationen einer rotationsperiodischen Zerstäuberdüse.

## Modellierung bewegter Objekte

Im Vergleich zu gitterbasierten Methoden ist die Realisierung bewegter Objekte und Rechengebietsdeformationen mit SPH einfach. Aufgrund der Lagrange'schen Formulierung von SPH können Festkörperbewegungen direkt durch die Bewegung der den Körper repräsentierenden Wandpartikel realisiert werden. Aufwändige und fehleranfällige Netzmanipulationen oder Interpolationsmethoden, wie im Abschnitt 4.2.3 für die VOF-Methode beschrieben, entfallen.

Monaghan (2012) gibt eine Übersicht typischer SPH-Anwendungen, bei denen die Fluid-Festkörper-Interaktion durch die Bewegung des Festkörpers zustande kommt. Beispiele sind die Flüssigkeitsbewegung in Tanks oder die Umströmung von Schiffsrümpfen. Die Simulation von Tsunamis und Überschwemmungen, bei denen Trümmerteile im Wasser mitbewegt werden, sind weitere typische Anwendungen.

In dieser Arbeit wird eine 1-Wege-Kopplung angewandt, bei der die Festkörperbewegung als Randbedingung aufgeprägt wird. Das Vorgehen ist in der Abbildung 4.8 skizziert. Konkret wird die Festkörperbewegung so umgesetzt, dass Wandpartikel eines Körpers, beispielsweise eines Zahnrads, als Teilmenge  $\mathbb{G}$  der Gesamtpartikelmenge definiert werden. Für diese Teilmenge werden die Geschwindigkeiten und Positionen aus einer vorgegebenen Translationsgeschwindigkeit  $\vec{u}_{\mathbb{G}}$  und der Rotationsbewegung mit der Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\omega}_{\mathbb{G}}$  um einen Rotationsmittelpunkt  $\vec{x}_{\mathbb{G}}$  bestimmt. Die resultierende Geschwindigkeit

$$\vec{u}_a = \vec{u}_{\mathbb{G}} + \vec{\omega}_{\mathbb{G}} \times (\vec{x}_a - \vec{x}_{\mathbb{G}}) \quad \forall a \in \mathbb{G} \quad (4.35)$$

eines Partikels  $a \in \mathbb{G}$  berechnet sich aus der Superposition der Translations- und Rotationsbewegung. Die Aktualisierung der Partikelposition im Zeitschrittintervall  $\Delta t$  erfolgt durch eine explizite Berechnung der Positionsänderung

$$\Delta \vec{x}_a = \mathbf{R}_{\mathbb{G}}^{\Delta t} (\vec{x}_a - \vec{x}_{\mathbb{G}}) + \vec{u}_{\mathbb{G}} \Delta t \quad \forall a \in \mathbb{G}, \quad (4.36)$$

wobei  $\mathbf{R}_{\mathbb{G}}^{\Delta t}$  die für den Körper  $\mathbb{G}$  geltende Rotationsmatrix ist. Diese Matrix muss nur einmal je Körper und Zeitschritt berechnet werden. Die Implementierung der Festkörperbewegung ist somit ohne nennenswerten Rechenmehraufwand möglich. Wie in Abbildung 4.8 verdeutlicht, ist diese Formulierung kompatibel mit den eingesetzten periodischen Randbedingungen solange die rotationsperiodische Achse mit der Rotationsachse der Festkörperbewegung übereinstimmt.

# 5 Modellbildung zur Simulation der Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion

Die Diskussion des Stands der Forschung im Kapitel 2 zeigt, dass numerische Untersuchungen bislang nicht zur detaillierten Beschreibung der ÖZI und im Speziellen zur quantitativen Analyse des Aufprallvorgangs verwendet werden. Wie in der Zielsetzung (Kapitel 3) dargelegt, tragen die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen zur Schließung dieser wissenschaftlichen Lücke bei. Die numerische Studie zur ÖZI mit den im Kapitel 4 vorgestellten Methoden fokussiert sich auf das Verhalten der Ölphase im Nahbereich der Zahnflanken. In diesem Kapitel werden die dafür gebildeten Simulationsmodelle vorgestellt und in vergleichenden Studien gegenübergestellt. Konkret kommen in der Studie die im Kapitel 4 eingehend beschriebenen Methoden

- VOF,
- TPSPH und
- SPSPH

zum Einsatz. Zur Bearbeitung der Zielsetzung wird in diesem Kapitel das folgende Vorgehen gewählt. Zunächst wird im Abschnitt 5.1 die untersuchte Referenzkonfiguration und der Modellbildungsprozess beschrieben. Im Abschnitt 5.2 werden die mit den unterschiedlichen Methoden gebildeten Simulationsmodelle präsentiert und die Simulationsergebnisse verglichen. Das Kapitel schließt mit einer Zusammenfassung der Erkenntnisse und der Methodenauswahl für die weiterführenden Untersuchungen in dieser Arbeit (Abschnitt 5.3).

## 5.1 Referenzkonfiguration und numerisches Modell

Basierend auf den Geometrie- und Betriebsparametern (Abschnitt 5.1.1) der in diesem Kapitel untersuchten Referenzkonfiguration (REF) werden im Abschnitt 5.1.2 das abgeleitete Rechengebiet, die definierten Modellanforderungen und die gewählten Randbedingungen erläutert. Die Modellbildung erfolgt dabei unter Berücksichtigung der im vorliegenden Fall erwarteten Strömungsphänomene.

### 5.1.1 Geometrie- und Betriebsparameter

Die Geometrie- und Betriebsparameter der in diesem Kapitel betrachteten Referenzkonfiguration werden in Anlehnung an ein luftfahrttypisches Planetengetriebe mit Übersetzungsverhältnis von  $i \approx 4$  festgelegt, wobei das Sonnenrad betrachtet wird. In Abbildung 5.1 ist das Vorgehen zur Ableitung der untersuchten Konfiguration schematisch dargestellt. Den Ausgangspunkt stellt ein Zahnrad der Breite  $w_z$  dar. Eine Ölbrause oder mehrere Öldüsen sind in geringem Abstand zum Zahnrad angebracht. Die 5 skizzierten Ölstrahlen sind dabei mit einem lateralen Abstand von  $w_z/s$  positioniert. Dies entspricht der Einspritzvariante  $U_{OOM}$  (vgl. Abbildung 2.1b) und ist ähnlich zum experimentellen Aufbau nach von Plehwe (2022).

Es wird vorausgesetzt, dass die Ölstrahlen dieselbe Strömungscharakteristik aufweisen und so verteilt sind, dass die Interaktion zwischen den Strahlen keinen rückwirkenden Einfluss auf den

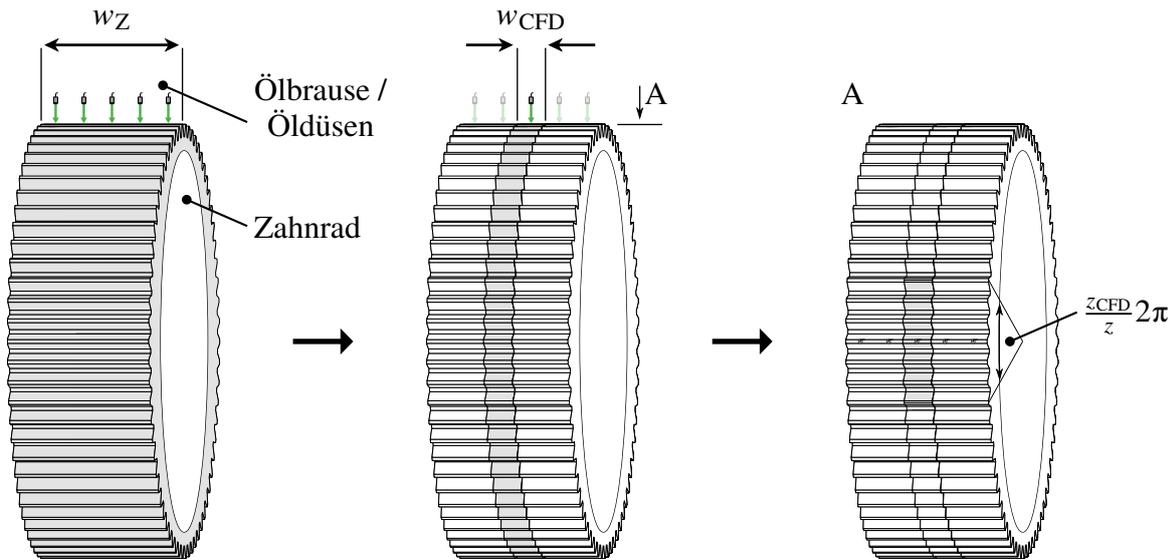


Abbildung 5.1: Ableitung der Referenzgeometrie REF.

Aufprallvorgang nimmt. In der numerischen Studie wird ein innen liegender Ölstrahl betrachtet, der charakteristisch für die ÖZI eines Einzelstrahls angesehen werden kann. Wie in Abbildung 5.1 illustriert, wird die Breite des betrachteten Segments auf  $w_{CFD} = w_Z/s$  reduziert. Wie später gezeigt wird, läuft der Aufprall- und Ölausbreitungsprozess in kurzer Zeit unmittelbar nach dem Aufprall ab. Die untersuchte Geometrie wird deshalb zusätzlich in Umfangsrichtung auf wenige Zähne ( $z_{CFD}$ ) reduziert. Das beschriebene Vorgehen führt zu der in Abbildung 5.2 dargestellten Referenzgeometrie.

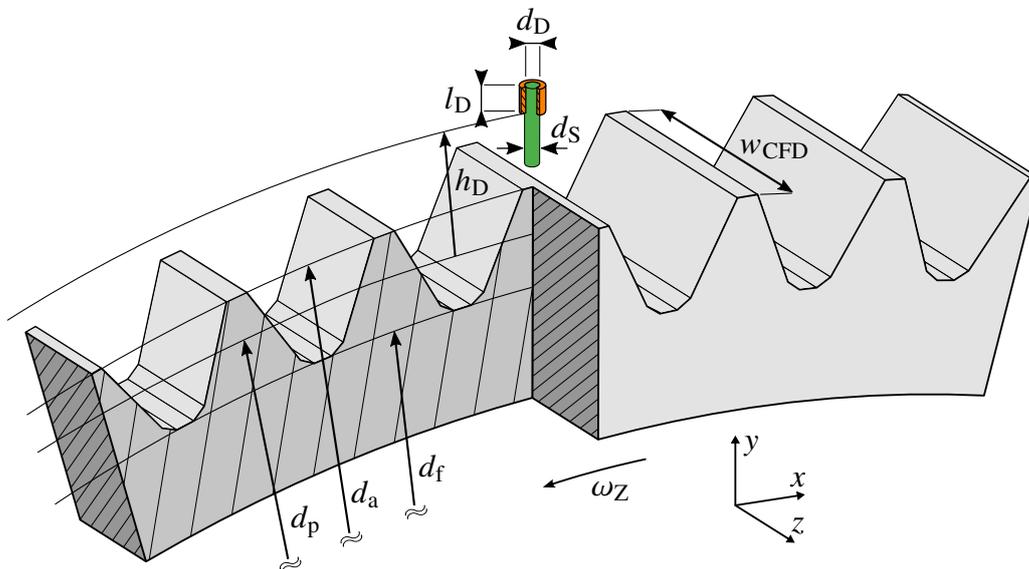


Abbildung 5.2: Referenzgeometrie REF nach Keller et al. (2017, 2019a).

Die Zahnkontur des geradzahnigen Zahnrad besteht aus stückweise linearen Segmenten und entspricht näherungsweise einem Evolventenprofil mit einem Eingriffswinkel von  $\alpha = 25^\circ$ . Diese Vereinfachung wird durch einen robusteren Geometrieprozess bei der eingesetzten SPH-Methode motiviert. Die Aussagekraft der in diesem Kapitel angestellten Schlussfolgerungen

wird dadurch nicht gemindert. Eine Übersicht der relevanten geometrischen Parameter<sup>1</sup> dieser Konfiguration wird in Tabelle 5.1 gegeben. Der Düsenwinkel von  $\varphi_D = 0^\circ$  entspricht einer radialen Ausrichtung der Düse auf den Zahnradumfang.

Tabelle 5.1: Geometrische Parameter der Referenzgeometrie REF.

Parameter	Symbol	Wert	Einheit
<u>Zahnrad</u>			
Zähnezahl	$z$	66	1
Teilkreisdurchmesser	$d_p$	273,0	mm
Kopfkreisdurchmesser	$d_a$	280,7	mm
Fußkreisdurchmesser	$d_f$	264,0	mm
<u>Düse</u>			
Durchmesser der Düsenbohrung	$d_D$	1,15	mm
Länge der Düsenbohrung	$l_D$	2,0	mm
Düsenwinkel	$\varphi_D$	0	°
Abstand zw. Düsenaustritt u. Teilkreis	$h_D$	10,0	mm
<u>Rechengebiet</u>			
Tiefe	$w_{CFD}$	18,0	mm
Zähnezahl	$z_{CFD}$	6	1

Neben den Geometrieparametern bestimmen die mittlere Ölstrahlgeschwindigkeit  $u_S$ , oft auch in Form des Volumenstroms  $\dot{V}_S$  ausgedrückt, und die Zahnradrehzahl  $n_Z$  den untersuchten Betriebspunkt. Eine Übersicht dieser Betriebsparameter wird in Tabelle 5.2 gegeben.

Tabelle 5.2: Betriebsparameter der Referenzkonfiguration REF.

Parameter	Symbol	Wert	Einheit
Drehzahl	$n_Z$	4000,0	1/min
Mittlere Ölstrahlgeschwindigkeit	$u_S$	30,0	m/s
Volumenstrom	$\dot{V}_S$	1,87	ℓ/min
$u_S/u_p$ -Verhältnis	$\Sigma$	0,52	1

Die Beschreibung des untersuchten Betriebspunkts wird durch die physikalischen Stoffeigenschaften des eingespritzten Öls und der Umgebungsluft vervollständigt. Es werden unveränderliche Stoffeigenschaften entsprechend der Tabelle 5.3 angewandt.

<sup>1</sup>Aus Gründen der Geheimhaltung werden die Geometrieparameter der Referenzgeometrie nicht in der für Zahnräder üblichen Form angegeben.

Tabelle 5.3: Physikalische Eigenschaften des untersuchten Getriebeöls und der Umgebungsluft bei  $p = 1 \text{ bar}$  und  $T = 80 \text{ °C}$ .

Parameter	Symbol	Wert		Einheit
		Öl	Luft	
Dichte	$\rho$	949,0	0,9862	$\text{kg/m}^3$
Dynamische Viskosität	$\mu$	$7,8957 \cdot 10^{-3}$	$21,01 \cdot 10^{-6}$	$\text{Pa s}$
Oberflächenspannung	$\sigma$	$25,0 \cdot 10^{-3}$		$\text{N/m}$
Kontaktwinkel	$\theta$	45,0		$^\circ$

### 5.1.2 Rechengebiet, Modellanforderungen und Randbedingungen

Für die im vorigen Abschnitt beschriebene Referenzkonfiguration REF sollen im nächsten Schritt Simulationsmodelle gebildet werden. Diese müssen zum einen in der Lage sein, die Strömungsphänomene der ÖZI physikalisch korrekt abzubilden, zum anderen müssen die Untersuchungen in annehmbarer Rechenzeit durchführbar sein. Für die Modellbildung sind Kenntnisse über die charakteristischen Strömungsprozesse notwendig, die mit dem numerischen Modell erfasst werden müssen. Die Abschätzung der Phänomene erfolgt in diesem Abschnitt auf Basis der spezifizierten Geometrie- und Betriebsparameter (Abschnitt 5.1.1) und der im Abschnitt 2.2 beschriebenen Grundlagen. Daraus werden die Anforderungen an das numerische Modell sowie Randbedingung abgeleitet.

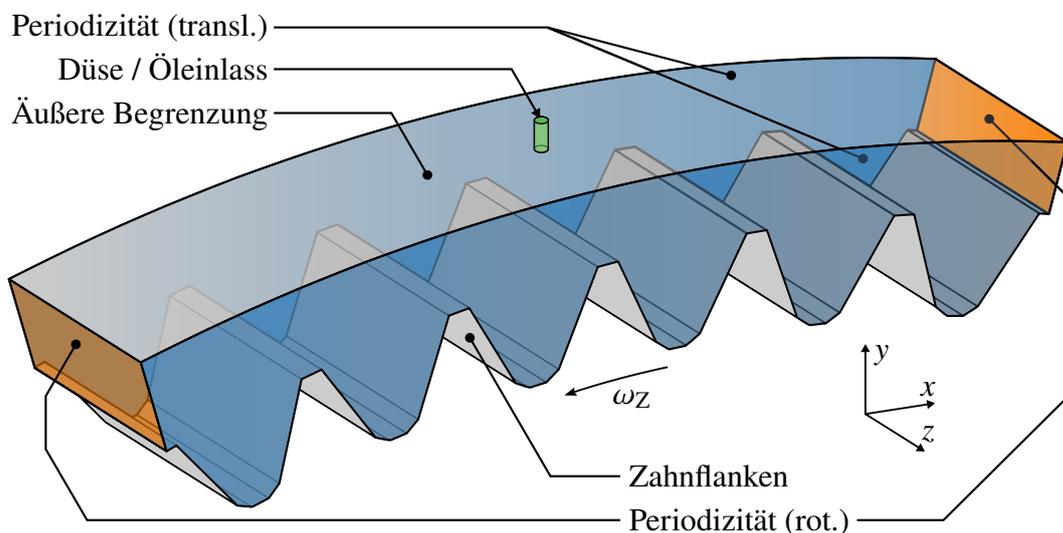


Abbildung 5.3: Abgeleitetes Rechengebiet und Randbedingungen der Referenzkonfiguration REF.

In Abbildung 5.3 ist schematisch das von der Referenzgeometrie REF (vgl. Abbildung 5.2) abgeleitete Rechengebiet dargestellt. Das Rechengebiet umfasst die Düsenbohrung, den Bereich zwischen Bohrungsaustritt und Zahnrad sowie die Zahnflanken des betrachteten Zahnradsegments. Zudem sind die Rechengebietsränder gekennzeichnet, für welche im weiteren Verlauf dieses

Abschnitts die in der Modellierung angewandten Randbedingungen unter Berücksichtigung der identifizierten Modellanforderungen erläutert werden.

Zur Charakterisierung der zu erwartenden Strömungsphänomene und zur Ableitung von Modellanforderungen sowie repräsentativer Randbedingungen werden die in Tabelle 5.4 zusammengefassten dimensionslosen Kennzahlen herangezogen. Die Kennzahlen sind phänomenologisch gruppiert und dem Ablauf der ÖZI entsprechend in chronologischer Reihenfolge sortiert. Beginnend mit der Düseninnenströmung werden nachfolgend das Verhalten des Strahls unter Queranströmung, der Strahlaufprall und die Filmströmung auf der Zahnflanke diskutiert.

Tabelle 5.4: Dimensionslose Kennzahlen der Strömungsprozesse zur Charakterisierung der untersuchten Referenzkonfiguration REF.

Kennzahl	Symbol	Definition	Gleichung	Wert
<i>Düseninnenströmung / Flüssigkeitsstrahl</i>				
Strahl-Reynolds-Zahl	$Re_S$	$\frac{\rho_{fl} d_S u_S}{\mu_{fl}}$	(2.8)	4146
Strahl-Weber-Zahl	$We_S$	$\frac{\rho_{fl} d_S u_S^2}{\sigma}$	(2.9)	39 289
Ohnesorge-Zahl	$Oh$	$\frac{\mu_{fl}}{\sqrt{\rho_{fl} d_S \sigma}}$	(2.10)	$4,78 \cdot 10^{-2}$
$l_D/d_D$ -Verhältnis	$\chi$	$\frac{l_D}{d_D}$	(2.11)	1,74
<i>Jet-in-Crossflow</i>				
Impulsstromdichtenverhältnis	$q$	$\frac{\rho_{fl} u_{fl}^2}{\rho_g u_g^2}$	(2.12)	327
Crossflow-Weber-Zahl	$We_{cf}$	$\frac{\rho_g d_S u_{cf}^2}{\sigma}$	–	120
Faeth-Zahl	$Fa$	$\frac{\rho_{fl} \Lambda u_S^2}{\sigma} q^{\frac{1}{3}}$	(2.15)	33 835
<i>Strahlaufprall</i>				
Aufprall-Reynolds-Zahl	$Re_i$	$\frac{\rho_{fl} d_S u_i}{\mu_{fl}}$	–	8925
Aufprall-Weber-Zahl	$We_i$	$\frac{\rho_g d_S u_i^2}{\sigma}$	–	$1,82 \cdot 10^5$
Aufprall-Froude-Zahl (Gravitation)	$Fr_{i,g}$	$\frac{u_i}{\sqrt{d_S g}}$	–	608
Aufprall-Froude-Zahl (Zentrifugalkraft)	$Fr_{i,G}$	$\frac{u_i}{\sqrt{d_S G}}$	–	12,3
<i>Filmströmung</i>				
Film-Reynolds-Zahl	$Re_F$	$\frac{\rho_{fl} h_F u_F}{\mu_{fl}}$	–	115
Film-Weber-Zahl	$We_F$	$\frac{\rho_{fl} h_F u_F^2}{\sigma}$	–	349
Film-Froude-Zahl (Gravitation)	$Fr_{F,g}$	$\frac{u_F}{\sqrt{h_F g}}$	–	306
Film-Froude-Zahl (Zentrifugalkraft)	$Fr_{F,G}$	$\frac{u_F}{\sqrt{h_F G}}$	–	6,2

## Öleinlass und Düsenwände

Im Abschnitt 2.2.1 wird beschrieben, wie die Form des erzeugten Ölstrahls von der Düseninnenströmung und der Düsengeometrie beeinflusst wird. Zudem wird zwischen einem laminaren und einem turbulenten Strahl unterschieden. Nach dem Kriterium (2.15) werden im vorliegenden Fall dominierende turbulente Strahlzerfallsmechanismen erwartet. Jedoch gilt für die Strahl-Reynolds-Zahl  $Re_S < 6000$ , weshalb die Effekte des aerodynamischen Regimes heranzuziehen sind. Unter Berücksichtigung der vorliegenden Ohnesorge- und Strahl-Reynolds-Zahl können mittels der Regimekarte aus Abbildung 2.4a zunächst die Zerfallsregime D und E ausgemacht werden. Wie in Abbildung 2.4b dargestellt, weist dieser Bereich aufgrund der Strömungsprozesse im Düseninneren ein ambivalentes Verhalten auf. Einerseits kann durch Strömungsablösung, Kavitation und Turbulenz ein Strahl mit zerklüfteter Oberfläche und ausgeprägterem Strahlzerfall gebildet werden. Andererseits bildet sich beim Auftreten eines hydraulischen Umschlags oder von Super-Kavitation ein störungsfreier Strahl mit hoher Zerfallslänge und gleichförmigem Geschwindigkeitsprofil aus (vgl. Abbildung 2.5). Zur Erfassung der Phänomene ist es deshalb notwendig, die Düseninnenströmung vollständig im Simulationsmodell abzubilden.

In der vorliegenden Studie wird die Düse vereinfacht modelliert und angenommen, dass der Ölstrahl störungsfrei aus der Düse austritt und ein gleichförmiges Geschwindigkeitsprofil aufweist. Als Einlass-Randbedingung wird somit die mittlere Strahlgeschwindigkeit über den gesamten Querschnitt vorgegeben. Diese Annahme wird durch das geringe  $l_D/d_D$ -Verhältnis getragen, bei welchem keine vollständig ausgebildeten Geschwindigkeitsprofile auftreten. Möglichen Abweichungen wird zudem durch den Effekt der Profilrelaxation entgegengewirkt. An den Wänden der Düsenbohrung wird eine Haft-Randbedingung aufgeprägt.

## Rechengebietsinneres, äußere Begrenzung und translatorische Periodizität

Die Betrachtung der Strahlzerfallsmechanismen zeigt, dass an der Strahloberfläche kleine Tropfen ( $d \ll d_S$ ) abgelöst werden können. Auch durch die ÖZI selbst können kleinskalige Ligamente und Tropfen erzeugt werden. Die Erfassung dieser Strukturen ist nicht primäres Ziel dieser Arbeit. Die räumliche Auflösung im Rechengebietsinneren soll vielmehr erlauben, signifikante Strahldeformationen und die Strahltrajektorie abzubilden sowie großskalige Tropfen und Ligamente zu verfolgen. Die Arbeiten von Herrmann (2010), Krug (2019) und Fondelli et al. (2015a) zeigen, dass dafür eine Auflösung von ca.  $\Delta x \lesssim d_S/16$  ausreichend ist. In der Nähe der Zahnflanken ist zur Erfassung des Ölfilms eine feinere Auflösung erforderlich, was im nächsten Abschnitt beschrieben wird.

Die Rechengebietsbegrenzungen hin zur offenen Umgebung nehmen insbesondere Einfluss auf die mit dem Modell abbildbare dreidimensionale Luftströmung. Dies geht aus den im Abschnitt 2.2.2 genannten Untersuchungen dieser Luftströmung hervor. Zur Darlegung des hier gewählten Vorgehens wird zunächst der Einfluss der durch die Zahnradbewegung angetriebenen Luftströmung auf die ÖZI skizziert. Dafür ist die aerodynamische Last, die auf den Ölstrahl und den Ölfilm wirkt, zu betrachten.

Fondelli et al. (2015a,b) nehmen für die Queranströmung des Ölstrahls eine Luftgeschwindigkeit von  $u_{cf} = 0,9u_p$  an. Ein Vergleich zum Geschwindigkeitsverlauf aus Abbildung 2.9 zeigt, dass bereits in geringer Entfernung zum Zahnrad mit einer langsameren Querströmung zu rechnen ist.

In der Zahnücke können jedoch größere Werte auftreten. Im Folgenden wird die Querströmung ebenfalls mit

$$u_{cf} = 0,9u_p = 51,46 \text{ m/s} \quad (5.1)$$

angenommen. Die damit bestimmten dimensionslosen Kennzahlen  $q$ ,  $We_{cf}$  und  $Oh$  (vgl. Tabelle 5.4) weisen darauf hin, dass mit einem Zerfall des Ölstrahls aufgrund wirkender Scherkräfte zu rechnen ist. Dies geht aus den Regimekarten nach Wu et al. (1997) und Sallam et al. (2004) in Abbildung 2.11 hervor. Zudem kann mittels der Korrelationen aus Tabelle 2.1 die Ablenkung des Ölstrahls durch die Luftströmung bestimmt werden. Aufgrund des geringen Abstands zwischen Düsenaustritt und Zahnrad sind diese Effekte für den untersuchten Fall jedoch von untergeordneter Bedeutung. Die folgende Berechnung zeigt dies exemplarisch. Mit der Korrelation nach Iyogun et al. (2006) berechnet sich der zu erwartende Säulenzerfallspunkt des Ölstrahls zu

$$\frac{y_B}{d_S} = 78,7 \quad \text{und} \quad \frac{x_B}{d_S} = 12,0. \quad (5.2)$$

Diese Werte werden den geometrischen Gegebenheiten im vorliegenden Fall gegenübergestellt:

$$\frac{r_p + h_D - r_f}{d_S} = 12,6 \ll \frac{y_B}{d_S} \quad \text{und} \quad \left. \frac{x}{d_S} \right|_{\frac{y}{d_S}=12,6} = 0,19 \quad (5.3)$$

Die spezifizierte Geometrie erlaubt eine maximale Strahllänge von  $r_p + h_D - r_f$ , vom Düsenaustritt bis zum Zahnfuß. Die bestimmte Zerfallshöhe  $y_B$  ist im Vergleich dazu um ein Vielfaches größer. Die maximale Ablenkung des Strahls bis zum Zahnfuß ist auf der rechten Seite in Gleichung (5.3) angegeben. Mit nur 19 % des Strahldurchmessers ist diese sehr gering.

Al-Shibl et al. (2007) beschreiben, dass die relative Luftgeschwindigkeit in Bezug auf das rotierende Zahnrad unterhalb der Separationslinie 2 bis 4 Größenordnungen geringer als die Zahnradumfangsgeschwindigkeit  $u_p$  ist (vgl. Abbildung 2.7). Der Einfluss dieser Sekundärströmung auf den Ölfilm auf der Zahnflanke ist somit gering. Oberhalb des Staupunkts kann der Einfluss größer sein und die Filmströmung durch den Schubspannungsaustausch zusätzlich beschleunigt werden. Der Bereich macht jedoch nur einen geringen Teil ( $\lesssim 20\%$ ) der Flankenfläche aus.

Diese Abschätzung zeigt, dass für die betrachtete Konfiguration der Einfluss der Luftphase zwar vorhanden, jedoch aufgrund des geringen Abstands der Düse zum Zahnrad gering ausgeprägt ist. Die vollständige Erfassung der in Abbildung 2.8 skizzierten dreidimensionalen Luftströmung bedürfte ein in radiale Richtung ausgedehntes Rechengbiet sowie die Berücksichtigung der Strömung entlang der Zahnradseitenflächen. Da die globale Luftströmung nicht als entscheidende Einflussgröße für die ÖZI angenommen wird, wird zugunsten der reduzierten Rechenzeit auf eine solche Modellierung verzichtet. Wie in Abbildung 5.3 dargestellt, befindet sich die äußere Rechengbietsbegrenzung auf Höhe des Düsenauslasses. Als Randbedingung am äußeren Rand wird eine Druck-Randbedingung vorgegeben, wobei der statische Umgebungsdruck durch eine Dirichlet-Randbedingung aufgeprägt wird. Das Rechengbiet wird in axialer Richtung durch eine translationsperiodische Randbedingung begrenzt, welche für symmetrische Prozesse einer Symmetrie-Randbedingung gleicht.

## Zahnflanken und rotatorische Periodizität

Prallt das Öl auf den Zahnflanken auf, treten durch die Interaktion des Öls mit den Zahnflanken andere Strömungsphänomene mit anderen Anforderungen an das Simulationsmodell in Erscheinung. Zur Analyse des Strahlaufpralls wird die Aufprallgeschwindigkeit

$$u_i = \sqrt{(u_p - u_S \sin \hat{\varphi}_S)^2 + (u_S \cos \hat{\varphi}_S)^2} \quad (5.4)$$

definiert. Diese ergibt sich aus der Relativbewegung des Ölstrahls in Bezug auf das rotierende Zahnrad. Der Winkel  $\hat{\varphi}_S$  wird im Abschnitt 6.1.2 näher definiert und entspricht dem am Teilkreis gemessenen Strahlwinkel. Die mit dieser Geschwindigkeit berechnete Aufprall-Reynolds-Zahl  $Re_i$  und Aufprall-Weber-Zahl  $We_i$  (vgl. Tabelle 5.4) zeigen, dass der Aufprall von Trägheitskräften dominiert wird, während Oberflächenspannung und viskose Kräfte eine untergeordnete Rolle spielen. Die angegebenen Aufprall-Froude-Zahlen erlauben, das Verhältnis der Trägheitskräfte zu auftretenden Volumenkräften abzuschätzen. Letztere sind bei der ÖZI die Gravitationskraft und die Zentrifugalkraft. Mit  $Fr_{i,G} = 12,3$  ist der Einfluss der Zentrifugalkraft im Gegensatz zur Gravitationskraft nicht vernachlässigbar. Die Trägheitskräfte sind jedoch dominierend.

In Umfangsrichtung wird eine rotationsperiodische Randbedingung angewandt. Dadurch kann sich eine durchgehende Luftströmung ausbilden, gleichzeitig wird jedoch auch das erfassbare Zeitintervall auf  $t = z_{CFD}/z \frac{2\pi}{\omega_Z}$  limitiert. Dies liegt daran, dass durch die Periodizität zusätzliche, fiktive Düsen am Umfang auftreten. Der nach dem Strahlaufprall geformte Ölfilm kann somit nicht über eine vollständige Zahnradumdrehung verfolgt werden. Vielmehr wird dieser nach Durchlauf des periodischen Intervalls durch einen wiederholten Strahlaufprall gestört. Ergebnisse von Fondelli et al. (2015a) zeigen, dass im gewählten Intervall die Erfassung der entscheidenden Phasen der ÖZI möglich ist. Gleichzeitig wird so die Rechengebietsgröße drastisch reduziert.

Die Filmströmung auf den Zahnflanken bildet sich infolge der Ölumlenkung nach dem Strahlaufprall aus. Es ist anzunehmen, dass die Filmströmung komplex und nicht gleichförmig ausgeprägt ist. Eine Charakterisierung ist deshalb a priori nur bedingt möglich. Vielmehr ist diese Analyse Teil der Ergebnisse der in dieser Arbeit durchgeführten CFD-Simulationen. Dennoch ist anzunehmen, dass die Ölausbreitung unmittelbar nach dem Aufprall analog zum Strahlaufprall selbst durch Trägheitskräfte und in geringerem Maße durch Zentrifugalkräfte dominiert wird. Für das darauffolgende Abschleudern des Öls kann eine vorläufige Abschätzung basierend auf einer angenommenen Filmdicke  $h_F$  und Filmgeschwindigkeit  $u_F$  erfolgen. Gleichung (2.17) zeigt, dass die Filmdicke zeitabhängig ist und monoton mit der Zeit abnimmt. Innerhalb einer Zahnradumdrehung können so Werte von bis zu unter  $10 \mu\text{m}$  auftreten. Hier wird exemplarisch eine mittlere Filmdicke von  $\bar{h}_F = 100 \mu\text{m}$  angenommen. Dies liegt, wie später gezeigt wird, im Wertebereich der betrachteten Konfigurationen. Die mittlere Filmgeschwindigkeit wird mittels des Modells nach DeWinter und Blok (1974) entsprechend der Abbildung 2.14 hergeleitet. Die Anwendung der Impulsgleichung führt zu

$$\bar{u}_F = \frac{G}{3\nu_{\text{Lub}}} \bar{h}_F^2 = 9,6 \text{ m/s} . \quad (5.5)$$

Mit diesen Angaben können die in Tabelle 5.4 aufgeführten Film-Reynolds-, Film-Weber- und Film-Froude-Zahlen bestimmt werden. Den Zahlenwerten ist zu entnehmen, dass die Zentrifugalkraft als dominierende treibende Kraft auftritt. Insbesondere beim ausdünnenden

Film sind zudem viskose Kräfte entscheidend für die Filmströmung. Die Gravitations- und Oberflächenspannungskräfte sind untergeordnet. Allgemein sind auf der Zahnflanke während der ÖZI Filmdicken von über 200  $\mu\text{m}$  bis unter 10  $\mu\text{m}$  zu erwarten. Dies ist bei der Modellbildung durch die Wahl ausreichend feiner Rechengitter respektive Partikelgrößen zu berücksichtigen. Zur Erfassung der Ölfilmodynamik direkt im Anschluss an den Aufprall wird angenommen, dass orthogonal zur Flankenfläche eine Auflösung von  $\Delta x \lesssim 25 \mu\text{m}$  erforderlich ist. An den Zahnflanken ist des Weiteren eine gewöhnliche Haft-Randbedingung anzunehmen.

### Fazit

In den vorangegangenen Betrachtungen werden die dominierenden Strömungsmechanismen zu unterschiedlichen Phasen der ÖZI abgeschätzt. Diese lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Die der ÖZI vorangestellte Düseninnenströmung ist komplex und sensitiv gegenüber einer Vielzahl von Geometrie- und Betriebsparametern.
- Vor dem Aufprall werden kein signifikanter Strahlzerfall und geringe Ablenkungen des Strahls durch die wirkenden aerodynamischen Kräfte erwartet.
- Der Strahlaufprall und die unmittelbar darauf folgende Ölausbreitung werden durch Trägheitskräfte und in geringerem Maße durch Zentrifugalkräfte dominiert.
- Die Ölfilmströmung über die Zahnradflanken wird während dem Abschleudern durch Zentrifugalkräfte angetrieben und durch viskose Kräfte beeinflusst.

Es ist daher davon auszugehen, dass aerodynamische Kräfte einen geringen Einfluss auf den eingespritzten Ölstrahl, den Strahlaufprall und die Ölausbreitung auf den Zahnflanken haben. Wird ein Getriebe bei geringeren Umgebungsdrücken betrieben, was im Reiseflug bei Flugtriebwerken gegeben ist, nimmt die Dichte der Luft ab und der Einfluss sinkt weiter. Die beschriebenen Zusammenhänge sind zudem ein Indiz dafür, dass die Anwendung der SPSPH-Methode, bei welcher der Einfluss der Luftströmung nicht erfasst wird, gerechtfertigt ist.

Das Rechengebiet ist so konzipiert, dass eine möglichst hohe räumliche Auflösung in unmittelbarer Nähe der Öleinspritzung und den Zahnflanken möglich ist. Dafür wird die Ausgangsgeometrie (vgl. Abbildung 5.1, links) auf das in Abbildung 5.3 gezeigte Segment reduziert. In Tabelle 5.5 werden die beschriebenen Modellanforderungen und Randbedingungen zusammengefasst.

Tabelle 5.5: Zusammenfassung der Anforderungen und Randbedingungen für die Simulationsmodelle der Referenzgeometrie REF.

Rechengebietszone	Anforderung / Randbedingung
Düse	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aufprägung eines repräsentativen Geschwindigkeitsprofils des Strahls ohne explizite Modellierung der Düseninnenströmung</li> <li>• <math>\vec{u} = \vec{u}_S</math> (Geschwindigkeits-Randbedingung) am Einlass</li> <li>• <math>\vec{u} = 0</math>, (Haft-Randbedingung) an Düsenwänden</li> </ul>
Äußere Begrenzung	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Limitierung der Rechengebietsgröße zugunsten der Rechenzeit</li> <li>• Realisierung einer repräsentativen Luftströmung</li> <li>• <math>p = p_\infty</math> (Druck-Randbedingung)</li> </ul>
Flankenfläche	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Auflösung des Ölfilms</li> <li>• <math>\Delta x \lesssim 25 \mu\text{m}</math></li> <li>• <math>\vec{u} = 0</math> (Haft-Randbedingung)</li> </ul>
Rechengebietsinnere	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Auflösung großskaliger Strahlstrukturen, Tropfen und Ligamente</li> <li>• <math>\Delta x \lesssim d_s/16 \approx 72 \mu\text{m}</math></li> </ul>
Periodizitäten	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reduzierung der Rechengebietsgröße zugunsten der Rechenzeit</li> <li>• Realisierung einer repräsentativen Luftströmung</li> </ul>

## 5.2 Vergleich zwischen der VOF- und SPH-Methode

Der Vergleich der Methoden ist unterteilt in einen zweidimensionalen (Abschnitt 5.2.1) und einen dreidimensionalen Vergleich (Abschnitt 5.2.2). Während der zweidimensionale Vergleich grundsätzliche Unterschiede der Modellierungsansätze aufzeigt, erlaubt der dreidimensionale Vergleich eine Bewertung der Strömungsvorhersagen unter realitätsnahen Bedingungen. Zur Plausibilisierung der Ergebnisse werden die dreidimensionalen Simulationsergebnisse mit experimentellen Beobachtungen verglichen. Teile der nachfolgenden Ergebnisse sind in Publikationen in Konferenzbänden beziehungsweise einer Fachzeitschrift (Keller et al., 2016, 2017, 2019a) eingeflossen.

### 5.2.1 Zweidimensionale Modellierung

Im ersten Teil der vergleichenden Studien zwischen den Methoden TPSPH, SPSPH und VOF wird ein vereinfachtes, zweidimensionales Modell betrachtet. Nachfolgend werden die verwendeten Rechengebiete, Randbedingungen und *Solver*-Einstellungen präsentiert, wobei die Unterschiede zwischen den Methoden aufgezeigt werden. Anschließend folgt der Vergleich der vorhergesagten Strömungen und des Rechenaufwands.

#### Rechengebiete, Randbedingungen und *Solver*-Einstellungen

In Abbildung 5.4 ist das für Simulationen mittels der TPSPH- und SPSPH-Methode erstellte Rechengebiet dargestellt. Zur weiteren Reduzierung der Rechenzeit wird das in Abbildung 5.3

vorgestellte 6-zahnige Rechengebiet auf ein 3-zahniges Zahnradsegment reduziert. Die Simulationsebene liegt in der  $xy$ -Ebene und verläuft durch die Mittelachse der Düsenbohrung.

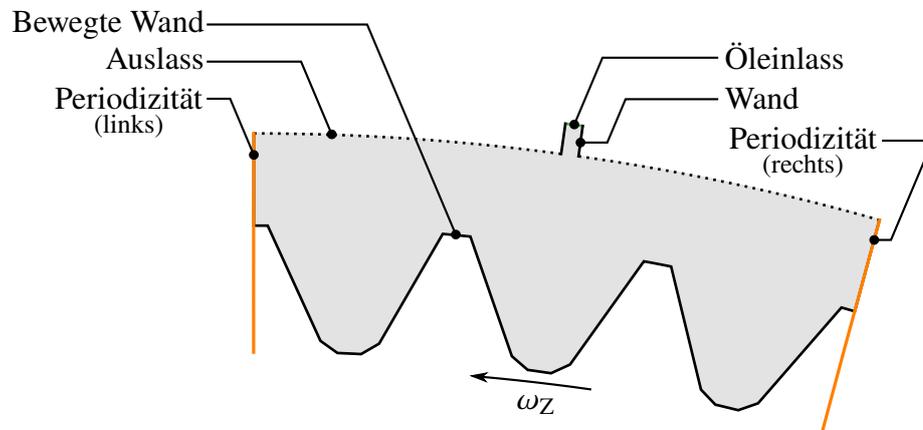


Abbildung 5.4: 2D-Rechengebiet der Referenzkonfiguration REF für Simulationen mit der TPSPH- und SPSPH-Methode.

Am Öleinlass wird das gleichförmige Geschwindigkeitsprofil mit  $\vec{u} = \vec{u}_s$  mittels der in Abbildung 4.7 skizzierten Einlass-Randbedingung aufgeprägt. In gleicher Weise wird der Umgebungsdruck durch die Auslass-Randbedingung am äußeren Rand vorgegeben. Die Wand-Randbedingungen werden durch 3- bis 4-lagige Schichten von Pseudopartikeln realisiert (vgl. Abbildung 4.6b), wobei jeweils eine Haftbedingung aufgeprägt wird. Eine besondere Funktion kommt den Pseudopartikeln, welche die Zahnradflanken repräsentieren, zu. Durch Vorgabe der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_z$  des Zahnrads und des Zahnradmittelpunkts, wird mittels der im Abschnitt 4.3.5 vorgestellten Modellierung bewegter Objekte, die Zahnradrotation realisiert. In Umfangsrichtung wird die rotationsperiodische Randbedingung durch die ebenfalls im Abschnitt 4.3.5 beschriebene Kopplung der linken und rechten periodischen Begrenzung umgesetzt. Der Periodizitätswinkel beträgt  $\frac{3}{66} 2\pi \approx 16,36^\circ$ . Das Innere des Rechengebiets ist zu Beginn der TPSPH-Simulation mit ruhenden Luftpartikeln gefüllt und im Falle der SPSPH-Simulation leer.

Die weiteren methodenspezifischen *Solver*-Einstellungen sind der Tabelle 5.6 zu entnehmen. Die Wahl der Parameter erfolgt entsprechend der Abschnitte 4.3.3 und 4.3.4 und ist Ergebnis umfangreicher Stabilitätsuntersuchungen für den vorliegenden Anwendungsfall.

Das für Simulationen mit der VOF-Methode erstellte Rechengebiet ist in Abbildung 5.5 dargestellt. Während das Geschwindigkeitsprofil am Öleinlass (*velocity inlet*), die Druck-Randbedingung am äußeren Rand (*pressure outlet*) und die Wand-Randbedingungen (*wall*) in ähnlicher Form zum SPH-Modell vorgegeben werden, erfordert die Realisierung der Zahnradbewegung und der Periodizität in Umfangsrichtung im VOF-Modell eine abweichende Modellierungsstrategie. Wie im Abschnitt 4.2.3 diskutiert, wird in dieser Arbeit die durch die Zahnradbewegung verursachte Rechengebietsdeformation durch gleitende Netze umgesetzt. Das Rechengebiet in Abbildung 5.5 besteht demnach aus einer statischen, äußeren Zone und einer mit der Zahnradzahl rotierenden inneren Zone. Die Kopplung der Zonen erfolgt durch eine sogenannte *Sliding-Interface*-Randbedingung. Dies ermöglicht, dass die Zonen an der gekennzeichneten Grenzfläche (gestrichelter Kreisbogen) aneinander abgleiten, während die Strömungsgrößen

Tabelle 5.6: Methodenspezifische *Solver*-Einstellungen der 2D-SPH-Modelle für die Referenzkonfiguration REF.

Einstellung	Wert	
	TPSPH	SPSPH
Kernelfunktion $W$	Quintischer Kernel ( $r_{\max} = 3h$ )	
Glättungslänge $h$	$1,0 \Delta x$	$1,3 \Delta x$
Hintergrunddruck $p_B$	$5,5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$	0 Pa
Künstliche Schallgeschwindigkeit $c$		
	Ölphase	200 m/s
	Luftphase	800 m/s

unter Berücksichtigung der Konnektivität beider Zellzonen dynamisch interpoliert werden. Da die Zonen keinen geschlossenen Kreisring darstellen, treten an der Grenzfläche überlappende und nicht überlappende Bereiche auf. Letztere sind Bereiche, an welche nur eine der beiden Zonen direkt angrenzt (vgl. Abbildung 5.5). Die freiliegenden Bereiche werden durch Anwendung der *Sliding-Interface*-Randbedingung mit der Option *periodic repeats* mit dem jeweiligen Gegenstück gekoppelt. Dies wird zusätzlich zu den rotationsperiodischen Randbedingungen, welche separat für die innere und äußere Zone vorgegeben werden, angewandt. Voraussetzung für diese Modellierungsart ist, dass der Periodizitätswinkel der inneren und äußeren Zone identisch ist. Analog zum TPSPH-Modell ist das Rechengebiet initial mit ruhender Luft gefüllt.

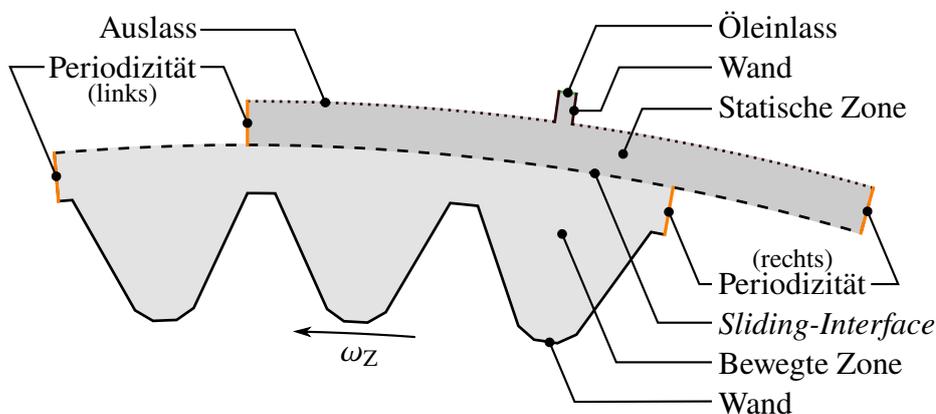


Abbildung 5.5: 2D-Rechengebiet der Referenzkonfiguration REF für Simulationen mit der VOF-Methode.

Die verwendeten *Solver*-Einstellungen werden in Tabelle 5.7 zusammengefasst. Ähnliche Einstellungen nutzen Peduto (2015) und Krug (2019) erfolgreich für die Simulation der Aufpralldynamik von Tropfen auf Flüssigkeitsfilmen respektive der Ölzuführung zu Triebwerkslagerkammern. Im Unterschied zur eingesetzten SPH-Methode, in der kein Turbulenzmodell implementiert ist, wird die VOF-Methode mit dem SST  $k, \omega$ -Turbulenzmodell angewandt. Die eingesetzte VOF-Methode basiert demnach auf den URANS-Gleichungen. Mögliche turbulente Effekte im Strahl oder der Luftströmung werden dadurch berücksichtigt. Ein Zeitschritt des iterativen Lösungsalgorithmus gilt als konvergiert, sobald die Residuen der Strömungsvariablen den Schwellwert von  $1 \cdot 10^{-4}$

unterschreiten. Die Bezeichnungen der in diesem Abschnitt angeführten Randbedingungen und *Solver*-Einstellungen des VOF-Modells orientieren sich an deren Benennung im eingesetzten Strömungslöser ANSYS Fluent. Weiterführende Beschreibungen sind in der Dokumentation des Strömungslösers (ANSYS, Inc., 2015, 2017) zu finden.

Tabelle 5.7: Methodenspezifische *Solver*-Einstellungen des 2D-VOF-Modells für die Referenzkonfiguration REF.

Einstellung	Wert
Druck-Geschwindigkeits-Kopplung	PISO
Zeitintegrationsschema	<i>Bounded Second Order Implicit</i>
<u>Räumliche Diskretisierungsschemata</u>	
Druck	PRESTO!
Impuls	<i>Second Order Upwind</i>
Turbulente kinetische Energie	<i>Second Order Upwind</i>
Spezifische Dissipationsrate	<i>Second Order Upwind</i>
Gradienten	<i>Least Squares Cell Based</i>
Indikatorfunktion (VOF)	<i>Compressive</i>
<u>Weitere VOF-Einstellungen</u>	
Formulierung	<i>Implicit</i>
Turbulenzdämpfungsfaktor	10

Für den Vergleich der Methoden werden die Simulationen ausgehen vom initialen Zustand bei  $t^+ = 0$  bis zum Erreichen der physikalischen Zeit von  $t_{\text{Sim}}^+ = 3,5$  durchgeführt. Dabei und im Folgenden wird die dimensionslose Zeit

$$t^+ = \frac{t}{t^*} = \frac{t z \omega_Z}{2\pi} = \frac{t z n_Z}{60} \quad (5.6)$$

zur Beschreibung des Zeitfortschritts verwendet, wobei die Referenzzeit  $t^*$  so definiert ist, dass das Produkt  $z t^*$  gerade der Dauer einer Zahnradumdrehung entspricht. Die simulierte physikalische Zeit beträgt in etwa  $t_{\text{Sim}} \approx 0,8$  ms und umfasst die ersten 3 Strahlaufprallereignisse. Bei allen Simulationsmodellen wird eine adaptive Zeitschrittweite verwendet. Diese ergibt sich aus den jeweils gängigen Kriterien, unter anderem dem CFL-Kriterium.

### Diskussion der räumlichen Auflösung

Die Möglichkeiten der räumlichen Diskretisierung unterscheiden sich zwischen den SPH-Methoden und der VOF-Methode stark. Während beim verwendeten SPH-Code bislang nur homogene mittlere Partikelabstände möglich sind, kann die eingesetzte VOF-Methode mit unterschiedlichen Rechennetztypen und heterogenen Zellweiten angewandt werden. Aus Gründen der Vergleichbarkeit wird das Rechengebiet bei Verwendung der VOF-Methode hier mit einem näherungsweise äquidistanten Rechennetz diskretisiert.

Um den Einfluss unterschiedlicher räumlicher Auflösungen auf die Strömungsvorhersagen zu untersuchen, werden die in Tabelle 5.8 aufgelisteten Partikelabstände beziehungsweise Zellweiten betrachtet. Basierend auf den in Tabelle 5.5 genannten Anforderungen für die räumliche Auflösung werden Werte von  $\Delta x = d_s/11,5$  bis  $d_s/184$  untersucht. Mit  $\Delta x = 100 \mu\text{m}$  und  $\Delta x = 6,25 \mu\text{m}$  können die Extremwerte als sehr grob beziehungsweise sehr fein eingestuft werden.

Tabelle 5.8: Übersicht der variierten räumlichen Auflösungen und deren Bewertung.

Methode	Partikelabstand / Zellweite $\Delta x$				
	$d_s/11,5$	$d_s/23$	$d_s/46$	$d_s/92$	$d_s/184$
	100 $\mu\text{m}$	50 $\mu\text{m}$	25 $\mu\text{m}$	12,5 $\mu\text{m}$	6,25 $\mu\text{m}$
TPSPH	×	–	+/-	+	+
SPSPH	–	–	+/-	+	×
VOF	–	+/-	+	+	×

mangelhaft: – / ausreichend: + / keine Angabe: ×

In den Abbildungen 5.6 bis 5.8 wird für die drei angewandten Methoden TPSPH, SPSPH und VOF jeweils eine charakteristische Momentaufnahme des resultierenden Strömungsbilds bei unterschiedlichen räumlichen Auflösungen dargestellt. Die Momentaufnahme bei  $t^+ = 1,98$  zeigt den Ölstrahl während der Eindringphase in den Zahnückenraum nach vorheriger Interaktion mit dem vorausseilenden Zahn. Charakteristische Merkmale der zu beobachtenden Strömungsphänomenologie sind die kompakte Säule des Ölstrahls, der sich ausbreitende Ölfilm auf der bereits getroffenen Zahnflanke und die durch die ÖZI deformierte Strahlspitze. Letztere ist durch ein pilzförmiges Ligament zu erkennen, welches sich an der Strahlspitze ausbildet.

Wird, wie in Abbildung 5.6 dargestellt, die Abhängigkeit des vorhergesagten Strömungsbilds von der räumlichen Auflösung im Falle der TPSPH-Methode betrachtet, so ist festzustellen, dass bei einer Auflösung von  $\Delta x \leq 25 \mu\text{m}$  die qualitativen Strukturen unverändert wiedergegeben werden. Bei allen Auflösungen ist eine zerklüftete Öloberfläche und die Ablösung vieler Einzelpartikel zu erkennen. Diese Beobachtungen, die als numerische Artefakte bewertet werden, sind auf den hohen notwendigen Hintergrunddruck und die Kombination der gewählten künstlichen Schallgeschwindigkeiten zurückzuführen (siehe Tabelle 5.6). Durch den hohen Hintergrunddruck wird die Bedingung (4.31) verletzt und die Kombination der künstlichen Schallgeschwindigkeiten mit den gegebenen Fluidichten führt zu einer Diskrepanz des Vorfaktors  $c_k^2 \rho_{0,k}$  aus Gleichung (4.29) um 3 Größenordnungen. Beides wirkt sich nachteilig auf die Genauigkeit der TPSPH-Methode aus, insbesondere an der Phasengrenzfläche (vgl. Abschnitt 4.3.3). Die Bewertung der Anwendbarkeit der TPSPH-Methode mit den untersuchten Auflösungen wird in Tabelle 5.8 zusammengefasst. Mit dem mittleren Partikelabstand von  $\Delta x = 100 \mu\text{m}$  konnte keine stabile Lösung erzielt werden.

Der Einfluss des mittleren Partikelabstands bei Verwendung der SPSPH-Methode ist in Abbildung 5.7 dargestellt. Die beiden größten räumlichen Auflösungen von  $\Delta x = 100 \mu\text{m}$  und  $50 \mu\text{m}$  sind nicht ausreichend, um die feinen Ölligamente an der Strahlspitze und die Ölfilmströmung abzubilden. Ähnlich dem Einsatz der TPSPH-Methode sind bei einer Auflösung von  $\Delta x \leq 25 \mu\text{m}$  die qualitativen Ölstrukturen unverändert wiederzuerkennen. Insbesondere für die Erfassung des Ölfilms ist jedoch eine feinere Auflösung anzustreben. Wie in Tabelle 5.8 angegeben, wird die mittlere Partikelgröße von  $\Delta x = 12,5 \mu\text{m}$  als ausreichend angenommen. Dies gilt sowohl

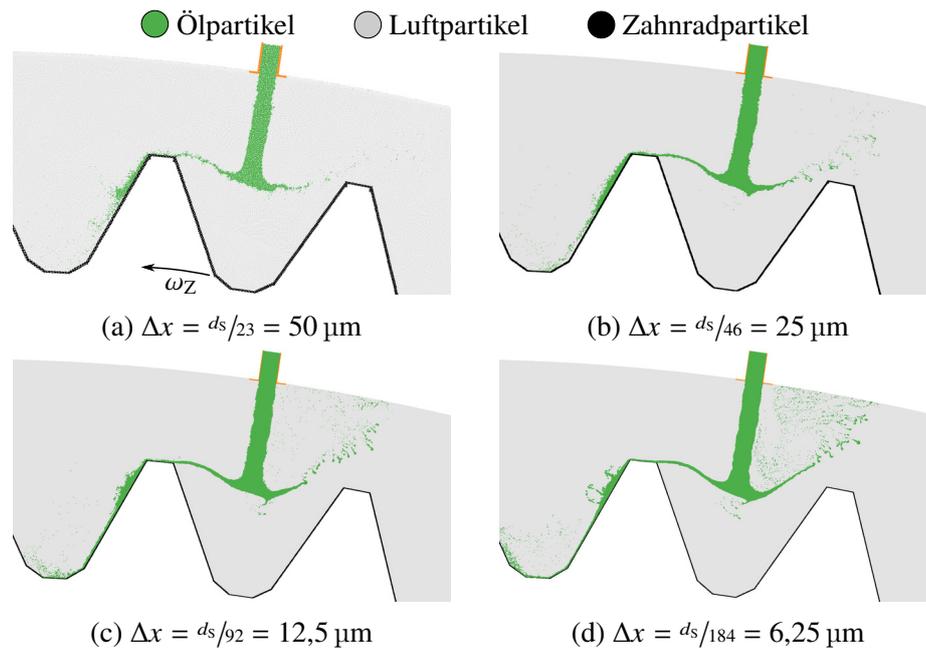


Abbildung 5.6: Charakteristische Momentaufnahme der mittels der TPSPH-Methode berechneten ÖZI bei  $t^+ = 1,98$  und 4 unterschiedlichen mittleren Partikelabständen  $\Delta x$ .

für die TPSPH- als auch für die SPSPH-Methode. Im Unterschied zur TPSPH-Methode ist die SPSPH-Methode in geringerem Maße auf den stabilisierenden Hintergrunderdruck angewiesen. Eine Folge ist, dass die mit der SPSPH-Methode vorhergesagten Ölstrukturen glattere Oberflächen aufweisen und sich weniger Einzelpartikel ablösen.

Abschließend wird die Netzabhängigkeit der Simulation mittels der VOF-Methode diskutiert, wofür in Abbildung 5.8 das vorhergesagte Feld der Indikatorfunktion  $F_{\text{Lub}}$  bei vier unterschiedlichen mittleren Zellweiten dargestellt ist. Bei der größten Auflösung von  $\Delta x = 100 \mu\text{m}$  ist an der Öloberfläche ein breites Band der Indikatorfunktion mit Werten im Intervall  $(0, 1)$  zu erkennen. Dies lässt auf ein zu grobes Rechengitter schließen, da die Ölstrukturen durch die Diffusion der Phasengrenzfläche unphysikalisch beeinflusst werden. Bei den weiteren Auflösungen wird die Phasengrenzfläche wesentlich schärfer wiedergegeben. Während bei der Auflösung von  $\Delta x = 50 \mu\text{m}$  einzelne Ölstrukturen nicht abgebildet werden, zeigen die Vorhersagen bei einer Auflösung von  $\Delta x \leq 25 \mu\text{m}$  keine signifikanten Veränderungen.

Im Vergleich zu den beiden SPH-Methoden wird mittels der VOF-Methode bereits bei einem um den Faktor 2 größeren räumlichen Auflösung eine netzunabhängige Lösung erzielt. Im weiteren Verlauf dieses Abschnitts werden deshalb die 2D-Ergebnisse der SPH-Simulationen bei einer räumlichen Auflösung von  $\Delta x = ds/92$  mit den Ergebnissen der VOF-Simulation bei einer Auflösung von  $\Delta x = ds/46$  verglichen. Der Einfluss der räumlichen Auflösung auf den Rechenaufwand wird separat ab Seite 90 beschrieben.

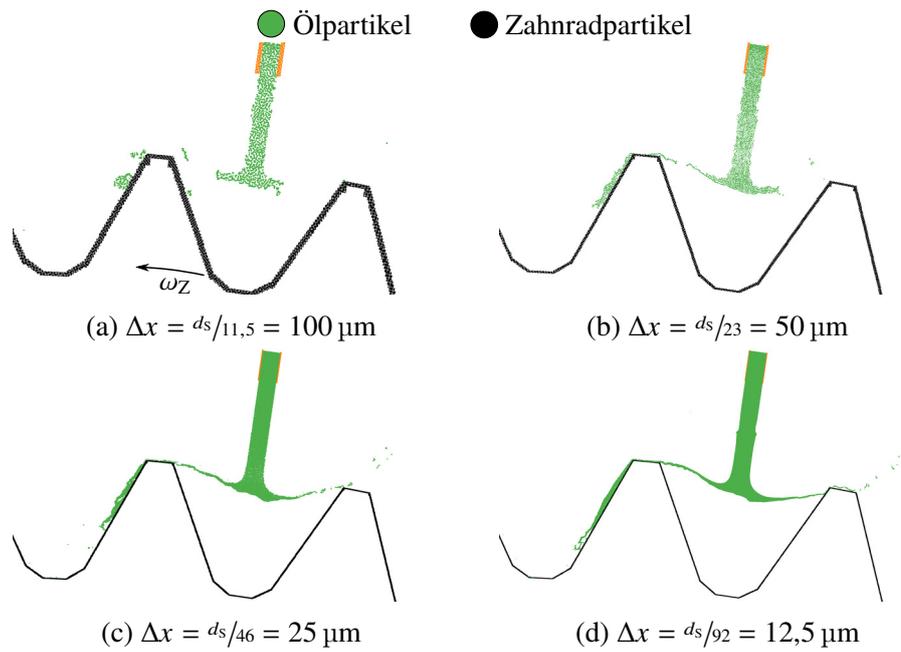


Abbildung 5.7: Charakteristische Momentaufnahme der mittels der SPSPH-Methode berechneten ÖZI bei  $t^+ = 1,98$  und 4 unterschiedlichen mittleren Partikelabständen  $\Delta x$ .

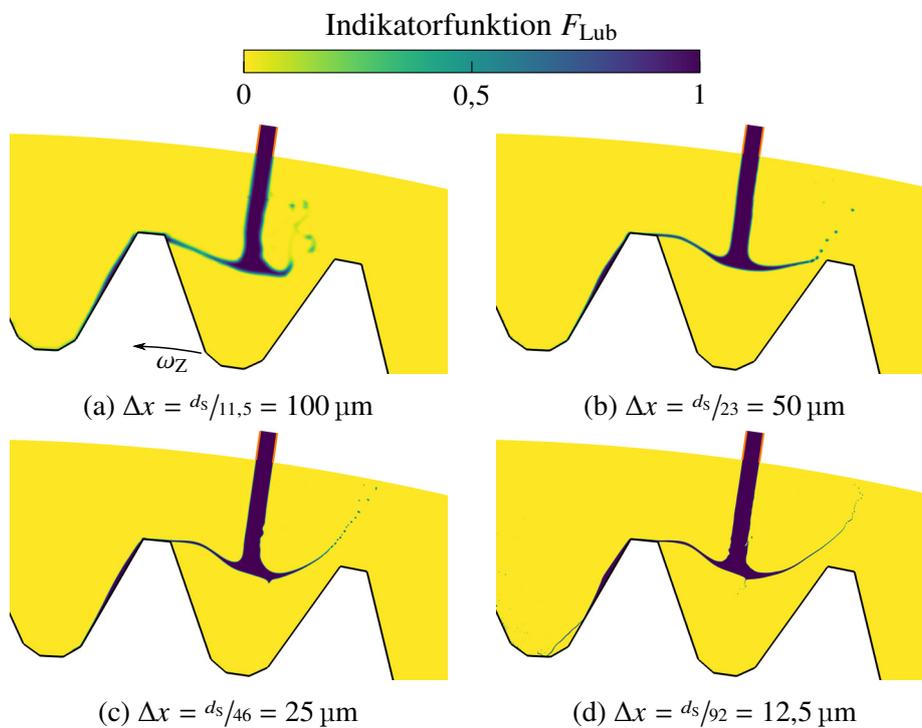


Abbildung 5.8: Charakteristische Momentaufnahme der mittels der VOF-Methode berechneten ÖZI bei  $t^+ = 1,98$  und 4 unterschiedlichen mittleren Zellweiten  $\Delta x$ .

### Vergleich der vorhergesagten Strömungsphänomenologie

Im vorherigen Abschnitt wird der Einfluss der räumlichen Auflösung auf die berechnete Strömung für die untersuchten Methoden diskutiert. Darauf aufbauend wird in diesem Abschnitt ein Vergleich zwischen den Methoden untereinander angestellt. Gegenstand des Vergleichs sind die für den Referenzfall REF berechneten Simulationsergebnisse, wobei insbesondere die Ölausbreitung vor, während und nach dem Aufprall analysiert wird. Die betrachteten Simulationen werden ausgehend von einer ruhenden Luftströmung durchgeführt. Untersuchungen, bei denen eine vollständig ausgebildete Luftströmung als Anfangszustand vorgegeben wird, führen zu analogen Beobachtungen.

In den Abbildungen 5.9a bis 5.9d sind für die TPSPH- (links), die SPSPH- (Mitte) und die VOF-Methode (rechts) jeweils vier konsekutive Momentaufnahmen der vorhergesagten ÖZI dargestellt. Das erfasste Zeitintervall umfasst die ÖZI bis zum zweiten Aufprall auf dem Zahnrad. Während bei den SPH-Ergebnissen die Partikel dargestellt sind, werden die VOF-Ergebnisse durch das Feld der Indikatorfunktion  $F_{\text{Lub}}$  wiedergegeben. Die entsprechenden Legenden sind den Abbildungen 5.6 bis 5.8 zu entnehmen. Zum besseren Vergleich ist die Iso-Kontur mit  $F_{\text{Lub}} = 0,5$  (Öloberfläche) des VOF-Ergebnisses als durchgezogene Linie in den dargestellten SPH-Ergebnissen eingezeichnet. Der visuelle Vergleich der vorhergesagten Strömung zeigt, dass mit allen drei Methoden dieselbe charakteristische Strömungsphänomenologie vorhergesagt wird. Nachfolgend wird auf die Gemeinsamkeiten und Unterschiede in den erfassten Strömungsphasen genauer eingegangen.

In der ersten Strömungsphase dringt der Ölstrahl in die betrachtete Zahnücke ein, was in Abbildung 5.9a zu beobachten ist. Wie durch die Analyse der dimensionslosen Gruppen (vgl. Tabelle 5.4) zu erwarten ist, tritt kein Strahlzerfall aufgrund aerodynamischer Kräfte auf. Mittels der TPSPH-Methode werden wellenförmige Instabilitäten der Öloberfläche vorhergesagt, welche mittels der SPSPH- und der VOF-Methode nicht wiedergegeben werden.

Der Strahlaufprallvorgang wird durch die Momentaufnahmen in den Abbildungen 5.9b und 5.9d erfasst. Diese zweite Strömungsphase ist durch eine starke Impulsänderung und Deformation der Ölphase gekennzeichnet. Es ist zu beobachten, dass der Strahl in einen zum Zahnfuß und einen zum Zahnkopf hin umgelenkten Strömungszweig aufgeteilt wird. Das Teilungsverhältnis wird bei allen Methoden ähnlich vorhergesagt. Insbesondere im Vergleich der SPSPH- und VOF-Methode sind zudem nahezu identische, wellenförmige Strukturen an der Oberfläche des radial nach außen gerichteten Strömungszweigs zu erkennen (Abbildung 5.9d). Die Ölstrukturen, welche mittels der TPSPH-Methode berechnet sind, weisen stark zerklüftete Oberflächen und viele abgelöste Einzelpartikel auf. Wie bereits im vorigen Abschnitt beschrieben, wird dies auf numerische Instabilitäten an der Phasengrenzfläche zurückgeführt.

Die Deformation der Strahlspitze durch die Interaktion mit dem Zahnrad und die Bildung langgezogener Ölligamente zwischen dem ersten und zweiten Aufprallvorgang stellt die dritte Strömungsphase dar. Diese beginnt mit dem Überqueren des Zahnkopfes durch den Ölstrahl. Wie in Abbildung 5.9b erfasst, führt die Aufteilung des Strahls in zwei entgegengesetzte Strömungszweige zur impulsgetriebenen Bildung von zwei Ligamenten. In Abbildung 5.9c ist die pilzförmig verformte Strahlspitze mit einem vorausseilenden und einem nachgezogenen dünnen Ligament deutlich zu erkennen. Letzteres verbindet den Ölstrahl mit auf dem Zahnkopf des passiertens Zahns verbleibendem Öl. Die qualitative Form der entstehenden Ligamente wird durch alle Methoden übereinstimmend vorhergesagt. Da die dünnen Ligamente wenig Masse

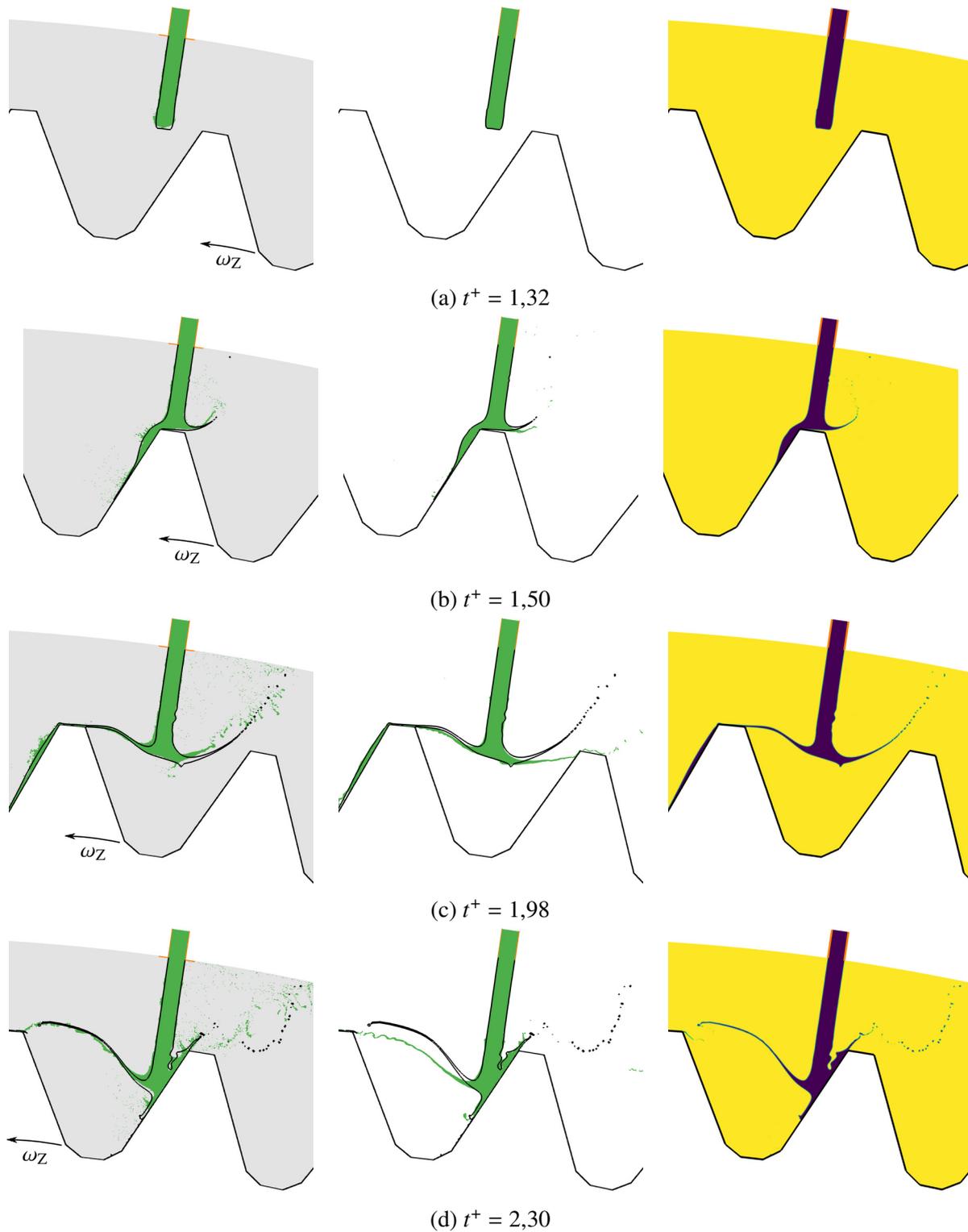


Abbildung 5.9: Momentaufnahmen zu 4 konsekutiven Zeitschritten bei  $t^+ = 1,32; 1,50; 1,98$  und  $2,30$ . Dargestellt sind jeweils die Partikel der TPSPH- (links) und SPSPH-Simulation (Mitte) sowie das Feld der Indikatorfunktion der VOF-Simulation (rechts). SPH-Ergebnisse enthalten zum Vergleich die Iso-Kontur mit  $F_{Lub} = 0,5$  (Öloberfläche) des jeweiligen VOF-Ergebnisses.

transportieren, ist deren Bewegung stärker durch aerodynamische Kräfte beeinflusst. Dies wird dadurch verstärkt, dass sich die Ligamente teilweise außerhalb des Windschattens der Zähne befinden und somit höheren aerodynamischen Lasten ausgesetzt sind (vgl. Abbildung 2.7). Dies führt dazu, dass durch die SPSPH-Methode, bei welcher keine aerodynamischen Kräfte durch die Luftphase modelliert werden, die Ablenkung des vorauseilenden Ligaments weniger stark ausfällt. In der TPSPH-Simulation wird die Ablenkung des Ligaments übereinstimmend mit der VOF-Simulation abgebildet, jedoch ist insbesondere das Ligament kürzer und einem stärkeren Zerfall in kleinere Tropfen ausgesetzt. Gleiches Verhalten ist für das nachgezogene Ligament in Abbildung 5.9d zu erkennen.

Die in Abbildung 5.10 präsentierten Momentaufnahmen im Nahbereich der Zahnflankenfläche nach dem Ölstrahlauflauf ermöglichen einen detaillierten Vergleich der Ölfilmströmung. In den Abbildungen sind für zwei Zeitpunkte jeweils von links nach rechts die mittels der TPSPH-, SPSPH- und VOF-Methode berechneten Ölverteilungen dargestellt. Die Ölpartikel (SPH) beziehungsweise die Bereiche mit  $F_{\text{Lub}} > 0,5$  (VOF) werden hier durch Konturdiagramme des Betrages der relativen Geschwindigkeit

$$\vec{u}_{\text{rel}} = \vec{u} - \vec{\omega}_Z \times \vec{r} \quad (5.7)$$

veranschaulicht, welche die Strömungsgeschwindigkeit in einem mit dem Zahnrad mitrotierenden Koordinatensystem wiedergibt.

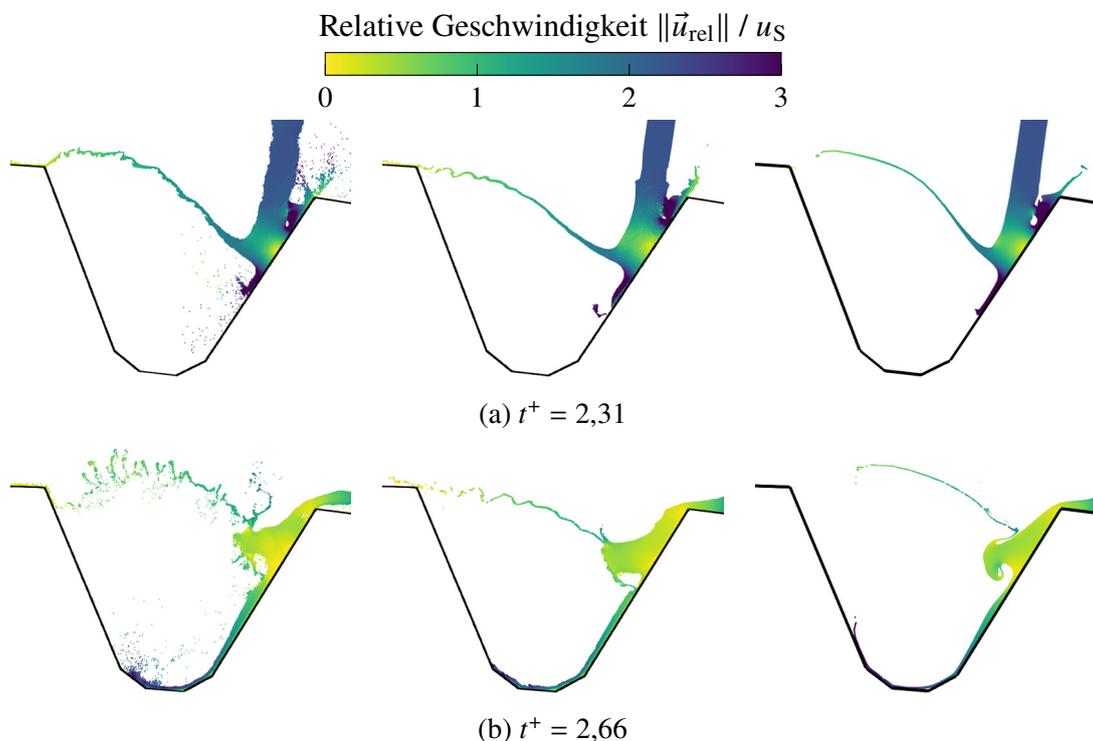


Abbildung 5.10: Ölströmung bei  $t^+ = 2,31$  und  $2,66$ . Dargestellt sind jeweils die Ölpartikel der TPSPH- (links) und SPSPH-Simulation (Mitte) sowie die Rechenzellen mit  $F_{\text{Lub}} > 0,5$  der VOF-Simulation (rechts). Die Farbskala gibt den Betrag der relativen Geschwindigkeit an.

Der Vergleich zwischen den Methoden kurz nach dem Aufprall (Abbildung 5.10a) zeigt eine gute Übereinstimmung. Ähnlich zum Aufprall eines Flüssigkeitsstrahls auf einer ebenen Platte ist nahe des Aufprallpunkts ein Staupunkt mit  $u_{rel} = 0$  zu beobachten. Unterhalb des Aufprallpunkts bildet sich der zum Zahnfuß hin fließende Ölfilm aus, welcher sich mit bis zu 3-facher Strahlgeschwindigkeit bewegt. Während übereinstimmende Geschwindigkeitsbeträge vorhergesagt werden, wird mittels der VOF-Methode eine anfänglich geringere Filmdicke berechnet. Während sich der Ölfilm über die Zahnflanke ausbreitet, ist eine Angleichung der Filmdicken zu beobachten (Abbildung 5.10b). Im Falle der TPSPH-Methode sind abermals Instabilitäten an der Öloberfläche zu erkennen.

### Vergleich des Rechenaufwands

Neben der Eignung eines numerischen Verfahrens physikalische Phänomene abzubilden, nimmt in der Praxis der dafür notwendige Rechenaufwand eine wichtige Rolle in der Bewertung einer Methode ein. Um die Leistungsfähigkeit der untersuchten Methoden zu bewerten, folgt in diesem Abschnitt eine Betrachtung des für die in den vorigen Abschnitten vorgestellten Simulationen erforderlichen Rechenaufwands<sup>2</sup>. Die Ergebnisse ermöglichen weniger eine Bewertung der Methoden allgemein, sondern vielmehr eine Bewertung der eingesetzten Implementierungen.

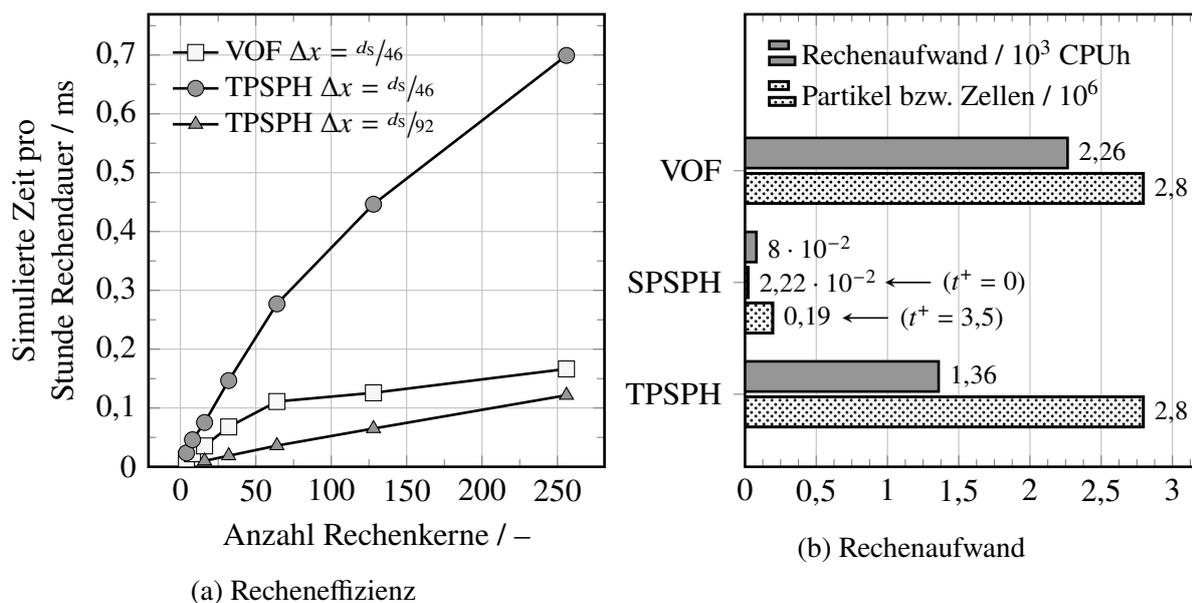


Abbildung 5.11: Vergleich a) der Recheneffizienz sowie b) des Rechenaufwands und der Zahl der Partikel bzw. Gitterzellen bei  $\Delta x = ds/92$ .

Die Recheneffizienz ist für eine unterschiedliche Anzahl an Rechenkernen (4, 8, 16, 32, 64, 128 und 256) in Form des pro Stunde Rechendauer erreichten physikalischen Zeitfortschritts in Abbildung 5.11a dargestellt. Bei der identischen räumlichen Auflösung von  $\Delta x = ds/46$  kann mittels der TPSPH-Methode ein im Vergleich zur VOF-Methode deutlich größerer Simulationsfortschritt in gleicher Zeit erzielt werden. Dies gilt insbesondere bei der Verwendung vieler Rechenkerne. Aber auch bei geringer Parallelisierung weist die TPSPH-Methode eine bessere Effizienz,

<sup>2</sup>Die Angaben basieren auf Simulationen, welche auf einem Computercluster durchgeführt wurden, dessen Knoten aus jeweils zwei Intel Xeon E5-2670 Achtkernprozessoren bestehen.

beispielsweise um den Faktor 2 bei 8 Rechenkernen, auf. Die Kurvenverläufe weisen eine sub-lineare Skalierung auf, d.h. die Recheneffizienz verhält sich unterproportional zur Zahl der verwendeten Rechenkerne. Während bei der VOF-Methode bereits ein beschränkter Kurvenverlauf zu erkennen ist, zeigt die TPSPH-Methode weiterhin einen ansteigenden Trend.

Es sei angemerkt, dass die Güte der Lastverteilung zwischen den Rechenkernen einen starken Einfluss auf die Recheneffizienz hat. Im vorliegenden Fall ist dies von großer Bedeutung, da infolge der Zahnradbewegung eine dynamische Topologieveränderung des Rechengebiets auftritt. In solchen Fällen kann es zu einer starken Ungleichverteilung der Rechenlast kommen, wenn eine zum Simulationsbeginn durchgeführte, geometriebasierte statische Rechengebietszerlegung zu einem späteren Simulationszeitpunkt nicht mehr zur veränderten Topologie passt. In Abbildung A.3 wird dies am Beispiel einer TPSPH-Simulation illustriert. Bei SPSPH-Simulationen führt die Ölbewegung selbst zu einer zusätzlichen Deformation des Rechengebiets. Die kontinuierliche Veränderung der Lastverteilung fällt dabei noch prägnanter aus. Aus diesen Gründen ist für die effiziente Simulation der ÖZI die Anwendung einer dynamischen Lastverteilung erforderlich. Eine entstandene Ungleichverteilung der Rechenlast wird dabei durch eine dynamische Anpassung der Rechengebietszerlegung während der Simulation ausgeglichen. Für die SPH-Simulationen wird ein im Rahmen dieser Arbeit für den ITS-SPH-Code entwickelte dynamische Lastverteilungsalgorithmus eingesetzt. Dieser basiert auf einer rekursiven Koordinatenbisektion (RCB, engl.: *recursive coordinate bisection*) und wird im Anhang A.3 vorgestellt. Für die VOF-Methode sind derartige Funktionalitäten im angewandten Strömungslöser standardmäßig implementiert, es wird eine dynamische Rechengebietszerlegung entlang der zylindrischen Koordinaten angewandt.

Wie in den vorigen Abschnitten gezeigt, ist für eine detaillierte Erfassung der untersuchten Strömungsphänomene mittels der TPSPH-Methode eine räumliche Auflösung von  $\Delta x = d_s/92$  anzustreben (vgl. Abbildung 5.6). Wird der dabei, wie in Abbildung 5.11a dargestellt, erhöhte Rechenaufwand berücksichtigt, ist die TPSPH-Methode in diesem Fall weniger effizient als die VOF-Methode (bei  $\Delta x = d_s/46$ ). Dies gilt insbesondere für die Verwendung weniger Rechenkerne. Durch die guten Skalierungseigenschaften der TPSPH-Methode wird bei der Verwendung von 256 Rechenkernen eine Angleichung der Effizienzen festgestellt. Obwohl die TPSPH-Methode im Vergleich zur VOF-Methode im vorliegenden Fall somit eine bessere Effizienz bei identischer räumlicher Auflösung aufweist, wird dieser Vorteil durch den Mehraufwand aufgrund einer höheren räumlichen Auflösung neutralisiert.

Die SPSPH-Methode zeigt ein grundlegend andersartiges Effizienzverhalten. Dies liegt daran, dass durch den Wegfall der Diskretisierung der Luftphase große Bereiche des Rechengebiets keine Partikel enthalten und somit die Gesamtpartikelzahl und damit der Rechenaufwand drastisch reduziert wird. In Abbildung 5.11b ist der Rechenaufwand der SPSPH-Methode bei der Verwendung von 32 Rechenkernen und bei einer räumlichen Auflösung von  $\Delta x = d_s/92$  im Vergleich zur TPSPH- und VOF-Methode dargestellt. Demnach entspricht der Rechenaufwand der SPSPH-Simulation nur 5,9 % der TPSPH- und 3,5 % der VOF-Simulation. Wird bei der VOF-Simulation eine gröbere räumliche Auflösung von  $\Delta x = d_s/46$  verwendet, entspricht der Rechenaufwand der SPSPH-Simulation weiterhin nur 15,5 %. Wie bereits erwähnt, basiert der Effizienzvorteil der SPSPH-Methode gegenüber den anderen beiden Ansätzen auf der stark reduzierten Gesamtpartikelzahl. Während bei der TPSPH- und VOF-Methode die Partikel- bzw. Zellzahl während der gesamten Simulationsdauer unverändert  $2,8 \cdot 10^6$  beträgt, besteht das SPSPH-Rechengebiet zu Beginn der Simulation ( $t^+ = 0$ ) aus nur 22 218 Wandpartikeln.

Zwar nimmt die Gesamtpartikelzahl durch die Zufuhr von Ölparkeln am Düseneinlass mit der Simulationsdauer zu, jedoch beträgt diese am Simulationsende ( $t^+ = 3,5$ ) nur 194 719 und damit 6,9 % des vollständig diskretisierten Rechengebiets.

## Fazit

Der diskutierte Vergleich der untersuchten Methoden auf Basis eines zweidimensionalen Referenzfalls zeigt charakteristische Unterschiede der Modellierungsansätze auf. Zum einen unterscheiden sich die Methoden hinsichtlich der Umsetzung des im Abschnitt 5.1.2 definierten Rechengebiets und der Randbedingungen, zum anderen werden Unterschiede in den Simulationsergebnissen, im Einfluss der räumlichen Diskretisierung sowie beim Rechenaufwand aufgezeigt. Folgende Erkenntnisse sind hervorzuheben:

- Die ÖZI kann sowohl mittels der etablierten VOF-Methode als auch mit der vergleichsweise jungen SPH-Methode simuliert werden. Die SPH-Methode kommt dafür weltweit erstmalig zum Einsatz.
- Die für die SPH-Methode verfügbaren Randbedingungen stellen praxistaugliche Werkzeuge dar, mit denen ingenieurstechnisch relevante Prozesse, wie die ÖZI, untersucht werden können.
- Die für die Lagrange'sche SPH-Methode implementierte Festkörperbewegung erlaubt eine einfache Realisierung der Zahnradbewegung.
- Für die VOF-Methode stellt die *Sliding-Interface*-Randbedingung einen praktikablen Ansatz zur Realisierung der Zahnradbewegung dar. Dieser ist nicht auf die Simulation einer Zahnradpaarung übertragbar.
- Eine räumliche Auflösung von mindestens  $\Delta x = d_s/46 = 25 \mu\text{m}$  ist zur Erfassung der relevanten Strömungsphänomene der ÖZI notwendig. Die VOF-Methode ist im Vergleich zur SPH-Methode mit einer gröberen Diskretisierung anwendbar.
- Bei der TPSPH-Methode treten durch ungünstige Parameterkombinationen (Hintergrunddruck und künstliche Schallgeschwindigkeiten) numerische Instabilitäten an der Phasengrenzfläche auf.
- Die Simulationsergebnisse der unterschiedlichen Methoden geben übereinstimmend charakteristische Strömungsmerkmale der ÖZI wieder.
- Die Annahme eines geringen Einflusses der Luftphase auf die ÖZI, insbesondere auf die Ölströmung auf den Zahnflanken, wird durch die konsistenten Ergebnisse der SPSPH-Methode bestätigt.
- Die TPSPH-Methode ist effizienter im Vergleich zur VOF-Methode, jedoch wird der Vorteil durch die Notwendigkeit einer feineren Diskretisierung neutralisiert.
- Die SPSPH-Methode ist sehr attraktiv bezüglich der Rechenzeit, da nur eine geringe Anzahl an Partikeln notwendig ist.
- Zur effizienten parallelen Simulation der ÖZI ist eine dynamische Lastverteilung notwendig. Für den ITS-SPH-Code wurde ein Algorithmus basierend auf der RCB-Methode implementiert.

## 5.2.2 Dreidimensionale Modellierung

Die ÖZI beinhaltet inhärent dreidimensionale Strömungsvorgänge wie die Luftumströmung des Rundstrahls, den Strahlaufprall oder die Ausbreitung des Ölfilms auf der Zahnflanke. Für die Charakterisierung der ÖZI ist somit die Durchführung dreidimensionaler Strömungssimulationen unabdingbar. Aufbauend auf den im Abschnitt 5.2.1 vorgestellten zweidimensionalen Simulationsmodellen folgt ein Vergleich der eingesetzten Methoden bei der dreidimensionalen Modellierung und Simulation der Referenzkonfiguration REF (Abbildung 5.3). Zudem werden die Simulationsergebnisse mit experimentellen Beobachtungen verglichen.

### Rechengebiete, Randbedingungen und Solver-Einstellungen

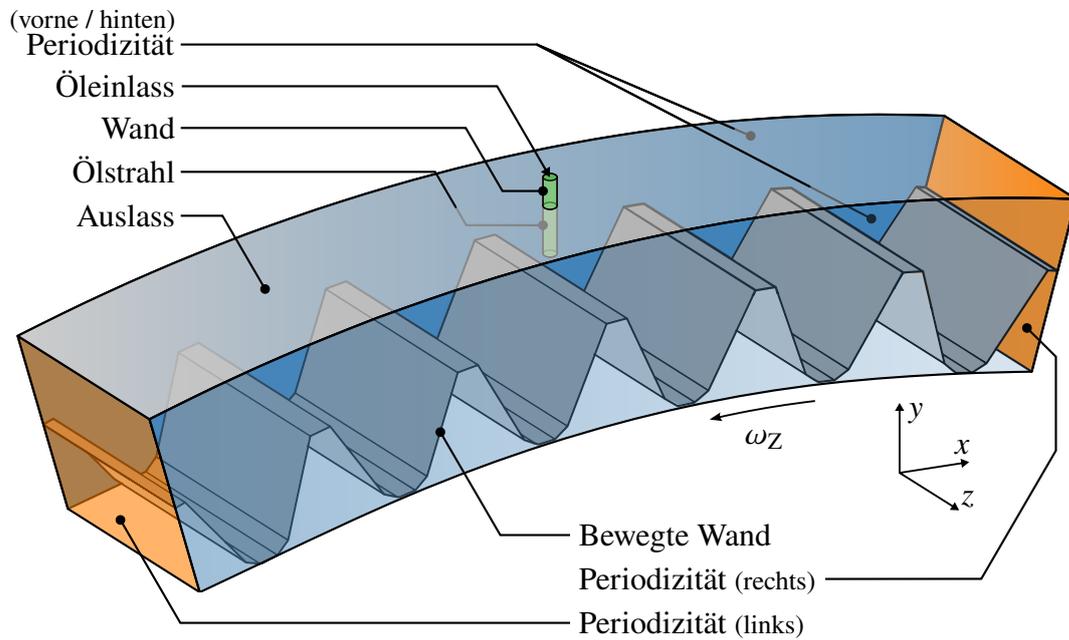
Für die dreidimensionalen Simulationen wird die Referenzkonfiguration REF mittels der in den Abbildungen 5.12a und 5.12b dargestellten Rechengebiete abgebildet. Diese umfassen alle 6 Zähne des Zahnradsegments. Der Periodizitätswinkel in Umfangsrichtung beträgt somit  $\frac{6}{66} 2\pi \approx 32,73^\circ$ . Die Tiefe der Rechengebiete wird ebenfalls entsprechend der Referenzkonfiguration gewählt und beträgt  $w_{\text{CFD}} = 18,0 \text{ mm}$ .

Wie bereits für die abgeleiteten zweidimensionalen Rechengebiete gezeigt (vgl. Abbildungen 5.4 und 5.5), führen die unterschiedlichen Modellierungsmöglichkeiten und verfügbaren Randbedingungen der Methoden zu charakteristischen Unterschieden in den Simulationsmodellen. Während die Zahnradbewegung bei der SPH-Methode direkt als kinematische Randbedingung den Zahnradpartikeln aufgeprägt wird, wird bei der VOF-Methode eine *Sliding-Interface*-Randbedingung angewandt. Letztere erfordert, dass das Rechengebiet in zwei Zonen aufgetrennt wird. Wie in Abbildung 5.12b dargestellt, wird das Rechengebiet hier in eine innere mitbewegte und eine äußere statische Zone unterteilt, welche an der gemeinsamen Zylindermantelfläche mit dem Radius  $r_{\text{si}} = 143,5 \text{ mm}$  abgleiten. Bedingt durch dieses Vorgehen treten bei dem VOF-Rechengebiet nach den Zonen unterteilte periodische Randbedingungen auf. Beim SPH-Modell ist diese Unterteilung nicht notwendig. In beiden Simulationsmodellen wird der Ölstrahl mit einer Länge von  $5d_s = 5,75 \text{ mm}$  initialisiert. Die Luftphase wird beim TPSPH- und VOF-Modell initial als ruhendes Fluid angenommen. Untersuchungen mit ausgebildeter Luftströmung als Startbedingung führen zu gleichwertigen Simulationsergebnissen.

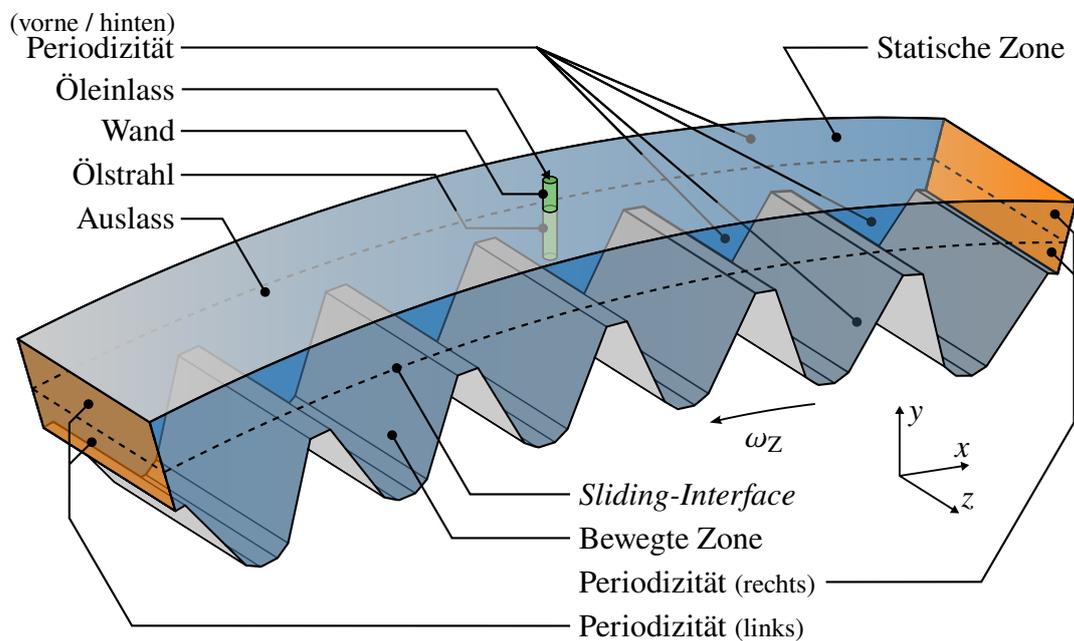
Die simulierte physikalische Zeit beträgt  $t_{\text{Sim}}^+ = 6,0$  bzw.  $t_{\text{Sim}} \approx 1,36 \text{ ms}$  und umfasst somit die ersten 6 Strahlaufprallereignisse. Die Simulationsdaten werden in einem Intervall von  $5 \mu\text{s}$  herausgeschrieben. Analog zu den zweidimensionalen Simulationen werden die methodenspezifischen *Solver*-Einstellungen aus den Tabellen 5.6 und 5.7 sowie eine adaptive Zeitschrittweite angewandt.

### Diskussion der räumlichen Auflösung

Um die in Abbildung 5.12 vorgestellten Rechengebiete anzuwenden, ist eine geeignete räumliche Auflösung festzulegen. Wird eine äquidistante Diskretisierungsstrategie gewählt, so ergeben sich die in Tabelle 5.9 für unterschiedliche räumliche Auflösungen aufgelisteten Partikelbeziehungsweise Zellzahlen. Für die SPSPH-Methode wird die Anzahl der initial vorhandenen Partikel angegeben.



(a) Für Simulationen mittels der TPSPH- und SPSPH-Methode.



(b) Für Simulationen mittels der VOF-Methode.

Abbildung 5.12: 3D-Rechengebiete der Referenzkonfiguration REF.

Tabelle 5.9: Einfluss der räumlichen Auflösung auf die Zahl der Diskretisierungselemente für die dreidimensionale Referenzkonfiguration REF.

Partikelabstand / Zellweite $\Delta x$	Partikel / Zellen		
	VOF	TPSPH	SPSPH
$d_s/_{4,6} = 250 \mu\text{m}$	$1 \cdot 10^6$	–	–
$d_s/_{23} = 50 \mu\text{m}$	$125 \cdot 10^6$	$4 \cdot 10^6$	$4 \cdot 10^6$
$d_s/_{46} = 25 \mu\text{m}$	$1 \cdot 10^9$	$16 \cdot 10^6$	$16 \cdot 10^6$
$d_s/_{92} = 12,5 \mu\text{m}$	$8 \cdot 10^9$	$67 \cdot 10^6$	$67 \cdot 10^6$

Zur Diskretisierung des vollständigen Rechengebietsvolumens ( $V_{\text{CFD}} = 15\,623 \text{ mm}^3$ ) werden demnach bei der mindestens erforderlichen räumlichen Auflösung von  $\Delta x = 25 \mu\text{m}$  etwa  $1 \cdot 10^9$  Diskretisierungselemente benötigt. Dies stellt eine mit heutigen Rechenressourcen nur unter erheblichem Rechen- und Datenverarbeitungsaufwand realisierbare, jedoch für umfangreiche CFD-Studien nicht praktikable Simulationsgröße dar und schränkt den Einsatz der VOF- und TPSPH-Methode für den vorliegenden Fall ein.

Die Anwendung der TPSPH-Methode mit einer groben räumlichen Auflösung, wie von Keller et al. (2016) mit  $\Delta x = d_s/_{23}$  und einer verkleinerten Geometrie vorgestellt, wird zum Erreichen der Zielsetzung dieser Arbeit als nicht ausreichend angesehen. Deshalb und aufgrund der bei den zweidimensionalen Simulationen auftretenden Instabilitäten an der Phasengrenzfläche wird die TPSPH-Methode vom weiteren Vergleich der Methoden ausgeschlossen.

Im Gegensatz zum eingesetzten SPH-Code kann die notwendige Zellzahl bei der gitterbasierten VOF-Methode durch die Diskretisierung mit variabler Zellweite deutlich reduziert werden. So können Bereiche in größerer Distanz zu den Zahnflanken und Gebiete, in denen keine genaue Erfassung der Ölstrukturen notwendig ist, mit einer gröberen räumlichen Auflösung diskretisiert werden, ohne dass die im Fokus stehenden Simulationsergebnisse maßgeblich beeinflusst werden. Zudem ermöglicht die im Abschnitt 4.2.2 beschriebene AMR, ein grobes Grundnetz einzusetzen und Zellen in den relevanten Rechengebietsbereichen dynamisch zu verfeinern.

In dieser Arbeit wird sich dieser Möglichkeiten bedient und die VOF-Methode mit einem Grundnetz, das eine Zellweite von  $\Delta x \approx d_s/_{4,6} = 250 \mu\text{m}$  aufweist, eingesetzt. Wie in Tabelle 5.9 aufgeführt, kann so das Rechengebiet mit nur  $1 \cdot 10^6$  Zellen äquidistant diskretisiert werden. Um trotz des groben Grundnetzes möglichst detaillierte Ölfilmstrukturen zu erfassen, wird die Zellkantenlänge im Nahbereich der Zahnoberfläche orthogonal zur Flankenfläche auf  $\Delta x = 25 \mu\text{m}$  reduziert. Das erstellte Rechengitter besteht final aus  $1,16 \cdot 10^6$  Zellen. Eine auf diesem Grundnetz angewandte dreistufige AMR ermöglicht so die lokale Erhöhung der Auflösung um den Faktor  $2^3$ . Dadurch wird im Nahbereich eine Diskretisierung mit  $\Delta x \approx 3,1 \mu\text{m}$  orthogonal zur Flankenfläche und im Rechengebietsinneren mit  $\Delta x \approx 31,3 \mu\text{m}$  erreicht. Die AMR wird, wie im Abschnitt 4.2.2 beschrieben, basierend auf dem Gradienten der Indikatorfunktion  $F$  entlang der Phasengrenzfläche durchgeführt. Dabei wird der räumliche Gradient bezüglich der Luftphase ( $\vec{\nabla} F_L$ ) nach allen  $N_{\text{AMR}} = 5$  Simulationszeitschritten evaluiert und die lokale Netzverfeinerung oder -vergrößerung durchgeführt. Die verwendeten AMR-Einstellungen werden in Tabelle 5.10 zusammengefasst und basieren auf den Untersuchungen von Peduto (2015).

Tabelle 5.10: Einstellungen der mit der VOF-Methode angewandten gradientenbasierten AMR an der Phasengrenzfläche.

Einstellung	Wert
AMR-Kriterium	$\vec{\nabla} F_L$ , siehe Gleichung (4.15)
Verfeinerungsschwellwert	$\epsilon_{\text{AMR}^+}^* > 0,15$
Vergrößerungsschwellwert	$\epsilon_{\text{AMR}^-}^* < 0,05$
Verfeinerungsstufen	$\text{LOR}_{\text{max}} = 3$
Verfeinerungsintervall	$N_{\text{AMR}} = 5$
Volumengewichtungsexponent	$r_{\text{AMR}} = 1$

Die für das SPSPH-Modell notwendigen Partikelzahlen sind im Vergleich zum TPSPH-Modell um bis zu 2 Größenordnungen kleiner (vgl. Tabelle 5.9). In den nachfolgenden Abschnitten wird gezeigt, dass der bei hohen Auflösungen entstehende Rechenaufwand trotzdem beträchtlich ist. Die SPSPH-Methode wird deshalb bei einer moderaten räumlichen Auflösung mit dem mittleren Partikelabstand von  $\Delta x = d_s/46 = 25 \mu\text{m}$  angewandt, wobei initial  $16 \cdot 10^6$  Partikel anfallen.

### Vergleich der vorhergesagten Strömungsphänomenologie

Die mit dem präsentierten SPSPH- und VOF-Modell erzielten 3D-Simulationsergebnisse werden in diesem Abschnitt vorgestellt. Zum Vergleich der Methoden wird das dritte Strahlaufprallereignis im Simulationszeitraum betrachtet. Jeweils 6 Momentaufnahmen der berechneten Ölverteilung ab dem Aufprallzeitpunkt sind in der Abbildung 5.13 (SPSPH) respektive der Abbildung 5.14 (VOF) dargestellt. Für die SPSPH-Simulation werden die Ölpartikel und für die VOF-Simulation das von der Iso-Konturfläche mit  $F_{\text{Lub}} = 0,5$  umschlossene Ölvolumen dargestellt. Die Farbskala gibt den Betrag der relativen Geschwindigkeit  $\vec{u}_{\text{rel}}$  nach Gleichung (5.7) wieder. Die Zahnradgeometrie wird durch ein unifarbene Oberflächennetz dargestellt.

Durch die Perspektive der Momentaufnahmen und deren zeitliche Abfolge ist die Dreidimensionalität und Dynamik der ÖZI eindrücklich erfassbar. In beiden Abbildungen sind charakteristische Strömungsprozesse identifizierbar, welche insbesondere durch die hochdynamische Umlenkung des Öls nach dem Strahlaufprall gekennzeichnet sind. Gemeinsamkeiten und Unterschiede werden nachfolgend diskutiert.

In den Abbildungen 5.13a und 5.14a ist zu sehen, wie der Ölstrahl als kompakter Rundstrahl auf die Zahnflanke aufprallt und eine Ölschleppe durch die Interaktion mit dem vorausseilenden Zahn hinterherzieht. Die initiale Umlenkung des Öls wird von beiden Methoden in gleicher Weise abgebildet. In den Abbildungen 5.13b und 5.14b ist zu sehen, wie die Umlenkung zur Bildung einer Lamelle oberhalb des Aufprallpunkts und zur Bildung eines Ölfilms führt. Das Öl breitet sich infolgedessen mit hoher Relativgeschwindigkeit vom Aufprallpunkt weg über die Zahnflanke aus. Dies ist in den Abbildungen 5.13c bis 5.13d respektive 5.14c bis 5.14d zu beobachten. Eine Hauptausbreitungsrichtung zeigt zum Zahnfuß hin, wodurch Öl tief in die Zahnluke eindringt. Der zweite dominante Ausbreitungsmechanismus führt dazu, dass Öl sich symmetrisch in axiale Richtung ausbreitet. Die Ausbreitung des Öls in radialer Richtung zum Zahnfuß hin kommt durch die viskose Reibung und die der Bewegung entgegengerichteten Zentrifugalbeschleunigung zum

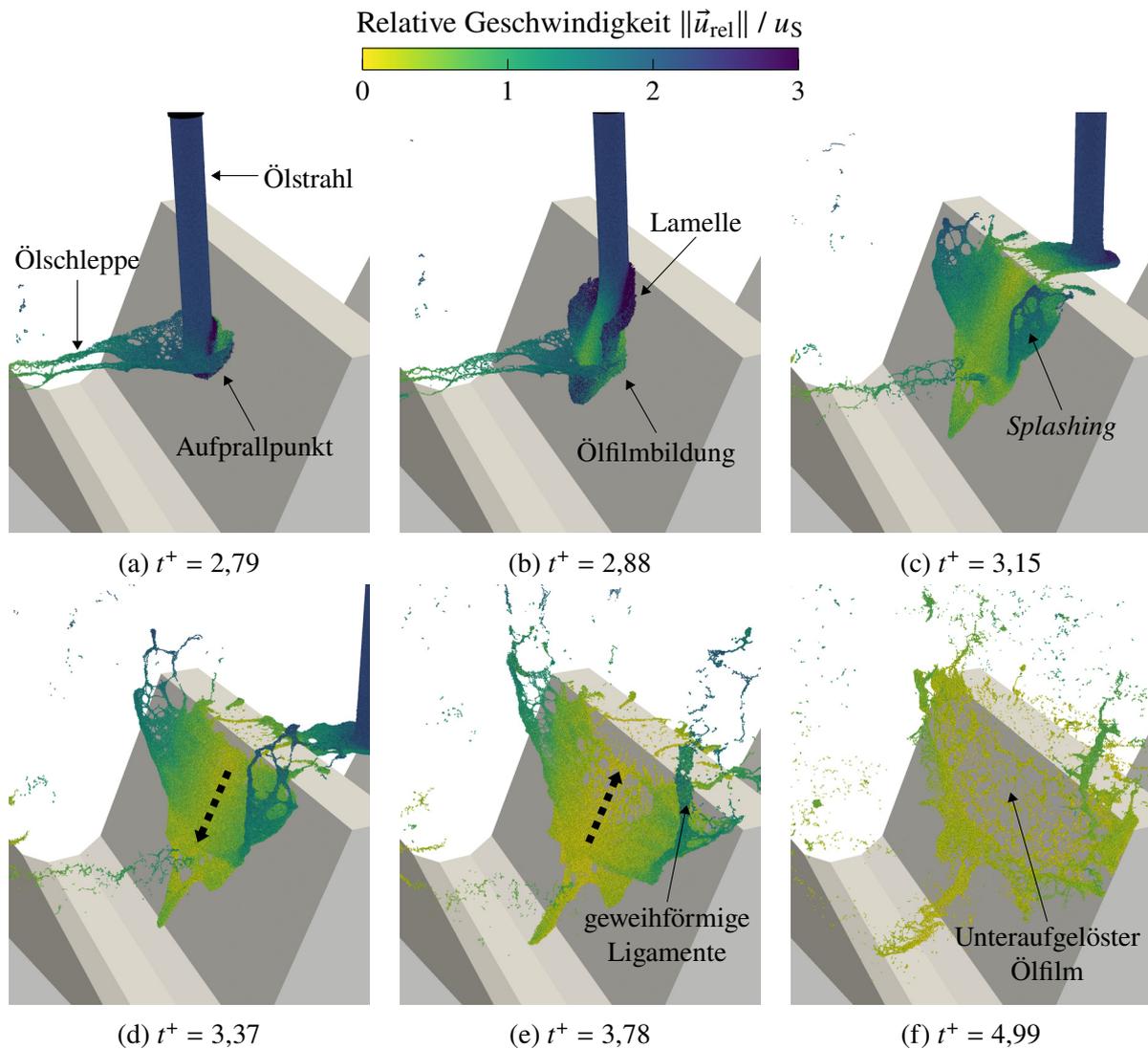


Abbildung 5.13: Momentaufnahmen der 3D-SPSPH-Simulation zu 6 konsekutiven Zeitschritten bei  $t^+ = 2,79; 2,88; 3,15; 3,37; 3,78$  und  $4,99$ . Dargestellt sind jeweils die nach dem Betrag der relativen Geschwindigkeit eingefärbten Partikel.

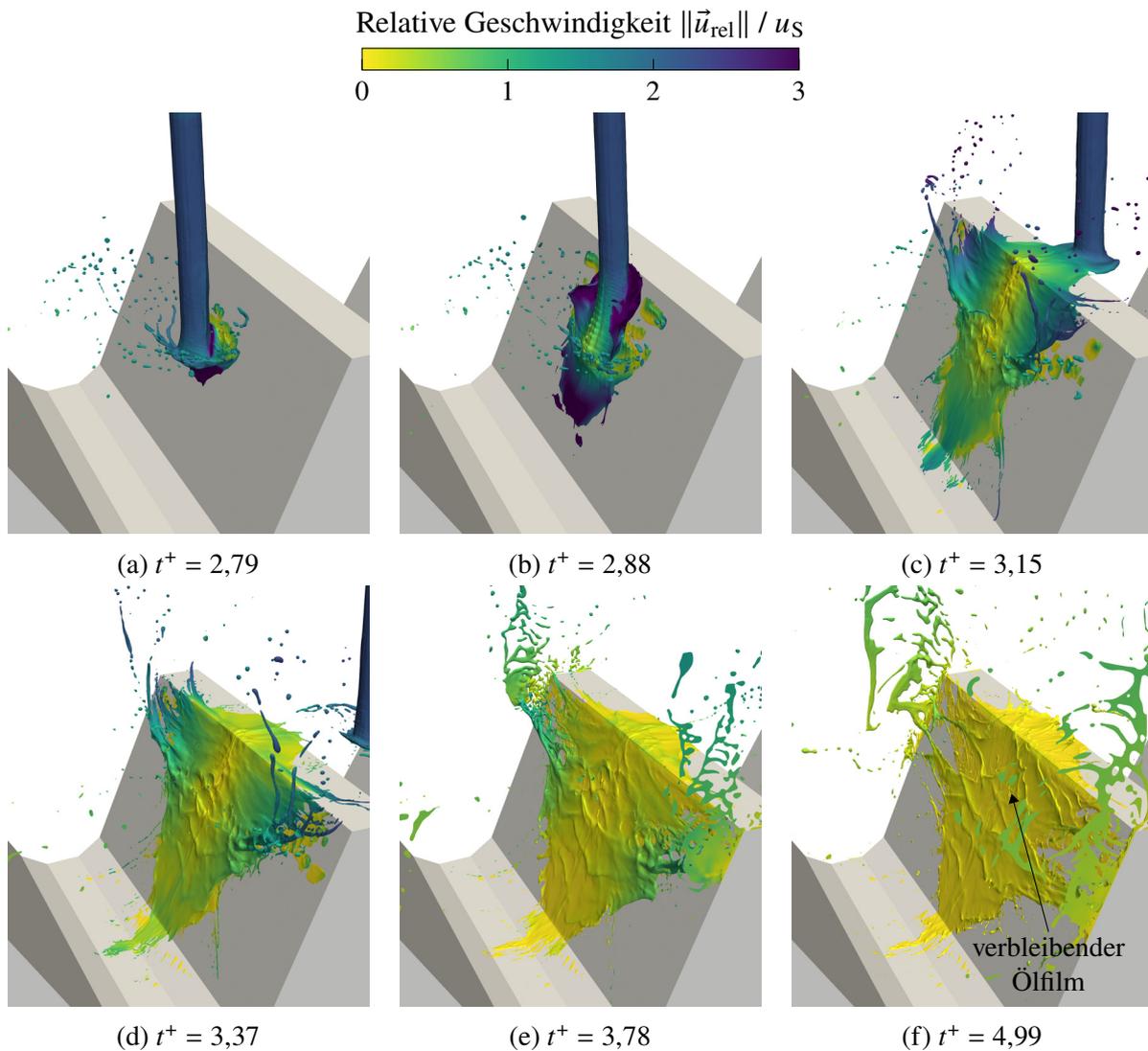


Abbildung 5.14: Momentaufnahmen der 3D-VOF-Simulation zu 6 konsekutiven Zeitschritten bei  $t^+ = 2,79$ ;  $2,88$ ;  $3,15$ ;  $3,37$ ;  $3,78$  und  $4,99$ . Dargestellt ist jeweils die nach dem Betrag der relativen Geschwindigkeit eingefärbte Iso-Kontur mit  $F_{\text{Lub}} = 0,5$  (Öloberfläche).

Erliegen. Dieser Prozess ist in Abbildung 5.13d bzw. 5.14d abgeschlossen. Die Bewegungsrichtung der Ölfilmströmung wird umgekehrt und das Öl wird im Anschluss zum Zahnkopf hin transportiert und abgeschleudert (siehe Abbildung 5.13e bzw. 5.14e). Die dynamische Ausbreitung des Öls in axiale Richtung kommt ebenfalls innerhalb des betrachteten Zeitintervalls zum Erliegen, woraufhin das Öl über den Zahnkopf abgeschleudert wird. Teile des durch den Aufprall in axiale Richtung umgelenkten Öls lösen sich von der Zahnflanke ab. Dies wird in den Abbildungen 5.13c und 5.14c als *Splashing* bezeichnet. Im weiteren Simulationsfortschritt bilden sich aus dem abgelösten Öl geweihförmige Ölligamente, was in beiden Simulationen zu beobachten ist. Dies ist insofern interessant, als dass dieses Öl nur eine kurze Kontaktdauer mit dem Zahnrad hat und in stark reduziertem Maße zur Wärmeabfuhr beiträgt.

Im Allgemeinen zeigen beide Simulationsergebnisse qualitativ gleiche Ölausbreitungsmechanismen, eine sehr gute Übereinstimmung der vorhergesagten Ölkinematik und eine vergleichbare resultierende Zahnflankenbenetzung. Jedoch sind auch Unterschiede festzustellen. Ähnlich zum 2D-Vergleich wird der Einfluss der Luftphase auf die Form der Ölschleppe unterschiedlich abgebildet. Wie in den Abbildungen 5.13a und 5.14a zu sehen ist, werden die Ölstrukturen bei der VOF-Simulation stärker radial nach außen abgelenkt. Dies entspricht den Erwartungen, da die Luftphase bei der SPSPH-Simulation nicht modelliert wird. Die Ölschleppe unterliegt zudem bei der VOF-Simulation einem stärkeren Zerfall und besteht im Vergleich zur SPSPH-Simulation aus kleineren Tropfen. An dieser Stelle sei angemerkt, dass die detaillierte Erfassung der Ölschleppe nicht primäres Ziel der durchgeführten Simulationen ist und die nachfolgend beschriebenen Limitierungen auf die formulierten Modellanforderungen (siehe Tabelle 5.5) zurückzuführen sind. Wie später aufgezeigt (siehe Abbildung 5.16a), besteht die Ölschleppe aus dünnen Membranen und Ligamenten. Die gewählte Gitterweite beziehungsweise Partikelgröße der Simulationsmodelle ermöglicht jedoch nur grobskalige Strukturen der Ölschleppe abzubilden. Bei der VOF-Simulation zeigt sich dies durch erhöhte numerische Diffusion der Phasengrenzfläche in diesem Bereich, in der Visualisierung mit  $F_{\text{Lub}} = 0,5$  erscheinen die Strukturen deshalb kleiner. Bei der SPSPH-Simulation erscheinen die unteraufgelösten Strukturen weniger fein ausgebildet. Ein Vergleich zu einer SPSPH-Simulation bei einer gröberen Auflösung von  $\Delta x = 50 \mu\text{m}$ , die im Anhang A.4 abgebildet ist und bei der noch gröbere Ölstrukturen zu beobachten sind, deutet darauf hin, dass eine höhere Auflösung der SPSPH-Simulation wiederum zur Abbildung feinerer Ölstrukturen führt. Der bedeutendste Unterschied zwischen den eingesetzten Methoden wird in der Repräsentation des ausdünnenden Ölfilms ausgemacht. In den Abbildungen 5.14d bis 5.14f ist zu sehen, dass durch die VOF-Simulation ein zusammenhängender Ölfilm vorhergesagt wird. Auf diesem sind kleinskalige Wellenstrukturen zu erkennen. Im Gegensatz dazu sind diese Strukturen in den SPSPH-Ergebnissen nicht zu erkennen. Vielmehr zeigen die Abbildungen 5.13d bis 5.13f, dass der Ölfilm aufreißt und kein zusammenhängender Ölfilm wiedergegeben wird. Dies deutet auf eine zu grobe Partikelgröße bei der SPSPH-Simulation hin.

### Vergleich des vorhergesagten Widerstandsdrehmoments

In diesem Abschnitt folgt ein quantitativer Vergleich zwischen der SPSPH- und der VOF-Methode. Dazu werden die durch die ÖZI induzierten hydraulischen Verluste (Beschleunigungsverluste, vgl. Abschnitt 2.1) betrachtet. Das für den Referenzfall bestimmte Widerstandsdrehmoment ist in Abbildung 5.15 über die dimensionslose Zeit  $t^+$  dargestellt. Das Widerstandsdrehmoment wird dabei mit dem analytisch bestimmten mittleren Widerstandsdrehmoment  $M_0$  normiert, das nach Gleichung (2.5) berechnet wird. Der zeitliche Verlauf des Widerstandsdrehmoments ist

durch 6 lokale Maxima gekennzeichnet, welche die 6 Strahlauflprallereignisse im betrachteten Zeitintervall widerspiegeln.

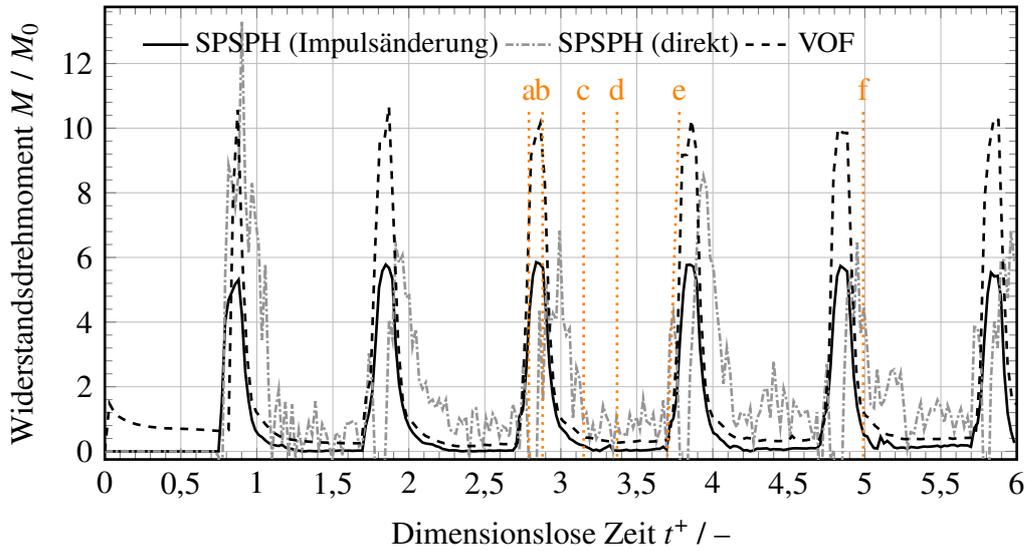


Abbildung 5.15: Mittels der SPSPH- und der VOF-Methode bestimmter zeitlicher Verlauf des Widerstandsrehmoments für den Referenzfall REF.

Während für die VOF-Simulation das Widerstandsrehmoment über die resultierenden Druck- und Schubspannungskräfte an der Zahnradoberfläche evaluiert wird, sind für die SPSPH-Simulation Ergebnisse von zwei unterschiedlichen Auswertungsmethoden in Abbildung 5.15 enthalten. Die direkte Berechnung (---) basiert auf der Auswertung der Kräfte an der Zahnradoberfläche analog zur VOF-Methode. Es ist zu beobachten, dass der damit berechnete Verlauf starken Schwankungen unterliegt. Dies ist typisch für Simulationen, die auf der WCSPH-Formulierung basieren und ist Folge der starren Druck-Dichte-Kopplung durch Gleichung (4.29). Der zweite dargestellte Verlauf (—) basiert auf einer indirekten Berechnung des Widerstandsrehmoments über die Auswertung der Impulsänderung des Öls. Für diese approximative Berechnung wird der Gesamtimpuls der Ölpartikel in Umfangsrichtung

$$I_{u,Lub} = \sum_{a \in \mathbb{O}} m_a \vec{u}_a \underbrace{\frac{\vec{\omega}_G \times \vec{r}_a}{\|\vec{\omega}_G \times \vec{r}_a\|}}_{\text{Einheitsvektor in Umfangsrichtung}} \quad (5.8)$$

definiert. Dabei ist  $\mathbb{O}$  die Menge aller Ölpartikel und  $\vec{\omega}_G$  die Winkelgeschwindigkeit der Zahnradrotation. Mit

$$M^n = \frac{I_{u,Lub}^n - I_{u,Lub}^{n-1}}{t^n - t^{n-1}} \frac{d_p}{2} \quad (5.9)$$

folgt das wirkende Widerstandsrehmoment zum Zeitschritt  $n$  numerisch aus der Impulsänderung zwischen zwei Zeitschritten. Vereinfachend wird der Teilkreisradius  $d_p/2$  als Hebel der mittleren Widerstandskraft angenommen. Dieses Vorgehen ist angelehnt an die analytische Bestimmung des Widerstandsrehmoments durch Gleichung (2.5). Da das mittels der SPSPH-Methode berechnete Geschwindigkeitsfeld im Vergleich zum entsprechenden Druck- oder Dichtefeld weniger starken Fluktuationen ausgesetzt ist, ist der Verlauf des so bestimmten Widerstandsrehmoments deutlich glatter. Für den weiteren Vergleich wird dieser Verlauf herangezogen.

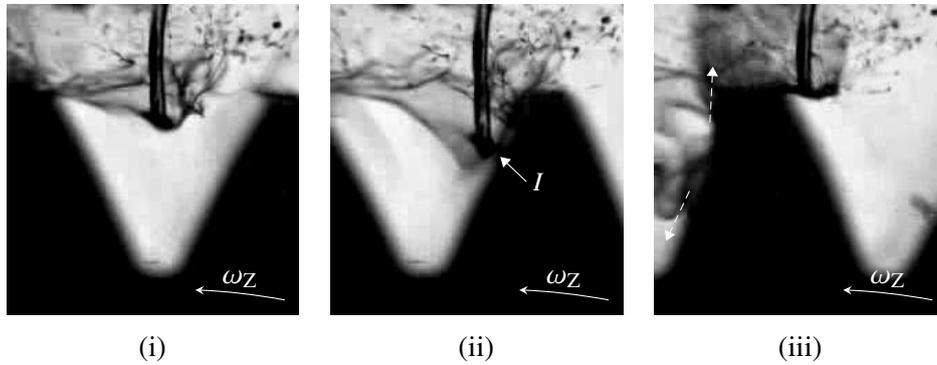
Im Vergleich zwischen dem VOF- und SPSPH-Ergebnis ist zu beobachten, dass die Maxima bei der VOF-Simulation größere Werte annehmen. Der qualitative Verlauf ist in beiden Fällen identisch. Während eines Strahlaufprallereignisses kommt es zu einem steilen Anstieg des Widerstandsdrehmoments, dem eine graduelle Abnahme auf einen Basiswert folgt. Dieser liegt bei der VOF-Simulation etwas höher, insbesondere vor dem ersten Aufprallereignis. Zurückzuführen ist dies auf das durch die Luftströmung induzierte Widerstandsdrehmoment, das nur bei der VOF-Simulation abgebildet wird. Da eine ruhende Luftphase als Anfangsbedingung aufgeprägt wird, ist dieser Effekt zu Beginn der Simulation besonders ausgeprägt. Außerdem sei angemerkt, dass im Bezugswert  $M_0$  nach Gleichung (2.5) nur Beschleunigungs- und keine Ventilationsverluste einbezogen sind. Der über einen Aufprallereignis gebildete Mittelwert nimmt deshalb bei der VOF-Simulation mit  $\bar{M}/M_0 \approx 1,8$  einen Wert größer als 1 an. Bei der SPH-Simulation wird ein Mittelwert von  $\bar{M}/M_0 \approx 0,98$  bestimmt, was sehr gut mit Gleichung (2.5) übereinstimmt und im Bereich der von Fondelli et al. (2015a,b) angegebenen Werte für die Beschleunigungsverluste liegt.

Der Verlauf des Widerstandsdrehmoments kann mit den in den Abbildungen 5.13 und 5.14 beobachtbaren Strömungsphasen der ÖZI in Verbindung gebracht werden. Die Zeitpunkte der darin dargestellten Momentaufnahmen sind in Abbildung 5.15 mit vertikalen Linien (a-f) markiert. Der Aufprallprozess beginnt mit einem steilen Anstieg des Drehmoments direkt nach dem ersten Kontakt des Öls mit der Zahnradflanke (a). Nachdem der Strahl die Zahnflanke überstrichen und die Kopffläche des Zahns erreicht hat, erreicht das Widerstandsdrehmoment sein Maximum (b). Während der Strahl die Kopffläche überstreicht, nimmt das Widerstandsdrehmoment bereits stark ab (c). Im Anschluss sind nur geringe Schwankungen zu beobachten, die Ölfilmausbreitung hat nur einen geringen Einfluss auf die hydraulischen Verluste (d-f). Der größte Teil des Impulsaustauschs findet während des direkten Kontakts zwischen Zahnrad und Ölstrahl statt. So wird im Intervall a-c bereits 97 % des Gesamtimpulses (im Intervall a-f) übertragen. Diese Beobachtungen sind in Übereinstimmung mit den von Fondelli et al. (2015a,b) mittels VOF-Simulationen erzielten Ergebnissen.

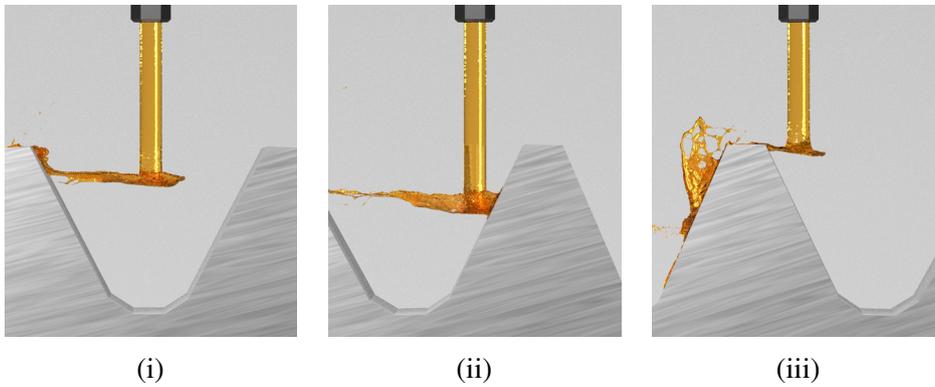
### Vergleich zu experimentellen Beobachtungen

Um die Plausibilität der Simulationsergebnisse zu bewerten, werden zusätzlich experimentelle Beobachtungen herangezogen. Von Plehwe (2022) führte am ITS Untersuchungen zur ÖZI durch, in deren Zuge Hochgeschwindigkeits-Gegenlichtaufnahmen beim Einspritzen auf den Umfang eines einzelnen Zahnrad erstellt wurden. Eine Serie aus drei Momentaufnahmen ist in Abbildung 5.16a dargestellt. Das Zahnrad entspricht dem in den nachfolgenden Kapiteln 6 und 7 untersuchten Stirnzahnrad, der Durchmesser der Düsenbohrung misst  $d_D = 1,15$  mm. Der Betriebspunkt ( $n_Z = 1500$  1/min und  $u_S = 9,15$  m/s) kann außerdem durch das Geschwindigkeitsverhältnis  $\Sigma \approx 0,45$  charakterisiert werden. Unter Kenntnisnahme der Differenzen im Betriebspunkt (vgl. Tabelle 5.2) werden die Gegenlichtaufnahmen mit den Simulationsergebnissen für den Referenzfall REF verglichen. Für den Vergleich sind in Abbildungen 5.16b und 5.16c Renderings der Simulationsergebnisse aus äquivalenter Perspektive und in äquivalenten Strömungsphasen dargestellt. Zudem können die zuvor gezeigten Momentaufnahmen der durchgeführten zwei- und dreidimensionalen Simulationen (Abbildungen 5.9, 5.13 und 5.14) einbezogen werden.

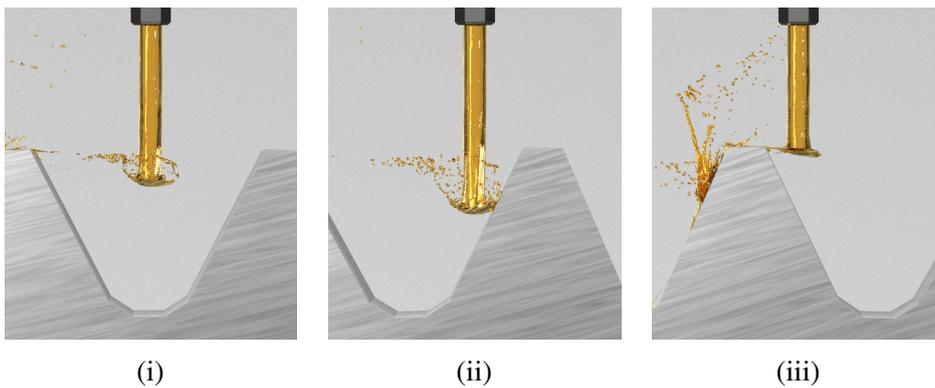
In Abbildung 5.16a(i) ist der Ölstrahl in der Eindringphase zwischen zwei Aufprallereignissen zu erkennen. Analog zu den simulativ vorhergesagten Strömungsstrukturen ist ein kompakter



(a) Experimentelle Gegenlichtaufnahmen nach von Plehwe (2022).



(b) Renderings der SPSPH-Ergebnisse. Freie Oberfläche als *Alpha-Shape* (Edelsbrunner et al., 1983).



(c) Renderings der VOF-Ergebnisse. Freie Oberfläche als Iso-Kontur mit  $F_{\text{Lub}} = 0,5$ .

Abbildung 5.16: Vergleich zwischen a) experimentell und mittels b) SPSPH- beziehungsweise c) VOF-Simulation erzielten Momentaufnahmen der ÖZI beim radialen Einspritzen auf den Umfang eines Zahnrads.

Rundstrahl mit einer pilzförmig deformierten Strahlspitze zu erkennen. Die Ligamente weisen im Experiment dünne Membranen auf, die in den Simulationen nicht erfasst werden. Die qualitative Struktur der Ligamente stimmt gut überein. Der hochdynamische Aufprallvorgang wird in den Abbildungen 5.16a(ii) und 5.16a(iii) erfasst. In der Seitenansicht sind ausgehend vom Aufprallpunkt  $I$  zwei Strömungszweige zu erkennen. Zum einen wird Öl zum Zahnfuß hin umgelenkt, zum anderen wird Öl radial nach außen gelenkt und von der Zahnflanke weggeschleudert. In den Simulationsergebnissen sind die gleichen Strömungszweige mit vergleichbaren Grobstrukturen identifizierbar. Der Aufprallprozess unterliegt im Experiment einer starken Bildung von Tropfen, Ligamenten und Membranen. Diese werden abermals nur qualitativ in der Numerik abgebildet. Der sich auf den Flanken ausbildende Ölfilm kann nicht mit dem Experiment verglichen werden, da dieser in den Momentaufnahmen nicht erfasst wird. Auch der Vergleich der Simulationsergebnisse mit den bereits in der Einleitung (Abbildung 1.1) präsentierten Gegenlichtaufnahmen aus der Arbeit von Schober (1983b) verdeutlicht die gute Abbildung der charakteristischen Strömungsstrukturen durch die numerischen Simulationen. Sollen kleinste Ligamente und Membranen erfasst werden, ist in den Simulationsmodellen eine höhere räumliche Auflösung erforderlich.

### Vergleich des Rechenaufwands

Abschließend wird der für die durchgeführten 3D-Simulationen erforderliche Rechenaufwand verglichen. Der jeweilige Rechenaufwand und die Zahl der Diskretisierungselemente sind in Abbildung 5.17 dargestellt. Die Angaben zur VOF- und SPSPH-Simulation basieren auf einer mit 112 respektive 600 Rechenkernen durchgeführten Rechnung.

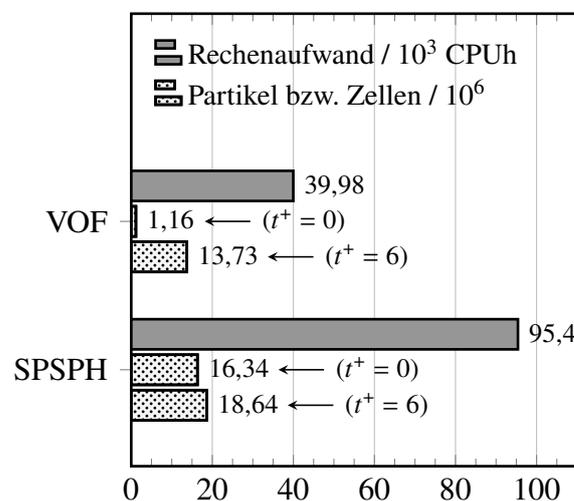


Abbildung 5.17: Vergleich des Rechenaufwands und der Zahl der Partikel bzw. Gitterzellen für die 3D-Simulation des Referenzfalls REF.

Zwar wird die SPSPH-Simulation in nur 44,5 % der Zeit der VOF-Simulation durchgeführt, aufgrund der größeren Zahl an Rechenkernen fällt trotzdem ein höherer Rechenaufwand in CPU-Stunden an. Trotz einer lokal höheren räumlichen Auflösung beträgt der gemessene Rechenaufwand der VOF-Simulation nur 41,9 % der SPSPH-Simulation. In beiden Simulationen nimmt die Zahl der Diskretisierungselemente kontinuierlich mit dem Simulationsfortschritt zu. Bei der VOF-Simulation erhöht sich die Zellzahl durch die angewandte AMR von initial  $1,16 \cdot 10^6$

auf  $13,73 \cdot 10^6$  am Simulationseende ( $t^+ = 6$ ) und somit um mehr als den Faktor 10. Bei der SPSPH-Simulation ist der Anstieg geringer. Von initial  $16,34 \cdot 10^6$  Partikeln nimmt die Anzahl auf  $18,64 \cdot 10^6$  am Simulationseende ( $t^+ = 6$ ) zu. Dabei fällt auf, dass die Wandpartikel mit (konstant)  $15,87 \cdot 10^6$  den überwiegenden Anteil der Gesamtpartikelzahl ausmachen. Trotz des eingesetzten dynamischen Lastverteilungsalgorithmus tritt bei der Durchführung der SPSPH-Simulation eine signifikante Lastungleichverteilung auf. Einzelne Rechenkern werden einer im Vergleich zum optimal lastverteilten Fall 5- bis 10-fachen Rechenlast ausgesetzt. Werden weniger Rechenkern verwendet, fällt die Lastverteilung besser aus. Jedoch können in diesem Fall Limitierungen durch den für jeden Rechenkern verfügbaren Arbeitsspeicher auftreten.

## Fazit

Der Vergleich der eingesetzten Methoden auf Basis eines dreidimensionalen Referenzfalls ermöglicht, das Fazit des 2D-Vergleichs (siehe Seite 92) zu ergänzen. Folgende Erkenntnisse sind hervorzuheben:

- Die 3D-Simulation der ÖZI mittels der TPSPH-Methode führt bei heutigen Rechenressourcen aufgrund der Beschränkung auf eine homogene Partikelgröße zu nicht praktikablen Simulationsgrößen.
- Die 3D-Simulation der ÖZI mittels der VOF-Methode kann durch die Diskretisierung mit variablen Zellweiten und einer AMR bei moderater Simulationsgröße realisiert werden.
- Die 3D-Simulation der ÖZI mittels der SPSPH-Methode ist bei einer moderaten räumlichen Auflösung von  $\Delta x = 25 \mu\text{m}$  realisierbar. Es treten Limitierungen durch eine ineffiziente Arbeitsspeichernutzung und eine nicht optimale Rechenlastverteilung auf.
- Die SPSPH- und VOF-Ergebnisse ermöglichen die Analyse der ÖZI in bislang unerreichtem zeitlichen und räumlichen Detaillierungsgrad.
- Die Simulationsergebnisse geben qualitativ gleiche Ölausbreitungsmechanismen, eine übereinstimmende Ökinematik und eine vergleichbare Zahnflankenbenetzung wieder.
- Das SPSPH-Ergebnis offenbart bei der Auflösung von  $\Delta x = 25 \mu\text{m}$  unteraufgelöste Regionen. Der ausdünnende Ölfilm wird nicht physikalisch abgebildet.
- Die direkte Auswertung des Widerstandsdrehmoments aus dem SPSPH-Ergebnis führt zu einem verrauschten Signal. Bei der Drehmomentbestimmung über die Ölimpulsänderung ergibt sich ein glatter Verlauf, vergleichbar mit dem VOF-Ergebnis.
- Die Ergebnisse geben charakteristische Strömungsstrukturen in guter Übereinstimmung mit experimentellen Beobachtungen wieder.
- Die bei 2D-Simulationen beobachteten Rechenzeitvorteile der SPSPH-Methode werden bei 3D-Simulationen nicht aufrechterhalten. Grund ist die Beschränkung auf eine homogene Partikelgröße, der hohe Anteil der Wandpartikel an der Gesamtpartikelzahl und die nicht optimale dynamische Rechenlastverteilung.
- Die VOF-Methode ist bei lokal höherer räumlicher Auflösung mit geringerem Rechenaufwand anwendbar.

### 5.3 Zusammenfassung und Methodenauswahl

In vergleichenden Studien werden in diesem Kapitel die gebildeten TPSPH-, SPSPH- und VOF-Modelle präsentiert. Die gezeigten Ergebnisse stellen die weltweit ersten Simulationen der ÖZI mittels der SPH-Methode und die detailliertesten Simulationen mittels der VOF-Methode dar. Im 2D- und 3D-Vergleich werden mit allen Simulationsmethoden übereinstimmende Strömungsprozesse, auch im Vergleich zu experimentellen Gegenlichtaufnahmen, vorhergesagt. Zum einen demonstriert dies die Anwendbarkeit der Methoden für die Untersuchung der ÖZI, zum anderen unterstreicht diese Beobachtung die Validität der Ergebnisse. Abweichungen der SPSPH-Ergebnisse aufgrund der Nichtberücksichtigung der Luftphase sind von untergeordneter Bedeutung für die Zielsetzung dieser Arbeit.

Ausschlaggebend für die Methodenauswahl für die weiteren Untersuchungen in dieser Arbeit sind insbesondere die Unterschiede hinsichtlich der praktischen Anwendbarkeit der dreidimensionalen Simulationsmodelle. Die TPSPH-Methode ist zum gegenwärtigen Zeitpunkt aufgrund der nicht praktikablen Partikelzahl nicht für umfangreiche CFD-Studien einsetzbar. Während die SPSPH-Methode im 2D-Vergleich noch deutliche Rechenzeitvorteile aufweist, treten im 3D-Vergleich Limitierungen durch eine nicht optimale Lastverteilung und hohe Arbeitsspeicheranforderungen in den Vordergrund. Gleichzeitig kann mittels der VOF-Methode auf etablierte Verfahren zur variablen Rechengebietsvernetzung und AMR zurückgegriffen werden. Dies ermöglicht die Untersuchung der ÖZI bei akzeptablem Rechenaufwand und ausreichend hoher räumlicher Auflösung in den relevanten Strömungsregionen. Aus diesen Gründen wird, wie in Tabelle 5.11 zusammengefasst, die VOF-Methode für die Untersuchung der ÖZI mit einem einzelnen Zahnrad ausgewählt.

Für die Simulation ineinandergreifender Zahnräder entfällt bei der VOF-Methode die Möglichkeit, die Zahnradbewegung durch eine *Sliding-Interface*-Randbedingung zu realisieren. Für diese Untersuchungen wird deshalb auf die SPSPH-Methode zurückgegriffen, mit welcher der Zahnradeingriff ohne grundlegende Veränderung des Modellierungsansatzes realisiert werden kann. Die genannten Untersuchungen sind Gegenstand der nachfolgenden Kapitel 6 und 7.

Tabelle 5.11: Auswahl der Simulationsmethoden für die weiterführenden Untersuchungen in dieser Arbeit.

Untersuchung	Methode	Abschnitt
ÖZI mit einzelner Zahnrad	VOF	Kapitel 6
ÖZI mit ineinandergreifenden Zahnrädern	SPSPH	Kapitel 7



# 6 Simulation der Ölstrahl-Interaktion mit einzeltem Zahnrad

In einer Simulationsstudie wird in diesem Kapitel die ÖZI beim Einspritzen auf den Umfang eines einzelnen Zahnrad untersucht. Der gegenwärtige wissenschaftliche Kenntnisstand zu diesem Strömungsprozess weist, wie im Kapitel 2 aufgezeigt, Lücken bezüglich der detaillierten Beschreibung der ÖZI und im Speziellen der Ölfilmdynamik auf. Zum einen sind entsprechende experimentelle Untersuchungen aufgrund messtechnischer Limitierungen eingeschränkt, zum anderen wird das Potenzial numerischer Simulationen nicht ausgereizt. Dies macht sich darin bemerkbar, dass in der wissenschaftlichen Literatur häufig Analysen globaler Metriken, wie der Aufpralltiefe (Akin et al., 1975) oder des Widerstandsrehmoments (Fondelli et al., 2015a), veröffentlicht werden. Die Ergebnisse dieses Kapitels tragen durch die Analyse etablierter sowie erstmals aus CFD-Ergebnissen extrahierter Metriken zur Erweiterung des physikalischen Verständnisses der ÖZI bei. Die numerische Studie umfasst die Simulation von 21 unterschiedlichen Betriebspunkten und ermöglicht so die Identifizierung dominanter Einflussparameter. Teile der Ergebnisse sind in einen Konferenz- beziehungsweise Fachzeitschriftenbeitrag eingeflossen (Keller et al., 2019b, 2020).

Nachfolgend werden im Abschnitt 6.1 der Aufbau der Simulationsstudie, die Geometrie- und Betriebsparameter, das gebildete numerische Simulationsmodell und die Versuchsplanung vorgestellt. Im Abschnitt 6.2 erfolgt die Definition der Metriken, die im Abschnitt 6.3 zur Analyse der Simulationsergebnisse herangezogen werden. Dabei werden die Einflüsse veränderter Betriebsparameter diskutiert, die Haupteinflussgrößen identifiziert und empirische Berechnungsansätze zur schnellen Charakterisierung der ÖZI abgeleitet.

## 6.1 Simulationsstudie

Im Abschnitt 6.1.1 wird zunächst die herangezogene Basiskonfiguration beschrieben. Das dafür gebildete Simulationsmodell wird in Abschnitt 6.1.2 skizziert. In Abschnitt 6.1.3 wird der verfolgte Versuchsplan vorgestellt und eine Übersicht der durchgeführten Simulationen gegeben.

### 6.1.1 Basiskonfiguration – Geometrie- und Betriebsparameter

Im Fokus der Simulationsstudie steht die ÖZI zwischen einem rotierenden Zahnrad und einem Ölstrahl. Analog zur zuvor im Abschnitt 5.1.1 vorgestellten Referenzkonfiguration soll in der Simulationsstudie ein Zahnrad in Anlehnung an das Sonnenrad eines luftfahrttypischen Planetengetriebes mit Übersetzungsverhältnis von  $i = 4$  betrachtet werden. Es wird dieselbe Vorgehensweise (siehe Abbildung 5.1) zur Ableitung der Basisgeometrie BAS1Z verwendet. Im Unterschied zur Geometrie REF wird hier ein Stirnzahnrad mit 65 Zähnen und Evolventenprofil betrachtet. Die geometrischen Zahnradparameter sind in Tabelle 6.1 zusammengefasst und sind identisch zu der von von Plehwe (2022) experimentell untersuchten Zahnradgeometrie. Die geometrischen Parameter der Rundstrahldüse sind ebenfalls in Tabelle 6.1 angegeben, die Definitionen der aufgeführten Parameter kann Abbildung 5.2 entnommen werden. Der Düsenwinkel von  $\varphi_D = 0^\circ$  entspricht einem radial auf den Radumfang ausgerichteten Strahl.

Tabelle 6.1: Geometrische Parameter der Geometrie BAS1Z.

Parameter	Symbol	Formel	Wert	Einheit
<i>Zahnrad</i>				
Zähnezahl	$z$		65	1
Modul	$m$		4,0	mm
Eingriffswinkel	$\alpha$		25	°
Profilverschiebungsfaktor	$x$		0,25	1
Kopfspiel	$c$	$0,25m$	1,0	mm
Teilkreisdurchmesser	$d_p$	$zm$	260,0	mm
Kopfkreisdurchmesser	$d_a$	$d_p + 2m + 2xm$	270,0	mm
Fußkreisdurchmesser	$d_f$	$d_p - 2(m + c) + 2xm$	252,0	mm
<i>Düse</i>				
Durchmesser der Düsenbohrung	$d_D$		1,0	mm
Länge der Düsenbohrung	$l_D$		2,0	mm
Düsenwinkel	$\varphi_D$		0	°
Abstand zw. Düsenaustritt u. Teilkreis	$h_D$		10,0	mm

Für das simulierte Schmiermittel und die Luftphase werden physikalische Stoffeigenschaften entsprechend der Tabelle 5.3 angenommen. Zusammen mit den Betriebsparametern aus Tabelle 6.2 bildet die Basiskonfiguration BAS1Z den Ausgangspunkt für die in diesem Kapitel beschriebene Simulationsstudie.

Tabelle 6.2: Betriebsparameter der Basiskonfiguration BAS1Z.

Parameter	Symbol	Wert	Einheit
Drehzahl	$n_Z$	4875,0	1/min
Mittlere Ölstrahlgeschwindigkeit	$u_S$	33,18	m/s
Volumenstrom	$\dot{V}_S$	1,56	ℓ/min
$u_S/u_p$ -Verhältnis	$\Sigma$	0,50	1

### 6.1.2 Numerisches Simulationsmodell

Als Ergebnis der Methodenauswahl am Ende von Kapitel 5 wird für die CFD-Studie in diesem Kapitel die VOF-Methode eingesetzt. Das Rechengebiet für die Basisgeometrie BAS1Z ist in Abbildung 6.1 dargestellt. Dieses ist analog zum VOF-Modell der Geometrie REF (siehe Abbildung 5.12b) aufgebaut, enthält jedoch Anpassungen, die der veränderten Geometrie geschuldet sind oder die Durchführung der Simulationsstudie begünstigen sollen.

Die Basisgeometrie wird mit einem 5-zahnigen Zahnradsegment der Tiefe  $w_{CFD} = 22,5$  mm modelliert. Das Rechengebiet besteht zudem aus 3 Zellzonen. Wie zuvor wird das Rechen-

gebiet in eine bewegte (innere) und eine statische (äußere) Zone, die durch eine zylindrische Mantelfläche getrennt sind, unterteilt. Durch die *Sliding-Interface*-Randbedingung wird so die Zahnradbewegung modelliert. Ergänzend dazu wird für die Simulationsstudie eine separate Zone für das Volumen der Düsenbohrung verwendet. Durch eine (statische) Schnittstelle ist diese mit der äußeren Zone verbunden. Dieser modulare Aufbau erlaubt im Falle veränderlicher Geometrieparameter, beispielsweise des Düsendurchmessers, eine flexible Rechengebietserstellung nach dem Baukastenprinzip, wobei die einzelnen Zonen unabhängig voneinander vernetzt und zu einem vollständigen Rechengebiet zusammengesetzt werden.

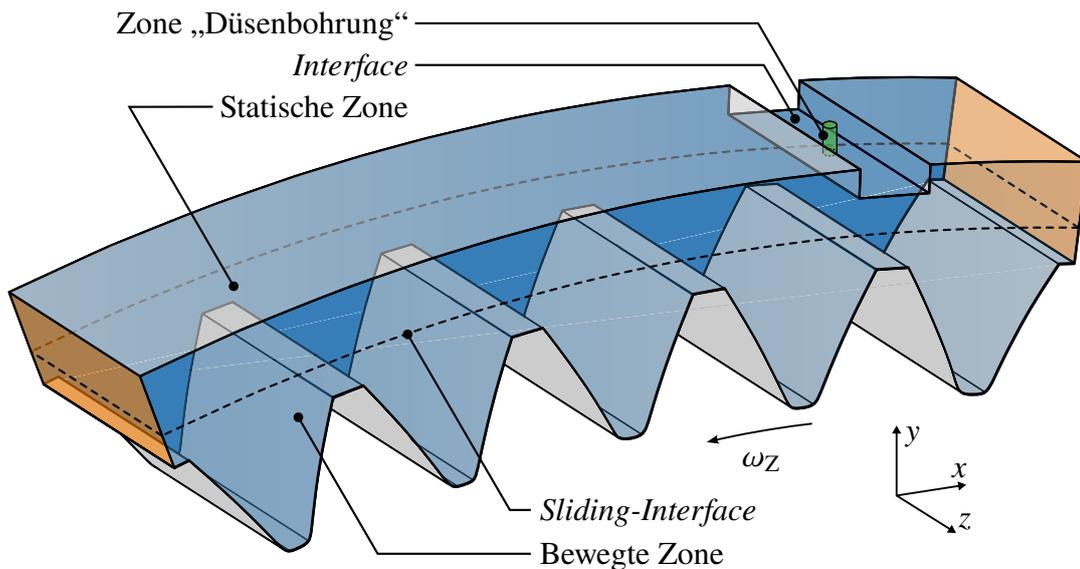


Abbildung 6.1: Rechengebietszonen der Basiskonfiguration BAS1Z.

Der Periodizitätswinkel in Umfangsrichtung beträgt  $\frac{5}{65} 2\pi \approx 27,69^\circ$  und die Mantelfläche der *Sliding-Interface*-Randbedingung befindet sich auf einem Radius von  $r_{si} = 137,5$  mm. Der radiale Abschluss des Rechengebiets liegt auf dem Radius  $r_{CFD} = 142$  mm. Der Punkt auf der Strahlachse am Düsenaustritt liegt somit 2 mm unterhalb der äußeren Begrenzung, was auch in Abbildung 6.2 zu erkennen ist. Darin ist ein Auszug eines Schnitts entlang der  $x,y$ -Ebene durch ein typischerweise verwendetes Rechnetzz dargestellt. Zur Illustration ist abweichend vom Basisfall ein Betriebspunkt mit einem Düsenwinkel von  $\varphi_D > 0$  zu sehen. Zusätzlich sind unterschiedliche Definitionen des Strahlwinkels eingezeichnet, auf welche im nachfolgenden Abschnitt im Rahmen der Versuchsplanung eingegangen wird.

Das Rechnetzz besteht überwiegend aus quaderförmigen Zellen, die orthogonal zu den Rechengebietsgrenzen orientiert sind. An den Übergängen werden Prismen erzeugt. In die Tiefe sind die Zellen (außer in der Düsenbohrung) äquidistant verteilt. Das Grundnetz weist eine Zellweite von  $\Delta x = d_s/4 = 250$   $\mu\text{m}$  auf, wobei die Zellkantenlänge im Nahbereich der Zahnradoberfläche orthogonal zur Flankenfläche auf  $\Delta x = 50$   $\mu\text{m}$  beschränkt ist. Zusätzlich wird eine 3-stufige AMR mit den Einstellungen aus Tabelle 5.10 angewandt.

Die Simulation wird bis zum Erreichen der physikalischen Zeit von  $t_{\text{Sim}}^+ = 10$  durchgeführt. Hierdurch wird eine ausreichend lange Beobachtung der Ölfilmdynamik ermöglicht. Aufgrund der Periodizität passiert eine Zahnflanke in dieser Zeit zweimal die Öldüse. Um zu verhindern, dass die Ölfilmdynamik durch einen wiederholten Aufprall des Ölstrahls gestört wird, wird der Ölfluss am

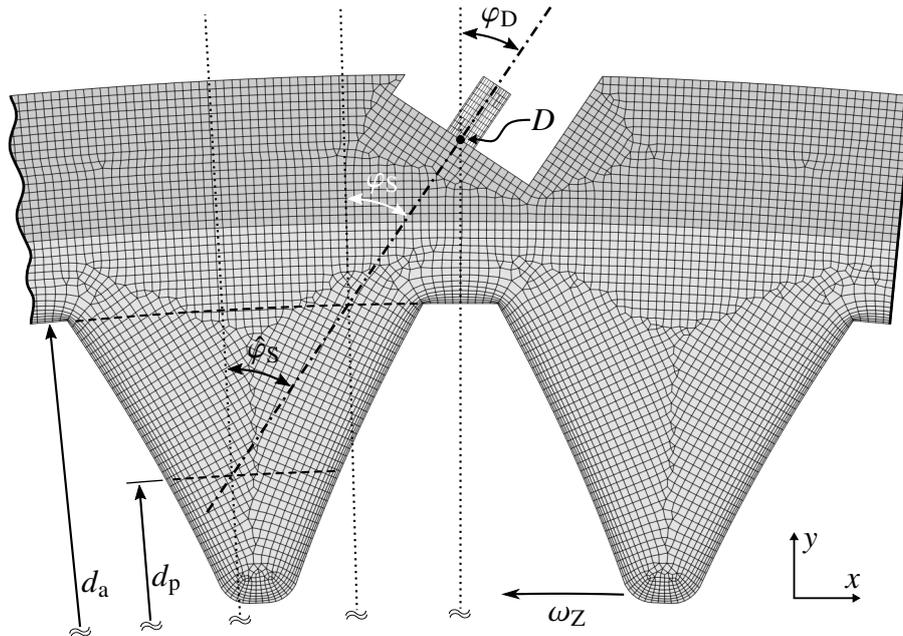


Abbildung 6.2: Ausschnitt des Rechengitters in der  $x,y$ -Ebene durch die Strahlachse bei einem Düsenwinkel von  $\varphi_D > 0$ .

Einlass zum Zeitpunkt  $t^+ = 5$  gestoppt. Alle weiteren Rand- und Startbedingungen sowie *Solver*-Einstellungen werden vom Simulationsmodell REF (siehe Abschnitt 5.2.2) übernommen.

### 6.1.3 Versuchsplanung

Mit dem Ziel, die ÖZI zu charakterisieren und den Einfluss variierter Betriebsparameter zu identifizieren, wird in dieser Arbeit eine Studie mit insgesamt 21 simulierten Betriebspunkten (BPs) durchgeführt. In Tabelle 6.3 sind die variierten Parameter und die untersuchten Betriebsbereiche angegeben. Demnach wird in dieser Arbeit der Einfluss der Strahlgeschwindigkeit  $u_S$ , des Strahldurchmessers  $d_S$ , der Zahnradrehzahl  $n_Z$  und des Strahlwinkels  $\hat{\varphi}_S$  untersucht.

Tabelle 6.3: Variierter Betriebsparameterbereich.

Parameter	Symbol	Wertebereich	Einheit
Strahlgeschwindigkeit	$u_S$	16,59 – 49,77	m/s
Strahldurchmesser	$d_S$	0,82 – 1,41	mm
Zahnradrehzahl	$n_Z$	2437,5 – 7312,5	1/min
Strahlwinkel	$\hat{\varphi}_S$	-90,0 – +90,0	°

Es sei angemerkt, dass unterschiedliche Definitionen des Strahlwinkels existieren, was in Abbildung 6.2 illustriert ist. Ausgehend vom radial auf den Radumfang ausgerichteten Strahl ist der Düsenwinkel  $\varphi_D$  als Rotationswinkel der Strahlachse um den Düsenaustrittspunkt  $D$  definiert. Der Punkt  $D$  ist dabei ortsfest. Der Strahlwinkel  $\varphi_S$  ist vom Düsenwinkel zu unterscheiden und ist am Schnittpunkt der Strahlachse mit dem Kopfkreis des Zahnrad definiert. Diese Definition

ist im Sinne der Berechnungsmodelle zur Aufpralltiefe aus Abschnitt 2.3.2. Bei einer weiteren, häufig verwendeten Definition des Strahlwinkels wird dieser am Schnittpunkt der Strahlachse mit dem Teilkreis gemessen. Dieser Strahlwinkel wird in dieser Arbeit mit  $\hat{\varphi}_S$  bezeichnet und in der Parameterstudie variiert. Die unterschiedlichen Definitionen sind durch die geometrischen Beziehungen

$$\varphi_S = \sin^{-1} \left( \frac{d_p + 2h_D}{d_a} \sin \varphi_D \right) \quad \text{und} \quad \hat{\varphi}_S = \sin^{-1} \left( \frac{d_p + 2h_D}{d_p} \sin \varphi_D \right) \quad (6.1)$$

ineinander überführbar.

Unter der Annahme einer unveränderlichen Zahnradgeometrie, einer festen Düsenposition und konstanter Stoffeigenschaften entsprechen die variierten Parameter den in der wissenschaftlichen Literatur häufig beschriebenen Einflussgrößen. Die kinematischen Größen ( $u_S$ ,  $n_S$  und  $\hat{\varphi}_S$ ) sind, wie im Stand der Forschung (Kapitel 2) aufgezeigt, Haupteinflussgrößen auf die erreichbare Aufpralltiefe. Neben den kinematischen Größen tritt der Ölvolumenstrom als wichtige Kenngröße in Erscheinung. Dieser wird hier als abhängige Größe betrachtet und implizit durch den Strahldurchmesser  $d_S$  und die Strahlgeschwindigkeit  $u_S$  berücksichtigt.

Um einen möglichst aussagekräftigen Datensatz als Grundlage zur Charakterisierung der ÖZI zu erhalten, werden die unabhängigen Parameter in mindestens 3 Stufen variiert. Die realisierten Faktorstufen sind der Tabelle 6.4 zu entnehmen.

Tabelle 6.4: Unabhängige Variablen und deren diskrete Faktorstufen.

Faktor	Einheit	Faktorstufe						
		1	2	3	4	5	6	7
$u_S$	m/s	16,59	33,18	49,77	–	–	–	–
$d_S$	mm	0,82	1,0	1,41	–	–	–	–
$n_Z$	1/min	2437,5	4875,0	7312,5	–	–	–	–
$\hat{\varphi}_S$	°	–90,0	–23,6	0,0	11,5	23,6	36,9	90,0

Eine vollfaktorielle Versuchsplanung mit diesen Faktorstufen führt zu  $N_{BP} = 3^3 \cdot 7 = 189$  Betriebspunkten. Diese Zahl an Simulationen überschreitet den vertretbaren Einsatz von Rechen- und Speicherplatzressourcen. Deshalb wird eine teilfaktorielle Versuchsplanung mit insgesamt 21 Simulationen verfolgt. Die bei einem Strahlwinkel von  $\hat{\varphi}_S = 0^\circ$  untersuchten Betriebspunkte mit Variation der Faktoren  $u_S$ ,  $n_Z$  und  $d_S$  sind in Abbildung 6.3 dargestellt. Die Variation des Strahlwinkels  $\hat{\varphi}_S$  erfolgt isoliert ausgehend vom Basisfall bei zwei Strahlgeschwindigkeiten.

Die ausgewählten Betriebspunkte sind Ergebnis von diskret variierten beziehungsweise konstant gehaltenen Ähnlichkeitskennzahlen, welche aus den unabhängigen Betriebsparametern gebildet werden können. Neben dem Geschwindigkeitsverhältnis  $\Sigma$  wird der Ölvolumenstrom  $\dot{V}_S$  beziehungsweise das pro Umdrehung in eine Zahnücke eingespritzte Ölvolumen

$$V_{\text{eff}} = \dot{V}_S \frac{2\pi}{z\omega_Z} = \frac{u_S \pi^2 d_S^2}{2z\omega_Z} \quad (6.2)$$

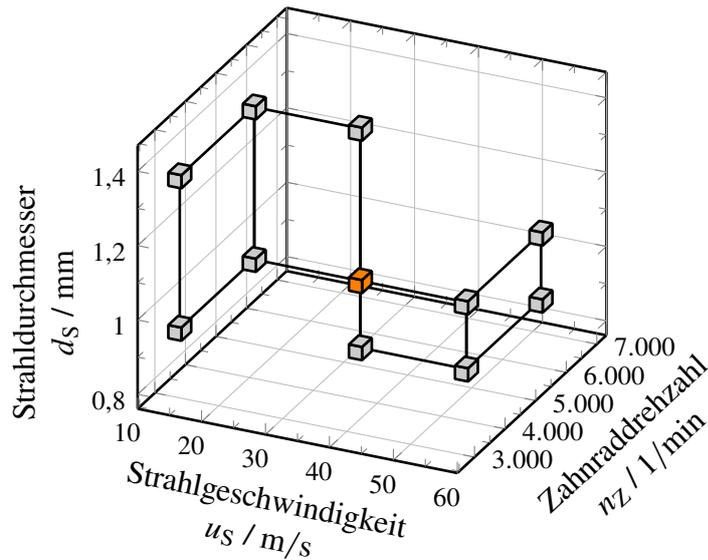


Abbildung 6.3: Teilfaktorieller Versuchsplan in Bezug auf die Betriebsparameter  $u_s$ ,  $n_Z$  und  $d_s$  bei  $\hat{\varphi}_S = 0^\circ$ .

betrachtet und bezogen auf den Basisfall variiert.  $V_{\text{eff}}$  wird im Folgenden auch als *Effektivvolumen* bezeichnet. Ein weiterer abhängiger Parameter ist die Aufprall-Reynolds-Zahl  $Re_i$  (vgl. Tabelle 5.4), welche in ähnlicher Form häufig für Strahlaufprallphänomene herangezogen wird. Wie im Abschnitt 2.4 skizziert, zeigt von Plehwe (2022), dass die darin abgebildete Impingementgeschwindigkeit (Gleichung (5.4)) einen Einfluss auf den durch Einspritzschmierung erzielten Wärmeübergang hat. Durch die beschriebene Verknüpfung von Wärmeübergang und Ölverteilung ist es naheliegend, dass auch die Benetzungsfläche von  $Re_i$  beeinflusst wird, weshalb deren Einfluss auch hier bewertet wird. In Tabelle 6.5 wird ein Überblick aller untersuchten Betriebspunkte und der jeweils variierten Ähnlichkeitskennzahlen gegeben. Der Betriebspunkt B entspricht dem zuvor beschriebenen Basisfall BAS1Z.

Der zur Durchführung der Simulationsstudie benötigte Rechenaufwand ist im Anhang A.5 aufgeführt. Im Anhang A.6 wird zudem eine Übersicht der Simulationsergebnisse durch charakteristische Momentaufnahmen der Ölströmung gegeben. Im weiteren Verlauf dieses Kapitels werden ausgewählte Betriebspunkte zur Diskussion der Ergebnisse herangezogen.

Tabelle 6.5: Übersicht der untersuchten Betriebspunkte und variierten Parameter.

BP	Variation	Unabhängige Parameter				Abhängige Parameter			
		$u_S$	$d_S$	$\hat{\varphi}_S$	$n_Z$	$\Sigma$	$\frac{\dot{V}_S}{V_S^*}$	$\frac{V_{\text{eff}}}{V_{\text{eff}}^*}$	$\frac{Re_i}{Re_i^*}$
		m/s	mm	°	1/min	1	1	1	1
A	$u_S$	16,59				0,25	0,5	0,5	0,92
B*		33,18	1,0	0	4875,0	0,5	1	1	1
C		49,77				0,75	1,5	1,5	1,12
D	$u_S, d_S$	16,59	1,41			0,25	1	1	1,30
E		33,18	0,82	0	4875,0	0,5	0,67	0,67	0,82
F			1,41				2	2	1,41
G		49,77	0,82			0,75	1	1	0,92
H	$u_S, d_S, n_Z$	16,59	1,0		2437,5		0,5	1	0,5
I			1,41	0		0,5	1	2	0,71
J		49,77	0,82		7312,51			0,67	1,23
K			1,0				1,5	1	1,5
L	$u_S, \hat{\varphi}_S$			-23,6					1
M		16,59		11,5		0,25	0,5	0,5	0,88
N				23,6					0,83
O				36,9					0,78
P				-90,0	4875,0				1,34
Q			1,0	-23,6					1,15
R		33,18		11,5		0,5	1	1	0,92
S				23,6					0,82
T				36,9					0,72
U				90,0					0,45

\* Basisfall (BAS1Z)

## 6.2 Analyse der Simulationsdaten

Durch die Momentaufnahmen in Abbildung 6.4 wird die komplexe Struktur der Zweiphasenströmung während der ÖZI verdeutlicht – sowohl in ihrer geometrischen Form als auch in ihrer zeitlichen Entwicklung. Mit  $t_i^+$  wird die Zeit relativ zum Aufprallzeitpunkt, dem Beginn eines Strahlaufprallereignisses, angegeben. Wie eingangs dieses Kapitels beschrieben, werden in dieser Arbeit erstmalig erweiterte, aus dreidimensionalen und transienten CFD-Ergebnissen extrahierte Metriken zur Analyse der ÖZI eingesetzt. Die neu eingeführten Metriken werden in diesem Abschnitt exemplarisch für den Basisfall der Simulationsstudie beschrieben.

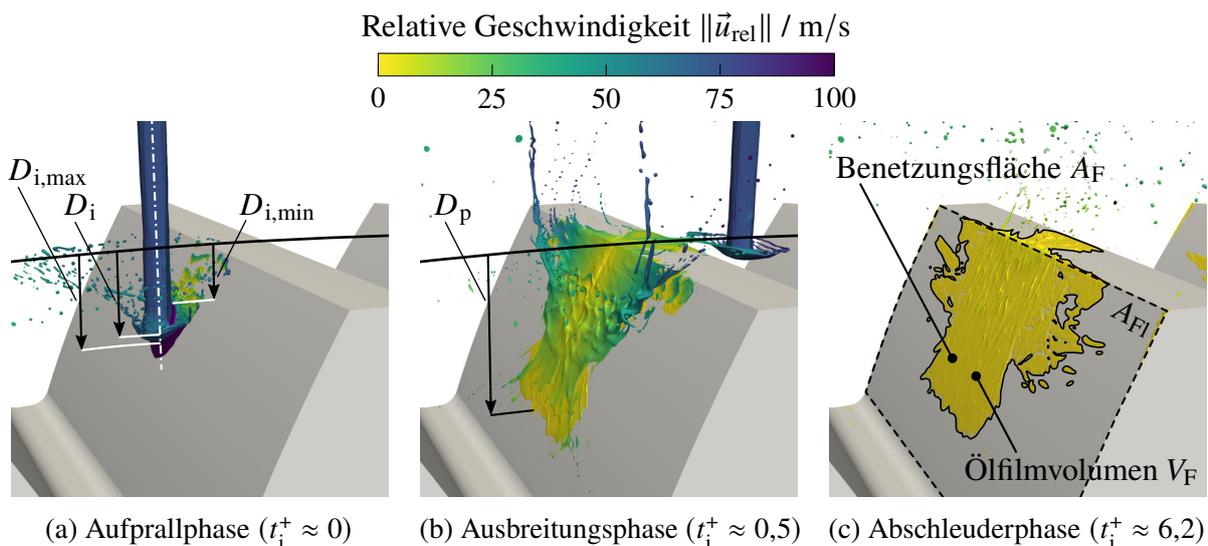


Abbildung 6.4: Momentaufnahmen der Ölströmung ( $F_{Lub} = 0,5$ ) aus 3 charakteristischen Strömungsphasen des Basisfalls und Illustration von a) der Aufpralltiefe, b) der Eindringtiefe und c) der Benetzungsfläche und des Ölfilmvolumens.

### 6.2.1 Bestimmung der Aufpralltiefe

Zunächst wird eine Definitionserweiterung der wohlbekannten Aufpralltiefe vorgenommen. Wie im Abschnitt 2.3.2 zusammengefasst, existieren analytische Modelle zur Berechnung dieser skalaren Metrik, die häufig zur Charakterisierung der ÖZI herangezogen wird. In den analytischen Modellen wird der Ölstrahl vereinfachend als Strahl ohne radiale Ausdehnung angenommen und die Aufpralltiefe, wie in Abbildung 2.18 skizziert, als tiefste Aufprallstelle der Strahlspitze auf der Zahnoberfläche definiert. Der Abbildung 6.4a sowie den Abbildungen A.9 bis A.29 im Anhang A.6 ist zu entnehmen, wie der Ölstrahl mit räumlichen Ausdehnungen zum Aufprallzeitpunkt in unterschiedlichen relativen Orientierungen zur Zahnflanke stehen sowie unterschiedlich ausgeprägte Deformationen der Strahlspitze aufweisen kann. Dadurch wird eine objektive Bestimmung der Aufpralltiefe im Allgemeinen erschwert. Um diesem Umstand Rechnung zu tragen, wird in dieser Arbeit die Aufpralltiefe durch Angabe einer minimalen und maximalen Aufpralltiefe mittels der Skalare  $D_{i,min}$  und  $D_{i,max}$  ergänzt. Diese beschreiben, wie in Abbildung 6.4a illustriert, einen Bereich, der zum Aufprallzeitpunkt vom Strahl getroffen wird. Der festgelegte Wert für die nominelle Aufpralltiefe  $D_i$  liegt stets zwischen diesen Bereichsgrenzen und gibt bestmöglich die Aufprallstelle der Strahlspitze an.

### 6.2.2 Bestimmung der Eindringtiefe

Wie in Abbildung 6.4b zu erkennen ist, breiten sich Teile des Öls nach dem Aufprall in Richtung des Zahnfußes aus. Dies führt dazu, dass das Öl Bereiche unterhalb der gemessenen Aufpralltiefe erreicht. Die vom Öl tatsächlich erreichte Tiefe kann als zusätzliche skalare Größe zu jedem Zeitschritt aus den Simulationsergebnissen extrahiert werden. Diese Metrik wird in dieser Arbeit in Abgrenzung zur Aufpralltiefe als *Eindringtiefe*  $D_p$  bezeichnet. Zum Vergleich einzelner Betriebspunkte wird insbesondere die maximal erreichte Eindringtiefe  $D_{p,\max}$  herangezogen.

### 6.2.3 Bestimmung der Ölfilmodynamik

Mit dem Ziel, die Ölfilmodynamik nach dem Strahlaufprall auf der Zahnflanke zu analysieren, werden in dieser Arbeit Metriken verwendet, die mit experimentellen Methoden bislang nicht messbar sind. Dazu werden die transienten dreidimensionalen numerischen Daten so verarbeitet, dass der zeitliche Verlauf der Benetzungsfläche  $A_F$  und des Ölfilmvolumens  $V_F$  extrahiert werden kann. Die Benetzungsfläche entspricht, wie in Abbildung 6.4c illustriert, der Zahnflankenfläche, welche zu einem bestimmten Zeitpunkt mit Öl benetzt ist. Das Ölfilmvolumen wird ausgehend von der Zahnoberfläche mittels eines *Connected-Component-Labeling*-Verfahrens bestimmt. Dadurch werden Ölstrukturen, die sich von der Zahnflanke abgelöst haben, nicht zum Ölfilmvolumen gezählt. In Abbildung 6.5 ist der Verlauf beider Metriken für den Basisfall dargestellt. Die Benetzungsfläche wird bezogen auf die Flankenfläche  $A_{FI}$ , die in Abbildung 6.4c gekennzeichnet ist (---), und das Ölfilmvolumen bezogen auf das Effektivvolumen  $V_{\text{eff}}$  angegeben.

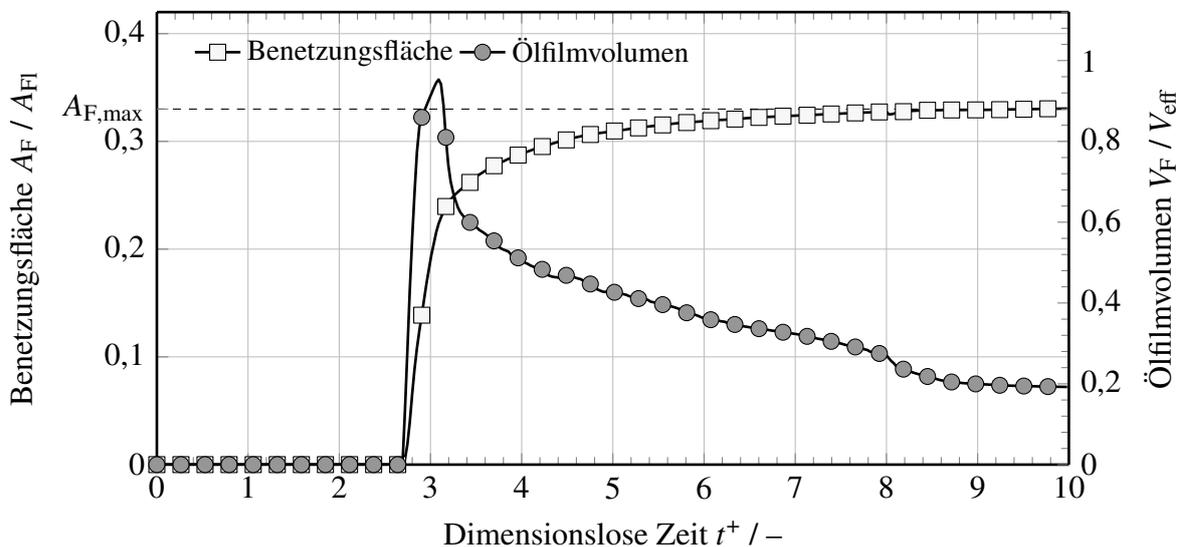
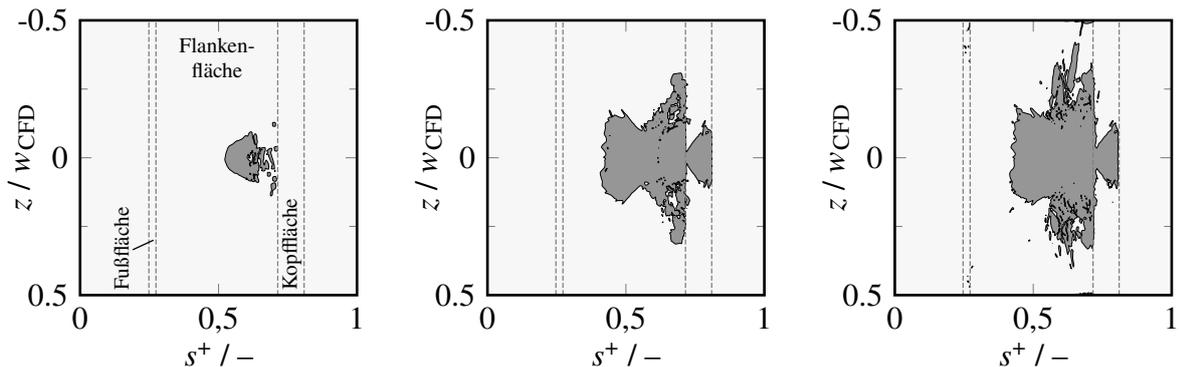


Abbildung 6.5: Zeitlicher Verlauf der Benetzungsfläche  $A_F$  und des Ölfilmvolumens  $V_F$  für den Basisfall. Dargestellt ist nur jeder 10. Datenpunkt.

Der Verlauf der Benetzungsfläche  $A_F$  weist ein monoton wachsendes, nach oben beschränktes Verhalten auf. Der maximal erreichte Wert ist in Abbildung 6.5 durch  $A_{F,\max}$  gekennzeichnet und wird im Weiteren zum Vergleich unterschiedlicher Betriebspunkte herangezogen. Der Verlauf des Ölfilmvolumens  $V_F$  ist durch einen steilen Anstieg gefolgt von einem monotonen Rückgang gekennzeichnet. Der Quotient der beiden Metriken führt zur mittleren Filmdicke  $\bar{h}_F(t)$ . Deren

zeitlicher Verlauf kann beispielsweise zur Optimierung der analytischen Modellierung des Wärmeübergangs bei der ÖZI genutzt werden (vgl. Abschnitt 2.3.1 und Gersbach, 2020).

Die bisherige Analyse der Ölfilmdynamik beschränkt sich auf abgeleitete skalare Größen oder deren zeitlichen Verlauf. Um die in den Simulationsergebnissen enthaltenen, dreidimensionalen Informationen zu nutzen, werden sogenannte *Benetzungskarten* eingeführt. Mit diesen werden die bereits verwendeten 3D-Momentaufnahmen hinsichtlich der Visualisierung der Ölausbreitung über die Zahnflanken ergänzt.



(a) Aufprallphase ( $t_i^+ \approx 0$ )    (b) Ausbreitungsphase ( $t_i^+ \approx 0,5$ )    (c) Abschleuderphase ( $t_i^+ \approx 6,2$ )

Abbildung 6.6: Benetzungskarten aus 3 charakteristischen Strömungsphasen des Basisfalls.

In Abbildung 6.6 werden exemplarisch die Benetzungskarten aus charakteristischen Strömungsphasen (vgl. Abbildung 6.4) des Basisfalls gezeigt. Darin sind die Bereiche mit  $F_{\text{Lub}} \geq 0,5$  auf einer abgewinkelten Zahnoberfläche in zweidimensionaler Form dargestellt. Auf der Ordinatenachse ist die  $z$ -Koordinate normiert mit der Tiefe des Rechengebiets und auf der Abszissenachse die dimensionslose Lauflänge  $s^+$  aufgetragen. Letztere verläuft in der  $x,y$ -Ebene entlang der Zahnkontur und ist auf die Konturlänge eines Zahns normiert. Zwischen den dargestellten Sichtkanten an der Fuß- und Kopffläche befindet sich die Flankenfläche  $A_{\text{Fl}}$ . Die zweidimensionale Darstellung im  $s^+,z$ -Koordinatensystem ist flächentreu zur ursprünglichen dreidimensionalen Benetzungsfläche und ermöglicht eine anschauliche Darstellung der Ölausbreitung über die Flankenfläche infolge der ÖZI. Analog zur integralen maximalen Benetzungsfläche  $A_{\text{F,max}}$  werden im Weiteren Benetzungskarten, die die maximale Ölausbreitung abbilden, zum Vergleich von Simulationsergebnissen eingesetzt. Es sei angemerkt, dass im praktischen Betrieb von Getrieben nicht von trockenen Zahnoberflächen ausgegangen werden kann. Die Benetzungskarten werden hier vielmehr als Indikator für die mit kaltem Öl erreichten Regionen interpretiert.

### 6.3 Einflüsse veränderter Betriebsparameter

Mit dem in den vorigen Abschnitten beschriebenen Simulationsmodell, dem präsentierten Versuchsplan und den eingeführten Metriken wird in diesem Abschnitt der Einfluss charakteristischer Betriebsparameter untersucht. Die Diskussion erfolgt anhand der unterschiedlichen Metriken, wobei jeweils der Einfluss der variierten Betriebsparameter unter Berücksichtigung der Ähnlichkeitskennzahlen (vgl. Tabellen 6.3 bis 6.5) analysiert wird.

### 6.3.1 Vorhersage der Aufprall- und Eindringtiefe

Aus analytischen Arbeiten (siehe Abschnitt 2.3.2) ist bekannt, dass neben der Zahnradgeometrie das Geschwindigkeitsverhältnis  $\Sigma$  und der Strahlwinkel  $\varphi_S$  Haupteinflussfaktoren für die Aufpralltiefe  $D_i$  sind. In Abbildung 6.7 ist zunächst die in den Betriebspunkten B und P bis U vorhergesagte Aufpralltiefe in Abhängigkeit des variierten Strahlwinkels dargestellt. Als Referenz ist die analytisch bestimmte Eindringtiefe nach dem kinematischen Modell von Akin und Townsend (1989) aufgetragen<sup>1</sup>.

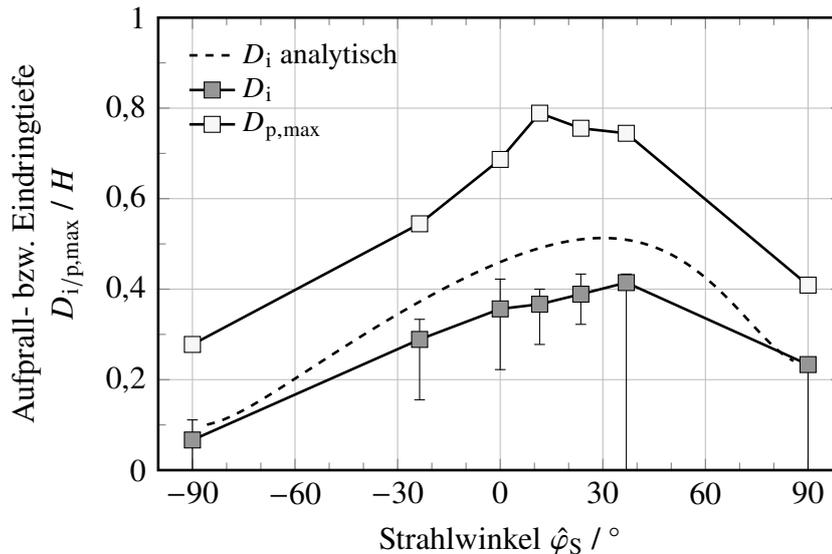


Abbildung 6.7: Aufprall- bzw. Eindringtiefe  $D_{i/p,max}$  in Abhängigkeit des Strahlwinkels  $\hat{\varphi}_S$  bei  $\Sigma = 0,5$  (Betriebspunkte B und P bis U).

In Abbildung 6.7 ist zu erkennen, dass die mittels Simulationen bestimmten Aufpralltiefen analog zur Analytik (vgl. Abbildung 2.20a) eine charakteristische Abhängigkeit vom Strahlwinkel aufweisen. Während bei maximaler positiver und negativer Anstellung von  $\pm 90^\circ$  sehr geringe Werte vorhergesagt werden, ist zwischen den Extrema ein glockenförmiger Verlauf mit einem Maximum bei einem moderat positiven Winkel beobachtbar. Des Weiteren ist festzustellen, dass die numerisch berechneten Intervalle um bis zu ca. 20% geringere Werte annehmen als die analytisch bestimmten Aufpralltiefen. Dies kann teilweise auf die räumliche Ausdehnung des Ölstrahls zurückgeführt werden. Im Unterschied zur Analytik, bei welcher die Annahme eines infinitesimal dünnen Ölstrahls getroffen wird, führt ein endlicher Durchmesser zu einer Reduktion der Flugzeit  $t_f$  (Zeit zwischen dem Abscheren des Ölstrahls am Punkte  $S$  bis zum Aufprall am Punkt  $I$  in Abbildung 2.19) und somit zu einer reduzierten Aufpralltiefe. Außerdem führt die Interaktion des Ölstrahls mit dem vorauseilenden Zahnkopf (pilzförmige Deformation) dazu, dass das Eindringen der Strahlspitze in die Zahnluke verzögert und die Aufpralltiefe ebenfalls reduziert wird. Das jeweils durch Fehlerbalken angegebene Intervall  $[D_{i,min}, D_{i,max}]$  verdeutlicht zudem, dass die extrahierte Aufpralltiefe im Gegensatz zur Analytik nicht exakt definiert werden kann. Die beschriebene Abhängigkeit der Aufpralltiefe vom Strahlwinkel

<sup>1</sup>In analytischen Modellen zur Aufpralltiefe wird üblicherweise der Strahlwinkel in der Definition von  $\varphi_S$  statt  $\hat{\varphi}_S$  berücksichtigt (vgl. Abbildung 6.2), weshalb der in Abbildung 6.7 gezeigte Verlauf von dem in Abbildung 2.20a (bei großen Auslenkungen) abweicht.

wird analog für die Betriebspunkte A und L bis O bei einer reduzierten Strahlgeschwindigkeit ( $\Sigma = 0,25$ ) beobachtet.

Im Allgemeinen wird der Einfluss des Strahlwinkels auf die Aufpralltiefe in sehr guter Übereinstimmung mit dem analytischen Modell wiedergegeben. Dies entspricht dem zu erwartenden Ergebnis, da diese Metrik bei vereinfachter Betrachtung der Strömung auf rein kinematische Zusammenhänge zurückzuführen ist. Dies gilt nicht für die Bestimmung der Eindringtiefe, welche einem komplexeren Strömungsprozess unterliegt. Die für Betriebspunkte mit variiertem Strahlwinkel aus den Simulationsergebnissen gewonnenen Eindringtiefen sind ebenfalls in Abbildung 6.7 dargestellt. Die Eindringtiefe liegt bei allen Betriebspunkten über der analytisch und simulativ bestimmten Aufpralltiefe. Im Falle von moderaten Strahlwinkeln kann der Zusammenhang  $D_p/D_i \approx 2$  festgestellt werden. Der nach dem Aufprall zum Zahnfuß hin orientierte Ölimpuls ist demnach in allen Fällen ausreichend, um eine signifikante Erhöhung der Eindringtiefe zu verursachen. Dass die Zunahme bei stark negativen oder positiven Strahlwinkeln geringer ausfällt, ist durch den in diesen Fällen reduzierten Radialimpuls des Ölstrahls und die veränderte Aufprallkinematik erklärbar. Beides begünstigt die Umlenkung des Öls in Richtung des Zahnkopfs und führt somit zu geringeren Eindringtiefen.

Um den Einfluss des Geschwindigkeitsverhältnisses  $\Sigma$  zu analysieren, ist die Aufprall- und Eindringtiefe in Abbildung 6.8 über eben dieser aufgetragen. Die Datenpunkte entsprechen den Betriebspunkten A bis K, das heißt jenen mit radialer Strahlausrichtung ( $\hat{\varphi}_S = 0^\circ$ ). Der jeweilige Strahldurchmesser ist der angegebenen Farbskala zu entnehmen.

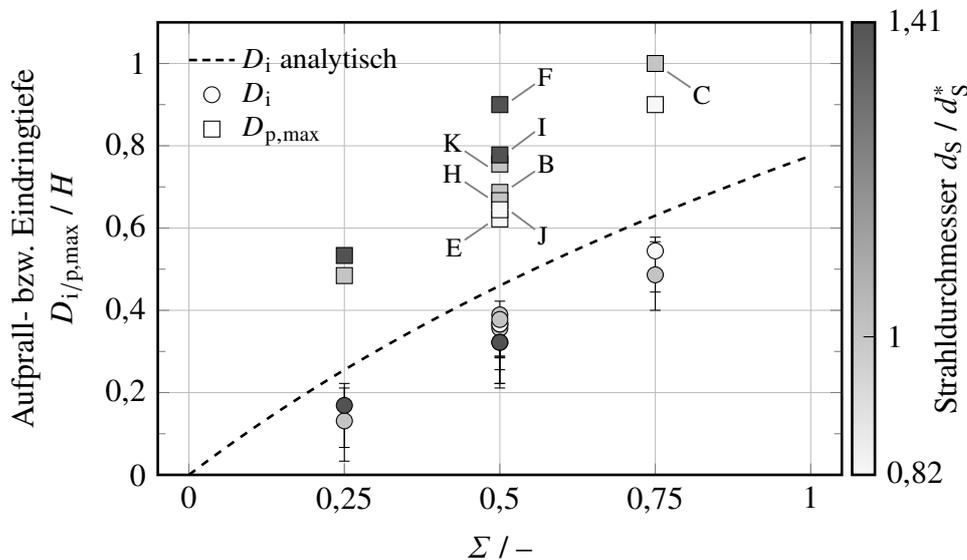


Abbildung 6.8: Aufprall- bzw. Eindringtiefe  $D_{i/p}$  in Abhängigkeit des Geschwindigkeitsverhältnisses  $\Sigma$  und des Strahldurchmessers  $d_S$ .

Die in Abbildung 6.8 angegebenen Aufpralltiefen folgen in guter Übereinstimmung dem analytischen Trend (Akin und Townsend, 1989), wobei abermals geringere Werte ( $\approx -20\%$ ) beobachtet werden. Das Geschwindigkeitsverhältnis  $\Sigma$  korreliert, entsprechend der analytischen Vorhersage, stark positiv mit der Aufpralltiefe. Bezüglich des Einflusses des Strahldurchmessers auf die Aufpralltiefe kann keine eindeutige Tendenz ausgemacht werden. Die bei einem konstanten  $\Sigma$  extrahierten Werte liegen nahe beieinander, zudem überschneiden sich die jeweiligen Intervalle  $[D_{i,min}, D_{i,max}]$ , weshalb der Einfluss als gering angesehen wird.

Der Trend der in Abbildung 6.8 aufgetragenen maximalen Eindringtiefen, zeigt ebenfalls eine positive Korrelation zum Geschwindigkeitsverhältnis  $\Sigma$ . Zusätzlich ist ein Einfluss des Strahldurchmessers festzustellen. Bei einem konstanten Geschwindigkeitsverhältnis führt ein größerer Strahldurchmesser zu einer Erhöhung der Eindringtiefe. Aus Gleichung (6.2) ist ersichtlich, dass der Zusammenhang  $V_{\text{eff}} \sim d^2 \Sigma$  gilt und somit das Effektivvolumen der gekennzeichneten Betriebspunkte bei  $\Sigma = 0,5$  variiert. Dies wird als Hauptursache für die Unterschiede in der Eindringtiefe ausgemacht. Die Auswirkung eines variierten Effektivvolumens  $V_{\text{eff}}$  bei einem gleichbleibenden Geschwindigkeitsverhältnis ( $\Sigma = 0,5$ ) kann anhand der Benetzungskarten der Betriebspunkte E, B und F in Abbildung 6.9 erklärt werden.

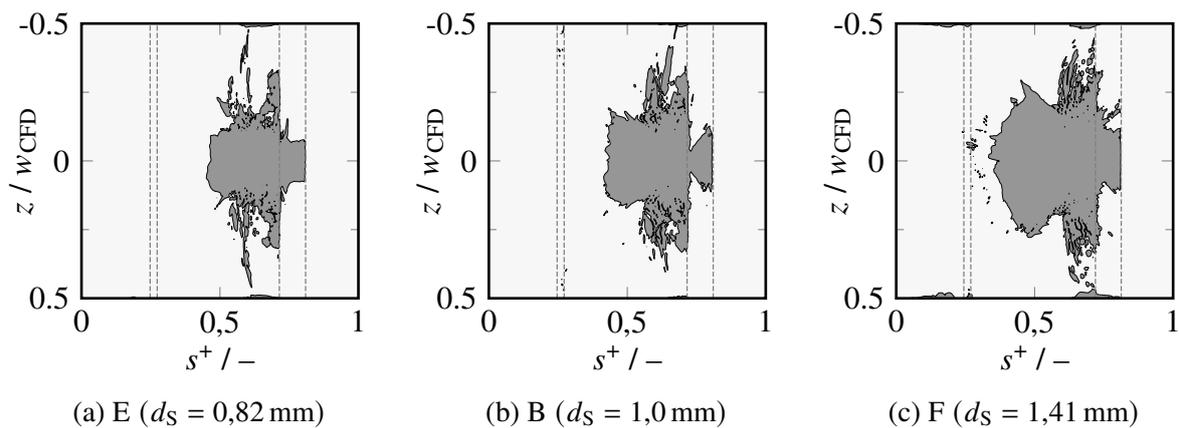


Abbildung 6.9: Benetzungskarten für die Betriebspunkte E, B und F mit  $\Sigma = 0,5$  und unterschiedlichen Strahldurchmessern  $d_S$ .

Mit ansteigendem Effektivvolumen breitet sich, ausgehend von einer näherungsweise identischen Aufpralltiefe, eine größere Ölmenge über die Flanke aus. Diese wird dadurch großflächiger benetzt, was sich unter anderem in einer höheren Eindringtiefe und einer größeren axialen Ausbreitung bemerkbar macht. Unterstützt wird dieser Effekt durch einen höheren Aufprallimpuls. Mit  $Re_i = 12\,612$  ist die Aufprall-Reynolds-Zahl im Betriebspunkt F größer im Vergleich zu den Betriebspunkten B ( $Re_i = 8918$ ) und E ( $Re_i = 7281$ ). Des Weiteren kann in Abbildung 6.8 beobachtet werden, dass beispielsweise die Betriebspunkte F und I trotz identischem Strahldurchmesser und Effektivvolumen unterschiedliche Eindringtiefen aufweisen. Dies gilt ebenfalls für die Betriebspunkte H, B und K, deren Benetzungskarten in Abbildung 6.10 dargestellt sind.

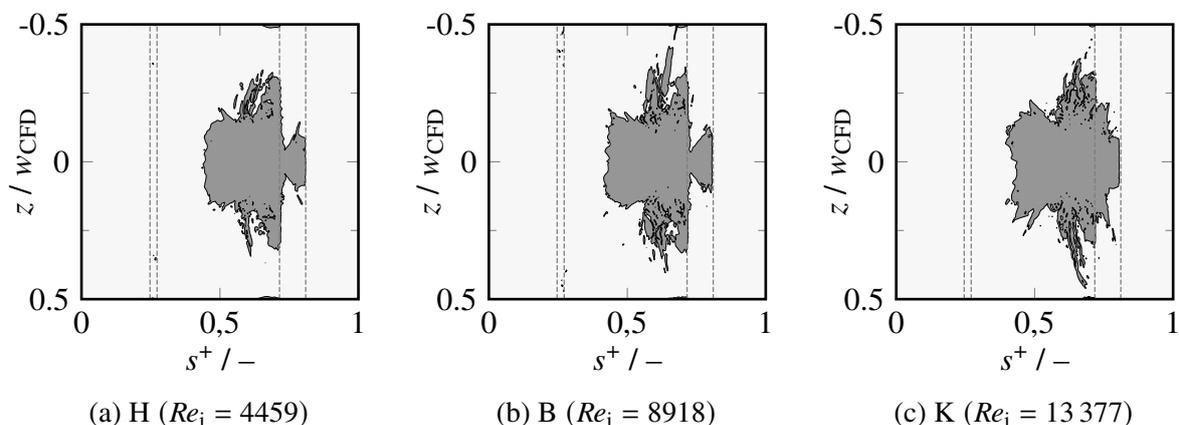


Abbildung 6.10: Benetzungskarten für die Betriebspunkte H, B und K mit  $\Sigma = 0,5$ ,  $Fr_{i,\omega} = 12,7$  und unterschiedlichen Aufprall-Reynolds-Zahlen  $Re_i$ .

Der signifikanteste Unterschied zwischen diesen Betriebspunkten liegt in den angegebenen Aufprall-Reynolds-Zahlen. Die von Betriebspunkt H nach K ansteigende Eindringtiefe sowie die erkennbar großflächigere Ölfilmausbreitung wird demnach auf diesen Unterschied zurückgeführt.

Durch die überlagernden Effekte fällt die relative Erhöhung der Eindringtiefe gegenüber der Aufpralltiefe für die untersuchten Betriebspunkte unterschiedlich aus. Es sei angemerkt, dass einzig im Betriebspunkt C der Zahnfuß erreicht wird. Im nachfolgenden Abschnitt werden unter anderem weitere Benetzungskarten genutzt, um die Einflüsse der Betriebsparameter bezüglich der resultierenden Benetzungsfläche zu analysieren.

### 6.3.2 Vorhersage der Benetzungsfläche

In der wissenschaftlichen Literatur wird die Benetzungsfläche bislang nicht zur Charakterisierung der ÖZI eingesetzt, weshalb die Einflüsse der unabhängigen und abhängigen Parameter und Kennzahlen auf diese Metrik bislang nicht beschrieben sind. In Anlehnung an die Analyse der Aufprall- und Eindringtiefe im vorigen Abschnitt wird zunächst der Einfluss des Strahlwinkels untersucht. Die Abhängigkeit der Benetzungsfläche vom Strahlwinkel ist in Abbildung 6.11 für die Betriebspunkte B und P bis U ( $\Sigma = 0,5$ ) sowie A und L bis O ( $\Sigma = 0,25$ ) dargestellt.

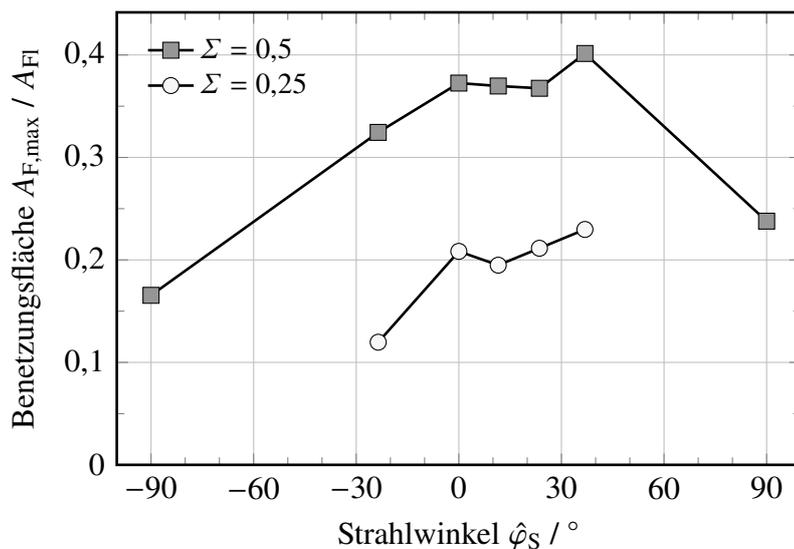


Abbildung 6.11: Benetzungsfläche  $A_{F,max}$  in Abhängigkeit des Strahlwinkels  $\hat{\varphi}_S$ .

Ähnlich zum Einfluss des Strahlwinkels auf die Aufpralltiefe (vgl. Abbildung 6.7.) wird für  $\Sigma = 0,5$  ein glockenförmiger Verlauf mit einem Maximum bei moderat positiven Winkeln beobachtet. Die Sensitivität auf Änderungen des Strahlwinkels nimmt bei großen positiven und negativen Werten zu. Für  $\Sigma = 0,25$  wird erwartet, dass sich der Kurvenverlauf nach Ergänzung um Betriebspunkte mit großen Anstellwinkeln äquivalent verhält. Ein größeres Geschwindigkeitsverhältnis  $\Sigma$  führt zu einer größeren Benetzungsfläche. Die Auswirkung eines ansteigenden Geschwindigkeitsverhältnisses  $\Sigma$  auf die Benetzungsfläche kann zudem durch die Analyse der in Abbildung 6.12 dargestellten Benetzungskarten der Betriebspunkte A bis C eindrücklich visualisiert werden. Im Speziellen ist zu erkennen, dass die Zunahme der Benetzungsfläche überwiegend durch eine Erweiterung in Richtung des Zahnfußes erfolgt. Zwar

ist eine Zunahme in  $z$ -Richtung feststellbar, was überwiegend auf ein erhöhtes Effektivvolumen zurückzuführen ist, jedoch wird die erhöhte Aufprall- und Eindringtiefe als Hauptursache für die Zunahme identifiziert. In Abbildung 6.12c ist zu erkennen, dass im Betriebspunkt C während dem Aufprall vermehrt Ölspritzer gebildet werden, die überwiegend in axiale Richtung jedoch in diesem Fall auch auf die gegenüberliegende Zahnflanke umgelenkt werden und ebenfalls zur Benetzungszunahme beitragen.

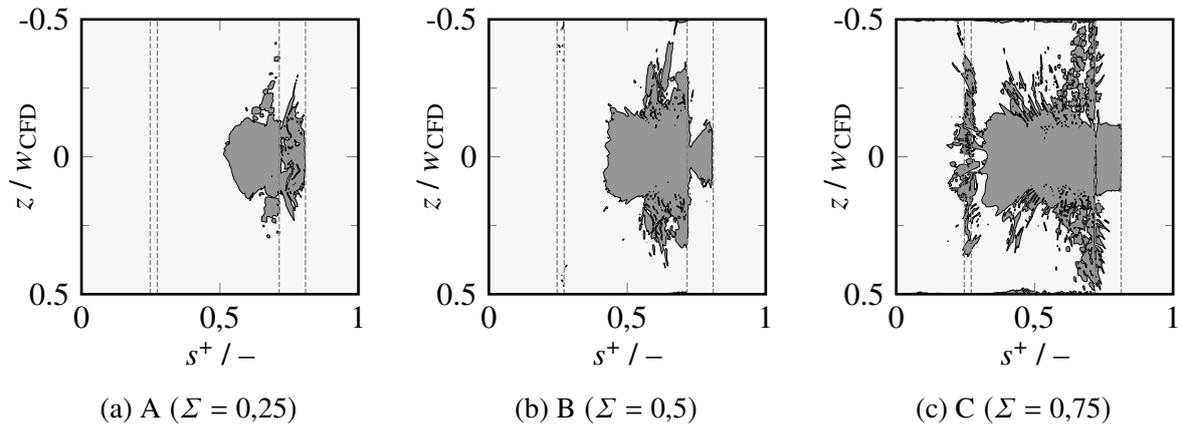


Abbildung 6.12: Benetzungskarten für die Betriebspunkte A, B und C mit unterschiedlichen Geschwindigkeitsverhältnissen  $\Sigma$ .

Aus der Auswertung der Betriebspunkte mit  $\hat{\varphi}_S = 0$  (A bis K) resultieren die in Abbildung 6.13 dargestellten Benetzungsflächen. Die Darstellung ermöglicht sowohl die weitere Analyse der Rolle des Geschwindigkeitsverhältnisses  $\Sigma$  als auch des Einflusses des Strahldurchmessers  $d_S$ . Mit durchgezogenen Linien sind jeweils die vorhergesagten maximalen Benetzungsflächen  $A_{F,\max}$  für die Geschwindigkeitsverhältnisse  $\Sigma = 0,25, 0,5$  und  $0,75$  über dem Strahldurchmesser  $d_S$  aufgetragen.

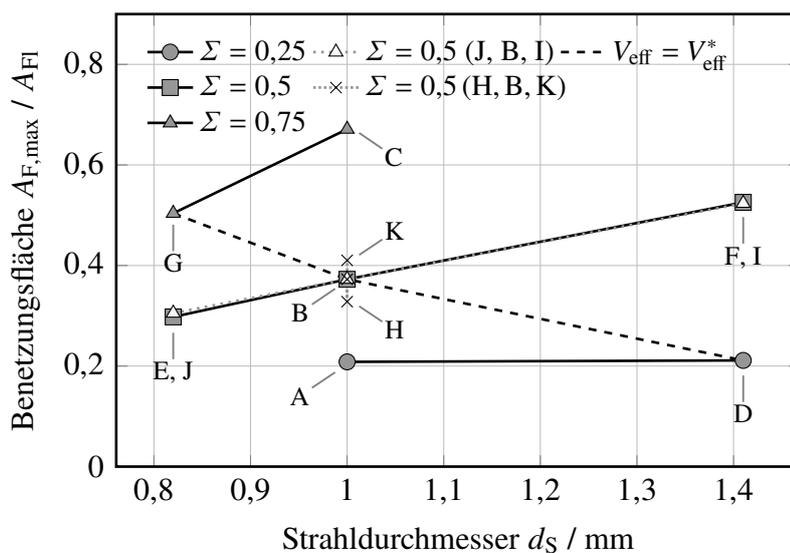


Abbildung 6.13: Benetzungsfläche  $A_{F,\max}$  in Abhängigkeit des Strahldurchmessers  $d_S$  und des Geschwindigkeitsverhältnisses  $\Sigma$ .

Wie in Abbildung 6.13 zu erkennen, korreliert die Benetzungsfläche auch bei verändertem Strahldurchmesser stark positiv mit dem Geschwindigkeitsverhältnis  $\Sigma$ . Der Einfluss des Strahldurchmessers weist ebenfalls eine positive Korrelation zur Benetzungsfläche auf, wobei der Einfluss bei kleinerem  $\Sigma$  gering ausfällt und bei großem  $\Sigma$  zunimmt. Bei einem konstanten  $\Sigma$  kann ein proportionaler Zusammenhang zwischen der Benetzungsfläche und dem Strahldurchmesser festgestellt werden, was jedoch durch weiterführende Studien und die Untersuchung weiterer Betriebspunkte zu bestätigen ist.

Die bereits zur Analyse der Eindringtiefe präsentierten Benetzungskarten in Abbildung 6.9 auf Seite 119 geben ebenfalls Aufschluss über die Auswirkung eines veränderten Strahldurchmessers auf die Benetzungsfläche. Wie zuvor diskutiert, liegen in den dargestellten Betriebspunkten bei einem konstanten Geschwindigkeitsverhältnis von  $\Sigma = 0,5$  unterschiedliche Effektivvolumen vor. Die größere Ölmenge bei größeren Durchmessern breitet sich, unterstützt durch einen höheren Aufprallimpuls, großflächiger über die Zahnflanke aus. Hervorzuheben ist, dass analog zum Fall erhöhter Geschwindigkeitsverhältnisse (vgl. Abbildung 6.12) die Zunahme der Benetzungsfläche überwiegend in radialer Richtung zum Zahnfuß hin und weniger in axialer Richtung erfolgt.

Um die Sensitivität der vorhergesagten Aufpralltiefe bezüglich weiterer Einflussgrößen zu untersuchen, sind in Abbildung 6.13 weitere Betriebspunkte durch gepunktete Verbindungslinien und Kreuz- beziehungsweise offene Dreieckssymbole enthalten. Im Vergleich zum Basisfall B liegen in den Betriebspunkten K und H unterschiedliche Strahlgeschwindigkeiten  $u_S$  und Zahnradrehzahlen  $n_Z$  vor. Das abgeleitete Geschwindigkeitsverhältnis  $\Sigma$ , der Strahldurchmesser  $d_S$  und damit auch das Effektivvolumen  $V_{\text{eff}}$  sind unverändert. Einzig der Aufprallimpuls beziehungsweise die Aufprall-Reynolds-Zahl  $Re_1$  variiert zwischen den Betriebspunkten. Die beobachtbaren, geringen Abweichungen der Benetzungsflächen um etwa  $\pm 10\%$  werden auf diesen Unterschied zurückgeführt, da ein höherer Aufprallimpuls zu einer großflächigeren Ölausbreitung führt. In Abbildung 6.10 auf Seite 119 sind die jeweiligen  $Re_1$ -Werte aufgeführt, zudem wird der beschriebene Effekt anhand der jeweiligen Benetzungskarten verdeutlicht. Der Einfluss der Aufprall-Reynolds-Zahl auf die Ölausbreitung auf der Zahnflanke wird des Weiteren durch den Vergleich der Betriebspunkte E und J ( $d_S = 0,82$  mm) beziehungsweise F und I ( $d_S = 1,41$  mm) ersichtlich. In diesen Betriebspunkten liegen unterschiedliche Strahlgeschwindigkeiten und Zahnradrehzahlen vor, die Aufprall-Reynolds-Zahl  $Re_1$  stellt jedoch bei sonst gleichen Kennzahlen den signifikantesten Unterschied dar. Wie aus den Datenpunkten in Abbildung 6.13 ersichtlich wird, unterscheiden sich trotz unterschiedlicher Aufprall-Reynolds-Zahl die vorhergesagten Benetzungsflächen nur geringfügig. Gleichzeitig lassen sich durch Gegenüberstellung der Benetzungskarten in Abbildungen 6.14a und 6.14b respektive Abbildungen 6.14c und 6.14d sehr wohl augenscheinliche Unterschiede feststellen.

In beiden Fällen zeigt der Betriebspunkt mit höherer Aufprall-Reynolds-Zahl  $Re_1$  eine verstärkte Ölausbreitung, was sich beispielsweise in einer höheren Eindringtiefe ausdrückt. Jedoch ist auch zu erkennen, dass in diesen Fällen die Benetzung der Flanke entlang des Zahnkopfs weniger ausgeprägt ausfällt, wodurch die Flächenzunahme kompensiert wird. Die Bereiche, in denen jeweils im Vergleich eine ausgeprägtere Benetzung festzustellen ist, sind durch gestrichelte Ellipsen gekennzeichnet. Eine Ursache für diese Beobachtung kann, ähnlich zum Strahlaufprall auf einer ebenen, bewegten Platte (siehe Abschnitt 2.2.4), die unterschiedliche Aufpralldynamik bei unterschiedlichen Aufprall-Reynolds-Zahlen sein. Die in Abbildung 6.14 zusätzlich dargestellten Momentaufnahmen des *Splashing*s nach dem Aufprall können dies veranschaulichen. Zwar ist in den Betriebspunkten J und F zu erkennen, dass der entstehende Ölfilm sich stärker zum Zahnfuß

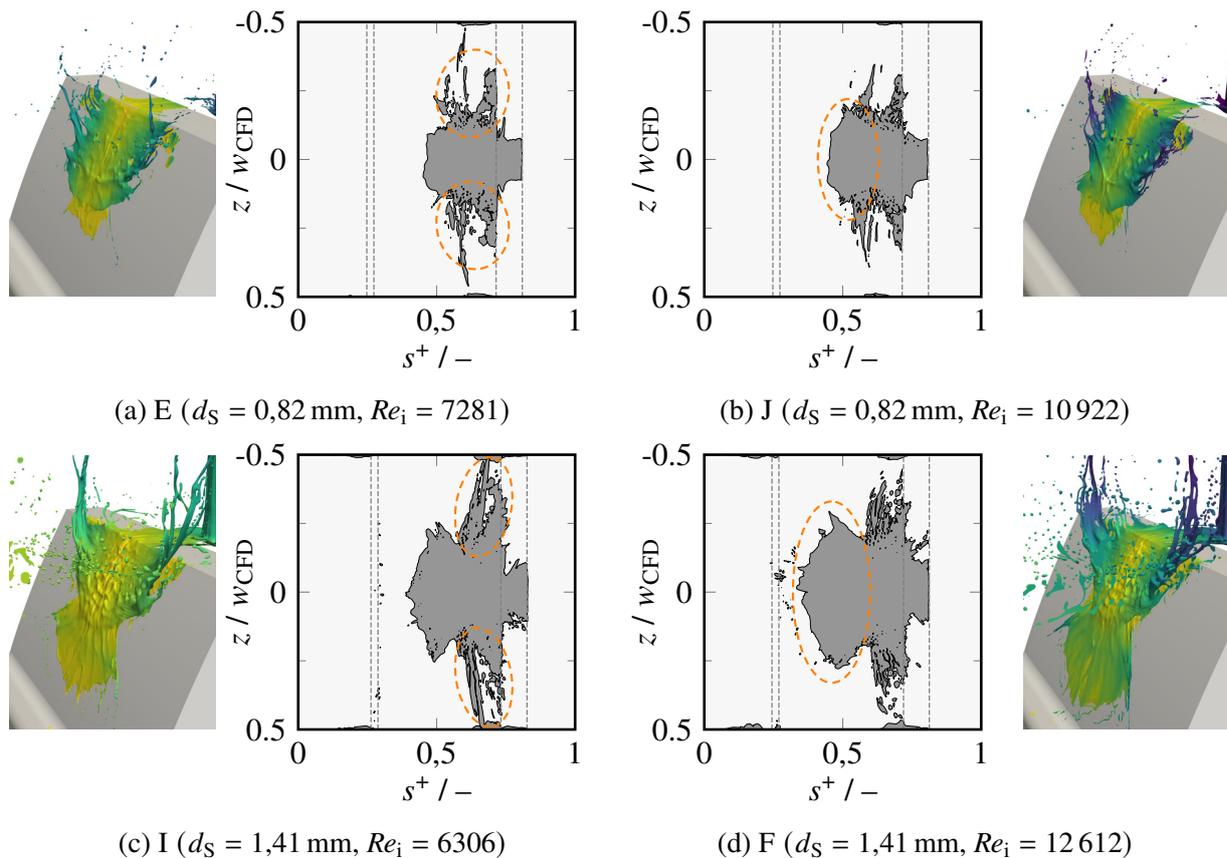


Abbildung 6.14: Benetzungskarten und Momentaufnahmen des *Splashing*s (Skala siehe Abbildung 6.4) für die Betriebspunkte E, J, I und F mit  $\Sigma = 0,5$  und unterschiedlichem  $Re_i$ .

hin ausbreitet, jedoch ist auch zu erkennen, dass die Zunahme von  $Re_i$  dazu führt, dass höhere Relativgeschwindigkeiten auftreten und dass das Abschleudern von Ölligamenten verstärkt wird. Das damit assoziierte Ölvolumen steht der Ölfilmbildung nicht mehr zur Verfügung. Neben der veränderten Aufpralldynamik ist die in diesen Fällen größere Zentrifugalkraft als Ursache für diese Beobachtung zu nennen.

Eine allgemeine Aussage zum Einfluss von  $Re_i$  ist demnach nur bedingt möglich. Tendenziell führt eine Erhöhung der Aufprall-Reynolds-Zahl zu einer Vergrößerung der maximalen Benetzungsfläche  $A_{F,max}$ , wobei der Einfluss im Vergleich zu anderen Parametern ( $\Sigma$ ,  $d_S$ ,  $\hat{\varphi}_S$ ) von untergeordneter Bedeutung ist.

Für technische Anwendungen stellt sich häufig die Anforderung, eine Einspritzschmierung mit einer vorgegebenen Ölvolumenmenge und bei einer vorgegebenen Zahnradrehzahl auszulegen. Wird in diesem Szenario angenommen, dass die Zahl der Ölstrahlen ebenfalls vorgegeben ist, können aus Gründen der Massenerhaltung die Strahlgeschwindigkeit und der Strahldurchmesser nicht unabhängig voneinander ausgelegt werden. In der vorliegenden Simulationsstudie entsprechen die Betriebspunkte G, B und D dem Betrieb der Einspritzschmierung mit unterschiedlichen Strahlgeschwindigkeiten und -durchmessern bei einem konstanten Volumenstrom beziehungsweise Effektivvolumen. In Abbildung 6.13 sind diese Betriebspunkte durch die gestrichelte Linie verbunden. Es ist deutlich festzustellen, dass im Betriebspunkt G mit einer

hohen Strahlgeschwindigkeit und einem kleinen Strahldurchmesser die größte Benetzungsfläche erzielt wird. In der Praxis wird diese Optimierungstendenz unter anderem dadurch limitiert, dass eine hohe Strahlgeschwindigkeit eine größere Pumpleistung (vgl. Gleichung (2.29)) erfordert und der Bohrungsdurchmesser der Düse aus Gründen der Fertigung und der Zuverlässigkeit nach unten beschränkt ist. Die in diesen Betriebspunkten erzielten Benetzungsflächen werden abschließend in Abbildung 6.15 durch die jeweiligen Benetzungskarten dargestellt. In diesen ist abermals der große Einfluss der Aufpralltiefe und die damit verbundene Flächenerweiterung in Richtung des Zahnfußes hin erkennbar.

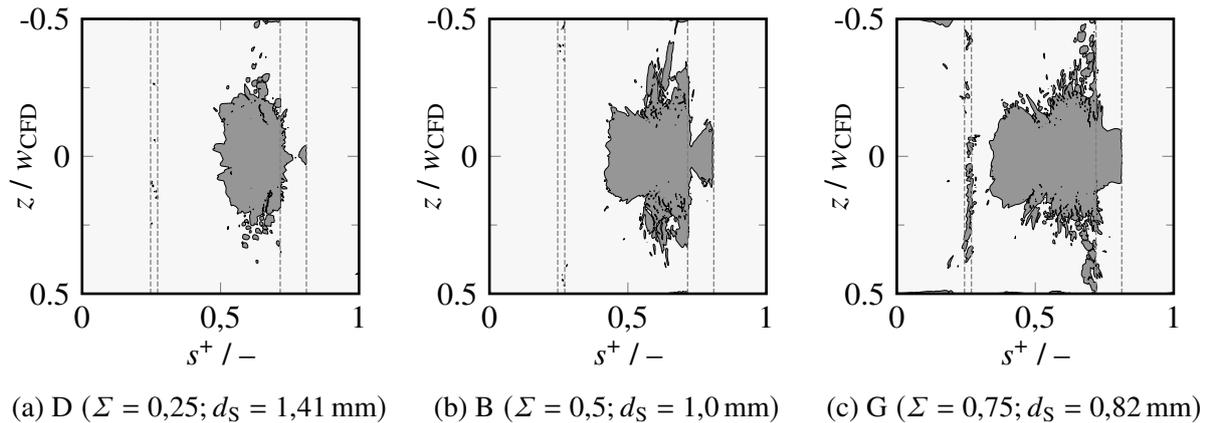


Abbildung 6.15: Benetzungskarten für die Betriebspunkte D, B und G mit  $V_{\text{eff}} = \text{konst.}$  und unterschiedlichem  $\Sigma$  und  $d_S$ .

### 6.3.3 Statistische Analyse und Fazit

Die im Abschnitt 6.3.1 vorgestellten Ergebnisse zeigen, dass die mit numerischen Simulationen vorhergesagten Aufpralltiefen  $D_i$  eine gute Übereinstimmung mit dem analytischen Modell nach Akin und Townsend (1989) aufweisen. Die geringe Reduktion der Aufpralltiefe gegenüber dem analytischen Modell wird auf die räumliche Ausdehnung des Strahls und die Interaktion mit dem vorseilenden Zahnkopf zurückgeführt. Analog zum analytischen Modell werden als Haupteinflussgrößen das Geschwindigkeitsverhältnis  $\Sigma$  und der Strahlwinkel  $\hat{\varphi}_S$  identifiziert. Im untersuchten Strahldurchmesserbereich werden nur geringe Unterschiede bezüglich der Aufpralltiefe festgestellt.

Die bestimmten Eindringtiefen weisen in großen Teilen einen zur Aufpralltiefe äquivalenten Verlauf auf, wobei stets größere Werte gegenüber der Aufpralltiefe zu beobachten sind. Neben den Haupteinflussgrößen  $\Sigma$  und  $\hat{\varphi}_S$  tritt zusätzlich der Strahldurchmesser, genauer das damit bestimmte Effektivvolumen  $V_{\text{eff}}$ , in den Vordergrund. Bei gleicher Aufpralltiefe führt ein größeres Effektivvolumen zu einem Anstieg der Eindringtiefe. Die Zunahme wird zudem durch einen erhöhten Aufprallimpuls, der hier durch die Aufprall-Reynolds-Zahl  $Re_i$  berücksichtigt wird, verstärkt. Im Vergleich zu den zuvor genannten Einflüssen ist dieser Effekt jedoch gering.

Zuletzt können im Abschnitt 6.3.2 die Einflüsse der Betriebsparameter auf die Benetzungsfläche auf ähnliche Mechanismen wie zuvor bei der Aufprall- und Eindringtiefe zurückgeführt werden. Während das Geschwindigkeitsverhältnis  $\Sigma$ , der Strahlwinkel  $\hat{\varphi}_S$  und das Effektivvolumen  $V_{\text{eff}}$

als Haupteinflussfaktoren identifiziert werden, wird beobachtet, dass die Aufprall-Reynolds-Zahl  $Re_i$  einen ambivalenten Einfluss auf die Benetzungsfläche nimmt. Zum einen führt ein höherer Aufprallimpuls, insbesondere durch den Anstieg der Eindringtiefe, zur Zunahme der Benetzungsfläche. Zum anderen wird gleichzeitig eine veränderte Aufpralldynamik beobachtet, bei der das Abschleudern von Öl direkt nach dem Aufprall (*Splashing*) verstärkt wird. Dies kann wiederum zur Abnahme der Benetzungsfläche führen.

Die Abhängigkeiten der diskutierten Einflussgrößen und der untersuchten Metriken werden abschließend in dem Auszug der Streudiagrammmatrix, welcher in Abbildung 6.16 zu sehen ist, zusammengefasst. Die Darstellung enthält Streudiagramme der untersuchten Größen, wobei die berechneten Metriken gegeneinander und gegenüber den Einflussgrößen  $V_{\text{eff}}$  und  $Re_i$  aufgetragen sind. Auf der Diagonalen der Matrix sind Histogramme der Metriken dargestellt. Auf die Angabe der Achsendimensionen wird verzichtet, da die Darstellung der qualitativen Abhängigkeiten im Vordergrund stehen. Als Maß der Abhängigkeit zwischen den Größen ist der im Intervall  $[-1, 1]$  definierte empirische Korrelationskoeffizient

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 (y_i - \bar{y})^2}} \quad (6.3)$$

angegeben, wobei  $\bar{x}$  und  $\bar{y}$  die jeweiligen arithmetischen Mittelwerte der korrelierten Größen  $x$  und  $y$  sind und  $N$  der Zahl der Datenpunkte entspricht.

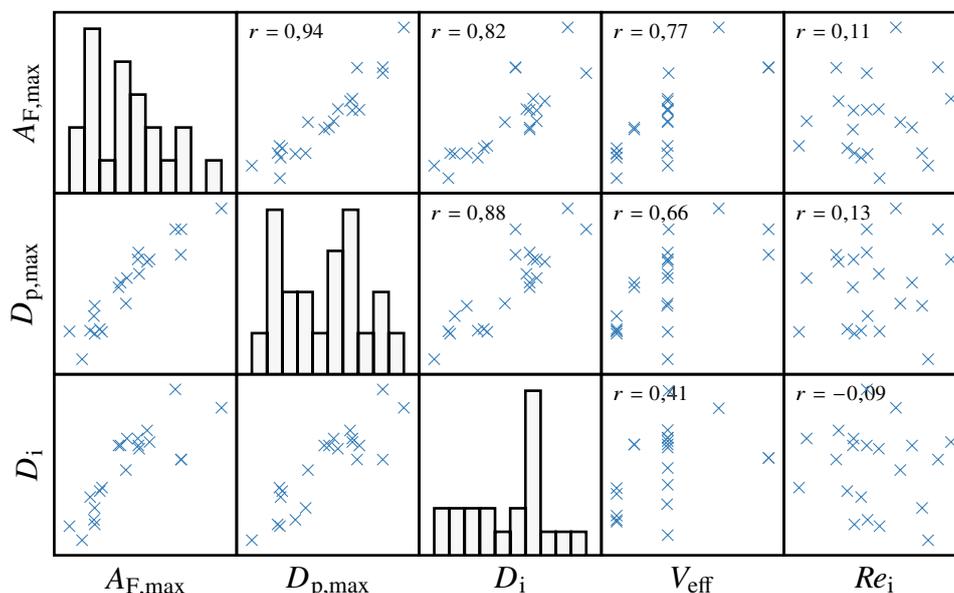


Abbildung 6.16: Auszug der Streudiagrammmatrix bezüglich der Metriken  $A_{F,\max}$ ,  $D_{p,\max}$  und  $D_i$  sowie der Einflussgrößen  $V_{\text{eff}}$  und  $Re_i$ .

Die Darstellung verdeutlicht, dass die maximale Benetzungsfläche sehr stark mit der Aufpralltiefe ( $r = 0,82$ ) korreliert. Noch stärker ist der Zusammenhang mit der Eindringtiefe ( $r = 0,94$ ). Die maximale Eindringtiefe korreliert ebenfalls stark mit der Aufpralltiefe ( $r = 0,88$ ). Bezüglich der eigentlichen Einflussgrößen ist vor allem der Zusammenhang des Effektivvolumens mit der Benetzungsfläche und mit der Eindringtiefe stark ausgeprägt ( $r = 0,77$  bzw.  $r = 0,66$ ). Die Aufprall-Reynolds-Zahl  $Re_i$  zeigt hingegen eine schwache Korrelation zu diesen Metriken

( $r = 0,11$  bzw.  $r = 0,13$ ). Zwischen den Einflussgrößen und der Aufpralltiefe wird ebenfalls kein stark korrelierender Zusammenhang festgestellt. Diese Zusammenhänge sind in guter Übereinstimmung mit den zuvor beschriebenen Mechanismen und können exemplarisch für den Fall eines stark entgegen der Drehrichtung angestellten Ölstrahls verdeutlicht werden. In diesem Fall ist der Aufprallimpuls ( $Re_i$ ) hoch, jedoch wird aufgrund der geringen Aufpralltiefe keine große Benetzungsfläche erreicht. Auch eine Erhöhung der Strahlgeschwindigkeit wird dabei nur eine geringe Zunahme der Eindringtiefe oder der Benetzungsfläche nach sich ziehen. Nur durch eine Änderung des Strahlwinkels kann die Kinematik des Strömungsprozesses derart verändert werden, dass eine größere Aufpralltiefe erzielt wird. Daraus folgend wird eine Zunahme der Eindringtiefe und zuletzt der Benetzungsfläche erreicht.

Die Ergebnisse lassen den Schluss zu, dass zur Beschreibung der Einflüsse der variierten unabhängigen Betriebsparameter ( $u_s$ ,  $d_s$ ,  $\hat{\varphi}_s$  und  $n_z$ ) auf die ÖZI die kinematischen und geometrischen Randbedingungen zu berücksichtigen sind. Diese weisen teils stark nichtlineare Zusammenhänge auf. Eine direkte Korrelation der unabhängigen Betriebsparameter mit den in Abbildung 6.16 enthaltenen Zielgrößen ist deshalb nicht aussagekräftig (siehe Anhang A.7).

## 6.4 Ableitung empirischer Berechnungsansätze

Basierend auf der Analyse der numerischen Ergebnisse des vorliegenden Kapitels werden im Folgenden Berechnungsansätze zur Bestimmung der Eindringtiefe und der Benetzungsfläche vorgestellt. Diese können dazu genutzt werden, um die ÖZI in kurzer Zeit und ohne den Zeit- und Rechenaufwand einer CFD-Simulation zu charakterisieren und hinsichtlich der Ölausbreitung auf der Zahnradflanke zu bewerten. Für die Bestimmung der Berechnungsansätze wird das in Abbildung 6.17 skizzierte Vorgehen gewählt.

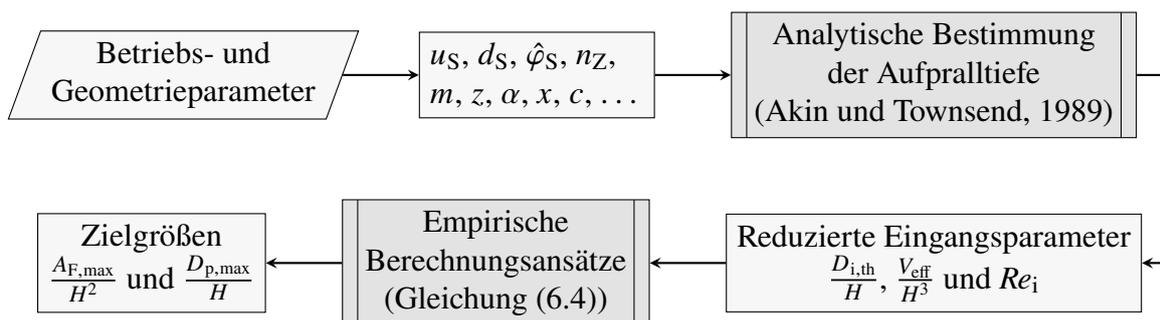


Abbildung 6.17: Aufbau der empirischen Berechnungsansätze.

Ausgehend von bekannten Betriebs- und Geometrieparametern werden die im Abschnitt 6.3 identifizierten Haupteinflussgrößen gebildet. Diese sind die Aufpralltiefe, das Effektivvolumen und die Aufprall-Reynolds-Zahl. Die ersten beiden werden bezogen auf die Zahnhöhe  $H$  in dimensionsloser Form verwendet. Hervorzuheben ist, dass dabei die theoretische Aufpralltiefe  $D_{i,th}$  nach dem analytischen Modell von Akin und Townsend (1989) verwendet wird. Somit sind alle reduzierten Eingangsparameter direkt aus den bekannten Eingangsgrößen bestimmbar.

Zur Herleitung der Korrelationen wird als allgemeine Bestimmungsgleichung eine Potenzproduktfunktion

$$\Pi = c_0 \left( \frac{D_{i,\text{th}}}{H} \right)^{e_1} \left( \frac{V_{\text{eff}}}{H^3} \right)^{e_2} Re_i^{e_3} \quad (6.4)$$

der reduzierten Eingangparameter formuliert. Der Term  $\Pi$  in Gleichung (6.4) wird durch die jeweilige Zielgröße ersetzt und der Koeffizient  $c_0$  sowie die Exponenten  $e_1$  bis  $e_3$  anhand der Simulationsergebnisse durch eine nichtlineare Regression mittels der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt. Konkret werden die relativen Abweichungen

$$\epsilon = \frac{\Pi - \Pi_{\text{CFD}}}{\Pi_{\text{CFD}}} \quad (6.5)$$

minimiert und damit die in Tabelle 6.6 aufgeführten Parameter bestimmt.

Tabelle 6.6: Koeffizienten und Exponenten für die empirischen Berechnungsansätze der Benetzungsfläche  $A_{\text{F,max}}$  und der Eindringtiefe  $D_{\text{p,max}}$  mittels Gleichung (6.4).

Zielgröße	Parameter			
	$c_0$	$e_1$	$e_2$	$e_3$
$A_{\text{F}}/H^2$	16,1053	0,6484	0,5169	0,0307
$D_{\text{p,max}}/H$	1,0346	0,6299	0,2031	0,1248

In Abbildung 6.18 werden die in der CFD-Studie ermittelten maximalen Benetzungsflächen und die maximalen Eindringtiefen mit den jeweiligen Korrelationen (Gleichung (6.4)) verglichen. Die punktgestrichelte Linie entspricht einer perfekten Abbildung der jeweiligen Zielgrößen durch die Korrelation. Zudem wird durch die gepunkteten Linien das Intervall mit einer Abweichung von  $\pm 20\%$  angegeben.

Aus Abbildung 6.18a ist ersichtlich, dass mit der Korrelation die maximale Benetzungsfläche in guter Übereinstimmung mit den CFD-Ergebnissen vorhergesagt wird. Die Abweichung kann durch den mittleren Fehler von  $\bar{\epsilon} = 9,6\%$  und die maximale Abweichung von  $\epsilon_{\text{max}} = 34,0\%$  quantifiziert werden. Es treten sowohl Über- als auch Unterschätzungen auf, die Standardabweichung von  $\epsilon$  beträgt  $\sigma_{\epsilon} = 13,2\%$ . Abweichungen, die auf systematische Fehler zurückzuführen wären, sind nicht zu erkennen. Die Korrelation für die Eindringtiefe weist, wie in Abbildung 6.18b dargestellt, eine noch bessere Übereinstimmung mit den CFD-Ergebnissen auf. Die mittlere beziehungsweise maximale Abweichung beträgt hier nur  $\bar{\epsilon} = 4,5\%$  respektive  $\epsilon_{\text{max}} = 5,9\%$ , die Standardabweichung ist mit  $\sigma_{\epsilon} = 5,9\%$  ebenfalls geringer. Werden zur Bestimmung der Korrelationen nur Betriebspunkte mit radialer Ölstrahlaustrichtung ( $\hat{\varphi}_{\text{S}} = 0^\circ$ ) herangezogen, können noch bessere Übereinstimmungen beobachtet werden. Aus Gründen der Allgemeingültigkeit werden jedoch alle untersuchten Betriebspunkte einbezogen.

Es sei angemerkt, dass die vorgestellten empirischen Berechnungsansätze gewissen Einschränkungen und Annahmen unterliegen. So gelten diese nur für den Fall, dass der Ölstrahl als kompakter Rundstrahl auf das Zahnrad trifft. Dies ist bei einem geringen Abstand des Düsenaustritts zum Zahnrad üblicherweise gegeben. Zudem werden in der herangezogenen Datenbasis nur Fälle

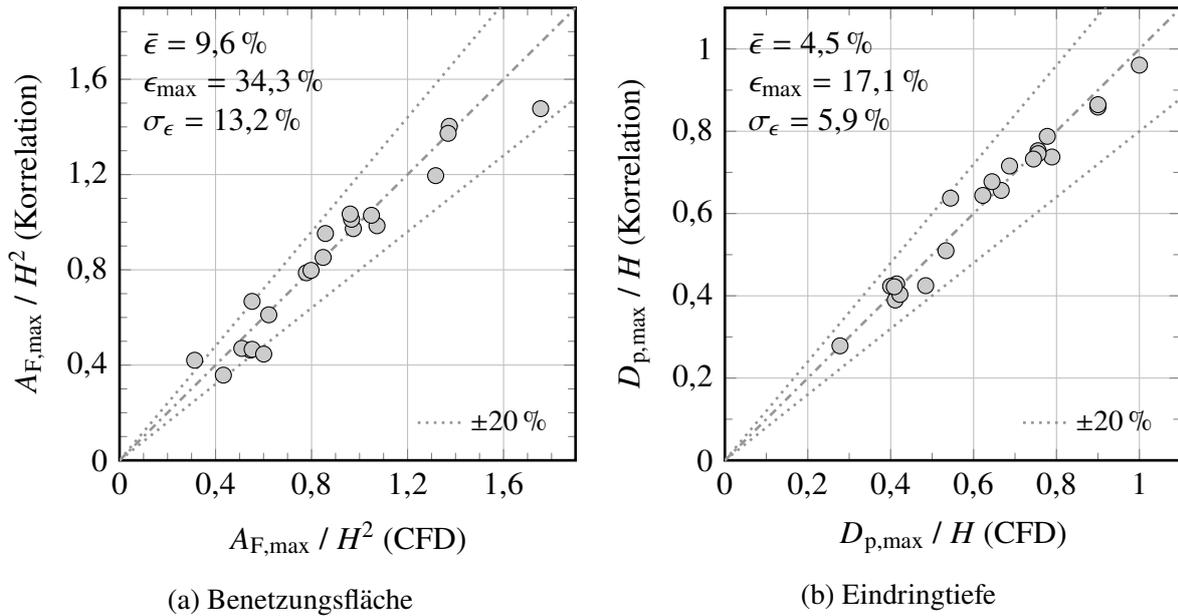


Abbildung 6.18: Vergleich zwischen der empirischen Korrelation (Gleichung (6.4)) und der CFD-Ergebnisse bezüglich a) der maximalen Benetzungsfläche  $A_{F,max}$  und b) der maximalen Eindringtiefe  $D_{p,max}$ .

betrachtet, in denen keine Interaktion benachbarter Ölstrahlen auftritt und der Ölfilm nicht signifikant über den Zahnfuß auf die gegenüberliegende Zahnflanke fließt.

# 7 Simulation der Ölstrahl-Interaktion mit ineinandergreifenden Zahnrädern

Die im vorigen Kapitel untersuchte ÖZI mit einem einzelnen Zahnrad unterliegt der Annahme, dass die ÖZI in ausreichendem Abstand zum Eingriffspunkt einer Zahnradpaarung stattfindet. In diesem Kapitel wird die ÖZI beim Einspritzen in den beginnenden oder auslaufenden Eingriff untersucht. Dabei wird, wie am Ende von Kapitel 5 festgelegt, die SPSPH-Methode eingesetzt. Die Modellierung des Zahnradeingriffs bei gleichzeitig detaillierter Erfassung der hochdynamischen ÖZI stellt eine große wissenschaftliche Lücke dar. Wie im Abschnitt 2.5.3 skizziert, existieren zum gegenwärtigen Zeitpunkt nur sehr grob aufgelöste oder stark vereinfachte Simulationen dieses Strömungsprozesses. Durch die in diesem Kapitel vorgestellten Simulationen wird erstmals die numerische Analyse der ÖZI mit Zahnradeingriff ermöglicht. Die Ergebnisse sollen dazu beitragen, die Physik der ÖZI mit ineinandergreifenden Zahnrädern zu charakterisieren und die Anwendbarkeit der SPH-Methode für dieses Strömungsproblem aufzuzeigen.

Im Abschnitt 7.1 wird die in diesem Kapitel durchgeführte Simulationsstudie vorgestellt. Im Anschluss werden in den Abschnitten 7.2 und 7.3 die Ergebnisse der Vorhersagen für die Ölzuführung vor beziehungsweise hinter dem Eingriff diskutiert. Das Kapitel schließt mit einem Fazit der Ergebnisse im Abschnitt 7.4.

## 7.1 Simulationsstudie

Die Ölzuführung in den beginnenden oder den auslaufenden Eingriff unterliegt einer Vielzahl von Gestaltungsvarianten und ist zudem stark von der Geometrie der Zahnradpaarung abhängig (Fujita et al., 1976). Nachfolgend werden im Abschnitt 7.1.1 die in dieser Arbeit untersuchten Varianten beschrieben und im Abschnitt 7.1.2 die gebildeten Simulationsmodelle vorgestellt.

### 7.1.1 Geometrie- und Betriebsparameter

Die Untersuchung der ÖZI mit ineinandergreifenden Zahnrädern wird mit zwei identischen Stirnzahnrädern durchgeführt. Dabei kommt das bereits in Kapitel 6 untersuchte Zahnrad zum Einsatz. Die geometrischen Zahnradparameter sind demnach der Tabelle 6.1 zu entnehmen. Die Zahnradpaarung und die Düsenposition werden durch weitere Parameter beschrieben, welche in Abbildung 7.1 illustriert sind. In dieser wird die Zahnradpaarung im Stirnschnitt dargestellt. Unten ist das treibende (Antrieb) und oben das getriebene (Abtrieb) Zahnrad abgebildet. Der Achsabstand  $a$  der Stirnzahnräder ( $\beta = 0^\circ$ ) wird durch

$$a = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} \quad (7.1)$$

festgelegt, wobei  $\alpha_w$  der Betriebseingriffswinkel ist, der bei Zahnrädern mit Profilverschiebung aus dem Eingriffswinkel  $\alpha$  hervorgeht. Zur Bestimmung von  $\alpha_w$  wird der Zusammenhang

$$\text{inv } \alpha_w = \text{inv } \alpha + 2 \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \tan \alpha \quad (7.2)$$

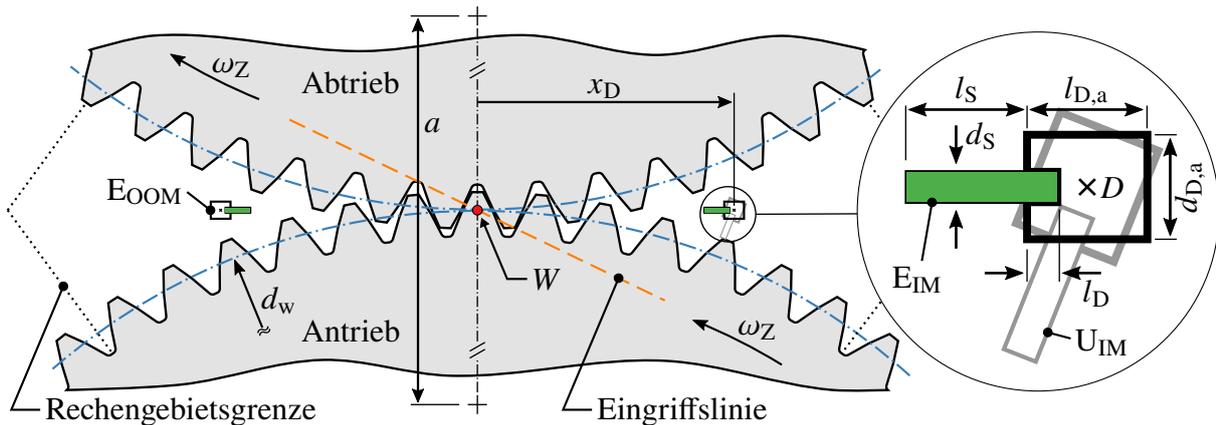


Abbildung 7.1: Geometrie der untersuchten Zahnradpaarung im Stirnschnitt, Düsenpositionen  $E_{IM}$ ,  $U_{IM}$  und  $E_{OOM}$  sowie Rechengebietsgrenzen.

genutzt (Klocke und Brecher, 2017). Die Inverse der Involut-Funktion muss dabei iterativ oder mittels analytischer Approximationen (Rosado et al., 2019) berechnet werden. Im vorliegenden Fall ergibt sich ein Achsabstand von  $a = 261,92$  mm. Die in Abbildung 7.1 eingezeichneten Wälzkreise, hier mit dem Durchmesser  $d_w = a$ , berühren sich im Wälzpunkt  $W$ , in welchem sich zudem die Verbindungslinie der Zahnradmittelpunkte und die Eingriffslinie schneiden.

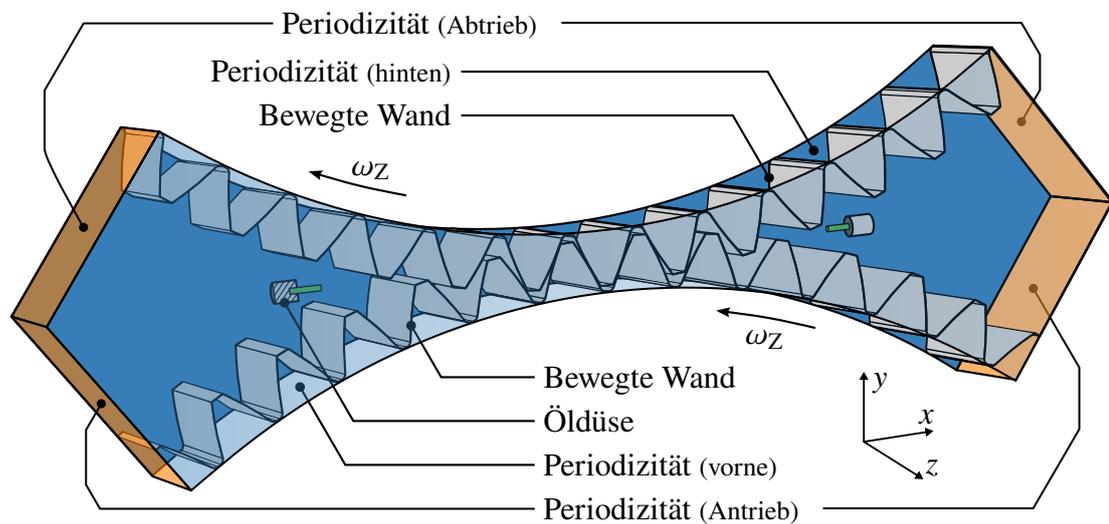
In dieser Arbeit werden drei unterschiedliche Düsenpositionen untersucht. Analog zu den in Abbildung 2.1 beschriebenen Einspritzvarianten werden diese mit  $E_{IM}$ ,  $U_{IM}$  und  $E_{OOM}$  bezeichnet. Die erste Düsenposition ( $E_{IM}$ ) befindet sich im Bereich des beginnenden Eingriffs (in Abbildung 7.1 rechts). Der Düsenmittelpunkt  $D$  liegt in einem horizontalen Abstand von  $x_D = a_p/s = 52$  mm zum Wälzpunkt auf der gemeinsamen Tangente der Wälzkreise. Der Ölstrahl wird entlang der Horizontalen direkt in Richtung des Wälzpunkts  $W$  eingespritzt. In der Düsenposition  $U_{IM}$  wird die Düse um den Düsenmittelpunkt  $D$  so gedreht, dass der Ölstrahl in Richtung des Mittelpunkts des treibenden Zahnrads eingespritzt wird. Analog befindet sich die Düsenposition  $E_{OOM}$  im Bereich des auslaufenden Eingriffs (in Abbildung 7.1 links) in einem horizontalen Abstand von 52 mm zum Wälzpunkt. Auf die Untersuchung der Variante  $U_{OOM}$  wird verzichtet, da diese im Wesentlichen der ÖZI mit einem einzelnen Zahnrad entspricht.

In allen Varianten wird ein Strahldurchmesser und eine Länge der Düsenbohrung von  $d_S = l_D = 1$  mm betrachtet. Mit der Strahlggeschwindigkeit von  $u_S = 33,18$  m/s, der Zahnradzahl von  $n_Z = 4875$  1/min und somit dem Geschwindigkeitsverhältnis  $\Sigma = 0,5$  werden weitere Parameter der Basiskonfiguration aus Kapitel 6 übernommen. Die Düse besteht aus einem zylindrischen Körper, dessen Außendurchmesser  $d_{D,a} = 3,5$  mm und Länge  $l_{D,a} = 4$  mm betragen.

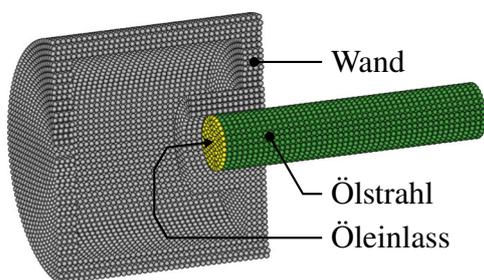
In Abbildung 7.1 sind ebenfalls die Rechengebietsgrenzen in Umfangsrichtung der Zahnräder vor und nach dem Eingriff eingezeichnet. Das Rechengebiet wird auf jeweils 13-zahnige Zahnradsegmente reduziert und bildet somit einen  $72^\circ$ -Sektor um den Wälzpunkt ab. Die Tiefe des Rechengebiets beträgt  $w_{CFD} = 22,5$  mm. Die weiteren Details zum numerischen Simulationsmodell werden im nachfolgenden Abschnitt beschrieben.

### 7.1.2 Numerisches Simulationsmodell

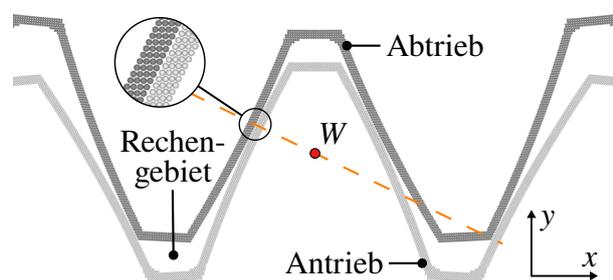
Für die numerische Simulation der im vorigen Abschnitt beschriebenen Konfiguration wird die SPSPH-Methode eingesetzt. Der Vorteil der Methode liegt darin, dass die Modellierung mit denselben Randbedingungstypen wie im Kapitel 5 bei der Simulation der ÖZI mit einzelnen Zahnrädern erfolgen kann. Im Unterschied zur VOF-Methode und zu gitterbasierten Methoden im Allgemeinen sind keine rechenintensiven und fehleranfälligen Manipulationen des Rechnernetzes notwendig (vgl. Abschnitt 4.2.3). Als Vorteil gegenüber der TPSPH-Methode kommt im vorliegenden Fall die stark reduzierte Partikelzahl zu tragen, da große Teile des Rechengebiets von Luft gefüllt sind, deren Diskretisierung mit der SPSPH-Methode entfällt. Gleichzeitig ist dies eine Limitierung der Methode. Im beginnenden und auslaufenden Eingriff herrscht eine komplexe, dreidimensionale Luftströmung mit einer Druckerhöhung vor und einer Druckminderung nach dem Eingriff (Burberi et al., 2016; Gorla et al., 2013). Der Einfluss dieser Effekte auf den Ölstrahl kann mit der SPSPH-Methode nicht abgebildet werden. In Abbildung 7.2 ist das gebildete SPSPH-Modell der untersuchten Zahnradpaarung dargestellt.



(a) Gesamtansicht



(b) Düse



(c) Eingriffsbereich

Abbildung 7.2: 3D-Rechengebiet für die Simulation ineinandergreifender Zahnradpaarung mittels der SPSPH-Methode: Gesamtansicht a) sowie Detailansichten b) und c).

Die Oberflächen des treibenden (unten) und des getriebenen Zahnrads (oben) werden durch Wandpartikel modelliert, deren Kinematik durch Angabe der Zahnradzahl bestimmt ist. In

Umfangsrichtung wird das Rechengebiet durch die eingezeichneten rotatorischen Periodizitäten begrenzt. In axialer Richtung wird eine translatorische Periodizität aufgeprägt. Das Rechengebiet besitzt somit keinen Auslass. Das durch die Düsen zugeführte Ölvolumen kann sich jedoch im initial leeren Rechengebietsvolumen ausbreiten.

In Abbildung 7.2b ist eine Detailansicht der Partikelanordnung innerhalb einer Öldüse dargestellt. An der kreisförmigen Einlassfläche wird dem Öl mittels einer Geschwindigkeitsrandbedingung ein gleichförmiges Geschwindigkeitsprofil aufgeprägt. Der Ölstrahl wird, wie dargestellt, mit einer Länge von 5 mm und der Einspritzgeschwindigkeit  $u_S$  initialisiert.

Die simulierte physikalische Zeit beträgt  $t_{\text{Sim}}^+ = 13$  bzw.  $t_{\text{Sim}} \approx 2,46$  ms und umfasst somit einen vollständigen Durchlauf der periodischen Zahnradsegmente. Die Simulationsdaten werden in einem Intervall von 5  $\mu\text{s}$  herausgeschrieben. Alle weiteren methodenspezifischen *Solver*-Einstellungen sowie Stoffeigenschaften werden analog zu den SPSPH-Simulationen aus Kapitel 5 verwendet (siehe Tabellen 5.3 und 5.6).

### Diskussion der räumlichen Auflösung

In Abbildung 7.2c ist die Partikelanordnung im Eingriffsbereich zu sehen. Der Ausschnitt verdeutlicht die Größenunterschiede der auftretenden Längenskalen. Während die Rechengebietsausdehnung in  $x$ -Richtung etwa 190 mm beträgt, treten im Eingriff sehr kleine Spalte unter 1 mm auf. Im Kontaktpunkt wird das Rechengebiet sogar unterbrochen.

Zur detaillierten Erfassung der Ölströmung in den Zahnzwischenräumen und im Zahnradkontakt ist ein mittlerer Partikelabstand in der Größenordnung von  $\Delta x \sim \mathcal{O}(1 \mu\text{m})$  erforderlich. Dies führt zu enorm hohen Partikelzahlen und ist im vorliegenden Fall nur durch eine weitere Rechengebietsverkleinerung realisierbar. Zudem liegt der Fokus dieser Arbeit auf der Untersuchung der ÖZI, wofür die Auflösung der Ölfilmströmung im Kontaktpalt nicht notwendig ist. Für die Simulationsstudie in diesem Kapitel wird ein mittlerer Partikelabstand von  $\Delta x = d_s/10 = 100 \mu\text{m}$  verwendet. Die initiale Gesamtpartikelzahl beträgt bei dieser räumlichen Auflösung nur  $5,68 \cdot 10^6$ , was eine schnelle Simulationsdurchführung ermöglicht. Der benötigte Rechenaufwand wird im Anhang A.5 aufgeführt. Im Mittel werden 4770 CPUh für die Simulationen der untersuchten Düsenpositionen benötigt, wobei 56 Rechenkerne genutzt werden.

Wie bei der Simulation der ÖZI mit einem einzelnen Zahnrad beobachtet, ist zur korrekten Abbildung der Ölfilmausbreitung auf den Zahnflanken eine höhere räumliche Auflösung von  $\Delta x < 25 \mu\text{m}$  notwendig. Aufgrund Limitierungen durch den auftretenden Arbeitsspeicherbedarf und eine nicht optimale Lastverteilung während den Simulationen wird diese räumliche Auflösung nicht umgesetzt. Dies stellt keine Limitierung durch die SPH-Methode an sich dar. Vielmehr können durch Anpassung der im verwendeten SPH-Code implementierten Lastverteilungs- und Speichernutzungsstrategien auch für große Rechengebiete, mit einem hohen Anteil an leeren Regionen (Luft) und komplexen Geometrien, höhere räumliche Auflösungen und ein höherer Parallelisierungsgrad erzielt werden.

Mittels des vorgestellten Simulationsmodells wird die primäre Interaktion des Ölstrahls mit den Zähnen beider Zahnräder untersucht. Unter Einbeziehung der Simulationsergebnisse der ÖZI mit einem einzelnen Zahnrad aus Kapitel 6 werden die Ergebnisse genutzt, um eine Bewertung der betrachteten Düsenpositionen hinsichtlich der Kühl- und Schmierwirkung vorzunehmen. In den beiden nachfolgenden Abschnitten werden die Ergebnisse der Simulationsstudie präsentiert.

## 7.2 Vorhersage der Ölzuführung in den beginnenden Eingriff

Die Analyse der ÖZI beim Einspritzen in den beginnenden Eingriff in Richtung des Wälzpunkts (Variante  $E_{IM}$ ) erfolgt anhand der in Abbildung 7.3 abgebildeten Serie von vier Momentaufnahmen. Darin sind die transparent dargestellten Zahnräder (Antrieb rechts und Abtrieb links) sowie die Düsen- und Ölpartikel zu vier charakteristischen Zeitpunkten zu sehen.

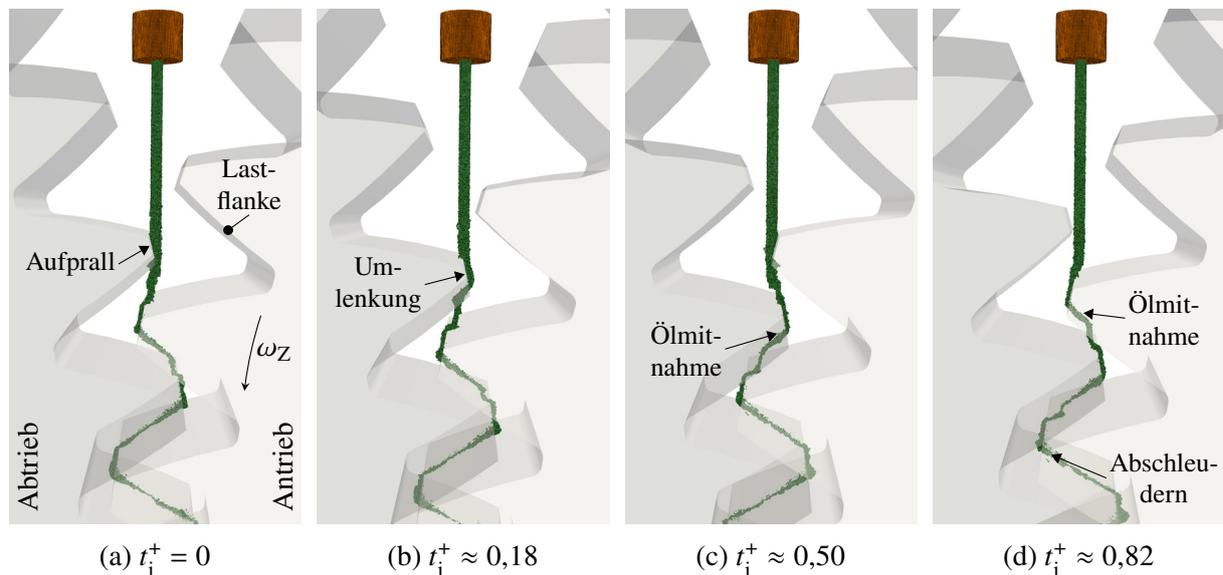


Abbildung 7.3: Momentaufnahmen der ÖZI beim Einspritzen in den beginnenden Eingriff in der Variante  $E_{IM}$ .

Bei dieser Einspritzvariante bewegt sich die Lastflanke des treibenden Zahnrad in Einspritzrichtung mit, weshalb es zu keinem direkten Strahlaufrall auf der Flanke kommt. Jedoch tritt infolge der ÖZI eine indirekte Beaufschlagung der thermisch hochbelasteten Flanken auf. Wie in Abbildung 7.3a zu erkennen, prallt der Ölstrahl zunächst auf den Zahnkopf, hier des getriebenen Zahnrad, auf. Infolge der Interaktion und der weiteren Zahnradbewegung, wird das Öl, wie in Abbildung 7.3b zu erkennen ist, in Richtung des Antriebs umgelenkt. Im weiteren Verlauf wird das am Zahnkopf verbleibende Öl vom Zahnrad mittransportiert und tiefer in die Zahnflanke des Antriebs befördert, was in den Abbildungen 7.3c und 7.3d zu sehen ist. Das kurz vor dem Eingriff in den Zahnflanken befindliche Öl wird infolge der Wirkung der Zentrifugalkräfte in Richtung des Zahnfußes des jeweils gegenüberliegenden Zahnrad abgeschleudert. Aufgrund der symmetrischen Anordnung der Einspritzposition bezüglich der Zahnrad findet der Öltransport in spiegelverkehrter Weise auch in Richtung des Abtriebs statt.

Schober (1983b) erstellt Hochgeschwindigkeits-Gegenlichtaufnahmen der ÖZI beim Einspritzen in den beginnenden Eingriff in der Variante  $E_{IM}$ . Exemplarische Momentaufnahmen der experimentellen Untersuchung sind in Abbildung 7.4 dargestellt. Der Strahldurchmesser beträgt  $d_S = 1,05 \text{ mm}$  und das Geschwindigkeitsverhältnis wird mit  $\Sigma \approx 0,2$  angegeben. Die Stirnverzahnung unterscheidet sich zu der in dieser Arbeit untersuchten Geometrie. Dennoch werden im Vergleich zu den Simulationsergebnissen aus Abbildung 7.3 übereinstimmende Strömungsstrukturen beobachtet.

In Abbildung 7.4a ist zu sehen, wie der kompakte Ölstrahl am Zahnkopf des Rads (links) aufprallt. Anschließend wird der Strahl in Richtung des Ritzels (rechts) umgelenkt, was in

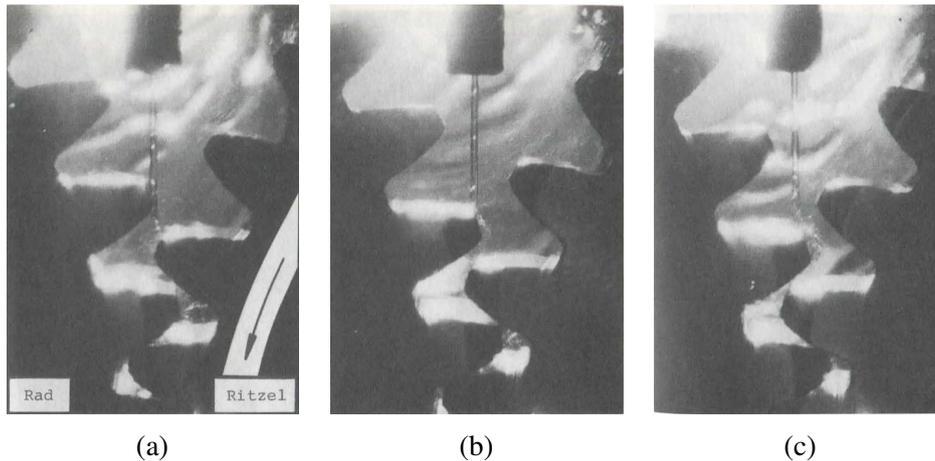


Abbildung 7.4: Experimentelle Gegenlichtaufnahmen der ÖZI beim Einspritzen in den beginnenden Eingriff in der Variante  $E_{IM}$  (Schober, 1983b).

Abbildung 7.4b erfasst ist. Die Umlenkung ist im Experiment mit einer stärkeren Auffächerung des Ölstrahls verbunden (Abbildung 7.4c). In der Simulation ist dies weniger stark ausgeprägt, was auf die relativ grobe räumliche Auflösung zurückgeführt wird. Wie zuvor bei der Simulation der ÖZI mit einzelnen Zahnrädern festgestellt, macht sich eine grobe räumliche Auflösung bei der SPSPH-Methode in einer gehemmten Ölfilmausbreitung und klumpenförmigen Ölstrukturen bemerkbar (vgl. Abbildungen 5.7 und 5.13). Es kann deshalb davon ausgegangen werden, dass bei einer höheren räumlichen Auflösung die Übereinstimmung mit den experimentellen Momentaufnahmen für dieses Phänomen besser ausfällt.

Die Simulationsergebnisse verdeutlichen, dass bei der Variante  $E_{IM}$  das Öl die Zahnflanken der Zahnradpaarung und insbesondere die Lastflanken indirekt durch die ÖZI erreicht. Außerdem wird das Öl bis in den Zahnradkontakt transportiert. Dies deutet auf eine ausreichende Schmierwirkung des Öls bei dieser Variante hin. Gleichzeitig können bei hohen Volumenströmen hohe Quetschverluste auftreten. Es sei angemerkt, dass bei veränderten Geometrie- und Betriebsparametern die Kinematik des Prozesses und somit die ÖZI verändert wird. Im Allgemeinen ist deshalb die ÖZI immer für jeden Einzelfall separat zu untersuchen.

Bei der Variante  $U_{IM}$  lassen sich deutlich abweichende Strömungsmechanismen identifizieren. Wie in Abbildung 7.5a zu erkennen ist, wird durch das Einspritzen in Richtung des treibenden Zahnrads die Lastflanke direkt vom Ölstrahl getroffen. Die beobachtbare ÖZI verläuft analog zu den Untersuchungen mit einzelnen Zahnrädern (siehe Kapitel 6). Das Öl verbreitet sich auf der Lastflanke aus (Abbildung 7.5b) und erreicht in diesem Fall in etwa eine Eindringtiefe von  $D_i \approx 0,5H$ , welche durch ein höheres Geschwindigkeitsverhältnis  $\Sigma$  noch erhöht werden könnte. Der Ölfilm wird im weiteren Verlauf (Abbildungen 7.5c und 7.5d) durch die wirkende Zentrifugalkraft abgeschleudert und in Richtung des getriebenen Zahnrads transportiert.

Die ÖZI in der Variante  $U_{IM}$  ist somit durch eine direkte und großflächige Benetzung der Lastflanke gekennzeichnet, wobei, wie in der Variante  $E_{IM}$ , die ÖZI dazu führt, dass das Öl auch auf das gegenüberliegende Zahnrad transportiert wird. Im Unterschied zur Variante  $E_{IM}$  tritt die Kühlwirkung jedoch fokussiert auf der Lastflanke auf. Die Variation der Strahlrichtung stellt somit eine Möglichkeit dar, den Ort der primären Kühlwirkung zu beeinflussen. In dem Standardwerk von Niemann und Winter (2003) wird empfohlen, die Variante  $U_{IM}$  der Variante

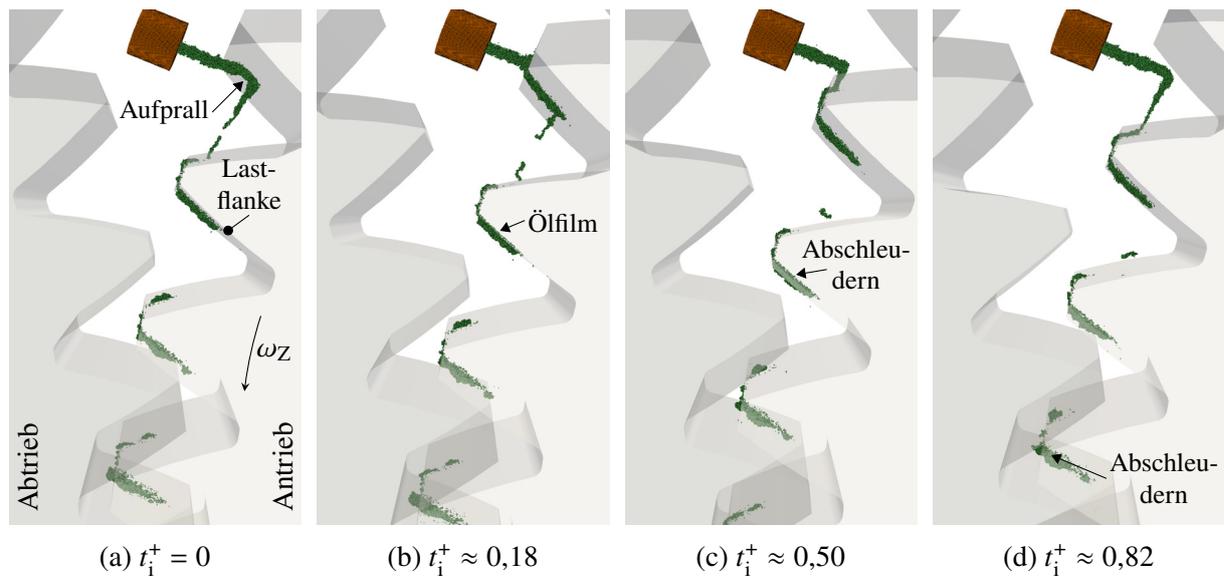


Abbildung 7.5: Momentaufnahmen der ÖZI beim Einspritzen in den beginnenden Eingriff in der Variante  $U_{IM}$ .

$E_{IM}$  vorzuziehen. Fujita et al. (1976) und Greiner (1990) beschreiben, dass wegen der Ölverteilung infolge der ÖZI beide Varianten gleichberechtigt sind. Beide Argumentationen können anhand der Simulationsergebnisse nachvollzogen werden, ohne dass an dieser Stelle eine weiterführende Bewertung erfolgt.

### 7.3 Vorhersage der Ölzuführung in den auslaufenden Eingriff

Als dritte Einspritzvariante wird das Einspritzen in den auslaufenden Eingriff in der Variante  $E_{OOM}$  analysiert. Die Simulationsergebnisse sind in Abbildung 7.6 dargestellt. In den Momentaufnahmen ist zu sehen, dass der Ölstrahl die entgegenkommenden Zahnflanken nicht passiert und kein Öl bis in den Kontaktbereich vordringt. Der Strahl prallt an der Spitze der Zahnflanken auf (Abbildung 7.6a), wobei die Strahlspitze pilzförmig deformiert wird. Während des Überstreichens der Kopffläche wird der Strahl einseitig abgeschert (Abbildung 7.6b) und das Öl von den Zahnradzähnen aus dem Eingriffsbereich wegtransportiert (Abbildung 7.6c). Im weiteren Verlauf wird das Öl von den Zahnflanken abgeschleudert (Abbildung 7.6d). Die Interaktion des Strahls mit dem Zahnkopf bewirkt eine Umlenkung in Richtung des gegenüberliegenden Zahnrads und somit eine geringe Erhöhung der Aufpralltiefe.

Bei der Variante  $E_{OOM}$  kann keine direkte Schmierwirkung beobachtet werden. Das Öl kann höchstens über sekundäre Strömungspfade zur Schmierung beitragen. Die geringe Aufpralltiefe und Benetzung der Zahnflanken lässt zudem auf keine ausgeprägte Kühlwirkung schließen. Nach dem Abtransport des Öls aus dem Eingriffsbereich kann das Öl zwar in anderen Bereichen eines Getriebes Wärme aufnehmen, jedoch werden insbesondere die Lastflanken der Zahnräder nicht direkt gekühlt.

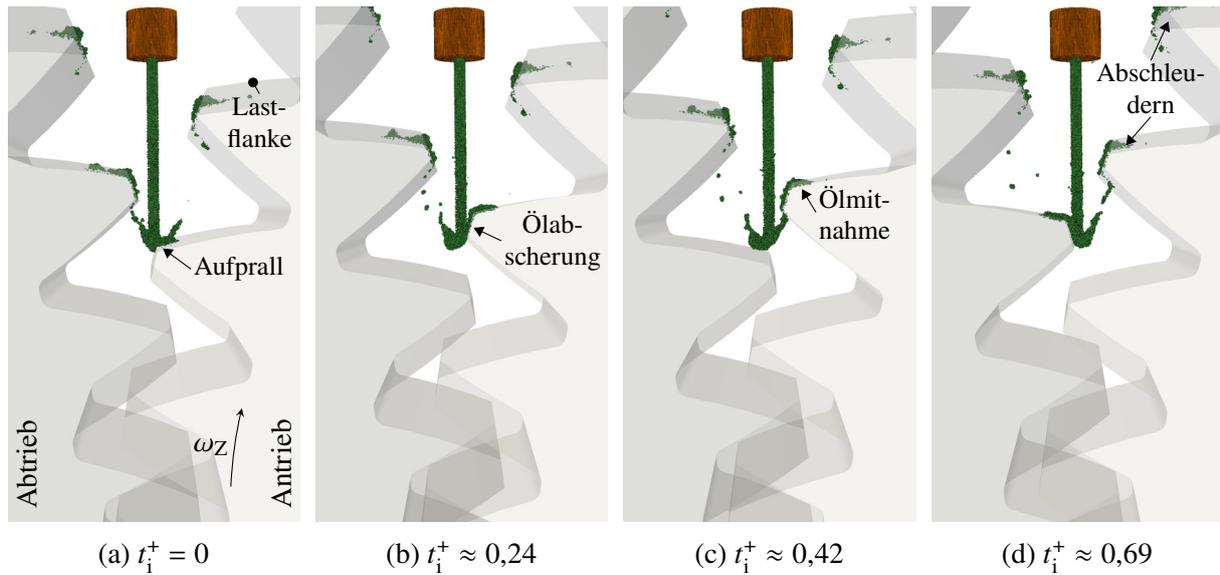


Abbildung 7.6: Momentaufnahmen der ÖZI beim Einspritzen in den auslaufenden Eingriff in der Variante  $E_{OOM}$ .

## 7.4 Fazit

Die vorangegangenen Betrachtungen dreier unterschiedlicher Einspritzvarianten in den beginnenden und auslaufenden Eingriff einer Zahnradpaarung zeigen charakteristische Mechanismen der ÖZI auf. Beim Einspritzen in den beginnenden Eingriff führt die ÖZI dazu, dass das Öl in den Eingriffsbereich geführt und durch Umlenkung und Abschleudern infolge der ÖZI unabhängig von der Einspritzvariante auf beiden Zahnrädern verteilt wird. Die Variante  $U_{IM}$  bringt den Vorteil mit sich, dass die primäre Kühlwirkung gezielt auf die Lastflanke des treibenden Zahnrads ausgerichtet werden kann. Der Einfluss auf Quetschverluste wird in dieser Arbeit nicht untersucht. Üblicherweise wird bei hohen Volumenströmen zur Reduktion der Verluste vermehrt in den auslaufenden Eingriff eingespritzt (Niemann und Winter, 2003). Dabei stellt die Variante  $E_{OOM}$  eine weder für die Kühlung noch für die Schmierung optimale Ölzuführung dar. Zur Optimierung der Kühlwirkung ist hier das Einspritzen auf den Zahnradumfang ( $U_{OOM}$ ) mit einer an die Drehzahl angepassten Strahlgeschwindigkeit (siehe Kapitel 6) zu bevorzugen.

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

Flugreisen sind Symbolbild für den steigenden Wohlstand und gleichzeitig für den hohen Ressourcenverbrauch in unserer globalisierten Welt. Das Getriebefan-Triebwerk gilt als zeitnahe Antwort der Flugtriebwerkshersteller auf die strenger werdenden regulatorischen Vorgaben und die gesamtwirtschaftliche Nachfrage nach effizienten und leisen Antrieben für die zivile Luftfahrt. In diesem Kontext ist die Optimierung des Ölsystems schnelllaufender Getriebe hinsichtlich deren effizienten Kühlung und Schmierung in den Fokus jüngster Forschungsaktivitäten gerückt. Während eine breite analytische, experimentelle und numerische Datenbasis zur Charakterisierung der Leerlaufverluste und der Wärmeentstehung im Zahnradkontakt von Höchstleistungsgetrieben existiert, gibt es nur wenige Untersuchungen, in denen gezielt die Ölstrahlkühlung von Zahnradern beschrieben wird. Bisherige Ergebnisse weisen darauf hin, dass der Ölausbreitung über die Zahnflanken infolge der Interaktion der Ölstrahlen mit den Zahnradern eine wichtige Rolle für die Effektivität der Kühlung zukommt. Die Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion (ÖZI) stellt somit einen wichtigen Teilströmungsprozess des Ölsystems von Getriebefan-Triebwerken dar, deren Beschreibung bislang jedoch auf vereinfachte analytische Modelle und globale experimentelle Analysen beschränkt ist. Die numerische Strömungssimulation verspricht nun die Limitierungen experimenteller Untersuchungen und analytischer Modelle zu überwinden. Dies führt zu einem Bedarf an effizienten und validen Simulationsmodellen, mit deren Ergebnisdaten das Verständnis der ÖZI verbessert und die Auslegung schnelllaufender Getriebe optimiert werden kann.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit war daher zum einen, die ÖZI mittels numerischer Methoden in einem hohen Detaillierungsgrad zu untersuchen und die Ergebnisse zu nutzen, um die Strömungsvorgänge auf den Zahnflanken und den Einfluss veränderter Betriebsparameter zu charakterisieren. Zum anderen war ein Ziel der Arbeit, die Anwendbarkeit der etablierten VOF-Methode und der noch jungen, partikelbasierten SPH-Methode zur Simulation des untersuchten Anwendungsfalls zu evaluieren.

Zum Erreichen der Zielsetzung wurde in einem ersten Schritt die gewählte Modellbildung zur Simulation der ÖZI für die unterschiedlichen Methoden beschrieben. In einem zweidimensionalen Vergleich konnte gezeigt werden, dass mit allen verglichenen Methoden die relevanten Strömungsprozesse erfasst werden können. Dies gilt insbesondere auch für die SPSPH-Methode, bei der im Gegensatz zur TPSPH-Methode die Luftphase in der Simulation nicht berücksichtigt wird. Dies zeigt, dass aerodynamische Einflüsse von untergeordneter Rolle sind. Die SPH-Methode wurde in diesen beiden Formulierungen angewandt, da gerade die SPSPH-Methode deutliche Rechenzeiterparnisse versprach. Diese konnten für den untersuchten Fall auch nachgewiesen werden. Die Rechenzeit betrug teilweise weniger als 6 % im Vergleich zu den anderen Methoden. Im dreidimensionalen Vergleich zeigte sich, dass dennoch die VOF-Methode zum gegenwärtigen Zeitpunkt den praktikabelsten Ansatz zur Simulation der Ölstrahl-Interaktion mit einem einzelnen Zahnrad darstellt. Dieser Fall konnte mit der VOF-Methode mittels einer *Sliding-Interface*-Randbedingung zur Modellierung der Zahnradbewegung und insbesondere der Kopplung mit einer adaptiven Netzverfeinerung mit vertretbarem Rechenaufwand realisiert werden. Im Gegensatz dazu verfügt der eingesetzte SPH-Code aktuell nicht über die Funktionalität einer lokal adaptiven Partikelgröße, was den Einsatz der TPSPH-Methode zur dreidimensionalen Simulation der ÖZI verhindert. Der Effizienzvorteil der SPSPH-Methode bei zweidimensionalen Simulationen konnten nicht in gleichem Maße auf dreidimensionale Rechengebiete übertragen werden. Bei der parallelen Simulation sind, trotz eines neu implementierten dynamischen Lastverteilungsalgorithmus, Limitierungen aufgrund ungleich verteilter

Rechenlasten und der Arbeitsspeichernutzung aufgetreten. Im Vergleich zur VOF-Methode konnten mit der SPSPH-Methode zwar qualitativ übereinstimmende Strömungsstrukturen und auch Widerstandsdrehmomente simuliert werden, es konnte jedoch keine mit der VOF-Methode vergleichbare räumliche Auflösung erreicht werden.

Die bis dahin präsentierten SPH-Simulationen der ÖZI sind weltweit die ersten ihrer Art. Dadurch wurde die Anwendbarkeit und das große Potenzial der SPH-Methode demonstriert. Zur weiteren Untersuchung der Ölstrahl-Interaktion mit einzelnen Zahnrädern wurde jedoch aus den genannten Gründen die VOF-Methode eingesetzt. Für die Untersuchung der Ölstrahl-Interaktion mit ineinandergreifenden Zahnrädern kam hingegen die SPSPH-Methode zum Einsatz. Diese konnte mit gleichbleibenden Randbedingungstypen auf den Fall mit Zahnradengriff übertragen werden, während mit der VOF-Methode bislang keine effiziente Modellierung dieses Prozesses möglich ist.

Zur systematischen Analyse der Einflüsse unterschiedlicher Betriebs- und Geometrieparameter ( $u_s$ ,  $d_s$ ,  $\hat{\varphi}_s$  und  $n_z$ ) auf die Ölstrahl-Interaktion mit einem einzelnen Zahnrad wurde ein teilfaktorieller Versuchsplan mit 21 Betriebspunkten definiert, die mittels der VOF-Methode simuliert wurden. Mit der Eindringtiefe und der Benetzungsfläche wurden Metriken definiert, die die gängige Beschreibung der ÖZI mittels der Aufpralltiefe um räumliche Informationen zur Ölausbreitung auf den Zahnflanken erweitern. Schrittweise wurde so eine umfangreiche Charakterisierung der Einflüsse auf die ÖZI vorgenommen. Die Erkenntnisse wurden genutzt, um eine Korrelation für die maximale Benetzungsfläche und die maximale Eindringtiefe abzuleiten. Mit mittleren relativen Abweichungen von 9,6 % respektive 4,5 % stellen die Korrelationen zuverlässige Werkzeuge zur schnellen Bewertung unterschiedlicher Einspritzvarianten dar. Als Haupteinflussgrößen wurden die analytisch bestimmbare Aufpralltiefe und das neu definierte Effektivvolumen identifiziert. Dem Aufprallimpuls beziehungsweise der Aufprall-Reynolds-Zahl konnte nur ein geringer Einfluss nachgewiesen werden.

Die Ölstrahl-Interaktion mit ineinandergreifenden Zahnrädern wurde für drei Einspritzvarianten mittels der SPSPH-Methode simuliert. Trotz einer limitierten räumlichen Auflösung wurde so die ÖZI vor und hinter dem Eingriff einer Zahnradpaarung erstmals simulativ erfasst. Während beim Einspritzen in den beginnenden Eingriff das Öl, unabhängig der Zuführung, durch die Interaktion mit den Zahnrädern die Lastflanken erreicht, wird das Öl beim Einspritzen in den auslaufenden Eingriff durch die entgegenkommenden Zahnräder abgewiesen.

Mit den vorgestellten Simulationsmodellen stehen Methoden bereit, die zukünftig zur Untersuchung praxisnaher Getriebesysteme, beispielsweise mit Schrägverzahnung, genutzt werden können. In nachfolgenden Studien ist eine weiterführende Validierung der erzielten Simulationsergebnisse durch experimentelle Daten anzustreben. Die präsentierten Ergebnisse können derweil in die Weiterentwicklung analytischer Wärmeübergangsmodelle oder direkt in Thermalmodelle bei der Auslegung von Getrieben einfließen. Die Simulationsmodelle sollten zudem zur direkten Vorhersage des Wärmeübergangs erweitert werden, um so den Zusammenhang zwischen Ölverteilung und Wärmeübergang zu konkretisieren. Für einen intensiveren Einsatz der SPH-Methode in zukünftigen Untersuchungen ist die Implementierung einer lokalen Adaptivität und eines optimierten Lastverteilungsalgorithmus in den ITS-SPH-Code unumgänglich.

Mit den vorgestellten Ergebnissen leistet diese Arbeit einen Beitrag zum tieferen Verständnis der Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion, damit zur Optimierung des Ölsystems von Getriebefan-Triebwerken und letztlich auch einen kleinen Beitrag zum Klimaschutz.

# Literatur

- ACARE (2001): *European Aeronautics: A Vision for 2020*. Advisory Council for Aeronautics Research in Europe, ISBN:92-894-0559-7.
- ACARE (2011): *Flightpath 2050 - Europe's vision for aviation: maintaining global leadership and serving society's needs*. Advisory Council for Aeronautics Research in Europe, DOI:10.2777/50266.
- Adami, S., Hu, X. und Adams, N. (2010): *A new surface-tension formulation for multi-phase SPH using a reproducing divergence approximation*. Journal of Computational Physics, Bd. 229(13), S. 5011–5021, DOI:10.1016/j.jcp.2010.03.022.
- Akin, L. S., Mross, J. J. und Townsend, D. P. (1975): *Study of Lubricant Jet Flow Phenomena in Spur Gears*. Journal of Lubrication Technology, Bd. 97(2), S. 283–288, DOI:10.1115/1.3452576.
- Akin, L. S. und Townsend, D. P. (1989): *Lubricant Jet Flow Phenomena in Spur and Helical Gears with Modified Addendums—for Radially Directed Individual Jets*. In: *5th International Power Transmission and Gearing Conference*, Bd. 1, S. 367–374, Chicago, Illinois, USA.
- Akin, L. S., Townsend, D. P. und Mross, J. J. (1974): *Study of Lubricant Jet Flow Phenomena in Spur Gears*. Techn. Ber. NASA-TM-X-71572, NASA Lewis Research Center, Cleveland, Ohio, USA.
- Al-Shibl, K., Simmons, K. und Eastwick, C. N. (2007): *Modelling windage power loss from an enclosed spur gear*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy, Bd. 221(3), S. 331–341, DOI:10.1243/09576509jpe344.
- Ambrose, S., Morvan, H. und Simmons, K. (2018): *Investigation of Oil Jet Impingement on a Rotating Gear Using Lattice Boltzman Method (LBM)*. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2018: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, Bd. 1: Aircraft Engine; Fans and Blowers; Marine, ID:V001T01A028, Oslo, Norwegen, DOI:10.1115/gt2018-76371.
- ANSYS, Inc. (2015): *ANSYS® Fluent, Release 16.1, Fluent User's Guide*.
- ANSYS, Inc. (2017): *ANSYS® Fluent, Release 18.2, Fluent User's Guide*.
- Arai, M., Shimizu, M. und Hiroyasu, H. (1988): *Breakup length and spray formation mechanism of a high speed liquid jet*. In: *Proceedings of the 4th International Conference of Liquid Atomization and Spray Systems (ICLASS)*, S. 177–184, Sendai, Japan.
- Arisawa, H., Shinoda, Y., Tanaka, M., Goi, T., Akahori, H. und Yoshitomi, M. (2017): *Classification of Fluid Dynamic Loss in Aeroengine Transmission Gears: Experimental Analysis and CFD Validation*. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2017: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, Bd. 1: Aircraft Engine; Fans and Blowers; Marine; Honors and Awards, ID:V001T01A004, Charlotte, North Carolina, USA, DOI:10.1115/gt2017-63208.
- Arisawa, H., Shinoda, Y., Tanaka, M., Goi, T., Akahori, H. und Yoshitomi, M. (2019): *Classification and Modeling of Fluid Dynamic Loss in Aeroengine Transmission Gears*. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Bd. 141(6), ID:061012, DOI:10.1115/1.4042509.

- Benek, J. A., Buning, P. G. und Steger, J. L. (1985): *A 3-D chimera grid embedding technique*. In: *Proceedings of the 7th Computational Physics Conference*, S. 322–331, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Cincinnati, Ohio, USA, doi:10.2514/6.1985-1523.
- Benek, J. A., Steger, J. L. und Dougherty, F. C. (1983): *A flexible grid embedding technique with application to the Euler equations*. In: *Proceedings of the 6th Computational Fluid Dynamics Conference*, S. 373–382, Danvers, Massachusetts, USA, doi:10.2514/6.1983-1944.
- Birouk, M., Iyogun, C. O. und Popplewell, N. (2007): *Role Of Viscosity On Trajectory Of Liquid Jets In A Cross-airflow*. *Atomization and Sprays*, Bd. 17(3), S. 267–287, doi:10.1615/atomizspr.v17.i3.30.
- Birouk, M. und Lekic, N. (2009): *Liquid Jet Breakup In Quiescent Atmosphere: A Review*. *Atomization and Sprays*, Bd. 19(6), S. 501–528, doi:10.1615/atomizspr.v19.i6.20.
- Bonet, J. und Lok, T.-S. L. (1999): *Variational and momentum preservation aspects of Smooth Particle Hydrodynamic formulations*. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Bd. 180(1-2), S. 97–115, doi:10.1016/s0045-7825(99)00051-1.
- Brackbill, J. U., Kothe, D. B. und Zemach, C. (1992): *A continuum method for modeling surface tension*. *Journal of Computational Physics*, Bd. 100(2), S. 335–354, doi:10.1016/0021-9991(92)90240-y.
- Braun, S. (2018): *Zur Simulation der Zerstäubung flüssigen Kraftstoffs mit der Smoothed Particle Hydrodynamics Methode*. Dissertation, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe.
- Braun, S., Wieth, L., Holz, S., Dauch, T. F., Keller, M. C., Chaussonnet, G., Gepperth, S., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2019): *Numerical prediction of air-assisted primary atomization using Smoothed Particle Hydrodynamics*. *International Journal of Multiphase Flow*, Bd. 114, S. 303–315, doi:10.1016/j.ijmultiphaseflow.2019.03.008.
- Braun, S., Wieth, L., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2015): *A Framework for Permeable Boundary Conditions in SPH: Inlet, Outlet, Periodicity*. In: *Proceedings of the 10th International SPHERIC Workshop*, S. 237–243, Parma, Italien.
- Broumand, M. und Birouk, M. (2016): *Liquid jet in a subsonic gaseous crossflow: Recent progress and remaining challenges*. *Progress in Energy and Combustion Science*, Bd. 57, S. 1–29, doi:10.1016/j.pecs.2016.08.003.
- Bräunling, W. J. G. (2015): *Flugzeugtriebwerke: Grundlagen, Aero-Thermodynamik, ideale und reale Kreisprozesse, Thermische Turbomaschinen, Komponenten, Emissionen und Systeme*. Springer Vieweg, Berlin, doi:10.1007/978-3-642-34539-5.
- Burberi, E., Fondelli, T., Andreini, A., Facchini, B. und Cipolla, L. (2016): *CFD Simulations of a Meshing Gear Pair*. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2016: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, Bd. 5A: Heat Transfer, ID:V05AT15A024, Seoul, Südkorea, doi:10.1115/gt2016-57454.
- Caboussat, A. (2005): *Numerical simulation of two-phase free surface flows*. *Archives of Computational Methods in Engineering*, Bd. 12(2), S. 165–224, doi:10.1007/bf03044518.

- Castrejón-Pita, J. R., Hoath, S. D. und Hutchings, I. M. (2012): *Velocity Profiles in a Cylindrical Liquid Jet by Reconstructed Velocimetry*. Journal of Fluids Engineering, Bd. 134(1), ID:011201, DOI:10.1115/1.4005669.
- Chaussonnet, G., Braun, S., Dauch, T., Keller, M., Sanger, A., Jakobs, T., Koch, R., Kolb, T. und Bauer, H.-J. (2019): *Toward the development of a virtual spray test-rig using the Smoothed Particle Hydrodynamics method*. Computers & Fluids, Bd. 180, S. 68–81, DOI:10.1016/j.compfluid.2019.01.010.
- Chaussonnet, G., Braun, S., Wieth, L., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2015): *Influence of particle disorder and smoothing length on SPH operator accuracy*. In: *Proceedings of the 10th International SPHERIC Workshop*, S. 31–38, Parma, Italien.
- Chaussonnet, G., Koch, R., Bauer, H.-J., Sanger, A., Jakobs, T. und Kolb, T. (2018): *Smoothed Particle Hydrodynamics Simulation of an Air-Assisted Atomizer Operating at High Pressure: Influence of Non-Newtonian Effects*. Journal of Fluids Engineering, Bd. 140(6), ID:061301, DOI:10.1115/1.4038753.
- Chen, S. und Doolen, G. D. (1998): *Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows*. Annual Review of Fluid Mechanics, Bd. 30(1), S. 329–364, DOI:10.1146/annurev.fluid.30.1.329.
- Chow, A. D., Rogers, B. D., Lind, S. J. und Stansby, P. K. (2018): *Incompressible SPH (ISPH) with fast Poisson solver on a GPU*. Computer Physics Communications, Bd. 226, S. 81–103, DOI:10.1016/j.cpc.2018.01.005.
- Cleary, P. W. (1998): *Modelling confined multi-material heat and mass flows using SPH*. Applied Mathematical Modelling, Bd. 22(12), S. 981–993, DOI:10.1016/s0307-904x(98)10031-8.
- Cleary, P. W. und Monaghan, J. J. (1999): *Conduction Modelling Using Smoothed Particle Hydrodynamics*. Journal of Computational Physics, Bd. 148(1), S. 227–264, DOI:10.1006/jcph.1998.6118.
- Colagrossi, A. (2003): *A Meshless Lagrangian Methode for Free-Surface and Interface Flows with Fragmentation*. Dissertation, Sapienza – Universitat Rom, Rom, Italien.
- Colagrossi, A. und Landrini, M. (2003): *Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics*. Journal of Computational Physics, Bd. 191(2), S. 448–475, DOI:10.1016/S0021-9991(03)00324-3.
- Cole, R. H. (1948): *Underwater Explosions*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, USA.
- Concli, F., Gorla, C., Della Torre, A. und Montenegro, G. (2014): *Windage Power Losses of Ordinary Gears: Different CFD Approaches Aimed to the Reduction of the Computational Effort*. Lubricants, Bd. 2(4), S. 162–176, DOI:10.3390/lubricants2040162.
- Cruchaga, M., Battaglia, L., Storti, M. und D’Ela, J. (2014): *Numerical Modeling and Experimental Validation of Free Surface Flow Problems*. Archives of Computational Methods in Engineering, Bd. 23(1), S. 139–169, DOI:10.1007/s11831-014-9138-4.
- Cummins, S. J. und Rudman, M. (1999): *An SPH Projection Method*. Journal of Computational Physics, Bd. 152(2), S. 584–607, DOI:10.1006/jcph.1999.6246.

- Dai, Y., Wu, W., Zhou, H. B., Zhang, J. und Ma, F. Y. (2018): *Numerical Simulation and Optimization of Oil Jet Lubrication for Rotorcraft Meshing Gears*. International Journal of Simulation Modelling, Bd. 17(2), S. 318–326, doi:10.2507/ijstimm17(2)co6.
- Darwish, M. und Moukalled, F. (2006): *Convective Schemes for Capturing Interfaces of Free-Surface Flows on Unstructured Grids*. Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals, Bd. 49(1), S. 19–42, doi:10.1080/10407790500272137.
- Dauch, T. (2021): *Numerische Untersuchungen des Primärzerfalls an Kraftstoffdüsen für Flugtriebwerke*. Dissertation, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe.
- Dauch, T., Braun, S., Wieth, L., Chaussonnet, G., Keller, M., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2016): *Computation of Liquid Fuel Atomization and Mixing by Means of the SPH Method: Application to a Jet Engine Fuel Nozzle*. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2016: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, id:V04AT04A001, Seoul, Südkorea, doi:10.1115/GT2016-56023.
- Dauch, T. F., Braun, S., Wieth, L., Chaussonnet, G., Keller, M. C., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2017a): *Computational Prediction of Primary Breakup in Fuel Spray Nozzles for Aero-Engine Combustors*. In: *Proceedings of the 28th European Conference on Liquid Atomization and Spray Systems (ILASS – Europe)*, Valencia, Spanien, doi:10.4995/ilass2017.2017.4693.
- Dauch, T. F., Okrashevski, M., Keller, M. C., Braun, S., Wieth, L., Chaussonnet, G., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2017b): *Preprocessing Workflow for the Initialization of SPH Predictions based on Arbitrary CAD Models*. In: *Proceedings of the 12th International SPHERIC Workshop*, S. 362–369, Ourense, Spanien.
- Dauch, T. F., Rapp, T., Chaussonnet, G., Braun, S., Keller, M. C., Kaden, J., Koch, R., Dachsbacher, C. und Bauer, H.-J. (2018): *Highly efficient computation of Finite-Time Lyapunov Exponents (FTLE) on GPUs based on three-dimensional SPH datasets*. Computers & Fluids, Bd. 175, S. 129–141, doi:10.1016/j.compfluid.2018.07.015.
- Daunenhofner, J. F. und Baron, J. R. (1985): *Grid Adaption for the 2-D Euler Equations*. In: *Proceedings of the 23rd Aerospace Sciences Meeting*, id:AIAA-85-0484, Reno, Nevada, USA, doi:10.2514/6.1985-484.
- Dawson, P. H. (1984): *Windage Loss in Larger High-Speed Gears*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy, Bd. 198(1), S. 51–59, doi:10.1243/PIME\_PROC\_1984\_198\_007\_02.
- Dehnen, W. und Aly, H. (2012): *Improving convergence in smoothed particle hydrodynamics simulations without pairing instability*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Bd. 461(2), S. 1068–1082, doi:10.1111/j.1365-2966.2012.21439.x.
- Denner, F., van der Heul, D. R., Oud, G. T., Villar, M. M., da Silveira Neto, A. und van Wachem, B. G. M. (2014): *Comparative study of mass-conserving interface capturing frameworks for two-phase flows with surface tension*. International Journal of Multiphase Flow, Bd. 61, S. 37–47, doi:10.1016/j.ijmultiphaseflow.2013.12.011.
- DeWinter, A. und Blok, H. (1974): *Fling-Off Cooling of Gear Teeth*. Journal of Engineering for Industry, Bd. 96(1), S. 60–70, doi:10.1115/1.3438331.

- Dumouchel, C. (2008): *On the experimental investigation on primary atomization of liquid streams*. Experiments in Fluids, Bd. 45(3), S. 371–422, DOI:10.1007/s00348-008-0526-0.
- EASA (2019): *Type-certificate data sheet for PW1500G Series Engines*. Techn. Ber. EASA.IM.E.090(6), European Union Aviation Safety Agency. URL:www.easa.europa.eu/documents/type-certificates/engine-cs-e/easaim090 (abgerufen am 9. Juni 2019).
- Eastwick, C. N. und Johnson, G. (2008): *Gear Windage: A Review*. Journal of Mechanical Design, Bd. 130(3), ID:034001, DOI:10.1115/1.2829983.
- Edelsbrunner, H., Kirkpatrick, D. und Seidel, R. (1983): *On the shape of a set of points in the plane*. IEEE Transactions on Information Theory, Bd. 29(4), S. 551–559, DOI:10.1109/TIT.1983.1056714.
- Eggers, J. und Villermaux, E. (2008): *Physics of liquid jets*. Reports on Progress in Physics, Bd. 71(3), ID:036601, DOI:10.1088/0034-4885/71/3/036601.
- El-Bayoumy, L. E., Akin, L. S., Townsend, D. P. und Choy, F. C. (1989): *The Role of Thermal and Lubricant Boundary Layers in the Transient Thermal Analysis of Spur Gears*. Techn. Ber. NASA-TM-101435, NASA Lewis Research Center, Cleveland, Ohio, USA.
- Español, P. und Revenga, M. (2003): *Smoothed dissipative particle dynamics*. Physical Review E, Bd. 67(2), ID:026705, DOI:10.1103/physreve.67.026705.
- Ferrand, M., Joly, A., Kassiotis, C., Violeau, D., Leroy, A., Morel, F.-X. und Rogers, B. D. (2017): *Unsteady open boundaries for SPH using semi-analytical conditions and Riemann solver in 2D*. Computer Physics Communications, Bd. 210, S. 29–44, DOI:10.1016/j.cpc.2016.09.009.
- Ferrand, M., Laurence, D. R., Rogers, B. D., Violeau, D. und Kassiotis, C. (2012): *Unified semi-analytical wall boundary conditions for inviscid, laminar or turbulent flows in the meshless SPH method*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, Bd. 71(4), S. 446–472, DOI:10.1002/fld.3666.
- Ferziger, J. H. und Perić, M. (2008): *Numerische Strömungsmechanik*. Springer, Berlin, DOI:10.1007/978-3-540-68228-8.
- Fondelli, T., Andreini, A., Da Soghe, R., Facchini, B. und Cipolla, L. (2015a): *Numerical Simulation of Oil Jet Lubrication for High Speed Gears*. International Journal of Aerospace Engineering, Bd. 2015, ID:752457, DOI:10.1155/2015/752457.
- Fondelli, T., Andreini, A., Da Soghe, R., Facchini, B. und Cipolla, L. (2015b): *Volume of fluid (VOF) analysis of oil-jet lubrication for high-speed spur gears using an adaptive meshing approach*. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2015: Turbine Technical Conference and Exposition*, Bd. 7A: Structures and Dynamics, ID:V07AT31A006, Montreal, Kanada, DOI:10.1115/GT2015-42461.
- Franz, T. und Wendland, H. (2018): *Convergence of the Smoothed Particle Hydrodynamics Method for a Specific Barotropic Fluid Flow: Constructive Kernel Theory*. SIAM Journal on Mathematical Analysis, Bd. 50(5), S. 4752–4784, DOI:10.1137/17m1157696.
- Fujimoto, H., Suzuki, Y., Hama, T. und Takuda, H. (2011): *Flow Characteristics of Circular Liquid Jet Impinging on a Moving Surface Covered with a Water Film*. ISIJ International, Bd. 51(9), S. 1497–1505, DOI:10.2355/isijinternational.51.1497.

- Fujita, K., Obata, F. und Matsuo, K. (1976): *Instantaneous Behavior of Lubricating Oil Supplied onto the Tooth Flanks and Its Influence on the Scoring Resistance of Spur Gears*. Journal of Engineering for Industry, Bd. 98(2), S. 635–641, DOI:10.1115/1.3438959.
- Gepperth, S. (2019): *Experimentelle Untersuchung des Primärzerfalls an generischen luftgestützten Zerstäubern unter Hochdruckbedingungen*. Dissertation, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe.
- Ghiaasiaan, S. M. (2007): *Two-Phase Flow, Boiling, and Condensation: In Conventional and Miniature Systems*. Cambridge University Press, Cambridge, GB, DOI:10.1017/CBO9780511619410.
- Gingold, R. A. und Monaghan, J. J. (1977): *Smoothed particle hydrodynamics - Theory and application to non-spherical stars*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Bd. 181(3), S. 375–389, DOI:10.1093/mnras/181.3.375.
- Gomez-Gesteira, M., Rogers, B. D., Dalrymple, R. A. und Crespo, A. J. C. (2010): *State-of-the-art of classical SPH for free-surface flows*. Journal of Hydraulic Research, Bd. 48(S1), S. 6–27, DOI:10.1080/00221686.2010.9641242.
- Gorla, C., Concli, F., Stahl, K., Höhn, B.-R., Michaelis, K., Schultheiß, H. und Stemplinger, J.-P. (2013): *Hydraulic losses of a gearbox: CFD analysis and experiments*. Tribology International, Bd. 66, S. 337–344, DOI:10.1016/j.triboint.2013.06.005.
- Gradeck, M., Kouachi, A., Dani, A., Arnoult, D. und Boréan, J. (2006): *Experimental and numerical study of the hydraulic jump of an impinging jet on a moving surface*. Experimental Thermal and Fluid Science, Bd. 30(3), S. 193–201, DOI:10.1016/j.expthermflusci.2005.05.006.
- Greiner, J. (1990): *Untersuchungen zur Schmierung und Kühlung einspritzgeschmierter Stirnradgetriebe*. Dissertation, Institut für Maschinenkonstruktion und Getriebebau, Universität Stuttgart, Stuttgart.
- Harlow, F. H. (1962): *The particle-in-cell method for numerical solution of problems in fluid dynamics*. Techn. Ber. LADC-5288, Los Alamos Scientific Lab, Los Alamos, New Mexico, USA, DOI:10.2172/4769185.
- Harlow, F. H. und Welch, J. E. (1965): *Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface*. Physics of Fluids, Bd. 8(12), S. 2182–2189, DOI:10.1063/1.1761178.
- Hashmi, A. A. (2012): *Oil Film Dynamics in Aero Engine Bearing Chambers – Fundamental Investigations and Numerical Modelling*. Dissertation, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe.
- van Heijningen, G. J. J. (1984): *Fling-off cooling of gear teeth*. Tribology International, Bd. 17(1), S. 11–18, DOI:10.1016/0301-679x(84)90077-x.
- van Heijningen, G. J. J. und Blok, H. (1974): *Continuous as Against Intermittent Fling-Off Cooling of Gear Teeth*. Journal of Lubrication Technology, Bd. 96(4), S. 529–538, DOI:10.1115/1.3452476.

- Herrmann, M. (2010): *Detailed Numerical Simulations of the Primary Atomization of a Turbulent Liquid Jet in Crossflow*. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Bd. 132(6), ID:061506, DOI:10.1115/1.4000148.
- Hill, M. J. und Kunz, R. F. (2012): *A Computational Investigation of Gear Windage*. Techn. Ber. NASA/CR–2012-217807, NASA Glenn Research Center, Cleveland, Ohio, USA.
- Hill, M. J., Kunz, R. F., Medvitz, R. B., Handschuh, R. F., Long, L. N., Noack, R. W. und Morris, P. J. (2011): *CFD Analysis of Gear Windage Losses: Validation and Parametric Aerodynamic Studies*. Journal of Fluids Engineering, Bd. 133(3), ID:031103, DOI:10.1115/1.4003681.
- Hill, M. J., Kunz, R. F., Noack, R. W., Long, L. N., Morris, P. J. und Handschuh, R. F. (2008): *Application and validation of unstructured overset CFD technology for rotorcraft gearbox windage aerodynamics simulation*. In: *Proceedings of the 64th Annual Forum of the American Helicopter Society*, Montreal, Kanada.
- Hiroyasu, H., Arai, M. und Shimizu, M. (1991): *Break-up length of a liquid jet and internal flow in a nozzle*. In: *Proceedings of the 5th International Conference of Liquid Atomization and Spray Systems (ICLASS)*, S. 275–282, Gaithersburgh, Maryland, USA.
- Hiroyasu, H., Shimizu, M. und Arai, M. (1982): *The Breakup of High Speed Jet in a High Pressure Gaseous Atmosphere*. In: *Proceedings of the 2nd International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems (ICLASS)*, S. 69–74, Madison, Wisconsin, USA.
- Hirt, C. und Nichols, B. (1981): *Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries*. Journal of Computational Physics, Bd. 39(1), S. 201–225, DOI:10.1016/0021-9991(81)90145-5.
- Hu, X. und Adams, N. (2007): *An incompressible multi-phase SPH method*. Journal of Computational Physics, Bd. 227(1), S. 264–278, DOI:10.1016/j.jcp.2007.07.013.
- Höfler, C. (2013): *Entwicklung eines Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) Codes zur numerischen Vorhersage des Primärzerfalls an Brennstoffeinspritzdüsen*. Dissertation, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe.
- Höfler, C., Braun, S., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2011): *Towards the Numerical Prediction of Primary Atomization Using Smoothed Particle Hydrodynamics*. In: *Proceedings of the 24th European Conference on Liquid Atomization and Spray Systems (ILASS – Europe)*, Estoril, Portugal.
- Höfler, C., Braun, S., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2012): *Modeling Spray Formation in Gas Turbines – A New Meshless Approach*. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Bd. 135(1), ID:011503, DOI:10.1115/1.4007378.
- Höfler, C., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2010): *Entwicklung eines Smoothed Particle Hydrodynamics Codes zur numerischen Berechnung des Primärzerfalls an Brennstoffeinspritzdüsen*. In: *Tagungsband Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress 2010*, ID:161177, Hamburg.
- Ihmsen, M., Cornelis, J., Solenthaler, B., Horvath, C. und Teschner, M. (2014): *Implicit Incompressible SPH*. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, Bd. 20(3), S. 426–435, DOI:10.1109/TVCG.2013.105.
- Ishii, M. und Hibiki, T. (2006): *Thermo-fluid Dynamics of Two-phase Flow*. Springer, New York, DOI:10.1007/978-0-387-29187-1.

- Iyogun, C. O., Birouk, M. und Popplewell, N. (2006): *Trajectory of Water Jet Exposed to Low Subsonic Cross-flow*. *Atomization and Sprays*, Bd. 16(8), S. 963–980, doi:10.1615/atomizspr.v16.i8.70.
- JADC (2018): *Worldwide Market Forecast 2018 – 2037*. Techn. Ber. YGR-5093, Japan Aircraft Development Corporation, Tokyo, Japan, URL:www.jadc.or.jp/en/ (abgerufen am 2. Februar 2019).
- Kadanoff, L. P., McNamara, G. R. und Zanetti, G. (1989): *From automata to fluid flow: Comparisons of simulation and theory*. *Physical Review A*, Bd. 40(8), S. 4527–4541, doi:10.1103/physreva.40.4527.
- Keller, M. C., Braun, S., Wieth, L., Chaussonnet, G., Dauch, T., Koch, R., Höfler, C. und Bauer, H.-J. (2016): *Numerical Modeling of Oil-Jet Lubrication for Spur Gears using Smoothed Particle Hydrodynamics*. In: *Proceedings of the 11th International SPHERIC Workshop*, S. 69–76, München, doi:10.5445/IR/1000063565.
- Keller, M. C., Braun, S., Wieth, L., Chaussonnet, G., Dauch, T. F., Koch, R., Schwitzke, C. und Bauer, H.-J. (2017): *Smoothed Particle Hydrodynamics Simulation of Oil-jet Gear Interaction*. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2017: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, Bd. 2B: Turbomachinery, ID:V02BT41A019, Charlotte, North Carolina, USA, doi:10.1115/GT2017-63594.
- Keller, M. C., Braun, S., Wieth, L., Chaussonnet, G., Dauch, T. F., Koch, R., Schwitzke, C. und Bauer, H.-J. (2019a): *Smoothed Particle Hydrodynamics Simulation of Oil-jet Gear Interaction*. *Journal of Tribology*, Bd. 141(7), ID:071703, doi:10.1115/1.4043640.
- Keller, M. C., Kromer, C., Cordes, L., Schwitzke, C. und Bauer, H.-J. (2019b): *Effect of Design Parameters on Oil-jet Gear Interaction - A CFD Study*. In: *Proceedings of the 24th ISABE Conference*, ID:ISABE-2019-24410, Canberra, Australien.
- Keller, M. C., Kromer, C., Cordes, L., Schwitzke, C. und Bauer, H.-J. (2020): *CFD study of oil-jet gear interaction flow phenomena in spur gears*. *The Aeronautical Journal*, Bd. 124(1279), S. 1301–1317, doi:10.1017/aer.2020.44.
- Keshavarz, B., Green, S., Davy, M. und Eadie, D. (2011): *Newtonian liquid jet impaction on a high-speed moving surface*. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Bd. 32(6), S. 1216–1225, doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2011.08.001.
- Klocke, F. und Brecher, C. (2017): *Zahnrad- und Getriebetechnik: Auslegung – Herstellung – Untersuchung – Simulation*. Carl Hanser, München, doi:10.3139/9783446431409.
- Koch, R., Braun, S., Wieth, L., Chaussonnet, G., Dauch, T. und Bauer, H.-J. (2017): *Prediction of primary atomization using Smoothed Particle Hydrodynamics*. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, Bd. 61(2), S. 271–278, doi:10.1016/j.euromechflu.2016.10.007.
- Kondor, I., Zehetner, D., Baier, W. und Khinast, J. G. (2016): *SPH Simulation of a Transfer Box*. In: *Proceedings of the 11th International SPHERIC Workshop*, S. 321–328, München.
- Koukouvinis, P. K., Anagnostopoulos, J. S. und Papantonis, D. E. (2011): *SPH Method used for Flow Predictions at a Turbo Impulse Turbine: Comparison with Fluent*. *International Journal of Aerospace and Mechanical Engineering*, Bd. 5(7), S. 1413–1420, doi:10.5281/zenodo.1057427.

- Koukouvinis, P. K., Anagnostopoulos, J. S. und Papantonis, D. E. (2013): *An improved MUSCL treatment for the SPH-ALE method: comparison with the standard SPH method for the jet impingement case*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, Bd. 71(9), S. 1152–1177, doi:10.1002/fld.3706.
- Kromer, C., Cordes, L., Keller, M. C., Schwitzke, C. und Bauer, H.-J. (2019): *Analytical Solution to the Heat Transfer in Fling-Off Cooling of Spur Gears*. Journal of Heat Transfer, Bd. 141(8), id:082103, doi:10.1115/1.4043894.
- Krug, M. (2019): *Untersuchung der Ölversorgung in einer triebwerkstypischen Lagerkammer mittels experimenteller und numerischer Methoden*. Dissertation, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe.
- Kulasegaram, S., Bonet, J., Lewis, R. W. und Profit, M. (2004): *A variational formulation based contact algorithm for rigid boundaries in two-dimensional SPH applications*. Computational Mechanics, Bd. 33(4), S. 316–325, doi:10.1007/s00466-003-0534-0.
- Kumar, P. (2011): *Liquid jet interaction with a moving surface*. Dissertation, University of British Columbia, Vancouver, Kanada, doi:10.14288/1.0072061.
- Kurzke, J. (2009): *Fundamental Differences Between Conventional and Geared Turbofans*. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2009: Power for Land, Sea, and Air*, Bd. 1: Aircraft Engine; Ceramics; Coal, Biomass and Alternative Fuels; Controls, Diagnostics and Instrumentation; Education; Electric Power; Awards and Honors, S. 145–153, Orlando, Florida, USA, doi:10.1115/gt2009-59745.
- Lastiwka, M., Basa, M. und Quinlan, N. J. (2009): *Permeable and non-reflecting boundary conditions in SPH*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, Bd. 61(7), S. 709–724, doi:10.1002/fld.1971.
- Laurien, E. und Oertel, H. (2018): *Numerische Strömungsmechanik: Grundgleichungen und Modelle – Lösungsmethoden – Qualität und Genauigkeit*. Springer Vieweg, Wiesbaden, 6. Aufl., doi:10.1007/978-3-658-21060-1.
- Lee, E.-S., Moulinec, C., Xu, R., Violeau, D., Laurence, D. und Stansby, P. (2008): *Comparisons of weakly compressible and truly incompressible algorithms for the SPH mesh free particle method*. Journal of Computational Physics, Bd. 227(18), S. 8417–8436, doi:10.1016/j.jcp.2008.06.005.
- Lefebvre, A. H. (1989): *Atomization and Sprays*. CRC Press, Boca Raton, Florida, USA, 1. Aufl., doi:10.1201/9781482227857.
- Leroux, S., Dumouchel, C. und Ledoux, M. (1996): *The Stability Curve Of Newtonian Liquid Jets*. Atomization and Sprays, Bd. 6(6), S. 623–647, doi:10.1615/atomizspr.v6.i6.10.
- Lienhard V, J. H. (1995): *Liquid Jet Impingement*. Annual Review of Heat Transfer, Bd. 6(6), S. 199–270, doi:10.1615/annualrevheattransfer.v6.60.
- Lienhard V, J. H. (2006): *Heat Transfer by Impingement of Free Surface Liquid Jets*. Invited Keynote Paper at the 18th National and 7th ISHMT-ASME Heat and Mass Transfer Conference, Guwahati, Indien, URL:web.mit.edu/lienhard/www/jets.pdf (abgerufen am 18. Mai 2015).

- Lind, S., Xu, R., Stansby, P. und Rogers, B. (2012): *Incompressible smoothed particle hydrodynamics for free-surface flows: A generalised diffusion-based algorithm for stability and validations for impulsive flows and propagating waves*. Journal of Computational Physics, Bd. 231(4), S. 1499–1523, doi:10.1016/j.jcp.2011.10.027.
- Linke, H. (2018): *Zahnräder und Zahnradgetriebe*. In: B. Sauer (Hg.), *Konstruktionselemente des Maschinenbaus 2: Grundlagen von Maschinenelementen für Antriebsaufgaben*, Kap. 15, S. 357–636, Springer Vieweg, Berlin, 8. Aufl., doi:10.1007/978-3-642-39503-1.
- Litvinov, S., Hu, X. und Adams, N. (2015): *Towards consistence and convergence of conservative SPH approximations*. Journal of Computational Physics, Bd. 301, S. 394–401, doi:10.1016/j.jcp.2015.08.041.
- Liu, H., Arfaoui, G., Stanic, M., Montigny, L., Jurkschat, T., Lohner, T. und Stahl, K. (2018): *Numerical modelling of oil distribution and churning gear power losses of gearboxes by smoothed particle hydrodynamics*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, Bd. 233(1), S. 74–86, doi:10.1177/1350650118760626.
- Liu, H., Link, F., Lohner, T. und Stahl, K. (2019): *Computational fluid dynamics simulation of geared transmissions with injection lubrication*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, Bd. 233(21–22), S. 7412–7422, doi:10.1177/0954406219865920.
- Liu, M. B. und Liu, G. R. (2010): *Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH): An Overview and Recent Developments*. Archives of Computational Methods in Engineering, Bd. 17, S. 25–76, doi:10.1007/s11831-010-9040-7.
- Long, H., Lord, A. A., Gethin, D. T. und Roylance, B. J. (2003): *Operating temperatures of oil-lubricated medium-speed gears: Numerical models and experimental results*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, Bd. 217(2), S. 87–106, doi:10.1243/095441003765208745.
- Lucy, L. B. (1977): *A numerical approach to the testing of the fission hypothesis*. Astronomical Journal, Bd. 82(12), S. 1013–1024, doi:10.1086/112164.
- Marchesse, Y., Changenet, C., Ville, F. und Vex, P. (2011): *Investigations on CFD Simulations for Predicting Windage Power Losses in Spur Gears*. Journal of Mechanical Design, Bd. 133(2), ID:024501, doi:10.1115/1.4003357.
- Marongiu, J.-C., Leboeuf, F., Caro, J. und Parkinson, E. (2010): *Free surface flows simulations in Pelton turbines using an hybrid SPH-ALE method*. Journal of Hydraulic Research, Bd. 48(S1), S. 40–49, doi:10.1080/00221686.2010.9641244.
- Marongiu, J. C., Leboeuf, F. und Parkinson, E. (2007): *Numerical simulation of the flow in a Pelton turbine using the meshless method smoothed particle hydrodynamics: A new simple solid boundary treatment*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy, Bd. 221(6), S. 849–856, doi:10.1243/09576509JPE465.
- Massini, D., Fondelli, T., Andreini, A., Facchini, B., Tarchi, L. und Leonardi, F. (2017a): *Experimental and Numerical Investigation on Windage Power Losses in High Speed Gears*. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2017: Turbomachinery Technical Conference and*

- Exposition*, Bd. 5B: Heat Transfer, ID:V05BT15A034, Charlotte, North Carolina, USA, DOI:10.1115/gt2017-64948.
- Massini, D., Fondelli, T., Facchini, B., Tarchi, L. und Leonardi, F. (2016): *High Speed Visualizations of oil Jet Lubrication for Aero-engine Gearboxes*. Energy Procedia, Bd. 101, S. 1248–1255, DOI:10.1016/j.egypro.2016.11.140.
- Massini, D., Fondelli, T., Facchini, B., Tarchi, L. und Leonardi, F. (2017b): *Experimental Investigation on Power Losses due to Oil Jet Lubrication in High Speed Gearing Systems*. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2017: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, Bd. 5B: Heat Transfer, ID:V05BT15A030, Charlotte, North Carolina, USA, DOI:10.1115/gt2017-64703.
- Mauz, W. (1987): *Hydraulische Verluste von Stirnradgetrieben bei Umfangsgeschwindigkeiten bis 60 m/s*. Dissertation, Institut für Maschinenkonstruktion und Getriebebau, Universität Stuttgart, Stuttgart.
- Mayrhofer, A., Rogers, B. D., Violeau, D. und Ferrand, M. (2013): *Investigation of wall bounded flows using SPH and the unified semi-analytical wall boundary conditions*. Computer Physics Communications, Bd. 184(11), S. 2515–2527, DOI:10.1016/j.cpc.2013.07.004.
- McCain, J. W. und Alsandor, E. (1966): *Analytical Aspects of Gear Lubrication on the Disengaging Side*. A S L E Transactions, Bd. 9(2), S. 202–211, DOI:10.1080/05698196608972136.
- Mettichi, M. Z., Gargouri, Y., Groenenboom, P. H. L. und el Khaldi, F. (2015): *Simulating Oil Flow for Gearbox Lubrication using SPH*. In: *Proceedings of the 10th International SPHERIC Workshop*, S. 237–243, Parma, Italien.
- Molteni, D. und Colagrossi, A. (2009): *A simple procedure to improve the pressure evaluation in hydrodynamic context using the SPH*. Computer Physics Communications, Bd. 180(6), S. 861–872, DOI:10.1016/j.cpc.2008.12.004.
- Monaghan, J. J. (1992): *Smoothed Particle Hydrodynamics*. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, Bd. 30(1), S. 543–574, DOI:10.1146/annurev.aa.30.090192.002551.
- Monaghan, J. J. (1994): *Simulating Free Surface Flows with SPH*. Journal of Computational Physics, Bd. 110(2), S. 399–406, DOI:10.1006/jcph.1994.1034.
- Monaghan, J. J. (2012): *Smoothed Particle Hydrodynamics and Its Diverse Applications*. Annual Review of Fluid Mechanics, Bd. 44(1), S. 323–346, DOI:10.1146/annurev-fluid-120710-101220.
- Monaghan, J. J. und Gingold, R. A. (1983): *Shock simulation by the particle method SPH*. Journal of Computational Physics, Bd. 52(2), S. 374–389, DOI:10.1016/0021-9991(83)90036-0.
- Morris, J. P. (1996): *Analysis of smoothed particle hydrodynamics with applications*. Dissertation, Monash University, Melbourne, Australien.
- Morris, J. P. (2000): *Simulating surface tension with smoothed particle hydrodynamics*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, Bd. 33(3), S. 333–353, DOI:10.1002/1097-0363(20000615)33:3<333::aid-flid11>3.0.co;2-7.
- Morris, J. P., Fox, P. J. und Zhu, Y. (1997): *Modeling Low Reynolds Number Incompressible Flows Using SPH*. Journal of Computational Physics, Bd. 136(1), S. 214–226, DOI:10.1006/jcph.1997.5776.

- Moulson, J. B. T. und Green, S. I. (2013): *Effect of ambient air on liquid jet impingement on a moving substrate*. *Physics of Fluids*, Bd. 25(10), ID:102106, DOI:10.1063/1.4823726.
- Muzaferija, M. und Perić, M. (1999): *Computation of free-surface flows using interface-tracking and interface-capturing methods*. In: O. Mahrenholtz (Hg.), *Nonlinear Water Wave Interaction*, Kap. 2, S. 59–100, WIT Press, Southampton, GB.
- Niemann, G. und Winter, H. (2003): *Maschinenelemente: Band 2: Getriebe allgemein, Zahnradgetriebe – Grundlagen, Stirnradgetriebe*. Springer, Berlin, 2. Aufl., DOI:10.1007/978-3-662-11873-3.
- Oertel, M. (2015): *Numerical Modeling of Free-Surface Flows in Practical Applications*. In: P. Rowiński und A. Radecki-Pawlik (Hg.), *Rivers – Physical, Fluvial and Environmental Processes*, S. 193–211, Springer, Cham, Schweiz, DOI:10.1007/978-3-319-17719-9\_8.
- Oertel jr., H. (Hg.) (2017): *Prandtl – Führer durch die Strömungslehre*. Springer Vieweg, Wiesbaden, 14. Aufl., DOI:10.1007/978-3-658-08627-5.
- Ohnesorge, W. (1936): *Die Bildung von Tropfen an Düsen und die Auflösung flüssiger Strahlen*. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, Bd. 16(6), S. 355–358.
- Osher, S. und Sethian, J. A. (1988): *Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations*. *Journal of Computational Physics*, Bd. 79(1), S. 12–49, DOI:10.1016/0021-9991(88)90002-2.
- Osta, A. und Sallam, K. (2008): *Effect of Nozzle Length/Diameter Ratio on the Breakup of Round Liquid Jets in Crossflow*. In: *Proceedings of the 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, ID:AIAA-2008-1040, Reno, Nevada, USA, DOI:10.2514/6.2008-1040.
- Ozbulut, M., Yildiz, M. und Goren, O. (2014): *A numerical investigation into the correction algorithms for SPH method in modeling violent free surface flows*. *International Journal of Mechanical Sciences*, Bd. 79, S. 56–65, DOI:10.1016/j.ijmecsci.2013.11.021.
- Patir, N. und Cheng, H. S. (1979): *Prediction of the Bulk Temperature in Spur Gears Based on Finite Element Temperature Analysis*. *A S L E Transactions*, Bd. 22(1), S. 25–36, DOI:10.1080/05698197908982899.
- Peduto, D. (2015): *Oil Droplet Impact Dynamics in Aero-Engine Bearing Chambers - Correlations derived from Direct Numerical Simulations*. Dissertation, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe, DOI:10.5445/IR/1000047740.
- von Plehwe, F. C. (2022): *Untersuchung des Wärmeübergangs durch Einspritzkühlung für ein Höchstleistungsgetriebe*. Dissertation, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe, DOI:10.30819/5436.
- Prosperetti, A. (2002): *Navier-Stokes Numerical Algorithms for Free-Surface Flow Computations: An Overview*. In: M. Rein (Hg.), *Drop-Surface Interactions*, S. 237–257, Springer, Wien, Österreich, DOI:10.1007/978-3-7091-2594-6\_8.
- Puri, K., Ramachandran, P. und Godbole, P. (2013): *Load balancing strategies for SPH*. In: *Proceedings of the 2013 National Conference on Parallel Computing Technologies (PARCOMPTECH)*, Bengaluru, Indien, DOI:10.1109/ParCompTech.2013.6621394.

- Randles, P. W. und Libersky, L. D. (1996): *Smoothed Particle Hydrodynamics: Some recent improvements and applications*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Bd. 139(1–4), S. 375–408, DOI:10.1016/s0045-7825(96)01090-0.
- Reitz, R. D. (1978): *Atomization and other breakup regimes of a liquid jet*. Dissertation, Princeton University, Princeton, New Jersey, USA.
- Rider, W. J. und Kothe, D. B. (1998): *Reconstructing Volume Tracking*. Journal of Computational Physics, Bd. 141(2), S. 112–152, DOI:10.1006/jcph.1998.5906.
- Rosado, A. L., Muñoz, F. P. und Fernández, R. A. (2019): *An Analytic Expression for the Inverse Involute*. Mathematical Problems in Engineering, Bd. 2019, ID:3586012, DOI:10.1155/2019/3586012.
- Sallam, K., Ng, C., Sankarakrishnan, R., Aalburg, C. und Lee, K. (2006): *Breakup of Turbulent and Non-Turbulent Liquid jets in Gaseous Crossflows*. In: *Proceedings of the 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, ID:AIAA-2006-1517, Reno, Nevada, USA, DOI:10.2514/6.2006-1517.
- Sallam, K. A., Aalburg, C. und Faeth, G. M. (2004): *Breakup of Round Nonturbulent Liquid Jets in Gaseous Crossflow*. AIAA Journal, Bd. 42(12), S. 2529–2540, DOI:10.2514/1.3749.
- Schach, W. (1934): *Umlenkung eines freien Flüssigkeitsstrahles an einer ebenen Platte*. Ingenieur-Archiv, Bd. 5(4), S. 245–265, DOI:10.1007/BF02084152.
- Schober, H. (1983a): *Einspritzschmierung bei Zahnradgetrieben: Abschlussbericht*. FVA Forschungsheft 156, Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt, Forschungsvorhaben Nr. 44/II, Berichtszeitraum 1980–1983.
- Schober, H. (1983b): *Untersuchungen zur Einspritzschmierung der Stirnradgetriebe*. Dissertation, Institut für Maschinenkonstruktion und Getriebebau, Universität Stuttgart, Stuttgart.
- Shadloo, M. S., Zainali, A., Yildiz, M. und Suleman, A. (2012): *A robust weakly compressible SPH method and its comparison with an incompressible SPH*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, Bd. 89(8), S. 939–956, DOI:10.1002/nme.3267.
- Shepard, D. (1968): *A Two-dimensional Interpolation Function for Irregularly-spaced Data*. In: *Proceedings of the 1968 23rd ACM National Conference*, S. 517–524, Princeton, New Jersey, USA, DOI:10.1145/800186.810616.
- Solenthaler, B. und Pajarola, R. (2009): *Predictive-corrective Incompressible SPH*. ACM Transactions on Graphics, Bd. 28(3), ID:40, DOI:10.1145/1531326.1531346.
- Stavytskyy, V., Nosko, P., Fil, P., Karpov, A. und Velychko, N. (2010): *Load-independent Power Losses of Gear Systems: A Review*. TEKA Commission of Motorization and Power Industry in Agriculture – OL PAN, Bd. 10B, S. 205–213, URL:www.pan-ol.lublin.pl/wydawnictwa/TMot10b/Stavytskyy.pdf ( abgerufen am 8. Juli 2016).
- Steger, J. L., Dougherty, F. C. und Benek, J. A. (1983): *A chimera grid scheme*. In: *Proceedings of the Applied Mechanics, Bioengineering, and Fluids Engineering Conference: Advances in grid generation*, S. 59–69, Houston, Texas, USA.

- Stevens, J. und Webb, B. W. (1992): *Measurements of the Free Surface Flow Structure Under an Impinging, Free Liquid Jet*. Journal of Heat Transfer, Bd. 114(1), S. 79–84, doi:10.1115/1.2911271.
- Sussman, M. und Puckett, E. G. (2000): *A Coupled Level Set and Volume-of-Fluid Method for Computing 3D and Axisymmetric Incompressible Two-Phase Flows*. Journal of Computational Physics, Bd. 162(2), S. 301–337, doi:10.1006/jcph.2000.6537.
- Szewc, K., Pozorski, J. und Minier, J.-P. (2012): *Analysis of the incompressibility constraint in the smoothed particle hydrodynamics method*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, Bd. 92(4), S. 343–369, doi:10.1002/nme.4339.
- Takeda, H., Miyama, S. M. und Sekiya, M. (1994): *Numerical Simulation of Viscous Flow by Smoothed Particle Hydrodynamics*. Progress of Theoretical Physics, Bd. 92(5), S. 939–960, doi:10.1143/ptp/92.5.939.
- Terauchi, Y., Nagamura, K. und Chang-Lin, W. U. (1989): *On Heat-balance of Gear-meshing Apparatus: Experimental and Analytical Heat Transfer Coefficient on Tooth Faces*. JSME International Journal. Ser. 3, Vibration, Control Engineering, Engineering for Industry, Bd. 32(3), S. 467–474, doi:10.1299/jsmec1988.32.467.
- le Touzé, D., Barcarolo, D. A., Kerhuel, M., Oger, G., Grenier, N., Quinlan, N., Lobovsky, L., Basa, M., Leboeuf, F., Caro, J., Colagrossi, A., Marrone, S., de Leffe, M., Guilcher, P.-M. und Marongiu, J.-C. (2013): *Smoothed Particle Hydrodynamics: Benchmarking on Selected Test Cases Within the NextMuSE Initiative*. In: *Proceedings of the 32nd ASME International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, Bd. 7: CFD and VIV, ID:V007T08A046, doi:10.1115/OMAE2013-10811.
- Townsend, D. P. (1985): *Lubrication and Cooling for High Speed Gears*. Techn. Ber. NASA-TM-87096, NASA Lewis Research Center, Cleveland, Ohio, USA.
- Townsend, D. P. und Akin, L. S. (1977): *Study of Lubricant Jet Flow Phenomena in Spur Gears—Out of Mesh Condition*. Techn. Ber. NASA-TM-73694, NASA Lewis Research Center, Cleveland, Ohio, USA.
- Townsend, D. P. und Akin, L. S. (1978): *Study of Lubricant Jet Flow Phenomena in Spur Gears—Out of Mesh Condition*. Journal of Mechanical Design, Bd. 100(1), S. 61–68, doi:10.1115/1.3453894.
- Townsend, D. P. und Akin, L. S. (1981): *Analytical and Experimental Spur Gear Tooth Temperature as Affected by Operating Variables*. Journal of Mechanical Design, Bd. 103(1), S. 219–226, doi:10.1115/1.3254868.
- Tryggvason, G., Scardovelli, R. und Zaleski, S. (2014): *Direct Numerical Simulations of Gas-Liquid Multiphase Flows*. Cambridge University Press, Cambridge, GB, doi:10.1017/CBO9780511975264.
- Ubbink, O. (1997): *Numerical prediction of two fluid systems with sharp interfaces*. Dissertation, University of London, London, GB.
- Ubbink, O. und Issa, R. (1999): *A Method for Capturing Sharp Fluid Interfaces on Arbitrary Meshes*. Journal of Computational Physics, Bd. 153(1), S. 26–50, doi:10.1006/jcph.1999.6276.

- United Nations (1992): *United Nations Framework Convention on Climate Change (UNFCCC)*. In: *United Nations Treaty Collection*, Bd. II, Kap. 27(7).
- Vacondio, R., Rogers, B. D., Stansby, P. K. und Mignosa, P. (2012): *SPH Modeling of Shallow Flow with Open Boundaries for Practical Flood Simulation*. *Journal of Hydraulic Engineering*, Bd. 138(6), S. 530–541, doi:10.1061/(asce)hy.1943-7900.0000543.
- Vaughan, G. L., Healy, T. R., Bryan, K. R., Sneyd, A. D. und Gorman, R. M. (2007): *Completeness, conservation and error in SPH for fluids*. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Bd. 56(1), S. 37–62, doi:10.1002/flid.1530.
- Vila, J. P. (1999): *On particle weighted methods and Smooth Particle Hydrodynamics*. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, Bd. 09(02), S. 161–209, doi:10.1142/s0218202599000117.
- Violeau, D. und Leroy, A. (2015): *Optimal time step for incompressible SPH*. *Journal of Computational Physics*, Bd. 288, S. 119–130, doi:10.1016/j.jcp.2015.02.015.
- Violeau, D. und Rogers, B. D. (2016): *Smoothed particle hydrodynamics (SPH) for free-surface flows: past, present and future*. *Journal of Hydraulic Research*, Bd. 54(1), S. 1–26, doi:10.1080/00221686.2015.1119209.
- Wang, Y., Niu, W., Chen, Y., Song, G. und Tang, W. (2016a): *Convection heat transfer and temperature analysis of oil jet lubricated spur gears*. *Industrial Lubrication and Tribology*, Bd. 68(6), S. 624–631, doi:10.1108/ilt-10-2015-0145.
- Wang, Y., Song, G., Niu, W. und Chen, Y. (2018a): *Influence of oil injection methods on the lubrication process of high speed spur gears*. *Tribology International*, Bd. 121, S. 180–189, doi:10.1016/j.triboint.2018.01.062.
- Wang, Y., Song, G., Niu, W. und Chen, Y. (2018b): *Optimized design of spray parameters of oil jet lubricated spur gears*. *Tribology International*, Bd. 120, S. 149–158, doi:10.1016/j.triboint.2017.12.042.
- Wang, Z.-B., Chen, R., Wang, H., Liao, Q., Zhu, X. und Li, S.-Z. (2016b): *An overview of smoothed particle hydrodynamics for simulating multiphase flow*. *Applied Mathematical Modelling*, Bd. 40(23–24), S. 9625–9655, doi:10.1016/j.apm.2016.06.030.
- Wieth, L. (2018): *Das Verhalten von mono- und bifluiden Tropfen unter aerodynamischer Last: Eine numerische Studie mit SPH*. Dissertation, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe.
- Wieth, L., Braun, S., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2014): *Modeling of liquid-wall interaction using the Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method*. In: *Proceedings of the 26th European Conference on Liquid Atomization and Spray Systems (ILASS – Europe)*, Bremen.
- Wieth, L., Kelemen, K., Braun, S., Koch, R., Bauer, H.-J. und Schuchmann, H. P. (2016): *Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) simulation of a high-pressure homogenization process*. *Microfluidics and Nanofluidics*, Bd. 20(2), S. 1–18, doi:10.1007/s10404-016-1705-6.

- Wieth, L., Lieber, C., Kurz, W., Braun, S., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2015): *Numerical Modeling of an Aero-Engine Bearing Chamber Using the Meshless Smoothed Particle Hydrodynamics Method*. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2015: Turbine Technical Conference and Exposition*, Bd. 2B: Turbomachinery, ID:V02BT39A014, Montreal, Kanada, DOI:10.1115/GT2015-42316.
- Wittel, H., Muhs, D., Jannasch, D. und Voßiek, J. (2013): *Roloff/Matek Maschinenelemente: Normung, Berechnung, Gestaltung*. Springer Vieweg, Wiesbaden, 21. Aufl., DOI:10.1007/978-3-658-02327-0.
- Wu, P.-K., Kirkendall, K. A., Fuller, R. P. und Nejad, A. S. (1997): *Breakup Processes of Liquid Jets in Subsonic Crossflows*. *Journal of Propulsion and Power*, Bd. 13(1), S. 64–73, DOI:10.2514/2.5151.
- Xu, R., Stansby, P. und Laurence, D. (2009): *Accuracy and stability in incompressible SPH (ISPH) based on the projection method and a new approach*. *Journal of Computational Physics*, Bd. 228(18), S. 6703–6725, DOI:10.1016/j.jcp.2009.05.032.
- Yazdani, M. und Soteriou, M. C. (2014): *A novel approach for modeling the multiscale thermo-fluids of geared systems*. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Bd. 72, S. 517–530, DOI:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.01.035.
- Yazdani, M., Soteriou, M. C., Sun, F. und Chaudhry, Z. (2015): *Prediction of the thermo-fluids of gearbox systems*. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Bd. 81, S. 337–346, DOI:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.10.038.
- Youngs, D. L. (1982): *Time-dependent Multi-material Flow with Large Fluid Distortion*. In: K. W. Morton und M. J. Baines (Hg.), *Numerical Methods for Fluid Dynamics*, S. 273–285, Academic Press, London, GB.
- Zumbrunnen, D. A. und Aziz, M. (1993): *Convective Heat Transfer Enhancement Due to Intermittency in an Impinging Jet*. *Journal of Heat Transfer*, Bd. 115(1), S. 91–98, DOI:10.1115/1.2910675.

# Mitbetreute studentische Arbeiten

- Gersbach, F. (2020): *Optimierung der analytischen Modellierung des Wärmeübergangs bei der Öl-Einspritzkühlung in Hochleistungsgetrieben mittels CFD-Daten*. Bachelorarbeit, Hauptreferent: Prof. H.-J. Bauer, Mitbetreuer: M. C. Keller, M.Sc und C. Kromer, M.Sc., Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe.
- Haber, M. (2016): *Numerische Simulation der Öl-Zahnrad-Interaktion in Hochleistungsgetrieben von Flugtriebwerken: Einfluss der Ölstrahlgeschwindigkeit*. Bachelorarbeit, Hauptreferent: Prof. H.-J. Bauer, Mitbetreuer: M. C. Keller, M.Sc, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe.
- Hagg, D. (2016): *Erweiterung eines Smoothed Particle Hydrodynamics Codes zur Simulation von Strömungen mit freien Oberflächen*. Bachelorarbeit, Hauptreferent: Prof. H.-J. Bauer, Mitbetreuer: M. C. Keller, M.Sc, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe.
- Hiller, C. (2017): *Numerische Simulation der Öl-Zahnrad-Interaktion mit Wärmeübergang in Hochleistungsgetrieben von Flugtriebwerken*. Masterarbeit, Hauptreferent: Prof. H.-J. Bauer, Mitbetreuer: M. C. Keller, M.Sc, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe.
- Kanzow, M. (2017): *Numerische Untersuchung der Strömung in einer Öleinspritzbrause unter Zentrifugaleinfluss*. Bachelorarbeit, Hauptreferent: Prof. H.-J. Bauer, Mitbetreuer: M. C. Keller, M.Sc, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe.
- Klauber, D. (2015): *Evaluierung von Korrekturalgorithmen für eine verbesserte Druckberechnung mit der WCSPH Methode*. Masterarbeit, Hauptreferent: Prof. H.-J. Bauer, Mitbetreuer: M. C. Keller, M.Sc, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe.
- Shah Mohammadi, R. (2018): *Entwicklung einer Methodik zur Validierung von CFD-Vorhersagen der Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion mittels experimenteller Daten*. Bachelorarbeit, Hauptreferent: Prof. H.-J. Bauer, Mitbetreuer: M. C. Keller, M.Sc, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe.



# Eigene Veröffentlichungen

- Ates, C., Giovannoni, V., Bürkle, N., **Keller, M.**, Okraschevski, M., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2021): *Analysis of the Backflow Recirculation in Flow Blurring Nozzles via Lagrangian Coherent Structures*. In: *Proceedings of the 15th International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems (ICLASS)*, ID:123, virtuell, online, DOI:10.2218/iclass.2021.5888.
- Ayan, E., von Plehwe, F. C., **Keller, M. C.**, Kromer, C., Schwitzke, C. und Bauer, H.-J. (2021): *Experimental Determination of Heat Transfer Coefficient on Impingement Cooled Gear Flanks: Validation of the Evaluation Method*. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2021: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, Bd. 5B: Heat Transfer — General Interest; Internal Air Systems; Internal Cooling, ID:V05BT13A004, virtuell, online, DOI:10.1115/GT2021-58838.
- Ayan, E., von Plehwe, F. C., **Keller, M. C.**, Kromer, C., Schwitzke, C. und Bauer, H.-J. (2022): *Experimental Determination of Heat Transfer Coefficient on Impingement Cooled Gear Flanks: Validation of the Evaluation Method*. *Journal of Turbomachinery*, Bd. 144(8), ID:081008, DOI:10.1115/1.4053694.
- Braun, S., Wieth, L., Dauch, T., **Keller, M. C.**, Chaussonnet, G., Höfler, C., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2016): *HPC Predictions of Primary Atomization with SPH: Challenges and Lessons Learned*. In: *Proceedings of the 11th International SPHERIC Workshop*, S. 211–218, München, DOI:10.5445/IR/1000070193.
- Braun, S., Wieth, L., Dauch, T., **Keller, M. C.**, Chaussonnet, G., Höfler, C., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2017): *HPC Predictions of Primary Atomization with SPH: Validation and Comparison to Experimental Results*. In: *Proceedings of the 12th International SPHERIC Workshop*, S. 314–321, Ourense, Spanien, DOI:10.5445/IR/1000070593.
- Braun, S., Wieth, L., Holz, S., Dauch, T. F., **Keller, M. C.**, Chaussonnet, G., Gepperth, S., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2019): *Numerical prediction of air-assisted primary atomization using Smoothed Particle Hydrodynamics*. *International Journal of Multiphase Flow*, Bd. 114, S. 303–315, DOI:10.1016/j.ijmultiphaseflow.2019.03.008.
- Chaussonnet, G., Braun, S., Dauch, T., **Keller, M.**, Kaden, J., Jakobs, T., Schwitzke, C., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2018): *Three-dimensional SPH simulation of a twin-fluid atomizer operating at high pressure*. In: *Proceedings of the 14th International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems (ICLASS)*, ID:88, Chicago, Illinois, USA, DOI:10.5445/IR/1000084437.
- Chaussonnet, G., Braun, S., Dauch, T., **Keller, M.**, Sängler, A., Jakobs, T., Koch, R., Kolb, T. und Bauer, H.-J. (2019a): *Toward the development of a virtual spray test-rig using the Smoothed Particle Hydrodynamics method*. *Computers & Fluids*, Bd. 180, S. 68–81, DOI:10.1016/j.compfluid.2019.01.010.
- Chaussonnet, G., Dauch, T., Braun, S., **Keller, M.**, Kaden, J., Schwitzke, C., Jakobs, T., Koch, R. und Bauer, H. J. (2019b): *Application of the SPH Method to Predict Primary Breakup in Complex Geometries*. In: W. E. Nagel, D. H. Kröner und M. M. Resch (Hg.), *High Performance Computing in Science and Engineering '18*, S. 309–322, Springer, Cham, DOI:10.1007/978-3-030-13325-2\_19.

- Chaussonnet, G., Dauch, T., **Keller, M.**, Okrashevski, M., Ates, C., Schwitzke, C. und Bauer, R. K. H.-J. (2021): *Influence of the Flow Physics on the Load Balancing During SPH Simulations*. In: W. E. Nagel, D. H. Kröner und M. M. Resch (Hg.), *High Performance Computing in Science and Engineering '19*, S. 463–477, Springer, Cham, doi:10.1007/978-3-030-66792-4\_31.
- Chaussonnet, G., Dauch, T., **Keller, M.**, Okrashevski, M., Ates, C., Schwitzke, C., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2019c): *Progress in the Smoothed Particle Hydrodynamics method to simulate and post-process spray generation*. In: *Proceedings of the 10th International Conference on Multiphase Flow*, Rio de Janeiro, Brasilien.
- Chaussonnet, G., Dauch, T., **Keller, M.**, Okrashevski, M., Ates, C., Schwitzke, C., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2020): *Progress in the Smoothed Particle Hydrodynamics Method to Simulate and Post-process Numerical Simulations of Annular Airblast Atomizers*. *Flow, Turbulence and Combustion*, Bd. 105, S. 1119–1147, doi:10.1007/s10494-020-00174-6.
- Dauch, T., Braun, S., Wieth, L., Chaussonnet, G., **Keller, M.**, Koch, R. und Bauer, H.-J. (2016): *Computation of Liquid Fuel Atomization and Mixing by Means of the SPH Method: Application to a Jet Engine Fuel Nozzle*. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2016: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, Bd. 4A: Combustion, Fuels and Emissions, ID:V04AT04A001, Seoul, Südkorea, doi:10.1115/GT2016-56023.
- Dauch, T. F., Ates, C., Rapp, T., **Keller, M. C.**, Chaussonnet, G., Kaden, J., Okrashevski, M., Koch, R., Dachsbacher, C. und Bauer, H.-J. (2019a): *Analyzing Primary Breakup in Fuel Spray Nozzles by Means of Lagrangian-Coherent Structures*. In: *Proceedings of the 14th International SPHERIC Workshop*, S. 120–127, Exeter, GB.
- Dauch, T. F., Ates, C., Rapp, T., **Keller, M. C.**, Chaussonnet, G., Kaden, J., Okrashevski, M., Koch, R., Dachsbacher, C. und Bauer, H.-J. (2019b): *Analyzing the Interaction of Vortex and Gas–Liquid Interface Dynamics in Fuel Spray Nozzles by Means of Lagrangian-Coherent Structures (2D)*. *Energies*, Bd. 12(13), ID:2552, doi:10.3390/en12132552.
- Dauch, T. F., Braun, S., Wieth, L., Chaussonnet, G., **Keller, M. C.**, Koch, R. und Bauer, H.-J. (2017a): *Computational Prediction of Primary Breakup in Fuel Spray Nozzles for Aero-Engine Combustors*. In: *Proceedings of the 28th Annual Conference on Liquid Atomization and Spray Systems (ILASS – Europe)*, Valencia, Spanien, doi:10.4995/ilass2017.2017.4693.
- Dauch, T. F., Chaussonnet, G., **Keller, M. C.**, Okrashevski, M., Ates, C., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2021): *3D Predictions of the Primary Breakup of Fuel in Spray Nozzles for Aero Engines*. In: W. E. Nagel, D. H. Kröner und M. M. Resch (Hg.), *High Performance Computing in Science and Engineering '20*, S. 419–433, Springer, Cham, doi:10.1007/978-3-030-80602-6\_27.
- Dauch, T. F., Okrashevski, M., **Keller, M. C.**, Braun, S., Wieth, L., Chaussonnet, G., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2017b): *Preprocessing Workflow for the Initialization of SPH Predictions based on Arbitrary CAD Models*. In: *Proceedings of the 12th International SPHERIC Workshop*, S. 362–369, Ourense, Spanien.
- Dauch, T. F., Rapp, T., Chaussonnet, G., Braun, S., **Keller, M. C.**, Kaden, J., Koch, R., Dachsbacher, C. und Bauer, H.-J. (2018): *Highly efficient computation of Finite-Time Lyapunov Exponents (FTLE) on GPUs based on three-dimensional SPH datasets*. *Computers & Fluids*, Bd. 175, S. 129–141, doi:10.1016/j.compfluid.2018.07.015.

- Holz, S., Braun, S., Chaussonnet, G., Dauch, T., Kaden, J., **Keller, M.**, Schwitzke, C., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2018): *New Insights in the Primary Breakup Process of Prefilming Airblast Atomizers by SPH Predictions*. In: *Proceedings of the 14th International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems (ICLASS)*, ID:108, Chicago, Illinois, USA, DOI:10.5445/IR/1000084439/pub.
- Keller, M.** (2014): *Modellierung der Zweiphasenströmung in senkrechten Rohren für die Anwendung von PCM-Speichern in solarthermischen Kraftwerken mit Direktverdampfung*. Masterarbeit, Hauptreferent: Prof. T. Schulenberg, Mitbetreuer: Dipl.-Ing. J. Vogel, Institut für Kern- und Energietechnik, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe, DOI:10.5445/IR/1000087340.
- Keller, M. C.**, Braun, S., Wieth, L., Chaussonnet, G., Dauch, T., Koch, R., Höfler, C. und Bauer, H.-J. (2016): *Numerical Modeling of Oil-Jet Lubrication for Spur Gears using Smoothed Particle Hydrodynamics*. In: *Proceedings of the 11th International SPHERIC Workshop*, S. 69–76, München, DOI:10.5445/IR/1000063565.
- Keller, M. C.**, Braun, S., Wieth, L., Chaussonnet, G., Dauch, T. F., Koch, R., Schwitzke, C. und Bauer, H.-J. (2017): *Smoothed Particle Hydrodynamics Simulation of Oil-jet Gear Interaction*. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2017: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, Bd. 2B: Turbomachinery, ID:V02BT41A019, Charlotte, North Carolina, USA, DOI:10.1115/GT2017-63594.
- Keller, M. C.**, Braun, S., Wieth, L., Chaussonnet, G., Dauch, T. F., Koch, R., Schwitzke, C. und Bauer, H.-J. (2019a): *Smoothed Particle Hydrodynamics Simulation of Oil-jet Gear Interaction*. *Journal of Tribology*, Bd. 141(7), ID:071703, DOI:10.1115/1.4043640.
- Keller, M. C.**, Kromer, C., Cordes, L., Schwitzke, C. und Bauer, H.-J. (2019b): *Effect of Design Parameters on Oil-jet Gear Interaction - A CFD Study*. In: *Proceedings of the 24th ISABE Conference*, ID:ISABE-2019-24410, Canberra, Australien.
- Keller, M. C.**, Kromer, C., Cordes, L., Schwitzke, C. und Bauer, H.-J. (2020): *CFD study of oil-jet gear interaction flow phenomena in spur gears*. *The Aeronautical Journal*, Bd. 124(1279), S. 1301–1317, DOI:10.1017/aer.2020.44.
- Keller, M. C.**, Schwitzke, C. und Bauer, H.-J. (2018): *Numerische Simulation der Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion bei Flugtriebwerken mit hohem Nebenstromverhältnis: Stand der Forschung*. In: W. Breh und H. Kull (Hg.), *Ideen und Innovationen für die Energie von morgen : Wissenschaftliche Beiträge des KIT zu den Jahrestagungen 2014, 2016 und 2017 des KIT-Zentrums Energie*, S. 75–82, Karlsruhe, DOI:10.5445/IR/1000085339.
- Kromer, C., Cordes, L., **Keller, M. C.**, Schwitzke, C. und Bauer, H.-J. (2019): *Analytical Solution to the Heat Transfer in Fling-Off Cooling of Spur Gears*. *Journal of Heat Transfer*, Bd. 141(8), ID:082103, DOI:10.1115/1.4043894.
- Kromer, C., von Plehwe, F. C., **Keller, M. C.**, Schwitzke, C. und Bauer, H.-J. (2020): *Analytical Model for the Heat Transfer in Impingement Cooled Spur Gears*. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo 2020: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, Bd. 1: Aircraft Engine; Fans and Blowers, ID:V001T01A023, virtuell, online, DOI:10.1115/GT2020-14760.
- Vogel, J., **Keller, M.** und Johnson, M. (2020): *Numerical modeling of large-scale finned tube latent thermal energy storage systems*. *Journal of Energy Storage*, Bd. 29, ID:101389, DOI:10.1016/j.est.2020.101389.

- Wieth, L., Braun, S., Chaussonnet, G., Dauch, T., **Keller, M. C.**, Höfler, C., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2016a): *Modeling of the Deformation Dynamics of Single and Twin Fluid Droplets Exposed to Aerodynamic Loads*. In: *Proceedings of the 27th Annual Conference on Liquid Atomization and Spray Systems (ILASS – Europe)*, Brighton, GB, doi:10.5445/IR/1000063517.
- Wieth, L., Braun, S., Chaussonnet, G., Dauch, T. F., **Keller, M.**, Höfler, C., Koch, R. und Bauer, H.-J. (2016b): *Modeling of the Deformation Dynamics of Single and Twin Fluid Droplets Exposed to Aerodynamic Loads*. In: W. E. Nagel, D. H. Kröner und M. M. Resch (Hg.), *High Performance Computing in Science and Engineering '16*, S. 301–320, Springer, Cham, doi:10.1007/978-3-319-47066-5\_21.

# Anhang

## A.1 Erweiterung des vektoriellen Modells zur Bestimmung der Aufpralltiefe

Im Abschnitt 2.3.2 wird das vektorielle Modell nach Akin et al. (1975) eingeführt. Mit Gleichung (2.24) kann damit die Aufpralltiefe für radial auf den Zahnradumfang gerichtete Strahlen bestimmt werden. Um eine Berechnung für entlang oder entgegen der Umfangsrichtung angestellte Strahlen zu ermöglichen, wird das Modell hier erweitert. Die veränderte Kinematik kann durch eine komponentenweise Betrachtung des Geschwindigkeitskomponenten des Strahls berücksichtigt werden. Dazu wird Gleichung (2.24) zu

$$d_i = \frac{\frac{\pi}{2} + 2 \tan \alpha + \frac{b}{2}}{\frac{1}{m} \left( \tan \alpha + \frac{u_Z - u_S \sin \varphi_S}{u_S \cos \varphi_S} \right)} \quad (\text{A.1})$$

erweitert. Im Gegensatz zum kinematischen Modell nach Akin und Townsend (1989) ermöglicht diese Formel eine explizite Bestimmung der Aufpralltiefe für angestellte Flüssigkeitsstrahlen. Die genaue Form der Zahnradkontur (Evolventenform) und die Krümmung des Zahnrad werden jedoch nicht berücksichtigt.

## A.2 Winkeldefinitionen des kinematischen Modells zur Bestimmung der Aufpralltiefe

Die Berechnungsvorschriften der Winkel  $\theta_1$  bis  $\theta_4$  aus Abbildung 2.19 werden nachfolgend präsentiert. Im Unterschied zur Arbeit von Akin und Townsend (1989) wird hier ein Zahnrad betrachtet, für welches  $r_b < r_f$  gilt, der Grundkreisdurchmesser demnach kleiner ist als der Fußkreisdurchmesser. Deshalb wird zusätzlich der Korrekturwinkel

$$\theta_k = \left[ \left( \frac{r_f}{r_b} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} - \cos^{-1} \left( \frac{r_b}{r_f} \right) \quad (\text{A.2})$$

eingeführt, durch welchen dieser Unterschied berücksichtigt wird.  $\theta_k$  beschreibt den Winkel, welcher vom Schnittpunkt der Zahnflankenevolventen mit dem Grundkreis, dem Zahnradmittelpunkt und dem Punkt auf der Zahnflanke am Fußkreis aufgespannt wird. Durch die Evolventenform der Zahnradflanke ist der Eingriffswinkel an einem beliebigen Radius  $r'$  durch

$$\alpha' = \cos \left( \frac{r_b}{r'} \right) \quad (\text{A.3})$$

definiert. Die Involut-Funktion

$$\text{inv } \alpha' = \tan(\alpha') - \alpha', \quad (\text{A.4})$$

welche die Evolventenform bestimmt, kann mittels Gleichung (A.3) zu

$$\text{inv } \alpha' = \left[ \left( \frac{r'}{r_b} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} - \cos^{-1} \left( \frac{r_b}{r'} \right) \quad (\text{A.5})$$

umgeformt werden. Für die Winkel  $\theta_1$  bis  $\theta_4$  folgt:

$$\theta_1 = \left[ \left( \frac{r_a}{r_b} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} - \cos^{-1} \left( \frac{r_b}{r_a} \right) - \theta_k \quad (\text{A.6})$$

$$\theta_2 = \frac{\pi}{z} - \frac{2xm \tan \alpha}{r_p} - 2(\tan(\alpha) - \alpha - \theta_k) \quad (\text{A.7})$$

$$\theta_3 = \left[ \left( \frac{r_i}{r_b} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} - \cos^{-1} \left( \frac{r_b}{r_i} \right) - \theta_k \quad (\text{A.8})$$

$$\theta_4 = \sin^{-1} \left( \frac{r_a}{r_i} \sin \varphi_s \right) - \varphi_s \quad (\text{A.9})$$

Gleichung (A.7) folgt einer Analyse der Zahnlückenbreite am Fußkreis unter Berücksichtigung einer Profilverschiebung durch den Profilverschiebungsfaktors  $x$ .

### A.3 Dynamischer Lastverteilungsalgorithmus für den ITS-SPH-Code

Im Abschnitt 5.2.1 wird die Notwendigkeit einer dynamischen Lastverteilung (LB, engl.: *load balancing*) für die Simulation der ÖZI hervorgehoben. Nachfolgend wird der im Rahmen dieser Arbeit für den ITS-SPH-Code entwickelte Lastverteilungsalgorithmus beschrieben.

Der Algorithmus basiert auf einer rekursiven Koordinatenbisektion ähnlich zu dem von Puri et al. (2013) verwendeten Verfahren. Die RCB-Methode wird gewählt, da die resultierenden Teilrechengebiete stets eine quaderförmige Topologie aufweisen und das Verfahren sich so in die vorhandene Code-Infrastruktur einfügt. Außerdem ist der Algorithmus einfach zu implementieren und wenig rechenaufwändig (Puri et al., 2013). Gegenüber dem im ITS-SPH-Code vorhandenen (statischen) Lastverteilungsalgorithmus (Braun, 2018) verspricht die RCB-Methode eine flexiblere Gebietszerlegung in Fällen komplexer Geometrien.

In Abbildung A.1 wird das Prinzip der RCB-Methode illustriert. Ausgehend von der rechteckigen Einhüllenden (engl.: *bounding box*) des gesamten Rechengebiets wird dieses stufenweise entlang der Koordinatenachse unterteilt, bis die gewünschte Anzahl an Teilrechengebieten, hier 32, erreicht ist. Exemplarisch sind für ein resultierendes Teilrechengebiet (Stufe 5) die jeweiligen Muttergebiete (Stufen 0 bis 4) markiert.

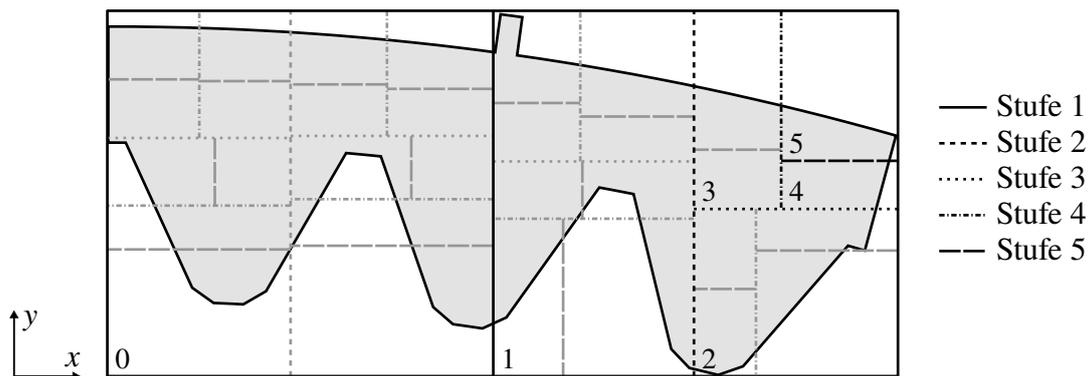


Abbildung A.1: Prinzip der RCB-Methode im Falle der Zerlegung des 2D-TPSPH-Referenzfalls in 32 Teilrechengebieten.

Die Bisektion erfolgt immer entlang der Koordinatenachse mit der jeweils größten räumlichen Ausdehnung. Zur Festlegung der Schnittposition wird die Last eines Teilrechengebiets gleichmäßig auf die Tochtergebiete aufgeteilt. Als Metrik für die Last  $L$  wird hier die Anzahl der Partikel und Marker in einem Gebiet herangezogen. Die Last aufgrund des Datenaustauschs zwischen benachbarten Teilrechengebieten wird nicht berücksichtigt. Entspricht die gewünschte Anzahl der Teilrechengebiete genau einer Zweierpotenz, so nimmt das Teilungsverhältnis  $R$  stets den Wert 0,5 an. Für den allgemeinen Fall, dass ein Rechengebiet in  $N_{\text{MPI}}$  Teilrechengebiete zerlegt werden soll, wird das Teilungsverhältnis bei jedem Bisektionsschritt durch

$$R = \frac{2^{\lfloor \log_2 N_{\text{sub}} \rfloor}}{2N_{\text{sub}}} \quad (\text{A.10})$$

neu bestimmt, wobei in der Stufe 0 stets  $N_{\text{sub}} = N_{\text{MPI}}$  gilt. In den Tochtergebieten nimmt  $N_{\text{sub}}$  bis zum Erreichen des Werts 1 ab. Danach folgt keine weitere Unterteilung des Teilrechengebiets. Die

beispielhafte Zerlegung eines Rechengebiets in 5 Teilrechengebiete führt zu der in Abbildung A.2 dargestellten Entwicklung von  $N_{\text{sub}}$ .

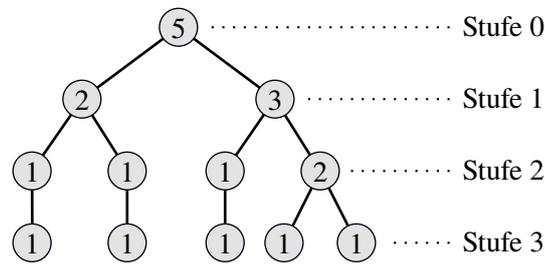


Abbildung A.2: Exemplarische Baumstruktur bei der Zerlegung in 5 Teilrechengebiete mittels der RCB-Methode und Entwicklung von  $N_{\text{sub}}$ .

Die Knoten der resultierenden Baumstruktur entsprechen den jeweiligen Teilrechengebieten in den unterschiedlichen Stufen und der Zahlenwert dem jeweiligen Wert von  $N_{\text{sub}}$ . Aufgrund der Ähnlichkeit der inneren Struktur der RCB-Methode zu sogenannten  $k$ -dimensionalen Bäumen (engl.:  $k$ -*d trees*) kann die in Abbildung A.2 skizzierte Baumstruktur für Abfragen der Prozessorzugehörigkeit eines Partikels während der SPH-Simulation genutzt werden. Die Güte der erzielten Lastverteilung des  $i$ -ten Teilrechengebiets wird im Folgenden durch den Lastfaktor

$$L'_i = \frac{L_i}{L_{\text{ideal}}} = \frac{L_i N_{\text{MPI}}}{L_{\text{tot}}} \quad (\text{A.11})$$

relativ zur idealen Verteilung der Gesamtlast  $L_{\text{tot}}$  auf die  $N_{\text{MPI}}$  Teilrechengebiete ausgedrückt.

Für die dynamische Lastverteilung wird ein Schwellwert des Lastfaktors definiert, bei dessen Überschreitung die Gebietszerlegung ausgeführt und die Partikel den neu zugewiesenen MPI-Prozessen übertragen werden. Die Überprüfung der Abweichung erfolgt in einem vorgegebenen Intervall von  $N_{\text{LB}}$  Zeitschritten. In Abbildung A.3 sind Auszüge der Gebietszerlegung zu Beginn und vor und nach einem dynamischen Lastverteilungsschritt zu einem späteren Zeitpunkt einer Simulation dargestellt. Beispielhaft sind die Teilrechengebiete A und B gekennzeichnet, die initial eine ausgeglichene Lastverteilung aufweisen. Aufgrund der Zahnradbewegung kommt es zum Zeitpunkt  $t_1$  zu Lastverschiebungen. Während das Gebiet A zu diesem Zeitpunkt eine zu hohe Last aufweist, ist das Gebiet B zu diesem Zeitpunkt gänzlich leer und somit keiner Last ausgesetzt. Durch den dynamischen Lastverteilungsschritt werden die MPI-Gebiete neu verteilt und so eine gleichmäßige Verteilung der Last erreicht.

Die Funktionalität des implementierten dynamischen Lastverteilungsalgorithmus wird nachfolgend für die 2D-Simulation des Referenzfalls REF aus Abschnitt 5.2.1 mittels der TPSPH- und der SPSPH-Methode aufgezeigt. Die räumliche Auflösung beträgt  $\Delta x = 25 \mu\text{m}$ . In den Simulationen werden jeweils 32 Rechenkerne, d.h. 32 MPI-Prozesse, verwendet. Die dynamische Lastverteilung wird mit einem Schwellwert von  $L' = 1,5$  und dem Intervall von  $N_{\text{LB}} = 100$  Zeitschritten genutzt.

In Abbildung A.4a ist die Entwicklung des maximalen und minimalen Lastfaktors während der TPSPH-Simulation ohne dynamische Lastverteilung dargestellt. Es ist zu beobachten, dass beide Verläufe stark vom Optimum bei  $L' = 1$  abweichen. Analog zur Illustration in Abbildung A.3c sind Gebiete ohne Last ( $L' = 0$ ) und überlastete Gebiete ( $L' > 1$ ) mit Lastfaktoren von bis zu  $L' \approx 3$  zu erkennen. Die Entwicklung folgt einem periodischen Muster, was auf die periodische

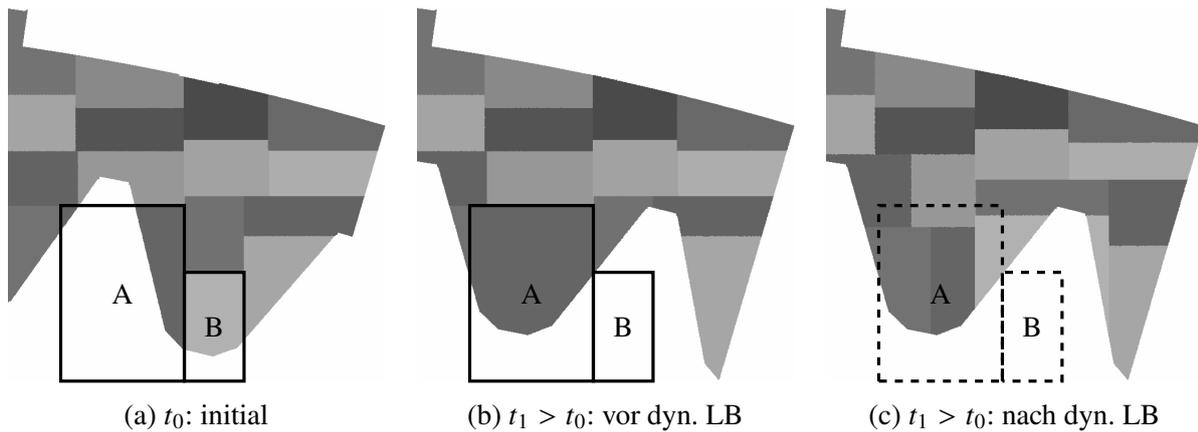


Abbildung A.3: Auszug der Rechengebietszerlegung für die 2D-Simulation des Referenzfalls REF mittels der TPSPH-Methode und 32 Rechenkernen.

Topologie der Zahnradgeometrie zurückzuführen ist. Bei aktivierter dynamischer Lastverteilung wird dagegen die in Abbildung A.4b dargestellte Entwicklung der Lastfaktoren beobachtet. Gut ist zu erkennen, dass die erneute Gebietszerlegung nach Überschreiten des Schwellwerts zu einer Rückstellung der Lastfaktoren auf eine nahezu ideale Lastverteilung führt.

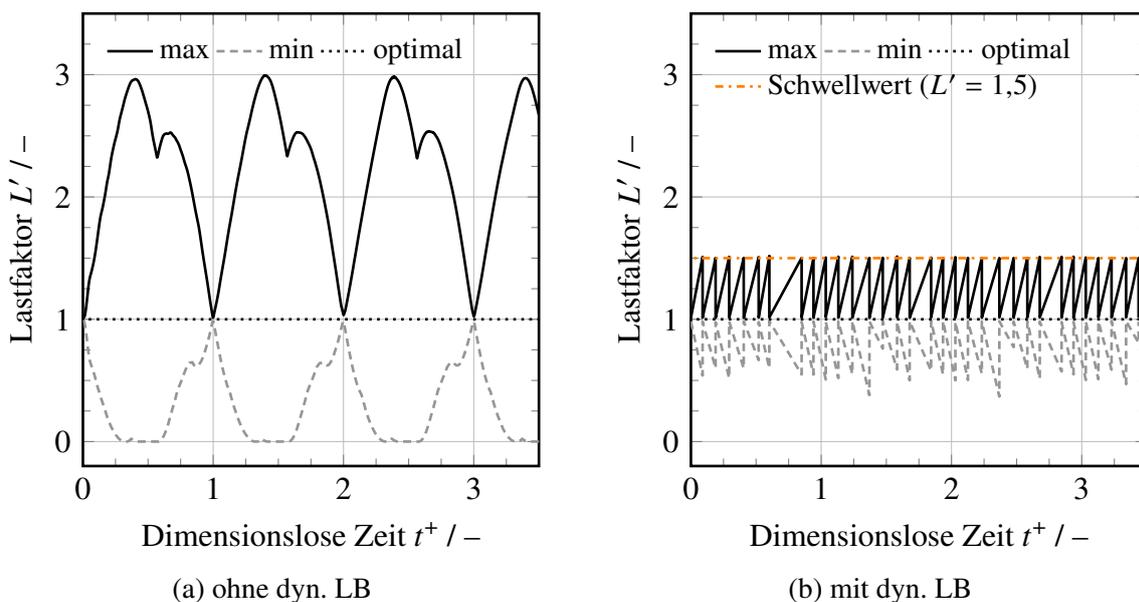


Abbildung A.4: Entwicklung der Lastfaktoren a) ohne und b) mit dynamischer Lastverteilung während der 2D-Simulation des Referenzfalls REF mittels der TPSPH-Methode.

Im Falle der SPSPH-Simulation wird ein ähnliches Verhalten beobachtet. Jedoch tritt, wie in Abbildung A.5a dargestellt, eine ausgeprägtere Ungleichverteilung der Last auf. So sind maximale Lastfaktoren von bis zu  $L' \approx 10$  feststellbar. Der periodische Charakter entfällt, da sich in diesem Fall die Ungleichverteilung überwiegend aufgrund der Bewegung der Ölpartikel und nicht aufgrund der Zahnradrotation einstellt. Bei aktivierter dynamischer Lastverteilung (Abbildung A.5b) werden die Abweichungen der Lastfaktoren vom Optimum stark reduziert. Im Verlauf der Lastfaktoren ist zu erkennen, dass im Vergleich zur TPSPH-Methode der

Lastverteilungsalgorithmus mit einer höheren Frequenz ausgelöst wird. Dies zeigt, dass für SPSPH-Simulationen der dynamischen Lastverteilung eine besonders gewichtige Rolle hinsichtlich der Performanz der Methodik zukommt.

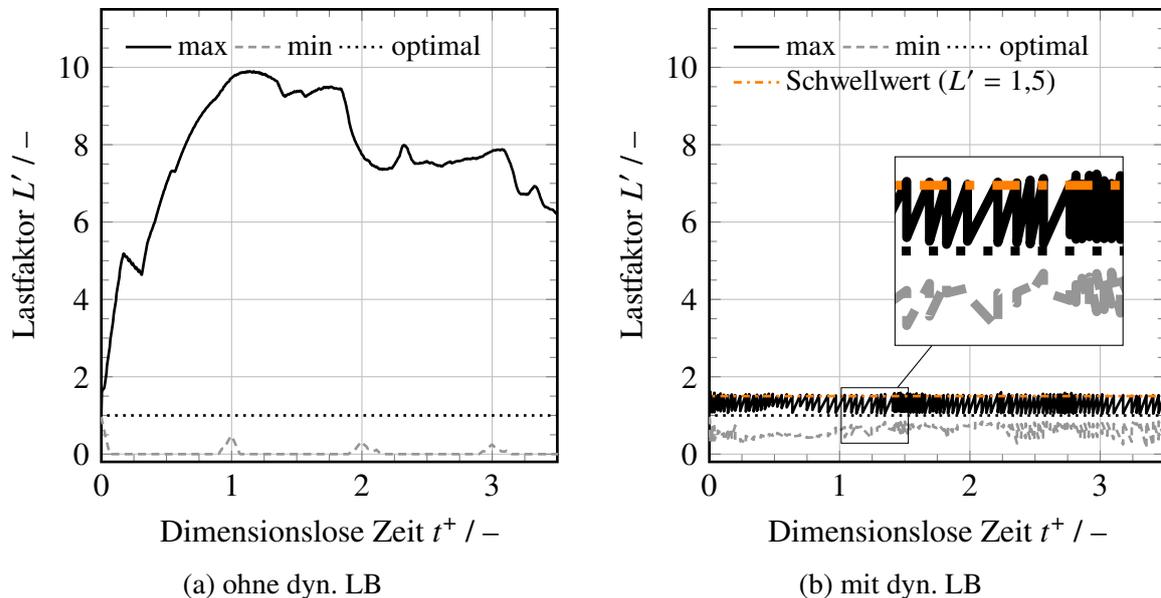


Abbildung A.5: Entwicklung der Lastfaktoren a) ohne und b) mit dynamischer Lastverteilung während der 2D-Simulation des Referenzfalls REF mittels der SPSPH-Methode.

Die Auswirkung der dynamischen Lastverteilung auf die Rechenzeiten<sup>1</sup> wird in Tabelle A.1 zusammengefasst aufgeführt. Bei der TPSPH-Simulation wird im untersuchten Fall nur eine Reduktion der Gesamtzeit um 1 % erzielt. Dies deutet darauf hin, dass die Partikel- und Markeranzahl selbst kein hinreichendes Kriterium für die effektive Rechenlast eines MPI-Prozesses ist. Der Mehraufwand, der durch den LB-Algorithmus selbst entsteht, beträgt mit 2,2 s weniger als 0,1 % der Rechenzeit und ist nicht die Ursache für die geringe Rechenzeitreduktion. Es sei angemerkt, dass durch die gleichmäßigere Verteilung der Partikel dennoch der Vorteil der gleichmäßigeren Arbeitsspeichernutzung entsteht, die insbesondere bei großen dreidimensionalen Simulationen ein limitierender Faktor sein kann. Bei der SPSPH-Simulation ist die Zeitersparnis größer. Im Vergleich zum Fall ohne dynamische Lastverteilung wird die Gesamtzeit um 65 % reduziert. Der Vergleich der Einsparung zur erzielten Reduktion der Lastfaktoren (siehe Abbildung A.5) zeigt abermals, dass die Größe der Last nicht allein durch die Partikel- und Markeranzahl eines Teilrechengebiets beeinflusst wird. Der LB-Algorithmus nimmt weiterhin nur etwa 0,3 % der Gesamtzeit ein.

Die Ergebnisse zeigen zum einen, dass durch die Implementierung der vorgestellten RCB-Methode in den ITS-SPH-Code die Ungleichverteilung der Last während einer SPH-Simulation ohne signifikanten Rechenmehraufwand reduziert und dadurch eine Rechenzeitersparnis erzielt werden kann. Zum anderen reduzieren sich die Rechenzeit nicht in gleichem Maße wie die maximalen Lastfaktoren. Zur weiteren Optimierung ist deshalb die Metrik zur Bestimmung der effektiven Rechenlast eines Teilrechengebiets zu verbessern. Zudem basiert die RCB-Methode auf

<sup>1</sup>Die Angaben basieren auf Simulationen, welche auf einem Computercluster durchgeführt wurden, dessen Knoten aus AMD Ryzen Threadripper 2950X Sechzehnkernprozessoren bestehen.

Tabelle A.1: Rechenzeiten mit und ohne dynamischer Lastverteilung für die 2D-Simulation des Referenzfalls REF mittels der SPH-Methode.

Methode	Gesamtrechenzeit / s	Zeit für LB / s
TPSPH		
ohne dyn. LB	25 723	0
mit dyn. LB	25 465 (-1 %)	2,2
SPSPH		
ohne dyn. LB	3151	0
mit dyn. LB	1088 (-65 %)	3,6

quaderförmigen Teilrechengebieten. Aufgrund der geometrischen Einschränkungen ist die Methode bei der Aufteilung komplexer Geometrien- beziehungsweise Partikelverteilungen auf viele MPI-Prozesse limitiert. Mit einer hybriden Parallelisierung des *Codes* mittels MPI und OpenMP (*Open Multi-Processing*) könnte diese Limitierung hin zu höheren Parallelisierungsgraden verschoben werden, da dabei die Anzahl der MPI-Gebiete um den Faktor der OpenMP-Threads je MPI-Gebiet reduziert wird.

## A.4 Einfluss der Partikelgröße bei 3D-Simulationen mittels der SPSPH-Methode

Im Abschnitt 5.2.2 wird beschrieben, dass die SPSPH-Simulation der ÖZI bei einem mittleren Partikelabstand von  $\Delta x = d_s/46 = 25 \mu\text{m}$  unteraufgelöste Regionen aufweist. In Abbildung A.6 ist das Simulationsergebnis der Konfiguration REF bei einer weiteren Vergrößerung der Auflösung auf  $\Delta x = d_s/23 = 50 \mu\text{m}$  abgebildet. Im Vergleich zu Abbildung 5.13 ist zu erkennen, dass die reduzierte Auflösung die Bildung kleinskaliger Ligamente und die Ausbreitung des Ölfilms weiter unterdrückt.

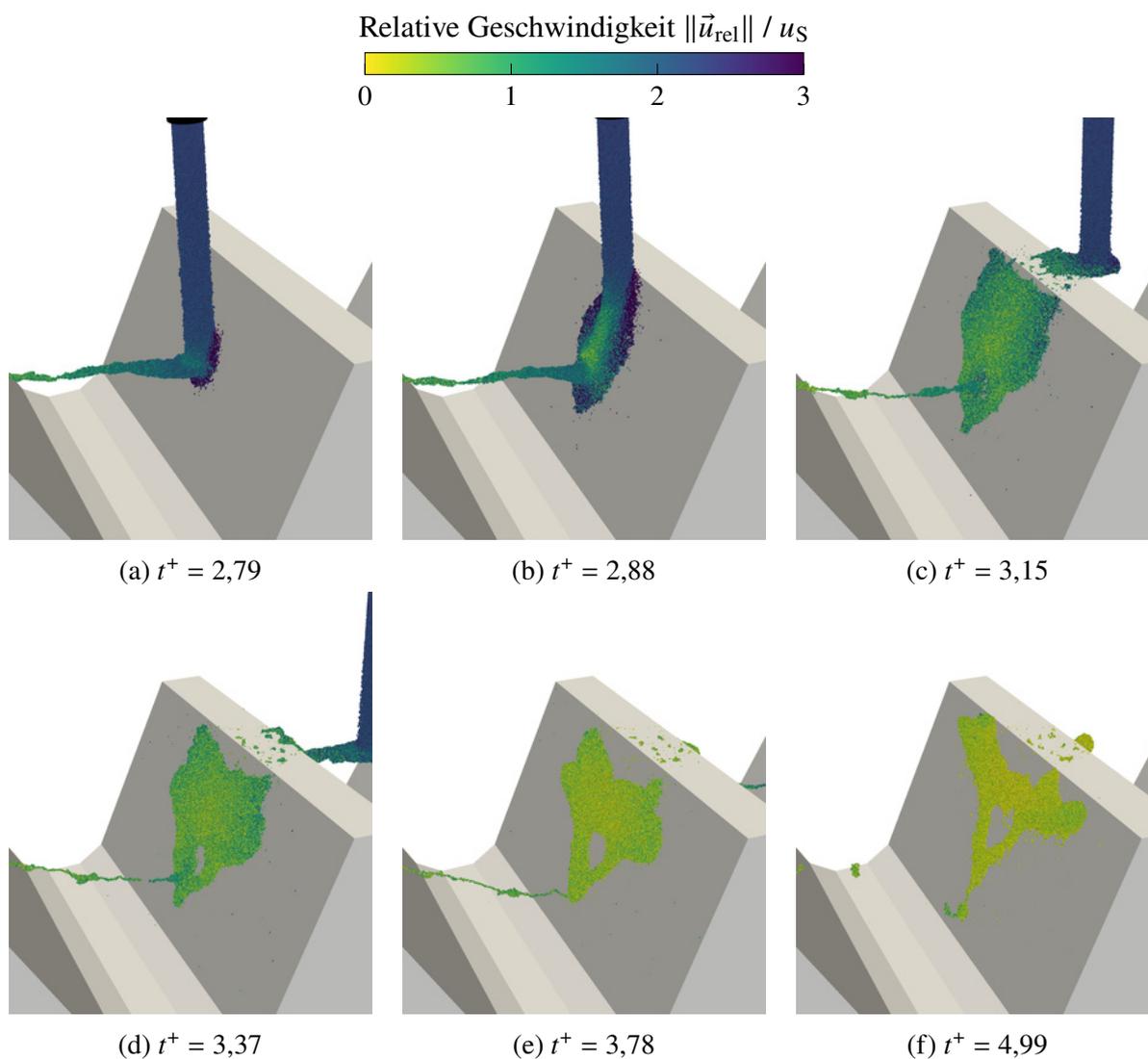


Abbildung A.6: Momentaufnahmen einer 3D-SPSPH-Simulation der Referenzkonfiguration REF bei einem mittleren Partikelabstand von  $\Delta x = 50 \mu\text{m}$ .

## A.5 Rechenaufwand für die Simulationsstudien zur ÖZI

In den Abbildungen A.7 und A.8 wird der Rechenaufwand für die Simulationsstudien aus Kapitel 6 und 7 angegeben.

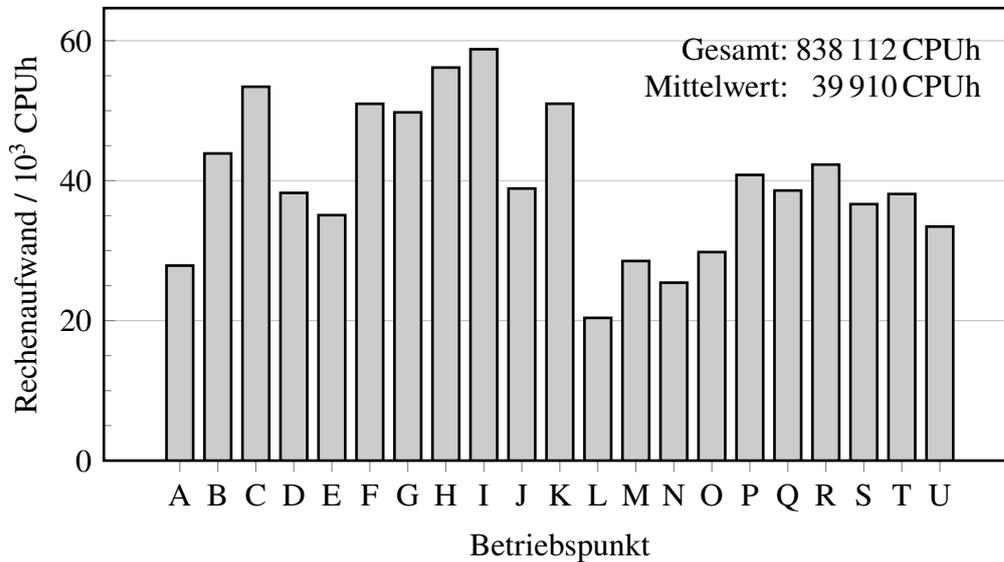


Abbildung A.7: Übersicht des Rechenaufwands für die VOF-Simulationen der Betriebspunkte A bis U aus Kapitel 6.

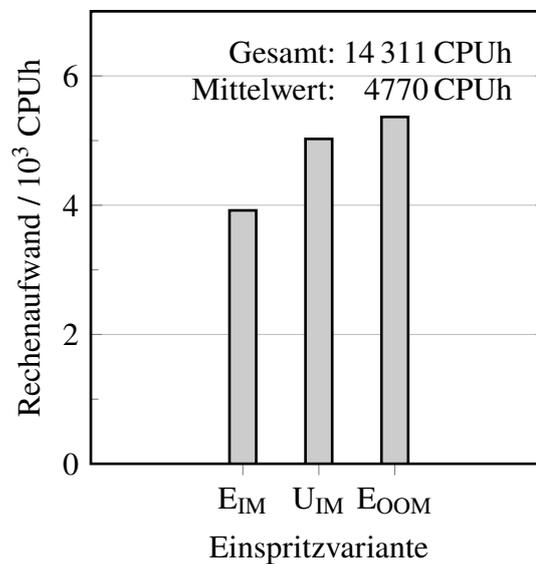


Abbildung A.8: Übersicht des Rechenaufwands für die SPSPH-Simulationen der Einspritzvarianten  $E_{IM}$ ,  $U_{IM}$  und  $E_{OOM}$  aus Kapitel 7.

## A.6 Visualisierung der Simulationen zur Ölstrahl-Interaktion mit einzel- nem Zahnrad

In den Abbildungen A.9 bis A.29 werden die Simulationsergebnisse der Simulationsstudie aus Kapitel 6 präsentiert. Die Betriebspunkte entsprechen der Auflistung aus Tabelle 6.5. Für jeden Betriebspunkt sind jeweils sechs charakteristische Momentaufnahmen der berechneten Ölströmung auf einer Zahnflanke dargestellt. Die Öloberfläche (Iso-Konturfläche mit  $F_{\text{Lub}} = 0,5$ ) ist nach dem Betrag der relativen Geschwindigkeit  $\vec{u}_{\text{rel}}$  entsprechend der Farbskala aus Abbildung A.9 eingefärbt.

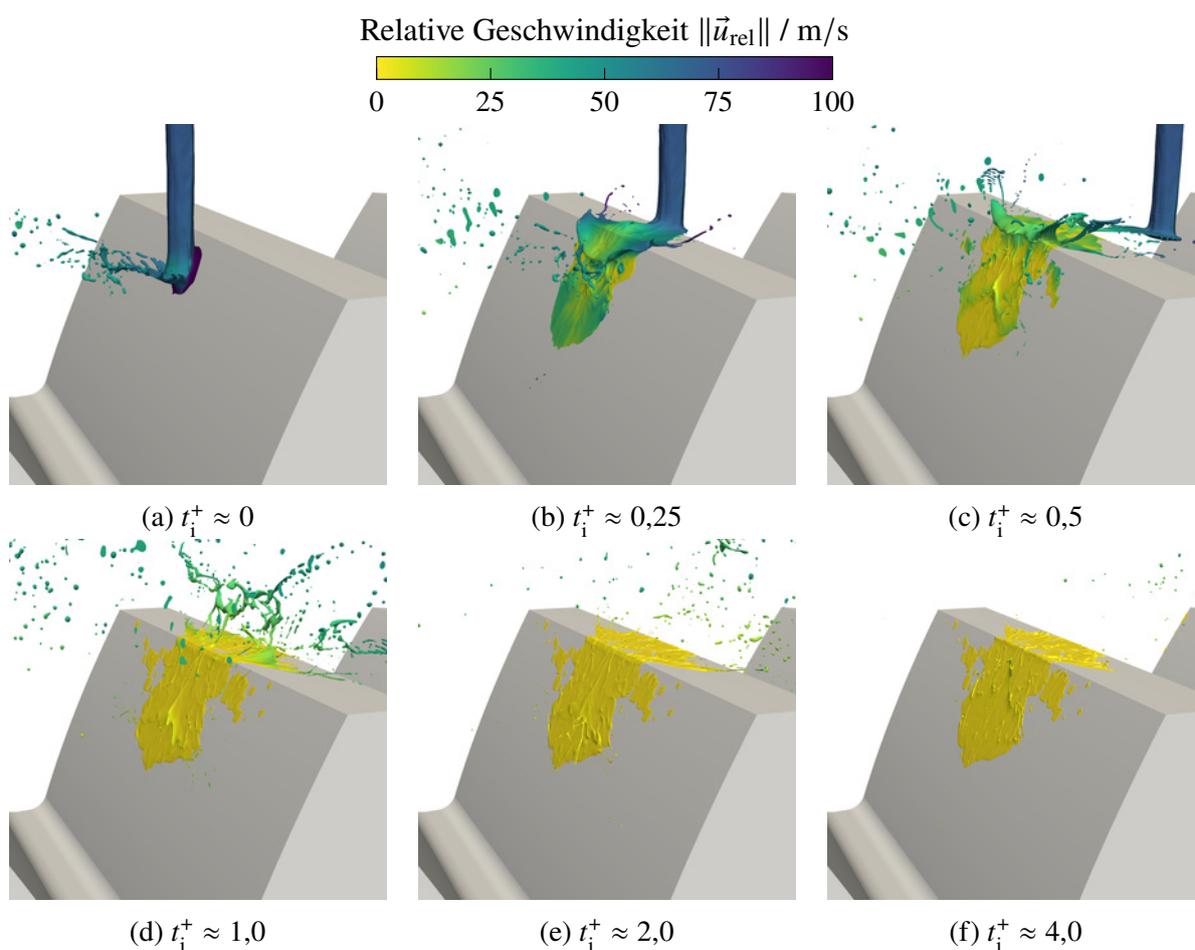


Abbildung A.9: Betriebspunkt A

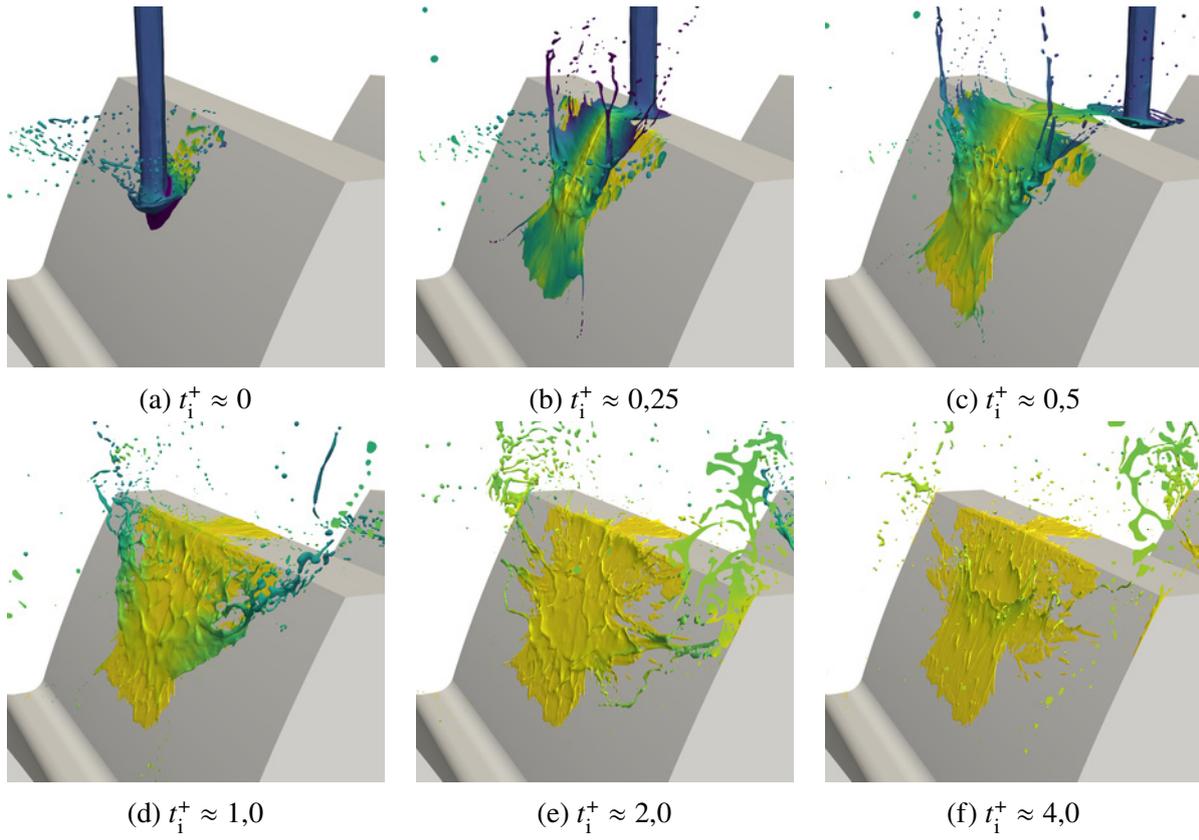


Abbildung A.10: Betriebspunkt B

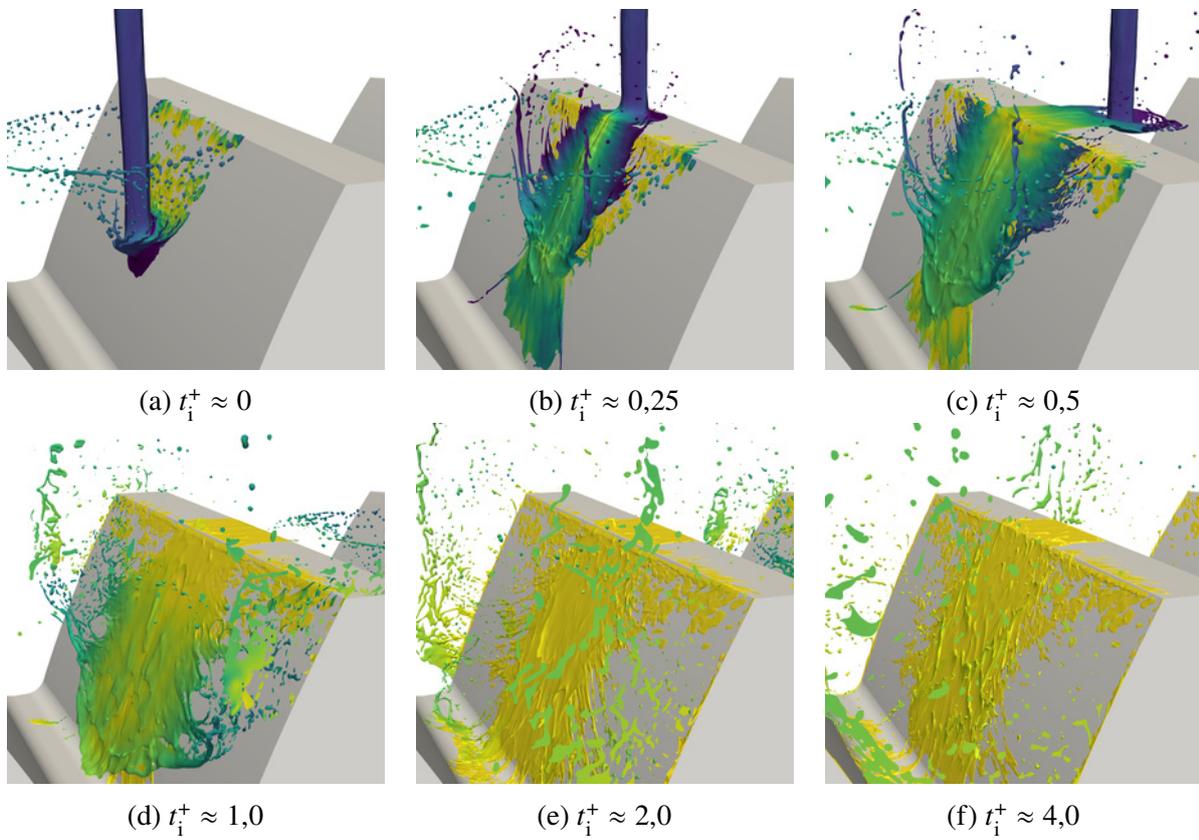


Abbildung A.11: Betriebspunkt C

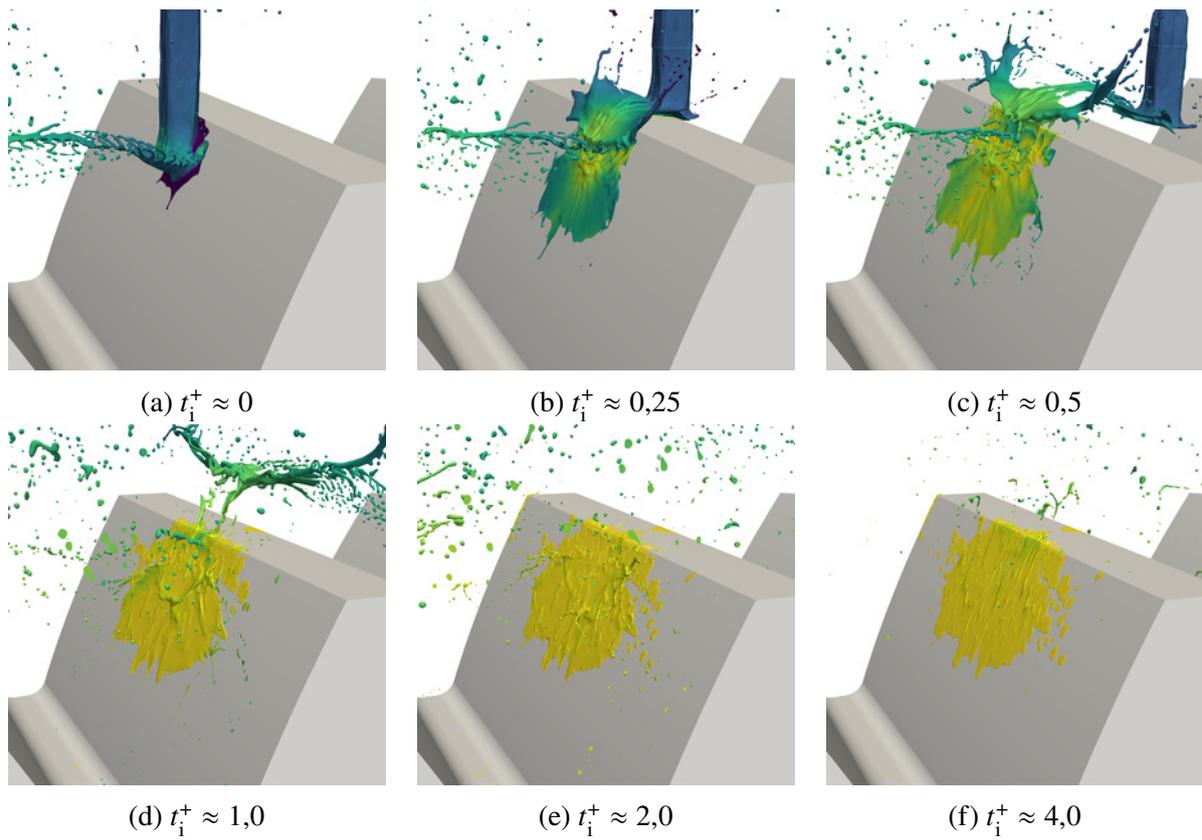


Abbildung A.12: Betriebspunkt D

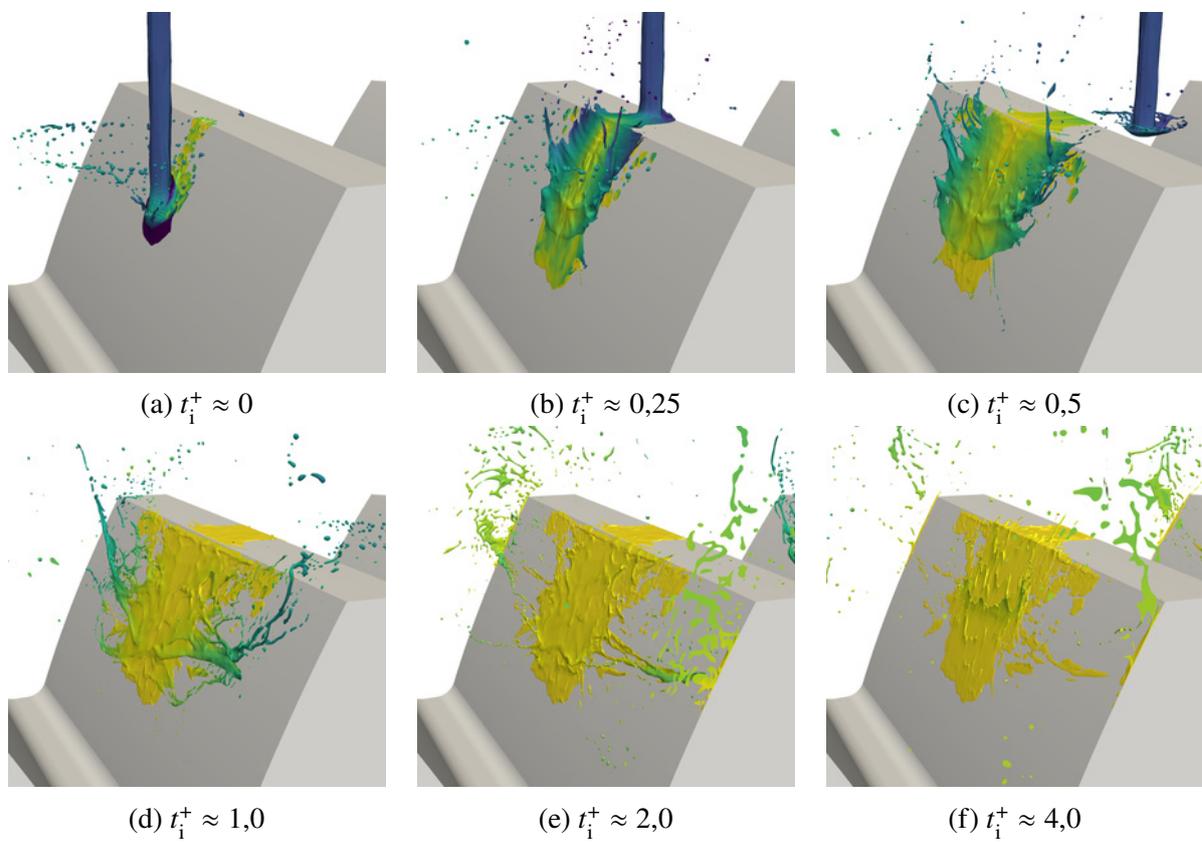


Abbildung A.13: Betriebspunkt E

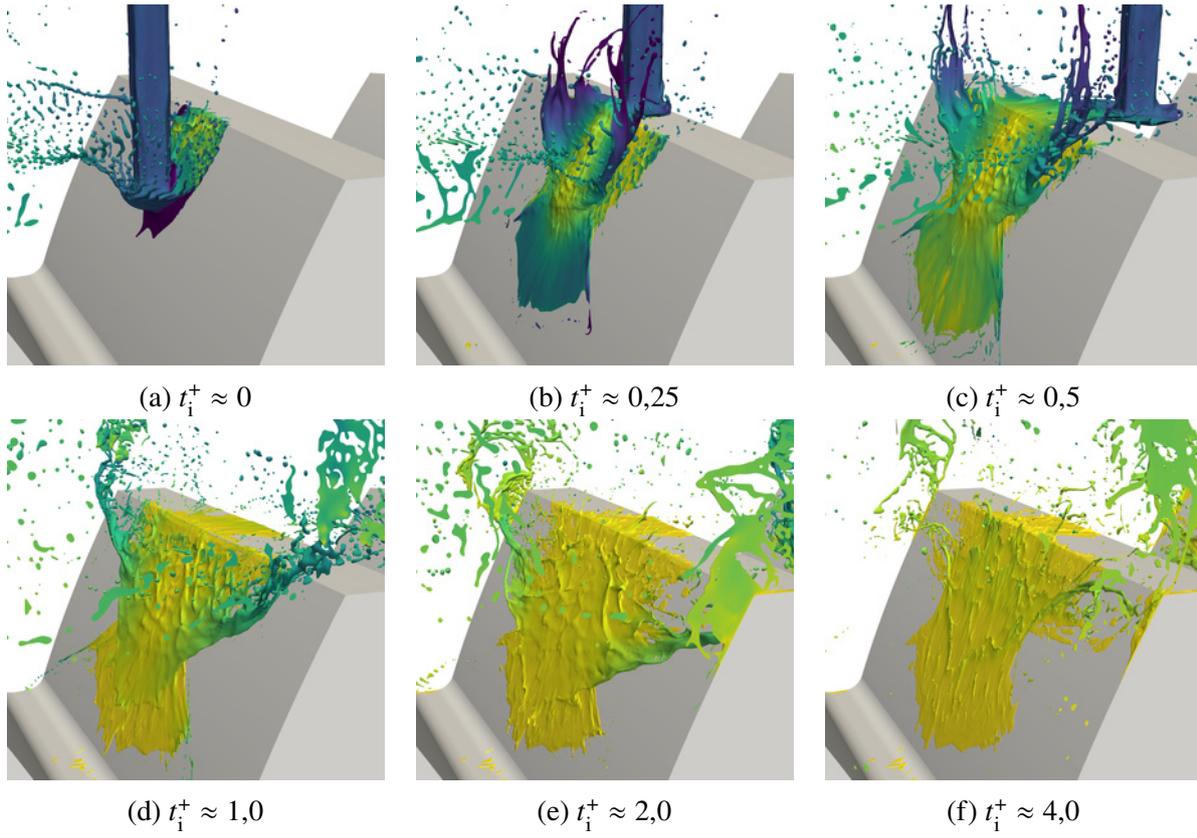


Abbildung A.14: Betriebspunkt F

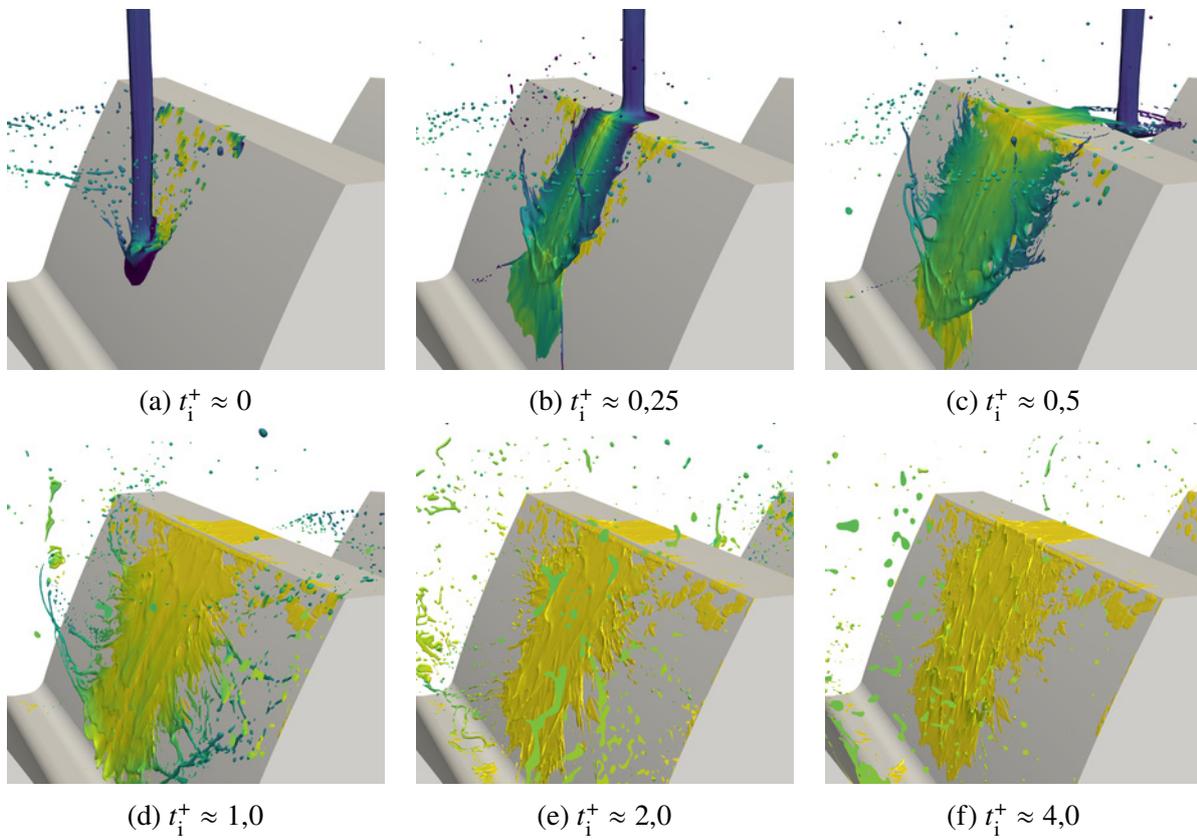


Abbildung A.15: Betriebspunkt G

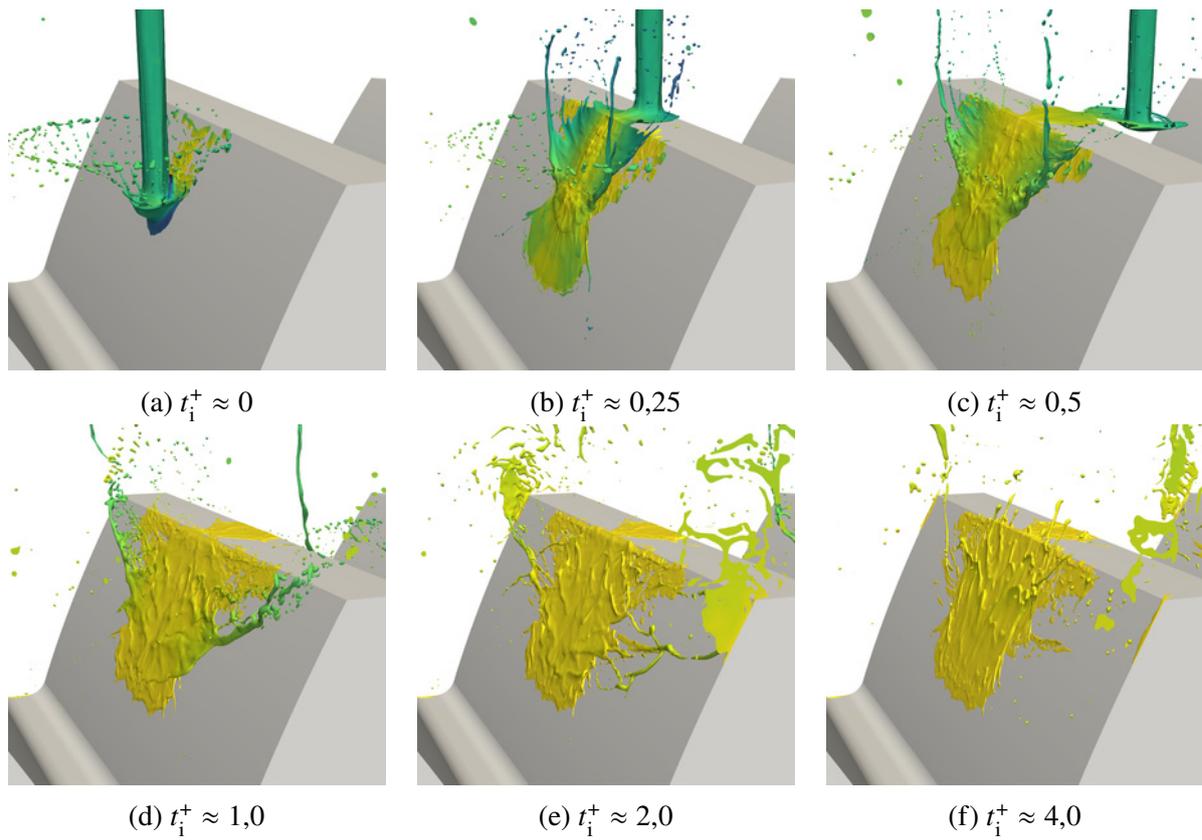


Abbildung A.16: Betriebspunkt H

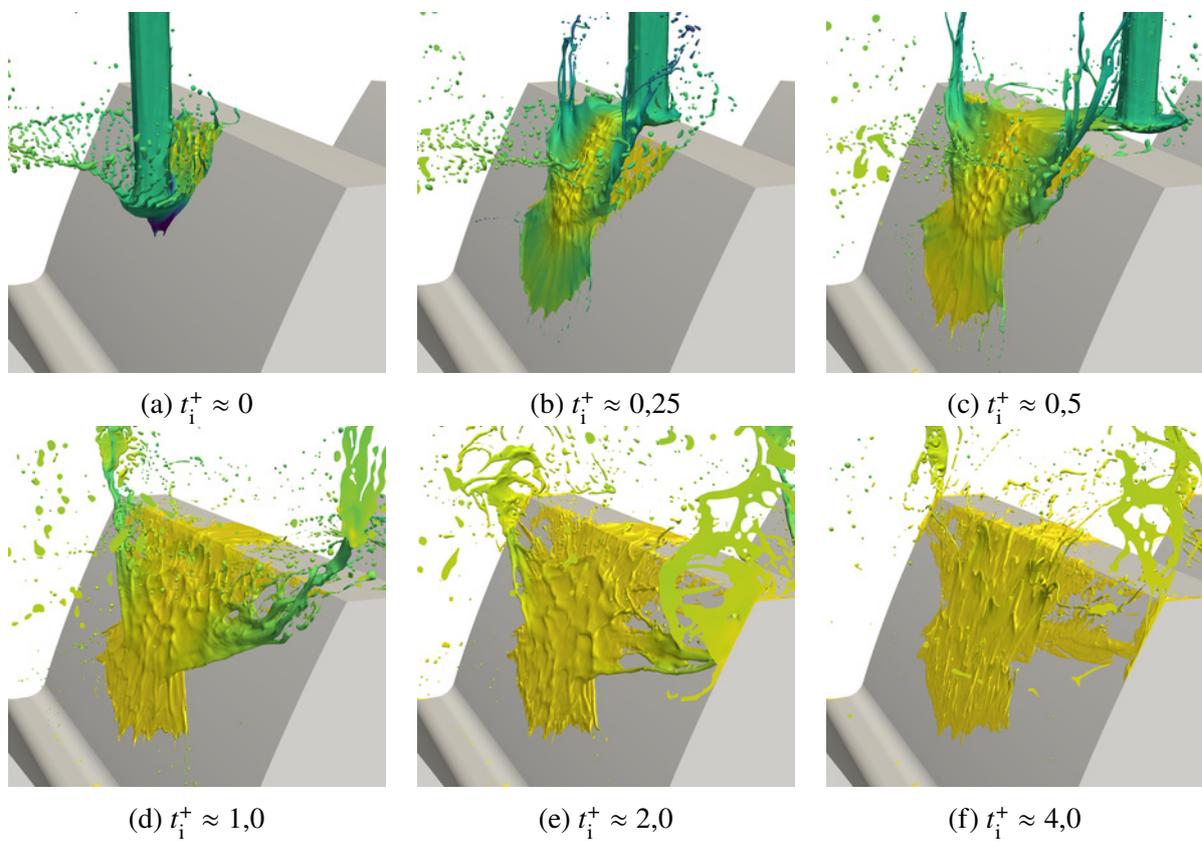


Abbildung A.17: Betriebspunkt I

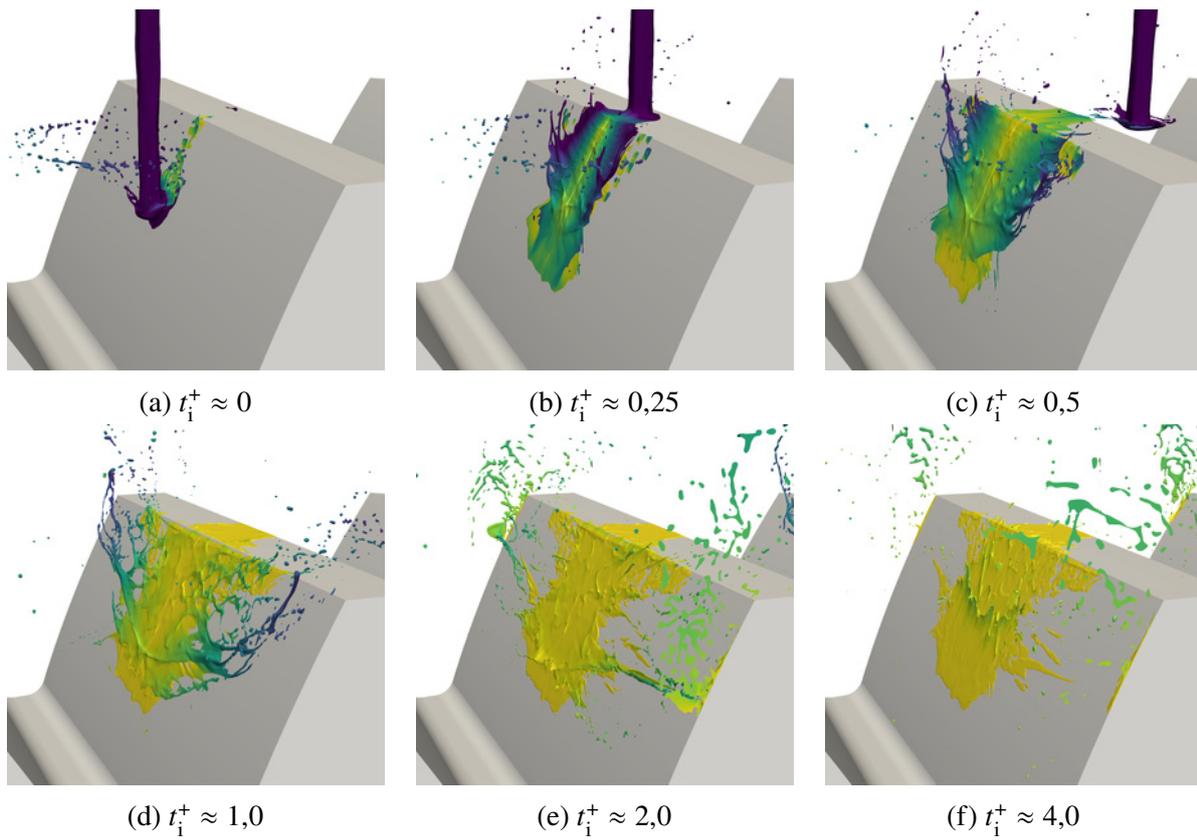


Abbildung A.18: Betriebspunkt J

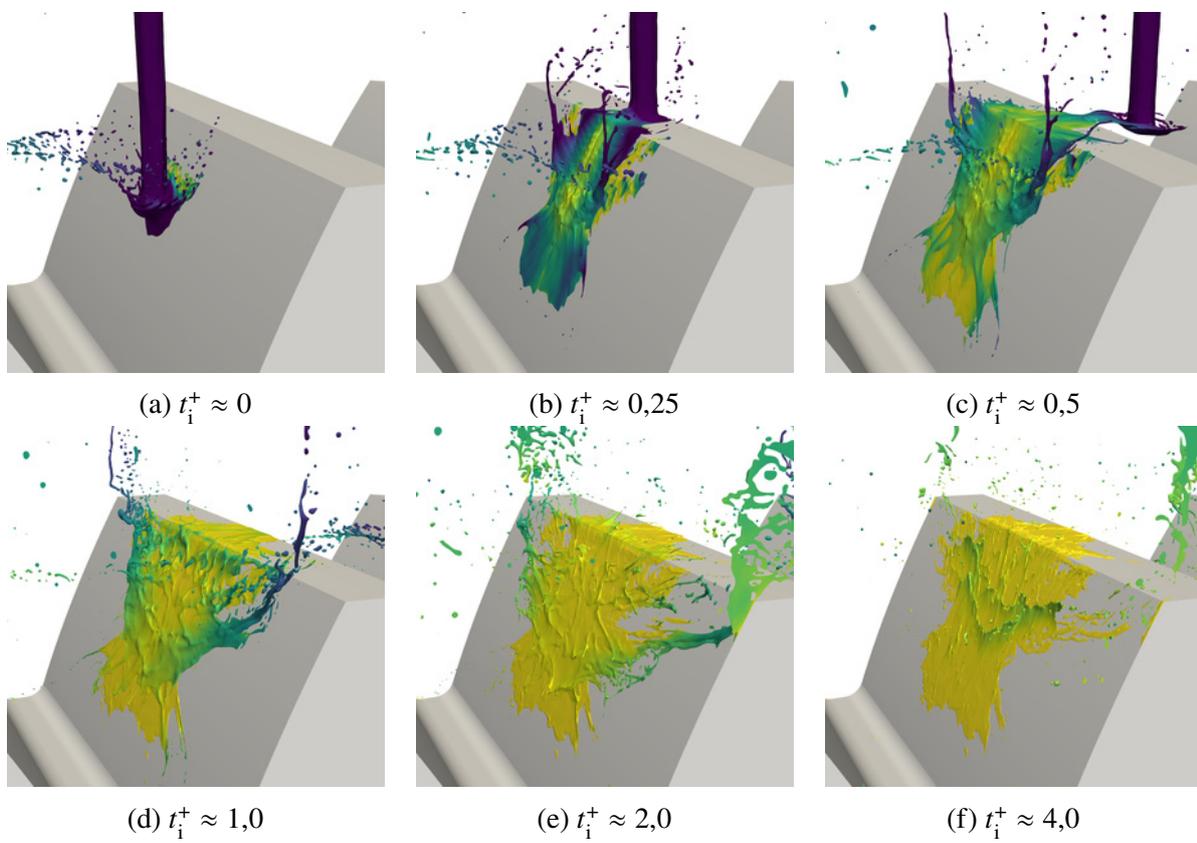


Abbildung A.19: Betriebspunkt K

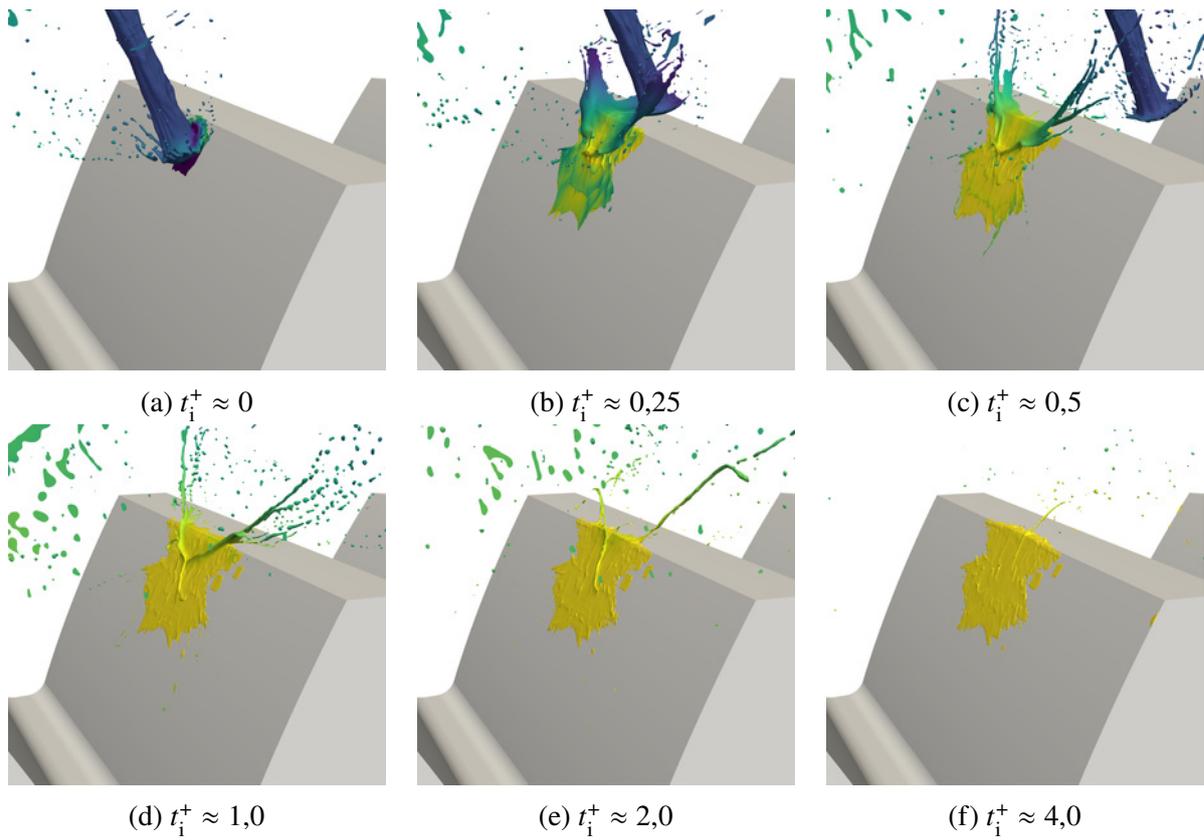


Abbildung A.20: Betriebspunkt L

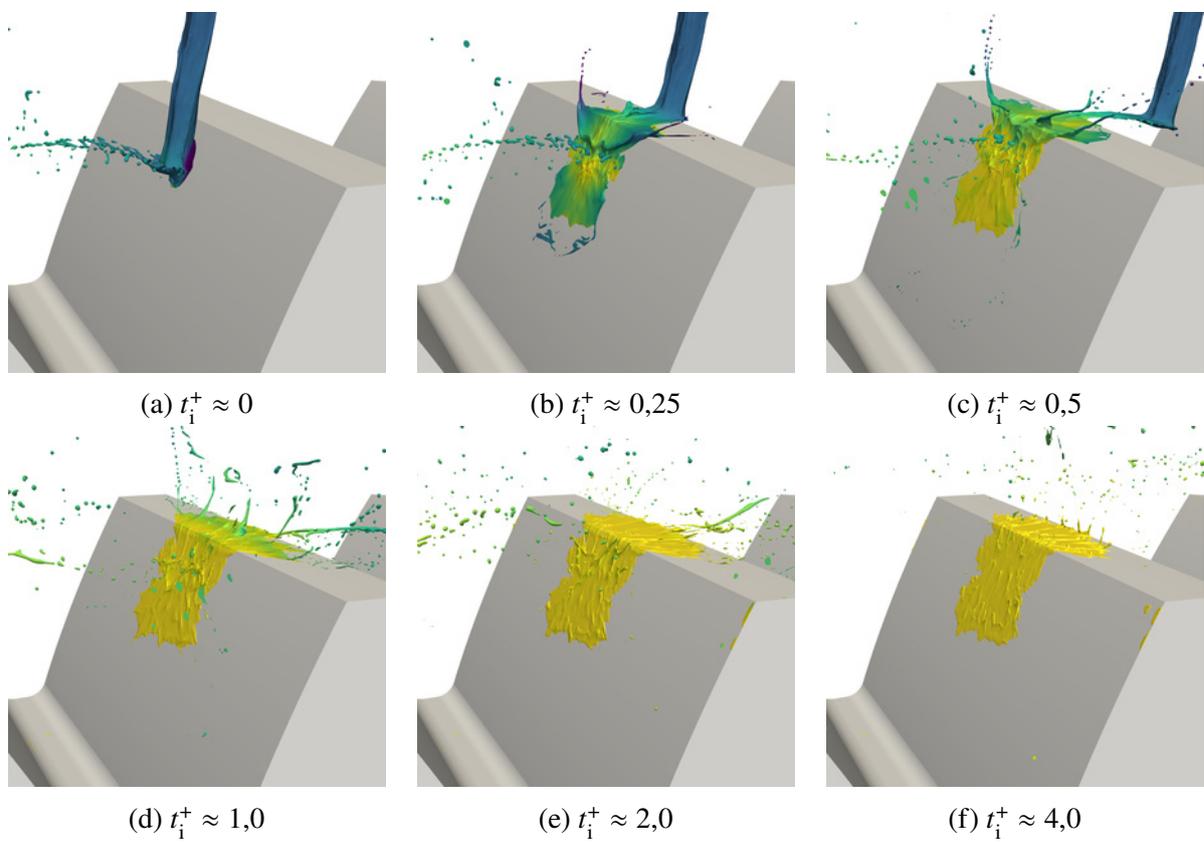


Abbildung A.21: Betriebspunkt M

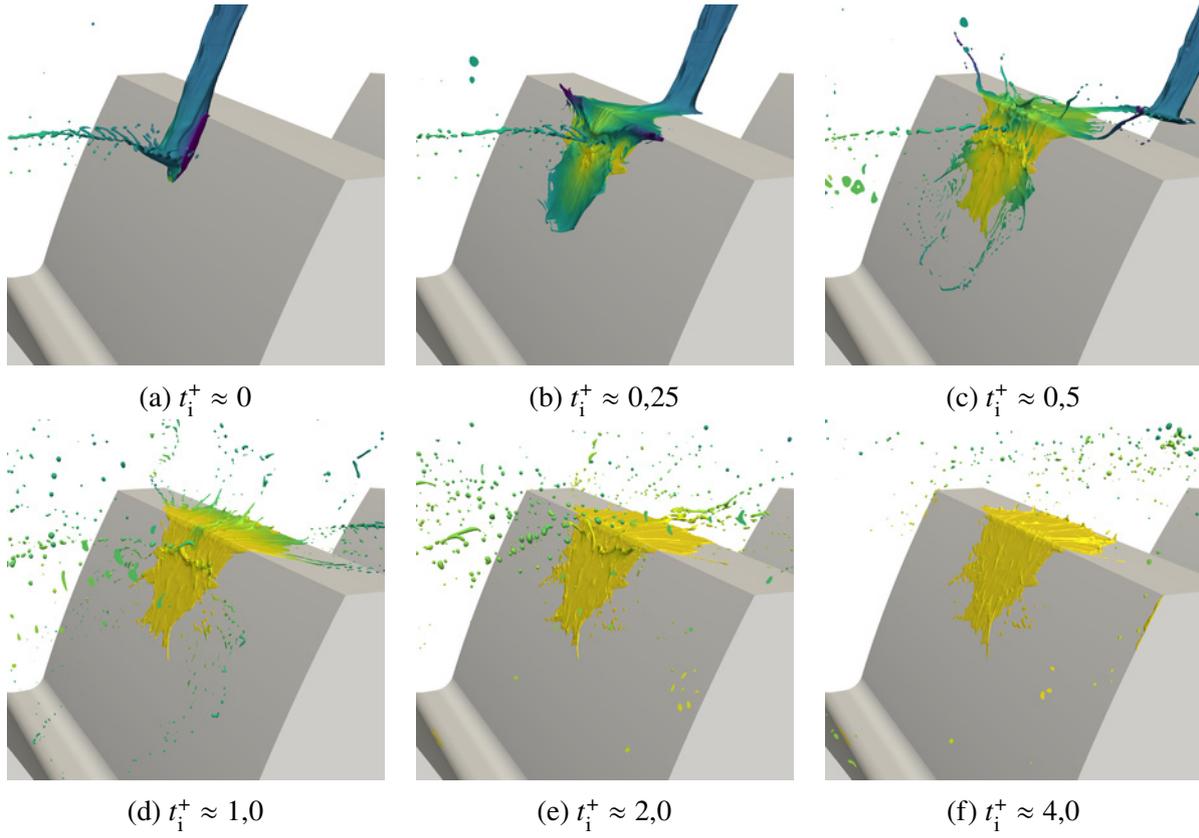


Abbildung A.22: Betriebspunkt N

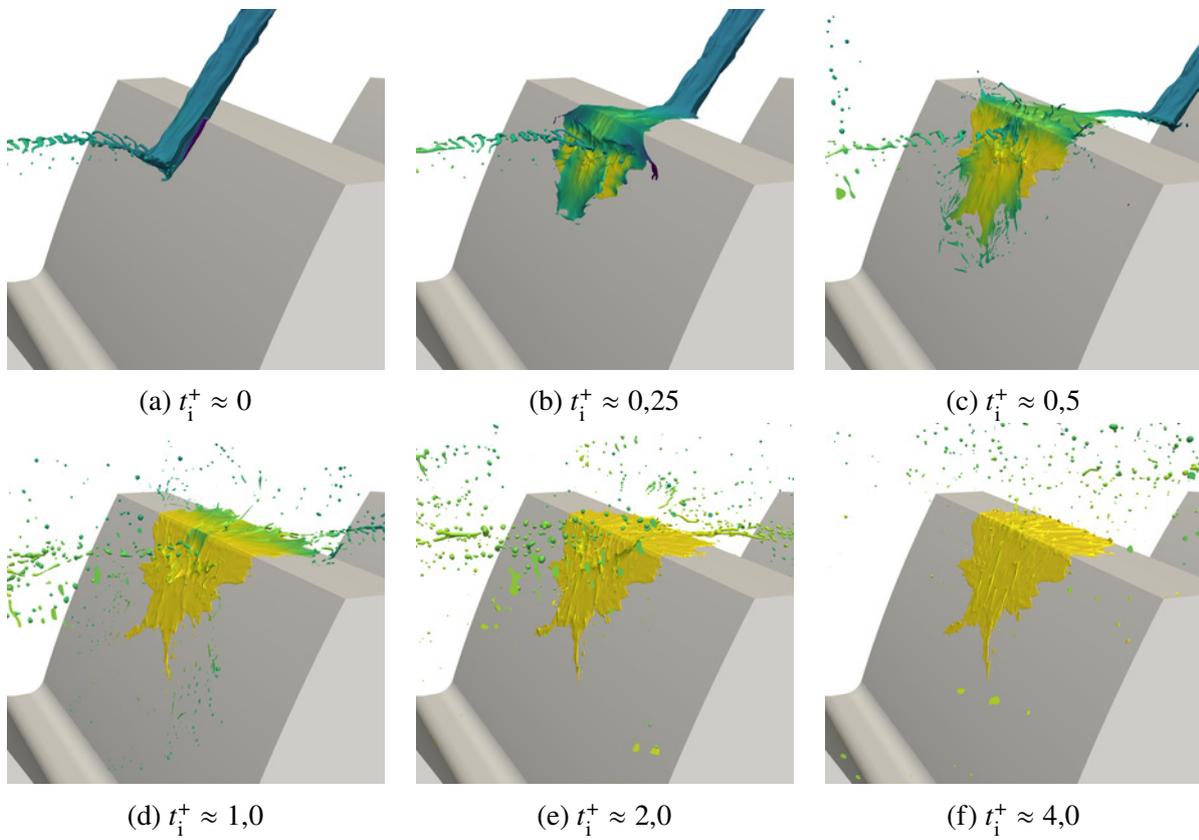


Abbildung A.23: Betriebspunkt O

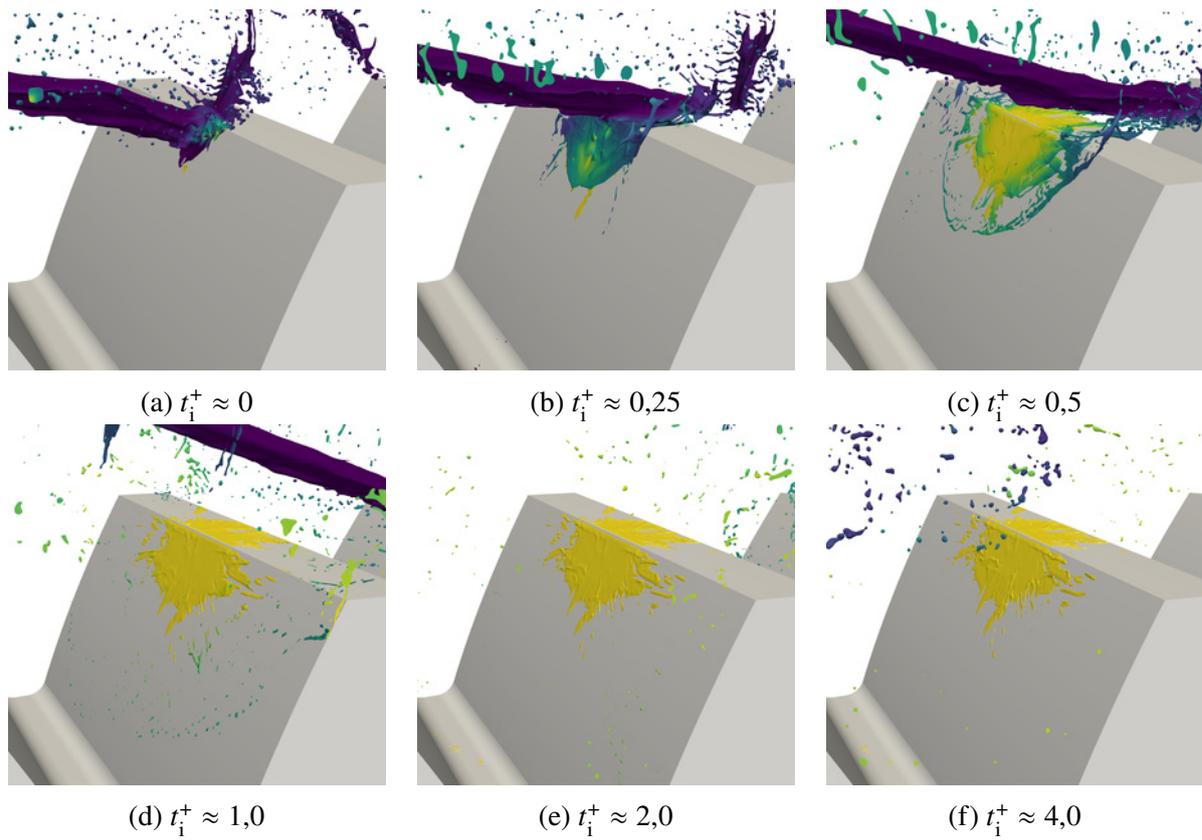


Abbildung A.24: Betriebspunkt P

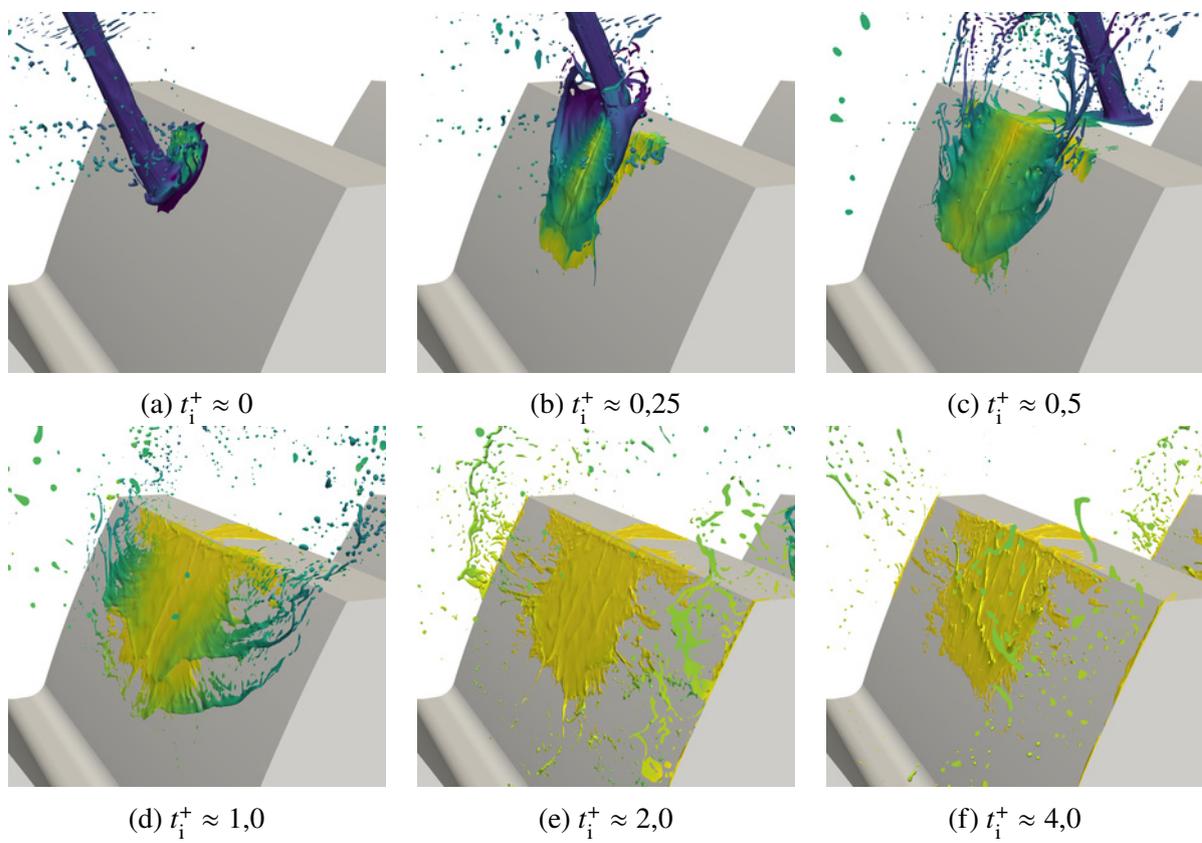


Abbildung A.25: Betriebspunkt Q

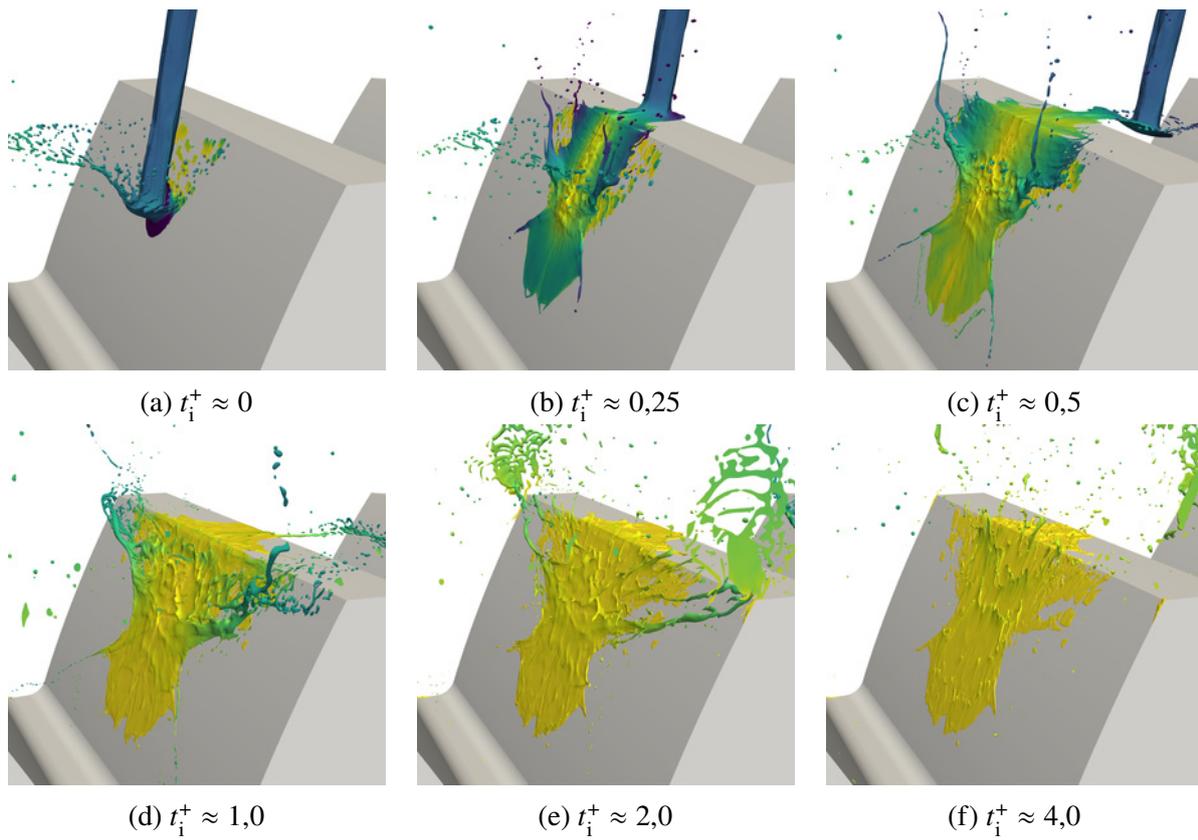


Abbildung A.26: Betriebspunkt R

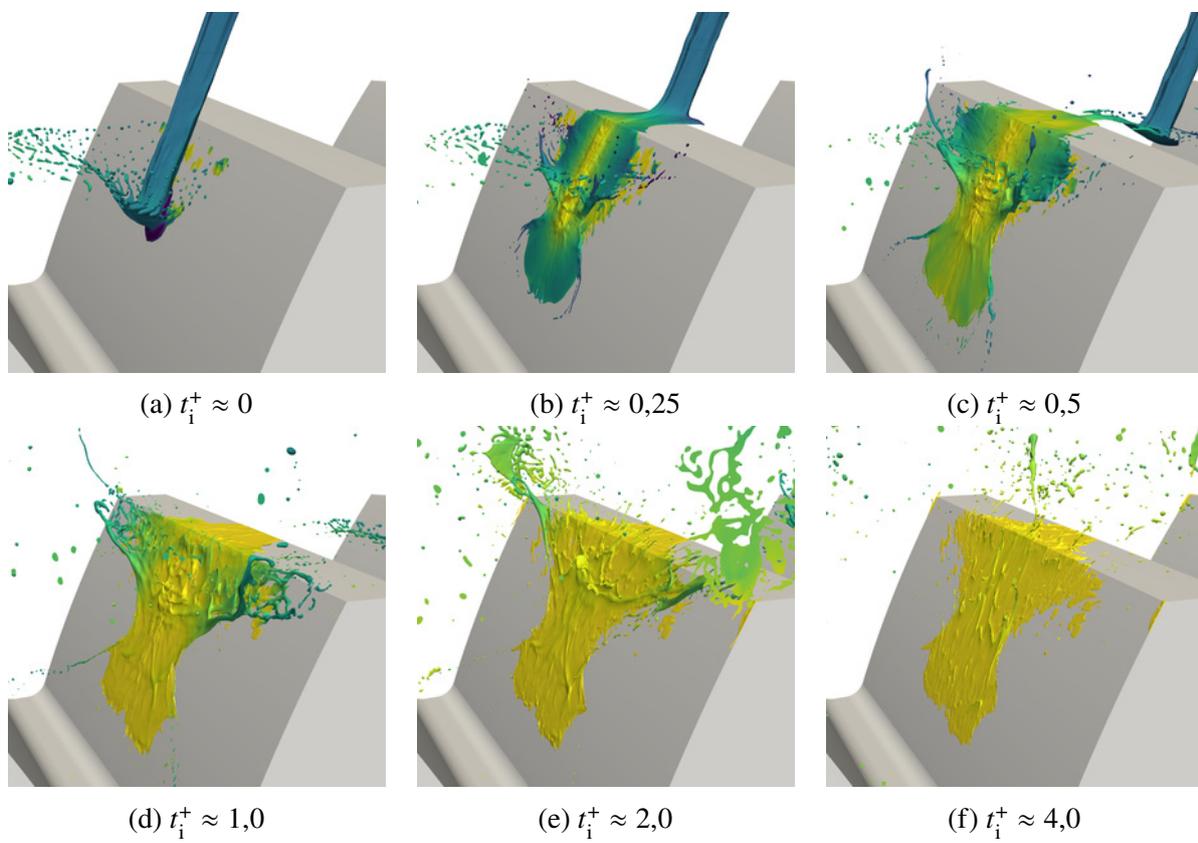


Abbildung A.27: Betriebspunkt S

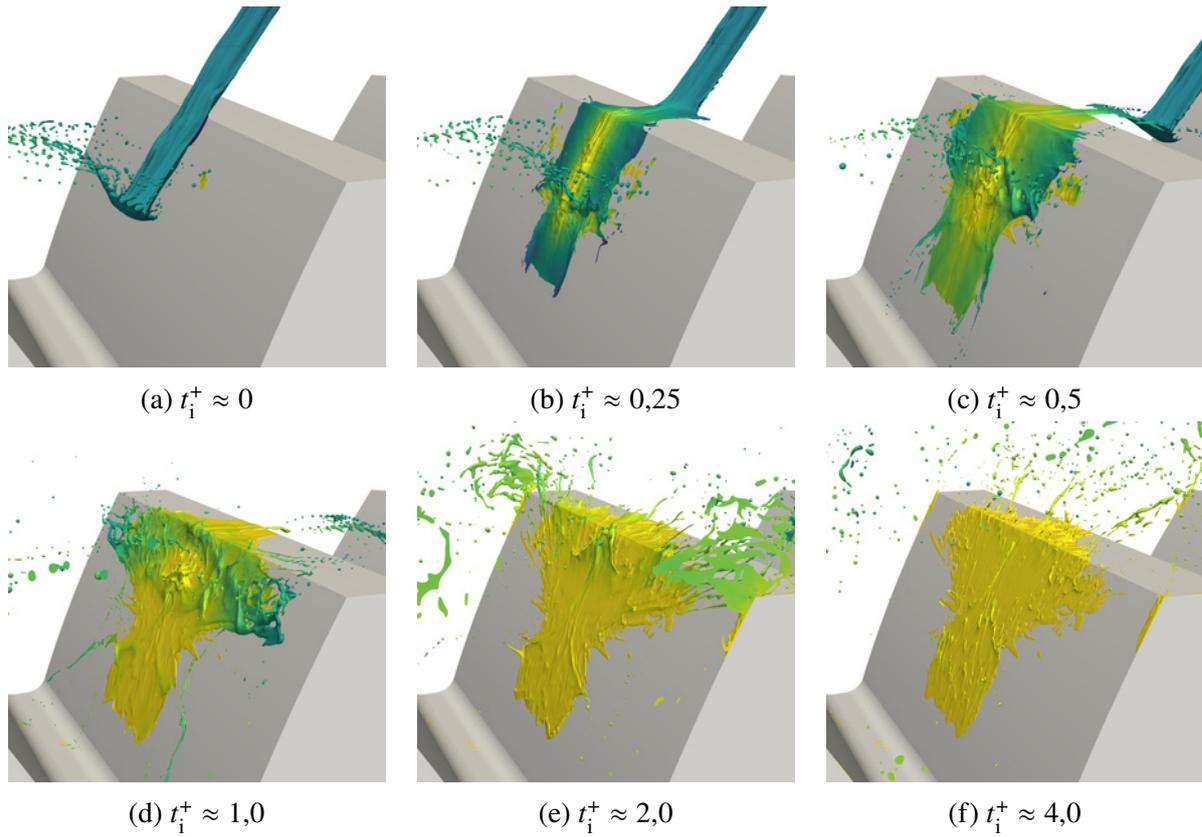


Abbildung A.28: Betriebspunkt T

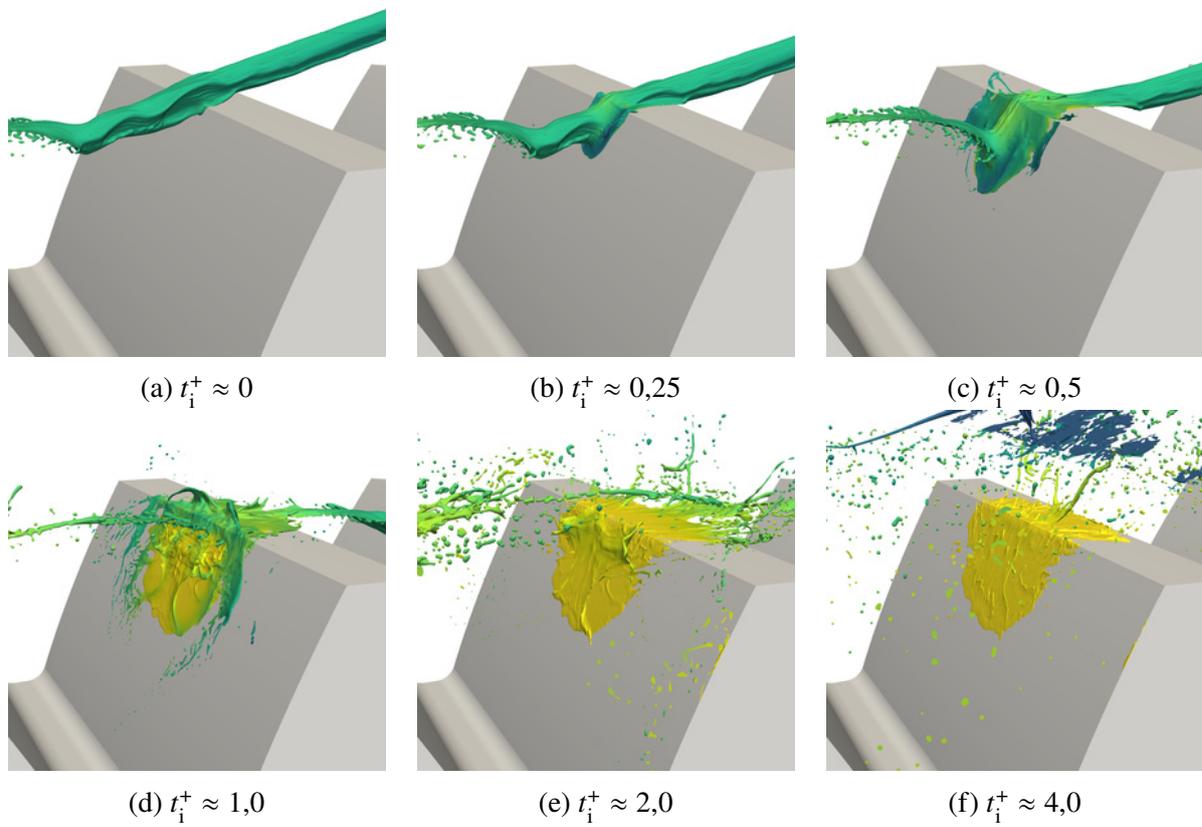


Abbildung A.29: Betriebspunkt U

## A.7 Korrelation der Betriebsparameter mit den Auswertemetriken bei der Simulationsstudie zur Ölstrahl-Interaktion mit einzeltem Zahnrad

Die Einflüsse der unabhängigen Betriebsparameter  $u_S$ ,  $d_S$ ,  $\hat{\varphi}_S$  und  $n_z$  auf die im Kapitel 6 analysierten Metriken (u.a.  $A_{F,\max}$ ,  $D_{p,\max}$  und  $D_i$ ) werden in Abbildung A.30 dargestellt. In der Abbildung wird ein Ausschnitt der Streudiagrammmatrix zwischen den Betriebsparametern und den Auswertemetriken gezeigt. Die jeweils angegebenen Korrelationskoeffizienten  $r$  verdeutlichen, dass keine hohe Korrelation ( $r < 0,7$ ) zwischen den Parametern gegeben ist, weshalb die Betriebsparameter nicht direkt zur Bestimmung der empirischen Berechnungsansätze in Abschnitt 6.4 genutzt werden.

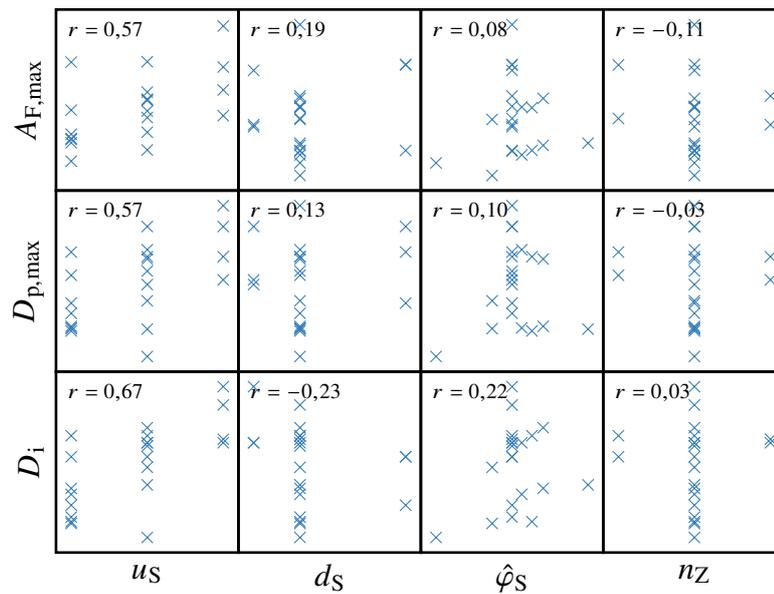


Abbildung A.30: Ausschnitt der Streudiagrammmatrix bezüglich der Betriebsparameter  $u_S$ ,  $d_S$ ,  $\hat{\varphi}_S$  und  $n_z$  sowie der Auswertemetriken  $A_{F,\max}$ ,  $D_{p,\max}$  und  $D_i$ .

# Lebenslauf

## Persönliches

Name Marc Christoph Keller  
Geburtsdatum 14. März 1989  
Geburtsort Stuttgart

## Schulbildung

09/1995 – 06/1999 Justinus-Kerner Grundschule, Ostfildern-Ruit  
09/1999 – 06/2008 Heinrich-Heine Gymnasium, Ostfildern-Nellingen

## Studium

10/2008 – 03/2012 Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe  
Studium des Maschinenbaus  
Abschluss: Bachelor of Science  
Schwerpunkt: *Grundlagen der Energietechnik*  
01/2011 – 05/2011 Purdue University, West Lafayette, Indiana, USA  
Auslandssemester  
04/2012 – 04/2014 Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe  
Studium des Maschinenbaus  
Abschluss: Master of Science  
Schwerpunkte: *Modellierung und Simulation in der Energie- und Strömungstechnik* und *Mechatronik*  
10/2013 – 03/2014 Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Stuttgart  
Institut für Technische Thermodynamik  
Masterarbeit

## Praktika

09/2008 – 10/2008 Daimler AG, Stuttgart  
Grundpraktikum  
09/2010 – 12/2010 Festo Corporation, New York, USA  
Fachpraktikum  
05/2012 – 05/2013 Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe  
Institut für Thermische Strömungsmaschinen  
Studentische Hilfskraft  
05/2013 – 09/2013 MTU Aero Engines AG, München  
Industriepraktikum

## Beruf

11/2014 – 12/2020 Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe  
Institut für Thermische Strömungsmaschinen  
Wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Arbeitsgruppe *Luft- und Ölsystem*  
seit 01/2021 Bayer AG, Leverkusen  
*Expert Computational Fluid Dynamics* in der Verfahrens- und Technologieentwicklung

Mit der Getriebefan-Technologie werden hohe Nebenstromverhältnisse und damit effizientere und leisere Flugantriebe möglich. Bei dieser Triebwerksarchitektur ist die Optimierung des Ölsystems im integralen Höchstleistungsgetriebe unerlässlich, insbesondere hinsichtlich dessen Kühlfunktion. Vorangegangene Untersuchungen haben gezeigt, dass der Ölausbreitung über die Zahnflanken infolge der Ölstrahl-Zahnrad-Interaktion (ÖZI) eine wichtige Rolle für die mittels Einspritzschmierung erzielte Kühlwirkung zukommt. Dennoch ist die Charakterisierung der ÖZI bislang lückenhaft.

In dieser Arbeit wird die ÖZI mittels numerischer Strömungssimulation (CFD) zugänglich gemacht. Der dreidimensionale und transiente Strömungsprozess wird hochaufgelöst abgebildet, wodurch dessen quantitative Analyse möglich wird. Zum Einsatz kommen die gitterbasierte *Volume-of-Fluid*(VOF)-Methode und erstmals die partikelbasierte *Smoothed-Particle-Hydrodynamics*(SPH)-Methode. Unter Variation von Betriebsparametern wird die Datenbasis zur Charakterisierung der ÖZI geschaffen. Außerdem wird der Zahnradeingriff erstmals simulativ berücksichtigt. Als Haupteinflussgrößen für die Zahnflankenbenetzung werden die Aufpralltiefe, das Effektivvolumen und die Aufprall-Reynolds-Zahl identifiziert. Auf dieser Basis gebildete Korrelationen für die Benetzungsfläche und die Eindringtiefe sind durch die vorliegende Arbeit erstmals verfügbar. Dies unterstützt die Optimierung des Ölsystems für Getriebefan-Triebwerke und motiviert den weiteren Einsatz von CFD in Praxis und Forschung auf diesem Gebiet.

**Logos Verlag Berlin**

**ISBN 978-3-8325-5582-5**

**ISSN 1615-4983**